

Г. В. ДРУЖИНИН

НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ДОПОЛНЕННОЕ



МОСКВА
«ЭНЕРГИЯ» 1977

ГЕОРГИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ ДРУЖИНИН
НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Редактор О. К. Соболев
Редактор издательства Н. А. Медведева
Переплет художника В. И. Карпова
Технический редактор Г. Г. Самсонова
Корректор В. С. Антипова
ИБ № 1335

Сдано в набор 22/X 1976 г. Подписано к печати 25/II 1977 г.
Т-02654 Формат 84×108²/₃₂ Бумага машиномелованная
Усл. печ. л. 28,14 Уч.-изд. л. 29,31
Тираж 15 000 экз. Зак. 845 Цена 1 р. 81 к.

Издательство «Энергия»,
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Московская типография № 10 Союзполнграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Дружинин Г. В.

Д 76 Надежность автоматизированных систем. Изд. 3-е,
перераб. и доп. М., «Энергия», 1977.

536 с. с ил.

Книга посвящена вопросам надежности автоматизированных систем. Описаны особенности оценки и расчета надежности. Значительное внимание уделено исследованию надежности по данным о приближении к отказам. Изложены практические вопросы применения моделирования для предсказания надежности. Описываются свойства резервированных систем и способы расчета их надежности. Излагаются практические вопросы формирования показателей надежности систем при их проектировании. Рассмотрены пути повышения надежности автоматизированных систем при их проектировании, изготовлении и эксплуатации. Описаны особенности исследования надежности систем «человек и техника» (эргатических систем). Второе издание книги вышло в 1967 г. с названием «Надежность систем автоматики».

Книга рассчитана на инженеров, занимающихся обеспечением надежности автоматизированных систем управления, и может быть полезна преподавателям, аспирантам и студентам технических вузов.

Д 30501-205 — 96-76
051(01)-77

6П2.154

Предлагаемая книга является переработанным и дополненным изданием книги «Надежность систем автоматики», изд. 2-е, выпущенной издательством «Энергия» в 1967 г.

За прошедшие годы очень интенсивно велись исследования по проблеме надежности, выделился ряд научных направлений. Появилось значительное количество монографий по надежности, авторы которых основное внимание уделяли углубленному рассмотрению сравнительно узкого круга задач. Это естественный процесс имел и нежелательные последствия — стала теряться связь между отдельными научными направлениями. Поэтому возникла актуальная задача — изложить в одной книге содержание основных научных направлений в проблеме надежности. В настоящей книге предпринята такая попытка для автоматизированных, т. е. с частичным участием человека, систем.

Необходимость объединения различных научных направлений в проблеме надежности связана с тем, что проблема является комплексной, системотехнической. Производственный опыт и теоретические исследования свидетельствуют, что нельзя добиться значительного увеличения надежности отдельными разрозненными мероприятиями. Совместное проведение многих мероприятий, объединенных в систему, не только увеличивает эффективность каждого из них, но и дает возможность получать качественно новые результаты.

Поскольку в третьем издании введен дополнительный материал, название книги изменено. Это изменение названия отражает эволюцию теории надежности.

Автор глубоко благодарен А. В. Майорову и редактору О. К. Соболеву за критические замечания, способствовавшие улучшению книги.

Интуитивно надежность связывают с недопустимостью отказов изделий. Поэтому под надежностью в узком смысле понимают безотказность, т. е. свойство объекта сохранять работоспособность в течение некоторой наработки без вынужденных перерывов. Иначе говоря, надежность объекта заключается в отсутствии непредвиденных изменений его качества в процессе эксплуатации или хранения.

Надежность тесно связана с различными сторонами процесса эксплуатации технических объектов. Большое значение имеют, в частности, вопросы, связанные с восстановлением свойств отказавших объектов. Чтобы объединить смежные вопросы в одну группу, используют понятие «надежность в широком смысле» — комплексное свойство, которое в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость в отдельности или определенное сочетание этих свойств как для объекта, так и для его частей. При этом под надежностью понимают «свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования» [46].

Рост значения проблемы надежности связан с некоторыми особенностями развития современной техники. Во-первых, существует стремление к подробному планированию хода производственных процессов, которые становятся все более сложными. Во-вторых, все больше

распространяется автоматизация различных процессов. В-третьих, автоматизированные системы выполняют все более ответственные задачи.

При проведении важных мероприятий с жесткой программой резко увеличивается значение безотказной работы каждого отдельного объекта.

Кроме того, современные конструкции создаются в очень короткий срок и быстро морально стареют, что затрудняет накопление навыков их проектирования, изготовления и эксплуатации.

Обычно более заметны непосредственные результаты недостаточной надежности, связанные с полным или частичным невыполнением требуемых от технического объекта функций. Однако очень большое значение имеют и косвенные последствия недостаточной надежности: высокая стоимость эксплуатации, потребность в неоправданно высоком уровне квалификации и излишних затратах труда обслуживающего персонала, трудности со снабжением запасными частями и т. д.

Сложность современных и будущих технических систем, многообразие режимов работы, быстрая смена морально устаревших образцов новыми — все это обуславливает необходимость общетеоретического подхода к повышению надежности всех систем независимо от их устройства и назначения.

Появление отказов зависит от очень многих и часто случайных причин, поэтому теория надежности использует вероятностные методы исследования. Необходимость этого определяется физической сущностью вопроса об оценке и исследовании надежности как степени объективной уверенности в безотказной работе устройств.

Установилась традиция проводить инженерное исследование надежности технических объектов по данным об отказах. Такой путь исследования надежности не является единственно возможным. В гл. 8—10 изложен метод исследования надежности по данным о приближе-

нии к отказам. В этом методе учитываются некоторые данные о случайных процессах возникновения отказов.

В настоящее время все больший интерес проявляется к стыку технических наук с науками о человеке. Работы по обслуживанию техники даже в полностью автоматизированных системах неизбежно выполняет человек. Требования, предъявляемые к техническим объектам и к людям, участвующим в выполнении задачи, непрерывно растут. Несвоевременное или неправильное выполнение мероприятия приводит ко все более ощутимым последствиям. Поэтому целесообразно учитывать надежность систем «человек и техника» (эргатических систем).

Статистическое исследование надежности может принести пользу лишь в случае, если каждый его этап сопровождается изучением физических причин, вызывающих те или иные явления. Формальное применение статистических методов исследования надежности приводит обычно к неверным результатам.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

1-1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Теория надежности изучает процессы возникновения отказов технических объектов и способы борьбы с отказами. Техническими объектами могут быть изделия, системы и их элементы, в частности сооружения, установки, устройства, машины, аппараты, приборы и их части, агрегаты и отдельные детали.

В последние годы область применения теории надежности расширяется, ее методы распространяются также на формализованные алгоритмы целенаправленного применения технических объектов (программы для цифровых ЭВМ, планы систем работ) и на действия человека-оператора как звена системы управления. В § 10-4 книги рассмотрены особенности оценки надежности программ для цифровых ЭВМ, в гл. 15 и 16 описаны особенности оценки надежности систем «человек и техника». В остальных разделах книги рассматриваются технические объекты.

Часто в целях общности речь будет идти о системах и единичных рабочих частях систем — элементах. Система предназначена для самостоятельного выполнения определенной практической задачи. Примеры систем: автоматизированная система управления технологическим процессом (АСУ ТП), авторучка и т. д. Термин *элемент* применяется для составной части системы. Обычно элемент не предназначается для самостоятельного практического применения вне связи с другими элементами. Примеры элементов: процессор цифровой ЭВМ, колпачок авторучки. В принципе систему можно

разбить на любое число элементов, необходимое для исследования (расчета) надежности. Однако деление системы на элементы нельзя считать произвольным. Каждый элемент должен обладать способностью выполнять в системе определенные функции. Иногда ставится условие, чтобы элемент был такой частью системы, которая может быть восстановлена только путем полной замены.

Различают два основных состояния объектов: работоспособное и неработоспособное. Согласно ГОСТ 13377-75 состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией, называют работоспособным.

Состояние объекта, при котором значение хотя бы одного заданного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям, установленным нормативно-технической документацией, называют неработоспособным.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособности, т. е. в переходе в неработоспособное состояние.

Обычно неработоспособность — состояние, при котором нельзя начинать применение объекта (например, выпускать самолет в воздух). Однако возможны задачи, в которых неработоспособность — состояние, при котором объект не может продолжать выполнять свое назначение. Возможны и другие признаки неработоспособного состояния объекта (например, объект требует среднего или капитального ремонта, производительность объекта стала ниже критической и т. д.). Поэтому при оценке надежности необходимо заранее оговорить, какое состояние объекта считается неработоспособным.

Когда объект предназначен для выполнения нескольких функций, часто находят значения показателей надежности по каждой из функций.

Возможен и другой путь: оценивают свойство объекта выполнять все требуемые от него функции. Отказом считается невыполнение хотя бы одной из функций независимо от того, возникла ли случайная ситуация, в которой требуется выполнение этой функции, или нет.

Опишем еще одну постановку задачи оценки надежности, которая, к сожалению, довольно часто встречается в литературе. В этой задаче при оценке надежности

учитывают случайную потребность в выполнении объектом отдельных функций.

Пусть состоящая из n элементов система предназначена для выполнения нескольких k функций. Функционирование такой системы может быть представлено как процесс изменения вектора состояний $Z(t)$ в пространстве состояний $[x(t), y(t)]$, где x_i — состояние i -го элемента системы, $i=1, 2, \dots, n$; y_j — переменная, характеризующая потребность в выполнении j -й функции, $j=1, 2, \dots, k$.

Обычно предполагается, что отдельные координаты вектора $Z(t)$ являются независимыми случайными функциями времени (наработки), принимающими одно из двух возможных значений:

$$x_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й элемент работоспособен;} \\ 1, & \text{если } i\text{-й элемент неработоспособен;} \end{cases}$$

$$y_j(t) = \begin{cases} 0, & \text{если имеется потребность в выполнении } j\text{-й} \\ & \text{функции;} \\ 1, & \text{если нет потребности в выполнении } j\text{-й функ-} \\ & \text{ции.} \end{cases}$$

Искомые показатели «надежности» находят как числовые характеристики некоторого функционала от случайного процесса $Z(t)$. Понятие функционала является обобщением понятия функции. Функционал Φ определен на процессе $Z(t)$, если каждой траектории $z(t)$ ставится в соответствие некоторое число $T = \Phi[z(t)]$. В рассматриваемом случае найденные показатели «надежности» характеризуют не техническую систему, а ситуацию по удовлетворению случайного спроса. Поэтому слово «надежность» приведено в кавычках.

Приведенные выше соображения можно пояснить таким простейшим примером. Пусть необходимо везти груз ночью через лес, в котором могут быть грабители. Охраняющий груз человек вооружен пистолетом. Очевидно, что значение показателя надежности этого пистолета не должно зависеть от случайной потребности в нем, т. е. от того, нападут грабители или нет.

Виды отказов объектов

Отказы можно классифицировать по различным признакам.

1. По характеру устранения можно различать окончательные (устойчивые) и перемежаю-

щие ся (то возникающие, то исчезающие) отказы. Окончательные отказы являются следствием необратимых процессов в деталях и материалах. При окончательных отказах для восстановления работоспособности объекта необходимо производить его ремонт (регулировку). Пример окончательного отказа — отказ телевизора из-за обрыва нити накала одной из электронных ламп.

Перемежающиеся отказы в большинстве случаев являются следствием обратимых случайных изменений режимов работы и параметров объектов. При возвращении режима работы в допустимые пределы объект сам, обычно без вмешательства человека, возвращается в работоспособное состояние. Например, совершенно исправный триггер может перестать реагировать на управляющий сигнал из-за случайного резкого уменьшения напряжения питания. Когда напряжение питания опять станет равным номинальному значению, триггер будет продолжать исправно работать (конечно, если в результате колебаний напряжения не произошел окончательный отказ).

Обычно последствия возникновения перемежающихся отказов отличаются от последствий появления окончательных отказов. Например, если из-за низкого напряжения питания нет изображения в телевизоре, то это меньшая неприятность, чем окончательный отказ кинескопа. В ряде случаев перемежающиеся отказы дают более тяжелые последствия, чем окончательные. Перемежающиеся отказы особенно неприятны в информационных системах, где они известны под названием сбоя. Появление сбоя трудно обнаружить, так как после его исчезновения объект остается работоспособным.

Таким образом, перемежающиеся отказы существенно отличаются от окончательных причиной возникновения, внешними проявлениями и последствиями появления. Поэтому иногда целесообразно различать два показателя надежности: для окончательных отказов и для перемежающихся отказов.

2. По связи с другими отказами можно различать отказы первичные, т. е. возникшие по любым причинам, кроме действия другого отказа, и вторичные, т. е. возникшие в результате другого отказа. Например, из-за пробоя конденсатора может сгореть сопротивле-

ние. При вычислении показателей надежности обычно учитываются лишь первичные отказы.

Отказы являются случайными событиями, которые могут быть независимыми или зависимыми. Отказы являются зависимыми, если при появлении одного из них изменяется вероятность появления второго отказа. Для независимых отказов вероятность появления одного из них не зависит от того, произошли другие отказы или нет.

Таким образом, различие между вторичным и зависимым отказами состоит в том, что после появления отказа (первичного) вторичный отказ другого элемента наступает неизбежно, а для зависимого отказа лишь изменяется вероятность его появления.

3. По легкости обнаружения отказы могут быть очевидными (явными) или скрытыми (неявными).

4. Для каждого определенного типа объектов отказы можно различать по внешним проявлениям. Например, различные отказы конденсаторов можно разбить на две группы: типа обрыв и типа замыкание. Различные внешние проявления отказов будут учтены и несколько более подробно рассмотрены ниже при изложении вопросов резервирования.

5. По характеру возникновения можно различать отказы внезапные, состоящие в резком, практически мгновенном изменении характеристик объектов, и отказы постепенные, происходящие за счет медленно-го, постепенного ухудшения качества объектов.

Рассмотрим более подробно характер возникновения отказов. Внезапные отказы обычно проявляются в виде механических повреждений элементов (поломки, трещины, обрывы, пробой изоляции и т. п.), из-за чего эти отказы часто называют грубыми. Внезапные отказы получили свое название из-за того, что обычно отсутствуют видимые признаки их приближения, т. е. перед отказом обычно не удается обнаружить количественные изменения характеристик объекта.

Постепенные отказы (параметрические, плавные) связаны с износом деталей, старением материалов и разрегулированием устройств. Параметры объекта могут достигнуть критических значений, при которых его состояние считается неудовлетворительным, т. е. происходит отказ.

Внезапный отказ объекта также является следствием накопления необратимых изменений материалов. Иначе говоря, возникновение внезапного отказа также является следствием случайного процесса изменения какого-то параметра объекта. Внезапным отказ кажется лишь потому, что не контролируется изменяющийся параметр, при критическом значении которого наступает отказ объекта, обычно связанный с его механическим повреждением.

Таким образом, возникновению всякого отказа предшествует накопление тех или иных изменений внутри объекта (при этом, конечно, не рассматриваются отказы, происшедшие из-за небрежности или неумения работников).

Для объектов разного назначения и устройства применяются различные показатели надежности. В настоящее время можно выделить четыре группы объектов, различающиеся показателями и методами оценки надежности:

- 1) неремонтируемые объекты, применяемые до первого отказа;
- 2) ремонтируемые объекты, восстановление которых в процессе применения невозможно (невосстанавливаемые объекты);
- 3) ремонтируемые восстанавливаемые в процессе применения объекты, для которых недопустимы перерывы в работе;

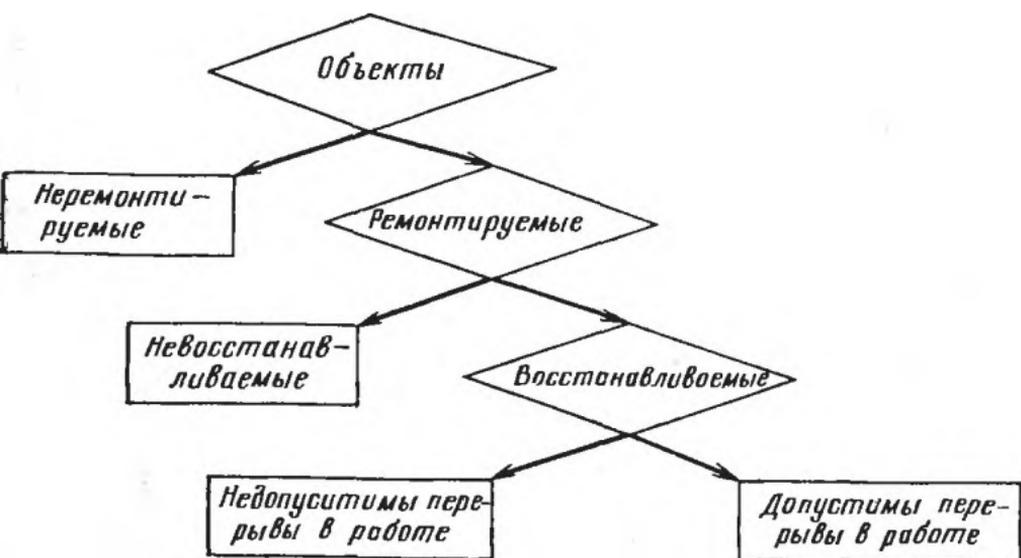


Рис. 1-1. Группы объектов, различающиеся показателями надежности.

4) ремонтируемые, восстанавливаемые в процессе применения объекты, для которых допустимы кратковременные перерывы в работе.

Классификация объектов по показателям и методам оценки надежности приведена на рис. 1-1, где прямоугольниками выделены перечисленные выше группы объектов.

1.2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Такие объекты работают до первого отказа. Для оценки надежности неремонтируемых объектов используют вероятностные характеристики случайной величины — наработки до отказа T . Под наработкой понимают продолжительность или объем работы объекта, измеряемые в часах, километрах, гектарах, циклах, кубометрах или в других единицах. Когда наработку выражают в единицах времени, иногда используют термин «время безотказной работы», или, что то же самое, «время до появления отказа».

Полной характеристикой любой случайной величины является ее закон распределения, т. е. соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими этим значениям вероятностями. Распределение наработки до отказа может быть описано с помощью различных показателей надежности неремонтируемых изделий. К числу таких показателей относятся:

функция надежности $p(t)$;

плотность распределения наработки до отказа $f(t)$;

интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Функцией надежности называют функцию, выражающую вероятность того, что T — случайная наработка до отказа объектов — будет больше заданной наработки $(0, t)$, отсчитываемой от начала эксплуатации, т. е.

$$p(t) = P\{T \geq t\}.$$

Перечислим некоторые очевидные свойства $p(t)$:

1) $p(0) = 1$, т. е. можно рассматривать безотказную работу лишь тех объектов, которые были работоспособны в момент включения;

2) $p(t)$ является монотонно убывающей функцией заданной наработки t ;

3) $p(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$, т. е. любой объект со временем откажет.

Наряду с $p(t)$ используется и функция ненадежности

$$q(t) = 1 - p(t) = P\{T < t\}.$$

Она характеризует вероятность отказа объекта на интервале $(0, t)$. Функция ненадежности является функцией распределения случайной величины T ; эта функция иногда обозначается $F(t)$.

На рис. 1-2 приведены графики одной из возможных функций надежности $p(t)$ и соответствующей функции $q(t)$.

Во многих задачах в качестве показателя надежности используется вероятность безотказной

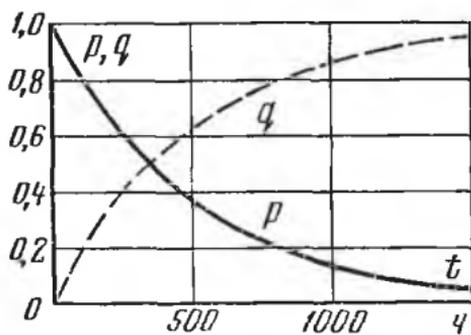


Рис. 1-2. Функции надежности $p(t)$ и ненадежности $q(t)$ объекта.

работы — вероятность того, что в пределах заданной наработки не возникает отказа объекта. При этом обычно имеют в виду условную вероятность $p(t_1, t_2)$ безотказной работы в течение наработки от t_1 до t_2 при условии, что при t_1 объект был работоспособным. Эту условную вероятность можно определить по функции надежности.

Рассмотрим два интервала $(0, t_1)$ и (t_1, t_2) . Событие, состоящее в безотказной работе в течение интервала $(0, t_2)$, является совмещением двух событий:

- 1) объект безотказно работал на интервале $(0, t_1)$;
- 2) оставшийся работоспособным к моменту t_1 объект безотказно проработал на интервале (t_1, t_2) .

Поэтому согласно правилу умножения вероятностей

$$p(t_2) = p(t_1) p(t_1, t_2),$$

следовательно,

$$p(t_1, t_2) = \frac{p(t_2)}{p(t_1)}. \quad (1-1)$$

Таким образом, условная вероятность безотказной работы на интервале (t_1, t_2) равна отношению значений функции надежности в начале и конце интервала.

Надежность малых неремонтируемых объектов не всегда удобно характеризовать вероятностью безотказной работы, так как для небольших периодов заданной наработки значения $p(t_1, t_2)$ будут близкими к единице. Например, вероятность безотказной работы слюдяного конденсатора в течение 1 ч равна 0,9999999. Поэтому наряду с $p(t)$ используются и другие показатели надежности, например плотность распределения наработки до отказа

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}. \quad (1-2)$$

Плотность распределения наработки до отказа $f(t)$ является дифференциальной формой закона распределения наработки до отказа. Плотность $f(t)$ является неотрицательной функцией, причем

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1.$$

График $f(t)$ часто называют «кривая распределения наработки до отказа».

В соответствии с (1-2) функция надежности и функция ненадежности связаны с $f(t)$ соотношениями

$$p(t) = 1 - \int_0^t f(x) dx = \int_t^{\infty} f(x) dx;$$

$$q(t) = \int_0^t f(x) dx.$$

Величина $f(t) dt$ характеризует вероятность отказа за интервал наработки $(t, t+dt)$ объекта, взятого наугад из множества одинаковых объектов. При этом неизвестно, работоспособен ли этот объект к началу интервала (т. е. в момент t) или отказал ранее. Это не всегда удобно на практике, и $f(t)$ как самостоятельный показатель надежности неремонтируемых объектов находит ограниченное применение. Чаще применяют интенсивность отказов $\lambda(t)$ — условную плотность вероятности возникновения отказа неремонтируемого объекта, определяемую для рассматриваемой наработки при условии, что до этой наработки отказ не возник. Интенсивность отказов можно рассматривать как относительную скорость уменьшения значений функции на-

дежности с увеличением интервала $(0, t)$. Чтобы пояснить смысл этой характеристики, проведем следующие рассуждения.

Введем хорошо согласующееся с практикой предположение о том, что вероятность $o(t)$ появления двух и более отказов за бесконечно малый интервал наработки $(t, t+dt)$ убывает быстрее, чем длина этого интервала,

т. е. $o(t)$ является бесконечно малой более высокого порядка, чем dt . Иными словами, если имеется группа одинаковых объектов, то вероятность того, что в одно и то же мгновение откажет сразу несколько одинаковых объектов, очень мала. Таким образом, из рассмотрения исключаются такие явления, как катастрофы и стихийные бедствия.

Рассмотрим два смежных интервала наработки $(0, t)$ и $(t, t+dt)$. Для того чтобы некоторый объект имел возможность отказать в интервале наработки $(t, t+dt)$, он должен безотказно работать в течение $(0, t)$. Согласно правилу умножения вероятностей вероятность отказа объекта в течение наработки $(t, t+dt)$

$$q(t, t+dt) = f(t) dt = p(t)z, \quad (1-3)$$

где $p(t)$ — вероятность безотказной работы объекта в течение

наработки $(0, t)$, т. е. значение функции надежности; z — условная вероятность отказа объекта за малую наработку $(t, t+dt)$, найденная в предположении, что он безотказно проработал интервал $(0, t)$.

Условную вероятность отказа объекта в течение наработки $(t, t+dt)$ в предположении его безотказной работы до момента t обычно выражают формулой

$$z = \lambda(t) dt,$$

где величина $\lambda(t)$ называется интенсивностью отказов.

Таким образом, при использовании $\lambda(t)$ рассматриваются лишь остающиеся работоспособными к моменту t объекты, а отказавшие исключаются из рассмотрения.

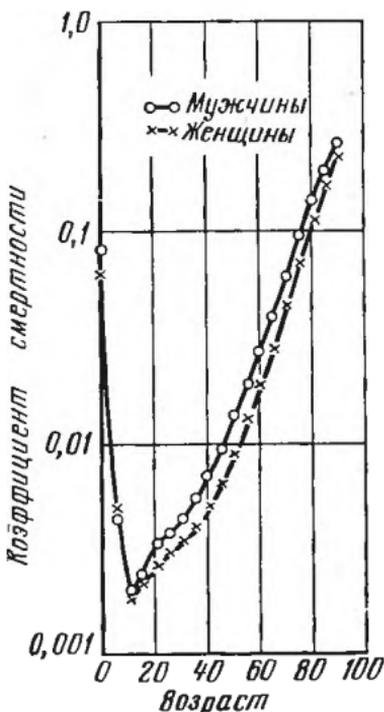


Рис. 1-3. Коэффициент смертности среди мужчин и женщин Англии в 1921 г. [79].

Можно провести некоторую формальную аналогию между интенсивностью отказов технических объектов и коэффициентом смертности людей. Коэффициент смертности есть вероятность того, что лицо, достигшее возраста x лет, умрет перед достижением возраста $x+1$ лет. Пример графика коэффициента смертности приведен на рис. 1-3.

Из (1-2) и (1-3) получаем:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = - \frac{\frac{dp(t)}{dt}}{p(t)}, \quad (1-4)$$

Решение уравнения (1-4) при начальном условии $p(0) = 1$ дает для функции надежности формулу

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x) dx} = \exp \left[- \int_0^t \lambda(x) dx \right]. \quad (1-5)$$

При $\lambda = \text{const}$ формула (1-5) существенно упрощается:

$$p(t) = \exp(-\lambda t). \quad (1-6)$$

Вероятность безотказной работы в течение наработки (t_1, t_2) объекта, который был работоспособным к началу этого интервала,

$$\begin{aligned} p(t_1, t_2) &= \frac{p(t_2)}{p(t_1)} = \frac{\exp \left[- \int_0^{t_2} \lambda(x) dx \right]}{\exp \left[- \int_0^{t_1} \lambda(x) dx \right]} = \\ &= \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \lambda(x) dx \right]. \end{aligned} \quad (1-7)$$

При $\lambda = \text{const}$ вероятность безотказной работы в течение наработки (t_1, t_2) не зависит от возраста объекта:

$$p(t_1, t_2) = p(t') = \exp(-\lambda t'), \quad (1-8)$$

где $t' = t_2 - t_1$.

При $\lambda t' \ll 1$ обычно полагают:

$$\exp(-\lambda t') \approx 1 - \lambda t'.$$

В качестве показателей надежности неремонтируемых изделий применяют также числовые характеристики

случайной наработки до отказа. Их обычно легче определить по экспериментальным данным, чем $p(t)$, $\lambda(t)$, $f(t)$. Наиболее часто используют среднюю наработку до отказа (математическое ожидание наработки до отказа).

Согласно определению математического ожидания непрерывной неотрицательной случайной величины

$$m_t = M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t \frac{dF(t)}{dt} dt = \\ = - \int_0^{\infty} t \frac{dp(t)}{dt} dt,$$

где $F(t)$ — функция распределения случайной величины T .

Интегрируя по частям, получаем:

$$m_t = -tp(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} p(t) dt.$$

Первое слагаемое в этом равенстве

$$-tp(t) \Big|_0^{\infty} = -t[1 - F(t)]_0^{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} t[1 - F(t)] = 0$$

Это можно пояснить следующими рассуждениями. Если неотрицательная случайная величина T имеет конечное математическое ожидание, т. е. интеграл $\int_0^{\infty} t f(t) dt$ сходит-

ся, то интеграл $\int_y^{\infty} t f(t) dt \rightarrow 0$ при $y \rightarrow \infty$.

Так как

$$y \int_y^{\infty} f(t) dt \leq \int_y^{\infty} t f(t) dt,$$

то при $y \rightarrow \infty$

$$\left[y \int_y^{\infty} f(t) dt = y[1 - F(y)] \rightarrow 0 \right]$$

Следовательно,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t [1 - F(t)] = 0,$$

и средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} p(t) dt. \quad (1-9)$$

Таким образом, средняя наработка до отказа численно равна площади под кривой $p(t)$.

При $\lambda = \text{const}$ имеем:

$$m_t = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Подставив в (1-6) значение $t = m_t = 1/\lambda$, получим, что при $\lambda = \text{const}$ среднюю наработку до отказа можно понимать как наработку $t = m_t$, в течение которой объект остается работоспособным с вероятностью $p(m_t) = \exp(-1) \approx 0,37$.

Для малых неремонтируемых объектов, например элементов электронных схем, средняя наработка до первого отказа является понятием условным, так как обычно они не эксплуатируются столь долго и устаревают гораздо раньше, чем успевают наработать m_t .

Значения m_t обычно вычисляются по экспериментальным данным об отказах элементов в начальный период их эксплуатации. Поэтому m_t можно понимать как среднюю наработку до отказа, которая имела бы место в действительности, если бы элемент сохранял в течение всего периода использования ту интенсивность отказов, которой он обладал в начальный период эксплуатации или на испытаниях.

На практике представляют интерес две условные средние наработки неремонтируемых объектов:

1) средняя полезная наработка \bar{m}_{t_1} при условии, что при достижении наработки t_1 все оставшиеся работоспособными объекты снимаются с эксплуатации;

2) средняя продолжительность предстоящей работы \bar{m}_{t_1} при условии, что объект безотказно работал на интервале $(0, t_1)$.

При вычислении средней полезной наработки \bar{m}_{t_1} учтем, что $p(t_1) \cdot 100\%$ объектов безотказно проработают

интервал $(0, t_1)$, а остальные откажут на этом интервале.

Согласно определению математического ожидания имеем:

$$\bar{m}_{t_1} = t_1 p(t_1) + \int_0^{t_1} t f(t) dt = t_1 p(t_1) - \int_0^{t_1} t dp(t).$$

Интегрируя по частям, получаем:

$$\bar{m}_{t_1} = t_1 p(t_1) - t p(t) \Big|_0^{t_1} + \int_0^{t_1} p(t) dt = \int_0^{t_1} p(t) dt. \quad (1-10)$$

При вычислении условной средней продолжительности предстоящей безотказной работы имеем:

$$\hat{m}_{t_1} = M[T - t_1] = - \int_{t_1}^{\infty} (t - t_1) dp(t|t_1), \quad (1-11)$$

где $p(t|t_1) = p(t_1, t)$ — условная вероятность безотказной работы в течение наработки (t_1, t) при условии, что при t_1 объект работоспособен.

В соответствии с (1-1)

$$p(t|t_1) = p(t_1, t) = \frac{p(t)}{p(t_1)},$$

поэтому

$$dp(t|t_1) = \frac{dp(t)}{p(t_1)}. \quad (1-12)$$

Подставляя (1-12) в (1-11) и интегрируя по частям, получаем:

$$\hat{m}_{t_1} = - \frac{1}{p(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} (t - t_1) dp(t) = \frac{1}{p(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} p(t) dt. \quad (1-13)$$

Учитывая (1-9), (1-10) и (1-13), получаем соотношение между средними наработками

$$m_t = \bar{m}_{t_1} + \hat{m}_{t_1} p(t_1). \quad (1-14)$$

Это соотношение иллюстрирует рис. 1-4.

При $\lambda = \text{const}$ имеем:

$$\bar{m}_{t_1} = m_t [1 - \exp(-\lambda t_1)];$$

$$\hat{m}_{t_1} = m_t = \frac{1}{\lambda}.$$

При оценке параметрической, т. е. по постепенным отказам, надежности целесообразно учитывать стратегию замен рассматриваемых объектов. Если производятся индивидуальные замены, т. е. каждый конкретный объект из множества одинаковых эксплуатируется до отказа, то используют рассмотренные выше показатели надежности.

При второй стратегии (групповые замены) эксплуатация всех объектов данного типа прекращается при достижении назначенного ресурса (заданной суммарной наработки). В течение назначенного ресурса должны практически отсутствовать параметрические отказы из-за старения, изнашивания и других причин. Иначе говоря, назначенный ресурс должен быть меньше наработки t_H до начала массовых параметрических отказов.

Возможны различные определения t_H . Наиболее общее состоит в том, что величина t_H равна суммарной наработке от начала эксплуатации, при которой плотность распределения $f(t) \approx \lambda(t)$ впервые достигает критического значения $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$. При этом неявно учитывается известный из опыта эксплуатации факт: для параметрических отказов из-за старения, изнашивания и других нестационарных процессов при $t=0$ всегда $f(0) = \lambda(0) = 0$.

Так как распределение наработки до появления параметрического отказа обычно является унимодальным, то величину $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$ удобно задавать в долях от значения плотности распределения в точке моды $f(t_M)$, например $f_{кр} = 0,01 f(t_M)$.

Другие определения t_H основаны на рассмотрении особенностей левой ветви теоретического распределения

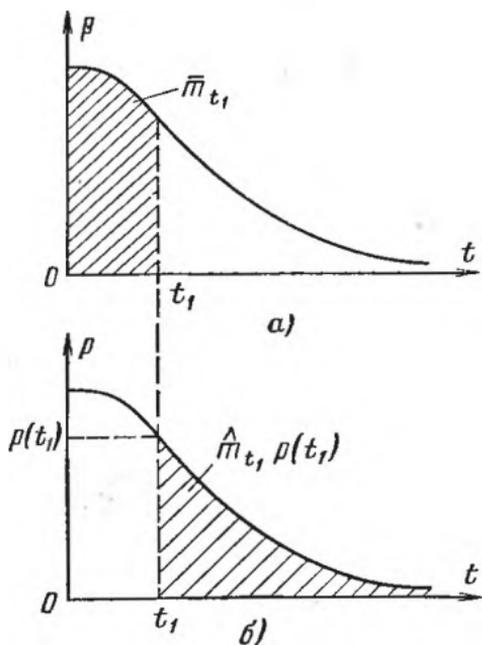


Рис. 1-4. К вопросу о вычислении условных средних наработок.

а — полезная средняя наработка \bar{m}_{t_1} ;
 б — средняя продолжительность вредоносной безотказной работы \hat{m}_{t_1} .

наработки до параметрического отказа. Здесь величина t_{II} уже не связана с достижением определенного значения $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$. Этот вопрос подробно рассмотрен в гл. 9.

1-3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

Возможны два пути вычисления показателей надежности ремонтируемых объектов по данным об отказах:

- 1) вычисление экспериментального распределения наработки до отказа;
- 2) вычисление параметров теоретического распределения наработки до отказа.

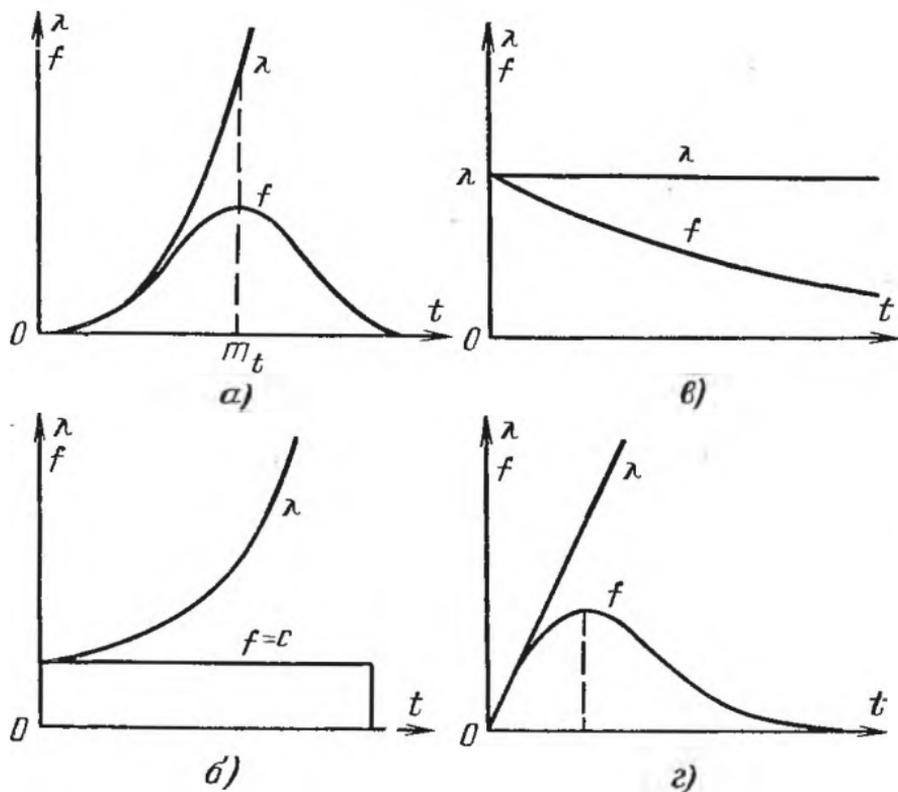


Рис. 1-5. Графики $\lambda(t)$ и $f(t)$ теоретических законов распределения наработки до отказа.

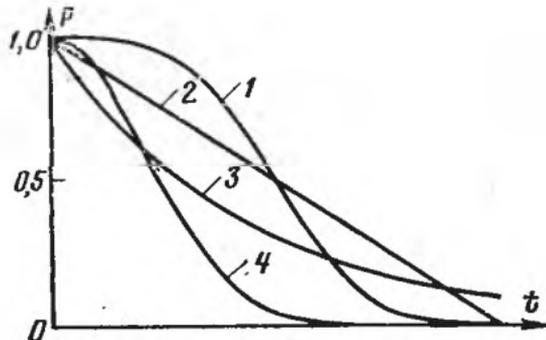
Распределения: а — нормальное [усеченное на интервале $(0, \infty)$]; б — равномерной плотности; в — показательное; г — Релея.

Оба пути имеют достоинства и недостатки. Исторически сложилось, что вероятностные методы исследования в основном развиваются по пути использования теоретических распределений.

В качестве теоретических распределений наработки до отказа могут быть использованы любые применяемые в теории вероятностей непрерывные распределения. В принципе можно взять любую кривую, площадь под которой равна единице, и использовать ее в качестве кривой распределения случайной величины.

Рис. 1-6. Графики функций надежности.

Распределения: 1 — нормальное усеченное на интервале $(0, \infty)$; 2 — равномерной плотности; 3 — показательное; 4 — Релея.



На рис. 1-5 приведены графики $f(t)$ и $\lambda(t)$ для четырех наиболее часто употребляемых в теории вероятностей распределений, а соответствующие функции надежности — на рис. 1-6

а) Показательное (экспоненциальное) распределение

При показательном распределении наработки до отказа

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t); p(t) = \exp(-\lambda t);$$

$$\lambda = \text{const}; m_t = 1/\lambda.$$

Дисперсия наработки до отказа

$$\sigma^2_t = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Показательное распределение применяется чаще других при исследовании надежности изделий. Это объясняется рядом причин.

Во-первых, показательное распределение наработки до отказа типично для сложных объектов, состоящих из многих элементов с различными распределениями наработки до отказа. Кроме того, для некоторых объектов можно устранить повышенную интенсивность отказов в начальный период эксплуатации применением тренировки. Если в процессе эксплуатации этих объектов нет периода значительного износа, то интенсивность отказов можно приближенно считать постоянной.

Во-вторых, при постоянных интенсивностях отказов изделий получаются очень простые формулы для расчета надежности. Это связано с тем, что при $\lambda = \text{const}$ вероятность безотказной работы в течение заданной наработки Δt не зависит от суммарной наработки.

В-третьих, при ограниченных экспериментальных данных трудно обнаружить значительные отклонения от гипотезы $\lambda = \text{const}$, даже если и имеется возможная нестационарность $\lambda(t)$. Если экспериментальных данных недостаточно, чтобы выявить истинный характер нестационарности $\lambda(t)$, принимают в качестве первого приближения $\lambda = \text{const}$.

б) Усеченное нормальное распределение

При нормальном (гауссовом) распределении случайной величины она может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Поскольку возможные значения случайной наработки до отказа T

могут быть только положительными, распределение T может быть лишь усеченным нормальным.

Усеченным нормальным распределением случайной величины называется распределение, получаемое из нормального при ограничении интервала возможных значений этой величины. Так как возможные значения случайной величины T ограничены интервалом (t_1, t_2) , то плотность усеченного распределения

$$\bar{f}(t) = cf(t), \quad (1-15)$$

где

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2} \right]$$

— плотность неусеченного распределения; c — нормирующий множитель, находимый из условия, что площадь под кривой распределения равна единице, т. е. $c = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = 1$, или

$$c = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}. \quad (1-16)$$

Подставив в (1-16) выражение для $f(t)$ и применив подстановку

$$u = \frac{t - m_t}{\sigma_t},$$

где m_t, σ_t — среднее значение и среднее квадратическое отклонение неусеченного распределения, после преобразования получим:

$$c = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)}, \quad (1-17)$$

где

$$u_1 = \frac{t_1 - m_t}{\sigma_t}; \quad u_2 = \frac{t_2 - m_t}{\sigma_t};$$

$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp \left(-\frac{v^2}{2} \right) dv$ — нормированная функция Лапласа.

Таблица значений этой функции приведена в приложении II. Функция надежности

$$\bar{p}(t) = c \left[0,5 - \Phi \left(\frac{t - m_t}{\sigma_t} \right) \right]. \quad (1-18)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{\bar{f}(t)}{\bar{p}(t)} = \frac{\frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2} \right]}{0,5 - \Phi \left(\frac{t - m_t}{\sigma_t} \right)}.$$

Найдем формулы для числовых характеристик усеченного нормального распределения: математического ожидания наработки до отказа \bar{m}_t и дисперсии наработки до отказа $\bar{\sigma}^2_t$. Согласно определениям этих характеристик имеем:

$$\bar{m}_t = \frac{c}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} t \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma^2_t} \right] dt; \quad (1-19)$$

$$\bar{\sigma}^2_t = \frac{c}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} (t - \bar{m}_t)^2 \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma^2_t} \right] dt. \quad (1-20)$$

Проведя преобразования, получим:

$$\bar{m}_t = m_t - \sigma_t k; \quad (1-21)$$

$$\bar{\sigma}^2_t = \sigma^2_t \left\{ 1 - k^2 - \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[u_2 \exp \left(-\frac{u_2^2}{2} \right) - u_1 \exp \left(-\frac{u_1^2}{2} \right) \right] \right\}, \quad (1-22)$$

где

$$k = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[\exp \left(-\frac{u_2^2}{2} \right) - \exp \left(-\frac{u_1^2}{2} \right) \right]. \quad (1-23)$$

Когда возможные значения случайной величины T лежат в интервале $(0, \infty)$, из формул (1-17), (1-19)—(1-23) получаем:

$$c = c_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi \left(\frac{m_t}{\sigma_t} \right)}; \quad (1-24)$$

$$\bar{m}_t = m_t + \sigma_t k_0; \quad (1-25)$$

$$\bar{\sigma}^2_t = \sigma^2_t \left[1 - k_0^2 - k_0 \frac{m_t}{\sigma_t} \right], \quad (1-26)$$

где

$$k_0 = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{m_t}{\sigma_t} \right)^2 \right]. \quad (1-27)$$

На рис. 1-7 приведены зависимости отношений числовых характеристик усеченного и неусеченного нормального распределений и значения нормирующего множителя c_0 от отношения m_t/σ_t . Из рис. 1-7 следует, что при $m_t/\sigma_t > 2$, что обычно и имеет место на практике при употреблении нормального распределения, значение c_0 очень мало отличается от единицы и $\bar{m}_t \approx m_t$, $\bar{\sigma}_t \approx \sigma_t$. Поэтому в дальнейшем не будем добавлять термин «усеченное» к названию «нормальное распределение наработки до отказа». Необходимо отметить, что вопреки распространенному мнению при отказах элементов за счет износа распределение наработки до отказа будет далеко не всегда нормальным. Необходимым условием нормального распределения наработки до отказа является малый разброс значений скорости износа элементов.

Ввиду большого теоретического и прикладного значения нормального распределения его стараются иногда применить и при явно несимметричных распределениях наработки до отказа. Для этого подбирают некоторую функцию случайной наработки до отказа, например $\lg T$, T^2 и т. д., приближенно следующую нормальному закону. Например, довольно часто используется логарифмически

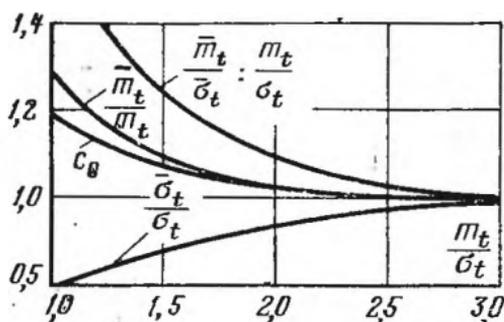


Рис. 1-7. Зависимость отношений числовых характеристик усеченного и неусеченного нормального распределения и нормирующего множителя c_0 от отношения m_t/σ_t . (Черта над $\bar{m}_t, \bar{\sigma}_t$ означает, что эти характеристики относятся к усеченному распределению.)

нормальное распределение усталостной долговечности, при котором предполагается, что логарифм числа циклов нагрузки до разрушения образца распределен по нормальному закону.

в) Распределение Релея

Для распределения Релея

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right);$$

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right); \quad \lambda(t) = \frac{t}{\sigma^2}.$$

Параметр распределения Релея, обычно обозначаемый σ , является модой этого распределения. Его не нужно смешивать со средним квадратическим отклонением σ_t . Для распределения Релея математическое ожидание

$$m_t = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1,253\sigma,$$

а дисперсия

$$\sigma^2_t = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 = 0,4292\sigma^2.$$

г) Гамма-распределение

Плотность гамма-распределения

$$f(t) = \frac{\lambda_0^r}{\Gamma(r)} t^{r-1} \exp(-\lambda_0 t), \quad (1-28)$$

где

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} u^{r-1} e^{-u} du$$

— гамма-функция.

В теории надежности гамма-распределение обычно используется при целом r . При $r=1$ получается показательное распределение. В данном случае показательное распределение — это распределение наработки до первого отказа. При целом $r > 1$ гамма-распределение является распределением суммы r независимых случайных величин, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром $\lambda_0 = 1/m_{t_0}$. Гамма-распределение при целом r иногда называют распределением Эрланга. Для такого распределения

$$f(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} \exp(-\lambda_0 t); \quad (1-29)$$

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}; \quad (1-30)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \quad (1-31)$$

Математическое ожидание наработки до отказа

$$m_t = \frac{r}{\lambda_0},$$

дисперсия

$$\sigma^2 t = \frac{r}{\lambda_0^2}.$$

Графики гамма-распределения приведены на рис. 1-8.

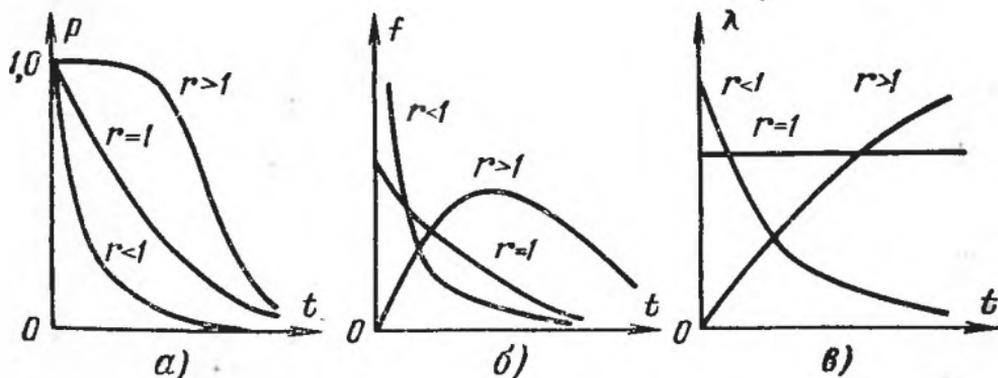


Рис. 1-8. Графики гамма-распределения.

а — функции надежности; б — кривые распределения наработки до появления r отказов; в — интенсивности отказов.

При больших r гамма-распределение сходится к нормальному распределению с параметрами

$$m_{t_0} = r m_t; \quad \sigma^2_{t_0} = r \sigma^2_t.$$

В качестве примера использования гамма-распределения представим себе резервированную систему, состоящую из r одинаковых

элементов, причем под нагрузкой находится один элемент, а остальные поочередно автоматически включаются в работу после отказа работающего элемента. При показательном распределении наработки до отказа элементов суммарная наработка системы будет подчинена гамма-распределению.

д) Распределение Вейбулла

Кривые этого распределения приведены на рис. 1-9. Плотность распределения Вейбулла равна:

$$f(t) = kvt^{\nu-1} \exp(-kt)^\nu. \quad (1-32)$$

Распределение Вейбулла имеет два параметра: k и ν . Параметр k определяет масштаб; при его изменении кривая распределения сжимается или растягивается.

При $\nu=1$ распределение Вейбулла превращается в показательное распределение. Обычно значения ν выбираются в пределах от 1 до 2.

Для распределения Вейбулла функция надежности $p(t)$ и интенсивность отказов $\lambda(t)$ выражаются формулами:

$$p(t) = \exp(-kt^\nu); \quad (1-33)$$

$$\lambda(t) = k\nu t^{\nu-1}. \quad (1-34)$$

Математическое ожидание наработки отказа

$$m_t = k^{-\frac{1}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right),$$

где

$$\Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right) = \int_0^{\infty} u^{\frac{1}{\nu}} e^{-u} du$$

— гамма-функция.

Распределение Вейбулла иногда используется для описания надежности шариковых подшипников и некоторых типов электронных ламп ($\nu = 1,4 \div 1,7$).

Более подробные сведения об упомянутых ранее теоретических распределениях можно найти в соответствующих курсах теории вероятности.

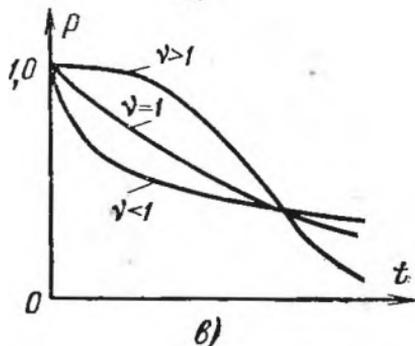
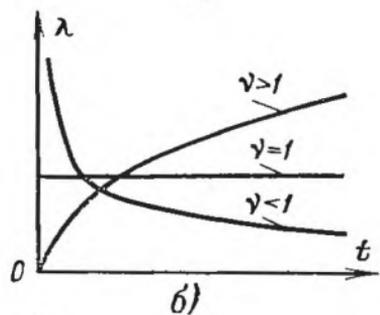
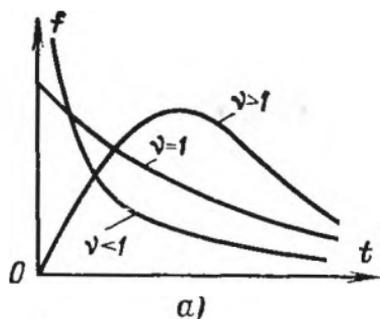


Рис. 1-9. Графики распределения Вейбулла при $k=1$.
а — кривые распределения; б — интенсивности отказов; в — функции надежности.

е) Треугольное распределение

Треугольное распределение в общих курсах теории вероятностей не рассматривается. Это распределение характеризует случайные величины, имеющие ограниченную область возможных значений (t_H, t_K). Положение и форму треугольного распределения характеризуют три параметра: t_H, t_K — границы области возможных значений; t_M — мода (рис. 1-10).

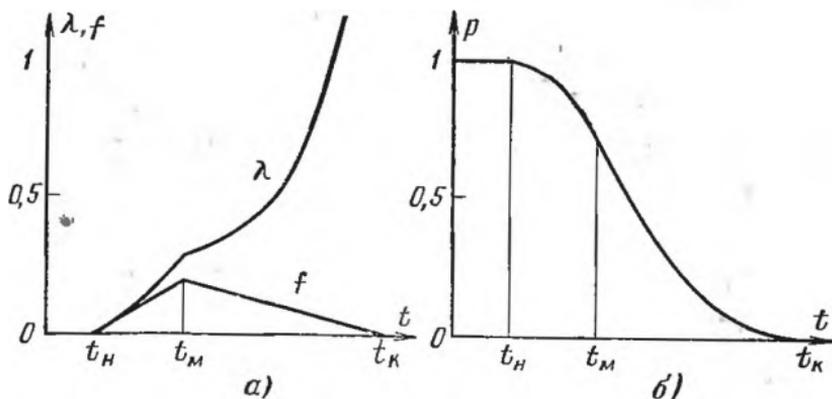


Рис. 1-10. Треугольное распределение случайной величины.
а — графики плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$; б — график функции надежности $p(t)$.

Если обозначить значение плотности распределения в точке моды $f(t_M) = h$, то

$$\frac{1}{2} h (t_K - t_H) = 1.$$

Плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2(t-t_H)}{(t_K-t_H)(t_M-t_H)} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M; \\ \frac{2(t_K-t)}{(t_K-t_H)(t_K-t_M)} & \text{при } t_M \leq t \leq t_K. \end{cases}$$

Функция надежности

$$p(t) = \begin{cases} 1 - \frac{(t-t_H)^2}{(t_K-t_H)(t_M-t_H)} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M; \\ \frac{(t_K-t)^2}{(t_K-t_H)(t_K-t_M)} & \text{при } t_M \leq t \leq t_K. \end{cases}$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \begin{cases} \frac{2(t-t_H)}{(t_K-t_H)(t_M-t_H) - (t-t_H)^2} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M; \\ \frac{2}{t_K-t} & \text{при } t_M \leq t \leq t_K. \end{cases}$$

В некоторых задачах удобно использовать в качестве параметров распределения также скорости изменения плотности распределения

$$\gamma_1 = \frac{h}{t_M - t_H} = \frac{2}{(t_K - t_H)(t_M - t_K)} \text{ при } t_H \leq t \leq t_M;$$

$$\gamma_2 = \frac{h}{t_K - t_M} = \frac{2}{(t_K - t_H)(t_K - t_M)} \text{ при } t_M \leq t \leq t_K.$$

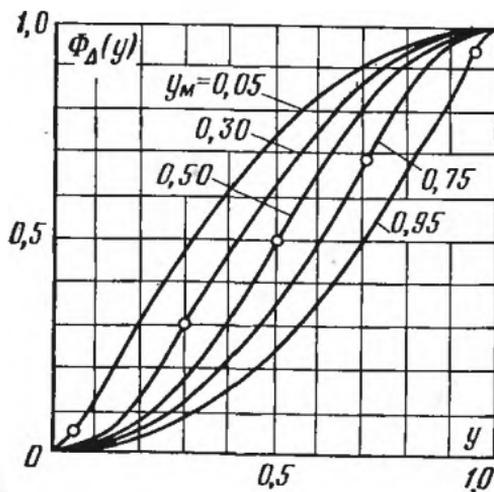


Рис. 1-11. Значения нормированной функции распределения $\Phi_{\Delta}(y)$.

Точками на кривых отмечены значения $\Phi_{\Delta}(y) = y_M$.

Медиана t_{Me} треугольного распределения может быть найдена из уравнения

$$p(t_{Me}) = \frac{1}{2},$$

в результате решения которого получим:

$$t_{Me} = t_K - \frac{1}{2} \sqrt{2(t_K - t_H)(t_K - t_M)}.$$

Математическое ожидание

$$m_t = \int_{t_H}^{t_K} t f(t) dt =$$

$$= \frac{1}{3} (t_H + t_M + t_K). \quad (1-35)$$

Применив подстановку

$$y = \frac{t - t_H}{t_K - t_H},$$

можно перейти к нормированному треугольному распределению. При этом t_H соответствует $y_H = 0$, t_K соответствует $y_K = 1$. Обозначив

$$y_M = \frac{t_M - t_H}{t_K - t_H}; \quad y_{Me} = \frac{t_{Me} - t_H}{t_K - t_H}; \quad m_y = \frac{m_t - t_H}{t_K - t_H},$$

после преобразований получим:

$$y_{Me} = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{2(1 - y_M)}; \quad m_y = \frac{1}{3} (1 + y_M).$$

Функция надежности может быть выражена через вспомогательную функцию $\Phi_{\Delta}(y)$ следующим образом:

$$p(t) = 1 - \Phi_{\Delta}(y), \quad (1-35)$$

де

$$\Phi_{\Delta}(y) = \begin{cases} \frac{y^2}{y_M} & \text{при } 0 \leq y \leq y_M; \\ y_M + \frac{(y - y_M)(2 - y - y_M)}{1 - y_M} & \text{при } y_M \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (1-37)$$

— нормированная функция распределения, а

$$y = \frac{t - t_H}{t_K - t_H}.$$

Таблица 1-1

y	y _M											
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	
0,05	0,050	0,025	0,012	0,008	0,007	0,005	0,004	0,034	0,003	0,003	0,003	0,003
0,10	0,147	0,100	0,050	0,033	0,025	0,020	0,017	0,014	0,013	0,011	0,011	0,011
0,20	0,326	0,289	0,200	0,133	0,100	0,080	0,067	0,057	0,050	0,044	0,042	0,042
0,30	0,484	0,456	0,387	0,300	0,225	0,180	0,150	0,129	0,113	0,100	0,095	0,095
0,40	0,621	0,600	0,550	0,486	0,400	0,320	0,267	0,229	0,200	0,178	0,168	0,168
0,50	0,737	0,722	0,688	0,643	0,583	0,500	0,417	0,357	0,313	0,278	0,263	0,263
0,60	0,832	0,822	0,800	0,771	0,733	0,680	0,600	0,514	0,450	0,400	0,379	0,379
0,70	0,905	0,900	0,888	0,871	0,850	0,820	0,775	0,700	0,613	0,544	0,516	0,516
0,80	0,978	0,959	0,950	0,943	0,933	0,920	0,900	0,867	0,800	0,711	0,674	0,674
0,90	0,989	0,989	0,987	0,986	0,983	0,980	0,975	0,957	0,950	0,900	0,853	0,853
0,95	0,997	0,997	0,997	0,996	0,996	0,995	0,993	0,992	0,988	0,975	0,950	0,950

На рис. 1-11 приведены графики $\Phi_{\Delta}(y)$ при различных значениях параметра y_M . Значения функции $\Phi_{\Delta}(y)$ надежности, соответствующие определенным t_H , t_M , t_K , можно также вычислить по табл. 1-1.

ж) Сумма (суперпозиция) распределений

Чтобы получить теоретическое распределение, близкое к экспериментальному, иногда применяют следующий прием. Плотность распределения наработки до отказа считается равной сумме:

$$f(t) = c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t),$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$ — теоретические распределения определенного вида; c_1 , c_2 — коэффициенты веса, учитывающие влияние различных слагаемых: $c_1 + c_2 = 1$.

Рассмотрим в качестве примера сумму (суперпозицию) двух показательных распределений:

$$f(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

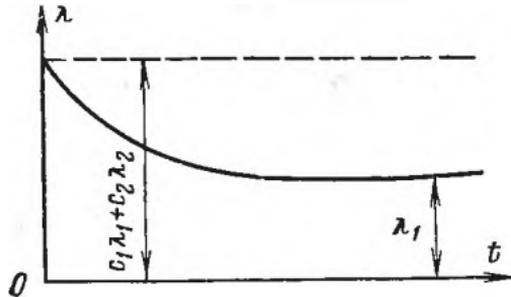
Для этого случая имеем:

$$p(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t};$$

$$\lambda(t) = \frac{c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}.$$

Соответствующий график $\lambda(t)$ приведен на рис. 1-12.

Рис. 1-12. График $\lambda(t)$ для суммы (суперпозиции) двух показательных распределений.



Средняя наработка до отказа

$$m_t = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

Пусть для определенности $\lambda_2 > \lambda_1$. Тогда для очень больших $t \rightarrow \infty$ члены, содержащие $e^{-\lambda_2 t}$, малы и $\lambda(t) \rightarrow \lambda_1$. При малых t значения $e^{-\lambda_1 t}$ и $e^{-\lambda_2 t}$ близки к единице и

$$\lambda(t) \approx c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2.$$

з) О выборе типа теоретического распределения наработки до отказа

В настоящее время нет понятного физического толкования происхождения применяемых распределений наработки до отказа.

Вместе с тем во многих случаях за время эксплуатации или испытаний на надежность успевает отказать лишь незначительная часть первоначально имевшихся объектов. Полученным статистическим данным соответствует левая ветвь экспериментального распределения. Поэтому значения числовых характеристик, найденные в результате обработки опытных данных, сильно зависят от типа предполагаемого распределения наработки до отказа. Например, при различных предположениях о виде распределения наработки до отказа значения средней наработки до отказа объектов, вычисленные по одним и тем же опытным данным, могут отличаться в сотни раз. Соответствующий пример приведен в [66].

Для выбора типа теоретического распределения наработки до отказа целесообразно использовать информацию об изменениях в объектах перед возникновением отказов. Для этого необходимо знать, в результате каких физических процессов появляется соответствующее распределение. Иначе говоря, выбранному теоретическому распределению наработки до отказа должна соответствовать определенная модель приближения объекта к отказу. Желательно, чтобы эти модели были физическими, т. е. обобщали основные особенности физических процессов приближения к отказам (а также допускали возможность воспроизведения этих процессов в лаборатории).

Такую оговорку приходится делать потому, что в последние годы при рассмотрении математических вопросов надежности используют модели, которые условно можно назвать вероятностными. Например, может вводиться предположение о вероятности отказа отдельных частей объектов, а не об изменении физических параметров. Существуют и другие вероятностные модели развития отказов. Эти модели несколько не облегчают выбор типа теоретического распределения наработки до отказа. Для осуществления такого выбора необходимы сведения о физических процессах приближения к отказам (см. гл. 8 и 9).

1-4. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ РЕМОНТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ, НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Показатели надежности таких объектов вычисляются по наработке.

Суммарная наработка до возникновения n -го отказа равна:

$$T_n = T^{(1)} + T^{(2)} + \dots + T^{(n)},$$

где $T^{(i)}$ — наработка между $(i-1)$ -м и i -м отказами.

Возможны два пути оценки надежности ремонтируемых объектов:

- 1) вычисление характеристик потока отказов;
- 2) вычисление условных распределений наработки между отказами.

Первый путь в настоящее время является общепринятым. Рассматриваются потоки случайных событий, каждое из которых состоит в появлении отказа объекта. Поток отказов можно характеризовать ведущей функцией потока $\Omega(t)$ — математическим ожиданием числа отказов на интервале $(0, t)$. Однако чаще в качестве показателя надежности используют параметр потока отказов — плотность вероятности возникновения отказа ремонтируемого объекта, определяемую для рассматриваемого момента суммарной наработки. Это определение нуждается в пояснении.

В теории массового обслуживания при изучении потоков событий применяют две характеристики: интенсивность потока событий

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{d\Omega(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t + \Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k P_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t}; \end{aligned} \quad (1-38)$$

параметр потока событий

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} P_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t}, \quad (1-39)$$

где $P_k(t, t + \Delta t)$ — вероятность появления ровно k событий на интервале $(t, t + \Delta t)$.

Потоки отказов являются ординарными и потоками, т. е. вероятность совмещения в один и тот же момент двух и более отказов пренебрежимо мала. Иначе говоря,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=2}^{\infty} P_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = 0.$$

Для ординарных потоков отказов выражения (1-38) и (1-39) упрощаются, интенсивность и параметр потока отказов совпадают:

$$\omega(t) = a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t} + o(\Delta t),$$

где $P_1(t, t + \Delta t)$ — вероятность появления одного отказа на интервале $(t, t + \Delta t)$; $o(\Delta t)$ — бесконечно малая величина более высокого порядка малости, чем Δt [вероятность появления двух и более отказов на интервале $(t, t + \Delta t)$].

Чтобы не смешивать с интенсивностью отказов ремонтируемых изделий, применяют термин «параметр потока отказов».

Обычно рассматривают две математические модели случайных потоков отказов.

1. Количественное описание ординарных потоков отказов является наиболее простым при отсутствии последствия, когда вероятность появления отказов объектов в любом интервале наработки (t_1, t_2) не зависит от появления отказов в других интервалах наработки, не пересекающихся с рассматриваемым интервалом.

Для ординарных без последствия (пуассоновских) потоков отказов вероятность безотказной работы объекта на интервале (t_1, t_2)

$$\tilde{p}(t_1, t_2) = \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt \right]. \quad (1-40)$$

Принято считать, что пуассоновский поток отказов характерен для сложных нерезервированных систем, состоящих из высоконадежных элементов, потоки отказов которых являются независимыми. Если система «хорошо спроектирована», то нет отдельных малонадежных элементов, значения параметра потока отказов которых соизмеримы со значениями параметра потока отказов всей

системы. Для такой системы появление отказов на одном интервале наработки почти не влияет на вероятность появления какого-либо числа отказов на другом интервале, не пересекающемся с первым.

При стационарном ($\omega = \text{const}$) потоке отказов без последствия вероятность безотказной работы на интервале Δt

$$\tilde{p}(\Delta t) = \exp(-\omega \Delta t).$$

2. Иногда допущение об отсутствии последствия является слишком грубым. Тогда в качестве моделей реальных потоков отказов могут рассматриваться потоки отказов с ограниченным последствием, в которых значения наработки между последовательными отказами являются независимыми случайными величинами. Ограниченное последствие проявляется в том, что вероятность появления отказа за наработку (t_1, t_2) зависит от наработки, накопленной от последнего отказа, и не зависит от того, когда произошли предыдущие отказы.

Если случайные величины наработки между отказами одинаково распределены и независимы, то параметр потока отказов связан с плотностью распределения наработки между отказами $f(t)$ уравнением

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t f(t-\tau) \omega(\tau) d\tau. \quad (1-41)$$

Это уравнение может быть получено путем следующих рассуждений. Пусть при отказе объекта он мгновенно восстанавливается, приобретая свойства нового объекта (или заменяется на новый). Среднее количество отказов (замен) n на интервале $(t, t+dt)$ пропорционально числу N находящихся под наблюдением объектов и продолжительности интервала наработки dt :

$$n = N\omega(t) dt = n_1 + n_2,$$

где n_1 — количество отказов объектов из числа безотказно проработавших интервал $(0, t)$; n_2 — количество отказов объектов из числа уже отказавших ранее.

Очевидно, что

$$n_1 = Nf(t) dt.$$

Для определения среднего количества отказов объектов из числа уже отказавших ранее возьмем малый интервал наработки $(\tau, \tau+dt)$, предшествующий t . В течение

ние этого интервала отказало и заменено на новые $N\omega(\tau)d\tau$ объектов. Из них на интервале $(t, t+dt)$ будут вновь заменены $[N\omega(\tau)d\tau]f(t-\tau)dt$. Суммируя по всем τ от 0 до t , получаем, что всего из числа уже отказавших (смененных) до момента времени t объектов вновь откажут на интервале $(t, t+dt)$

$$n_2 = Ndt \int_0^t \omega(\tau) f(t-\tau) d\tau.$$

Общее среднее количество отказов на интервале наработки $(t, t+dt)$

$$N dt \omega(t) = N dt \left[f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t-\tau) d\tau \right].$$

При сокращении на $N dt$ получаем уравнение (1-41).

Таким образом, параметр потока отказов связан с плотностью распределения наработки между отказами интегральным уравнением Вольтерра второго рода с разностным ядром. Это уравнение не всегда удается решить в конечном виде. В некоторых случаях удобно искать решение, пользуясь преобразованием Лапласа. При этом

$$\omega^0(s) = \frac{f^0(s)}{1 - f^0(s)},$$

где $\omega^0(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \omega(t) dt$ — преобразование Лапласа функции $\omega(t)$; $f^0(s)$ — преобразование Лапласа функции $f(t)$.

В общем случае уравнение (1-41) интегрируется численно. При этом можно использовать метод последовательных приближений. Согласно этому методу производятся последовательные вычисления по формуле

$$\omega_{i+1}(t) = f(t) + \int_0^t f(t-\tau) \omega_i(\tau) d\tau$$

до тех пор, пока значения $\omega_i(t)$ и $\omega_{i+1}(t)$ станут практически совпадать. В качестве нулевого приближения удобно брать интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Если наработка между отказами имеет показательное распределение $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$, то $\omega = \lambda = \text{const}$.

В технических заданиях на проектируемые объекты часто используют средний показатель

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \omega(t) dt,$$

где t_p — технический ресурс объекта.

Если при $t \rightarrow \infty$ плотность распределения наработки до отказа $f(t) \rightarrow 0$, то существует установившееся значение параметра потока отказов

$$\bar{\omega} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{1}{\tilde{m}_t}, \quad (1-42)$$

где \tilde{m}_t — наработка на отказ ремонтируемого объекта (в рассматриваемом случае совпадает со средней наработкой до отказа $\tilde{m}_t = m_t$).

В общем случае наработка на отказ \tilde{m}_t — отношение наработки ремонтируемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Часто \tilde{m}_t используется в качестве самостоятельного показателя надежности. Если наработка выражается в единицах времени, то может применяться термин «среднее время безотказной работы».

При нормальном распределении наработки между отказами параметр потока отказов

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi n}} \exp \left[-\frac{(t - nm_t)^2}{2n\sigma_t^2} \right],$$

где m_t, σ_t — среднее значение и среднее квадратическое отклонение наработки между отказами.

На рис. 1-13 значения параметра потока отказов совершают ряд колебаний, прежде чем станут равными $\bar{\omega} = 1/m_t$. Продолжительность этого колебательного процесса обратно пропорциональна среднему квадратическому отклонению наработки между отказами σ_t . Чем меньше σ_t , тем определеннее отказы группируются около средних значений m_t и тем большая суммарная наработка должна накопиться, прежде чем сравняются условия появления отказов. При $\sigma_t = 0$ отказы происходят регулярно, и установившееся значение $\bar{\omega}$ вообще не достигается.

Таким образом, если рассматриваемый интервал наработки выбран достаточно далеко от начала эксплуатации объектов данного типа, то параметр потока отказов можно считать стационарным.

Начальные (при $t=0$) и установившиеся (при $t \rightarrow \infty$) значения параметра потока отказов при некоторых наиболее употребительных распределениях наработки между отказами приведены в табл. 1-2.

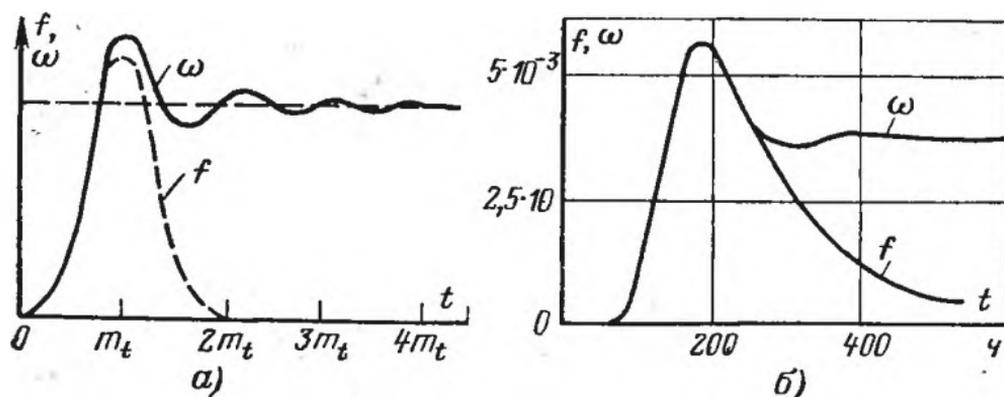


Рис. 1-13. Параметр потока отказов объектов.

a — при нормальном распределении; *b* — при альфа-распределении наработки до отказа ($\alpha=2$, $\beta=500$ ч).

Вычисление условных распределений наработки между отказами становится необходимым при наличии в потоке отказов значительного последействия. Такой путь оценки надежности может применяться для изнашивающихся ремонтируемых объектов. Он появился в результате рассмотрения особенностей эксплуатации таких объектов. Эти особенности не учитываются при рассмотрении потоков отказов без последействия и с ограниченным последействием.

Многие типы ремонтируемых объектов за время эксплуатации отказывают ограниченное число раз (не более трех — пяти). Некоторые экземпляры объектов могут вообще не отказывать в течение ресурса (срока службы). Если конкретный экземпляр объекта начинает часто отказывать, его снимают с эксплуатации.

Отличительной особенностью изнашивающихся ремонтируемых объектов является наличие коррелированных отказов. Иначе говоря, наработка между i -м и $(i+1)$ -м отказами коррелирована с наработкой до i -го отказа. При этом распределение наработки между отка-

зами все время изменяется по мере износа объектов. Любая профилактика, любой ремонт вызывают изменение корреляции между отказами. Поэтому целесообразно технический ресурс (срок службы) объектов разделить на периоды между крупными профилактическими мероприятиями и вычислять для каждого периода свои показатели надежности.

Таблица 1-2

Наименование распределения	Параметры распределения	Начальное значение	Установившееся значение
Показательное	λ	λ	λ
Нормальное	m_t, σ_t	0	$1/m_t$, где m_t определяется согласно § 1-3
Релея	σ	0	$\frac{0,797}{\sigma}$
Гамма-распределение	r, m_{t_0}	0	$1/rm_{t_0}$
Альфа-распределение (см. § 8-3)	α, β	0	$\sim \frac{\alpha^3}{\beta(\alpha^2 + 1)}$
χ^2 -квадрат-распределение	u	0	$1/u$
Вейбулла	k, ν	0	$\frac{1}{k^{\frac{1}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right)}$
Суперпозиция показательных распределений	$\lambda_1, \lambda_2, C_1, C_2$	$C_1\lambda_1 + \lambda_2 C_2$	$\frac{\lambda_1\lambda_2}{C_1\lambda_2 + C_2\lambda_1}$

При вычислении условных распределений наработки между отказами можно отсчитывать наработку от момента окончания соответствующего ремонта или крупного профилактического мероприятия.

Показатели надежности в рассматриваемом случае те же, что и для неремонтируемых объектов, но они яв-

ляются условными, т. е. вычисляются при условии, что произошло определенное число отказов. Эти показатели надежности характеризуют распределение случайной величины — наработки между i -м и $(i+1)$ -м отказами.

Если с увеличением суммарной наработки наблюдаются все более серьезные отказы, то иногда целесообразно рассматривать ремонтируемый объект как неремонтируемый и находить несколько распределений наработки до отказа, соответствующих различным определениям неработоспособного состояния, например:

- распределение наработки до первого отказа;
- распределение наработки до мелкого ремонта;
- распределение наработки до среднего ремонта;
- распределение наработки до капитального ремонта

и т. д.

1-5. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ РЕМОНТИРУЕМЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ПРИМЕНЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Показатели надежности таких объектов вычисляются лишь в календарном времени.

Восстанавливаемые в процессе применения ремонтируемые объекты можно разделить на две группы.

К первой группе относятся объекты, для которых в течение заданного времени работы допускаются отказы и вызванные ими кратковременные перерывы в работе. Для объектов этой группы большое значение имеет свойство готовности — способности находиться в процессе эксплуатации максимальное время в работоспособном и готовом к применению состоянии.

Ко второй группе относятся объекты, отказы которых в течение заданного времени недопустимы. Если в этих объектах (системах) имеются избыточные элементы, то при отказах некоторых из них объект остается работоспособным и можно проводить ремонт отказавших элементов во время выполнения задачи.

Один и тот же объект может быть отнесен к разным группам в зависимости от режима его применения.

Рассмотрим процесс эксплуатации объектов первой группы (рис. 1-14). После отказа (отмечен крестиком) объект некоторое время находится в неработоспособном

состоянии, т. е. ремонтируется. В результате ремонта объект приводят в работоспособное состояние. Возможные периоды выключения объекта, когда он не отказывает и не восстанавливается, исключаются из рассмотрения.

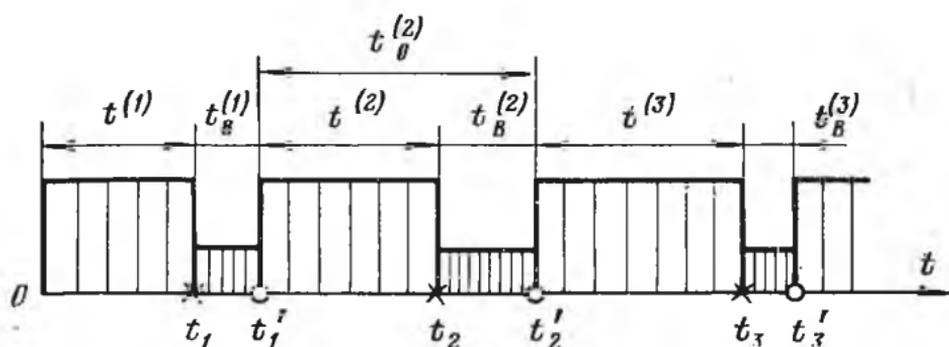


Рис. 1-14. Реализация случайного процесса эксплуатации ремонтируемого восстанавливаемого объекта первой группы.

$t^{(1)}, \dots, t^{(n)}$ — значения времени работы между отказами; $t_B^{(1)}, \dots, t_B^{(n)}$ — значения времени восстановления (ремонта); $t_0^{(i)}$ — значение времени между $(i-1)$ -м и i -м восстановлениями; t_1, \dots, t_n — моменты времени появления отказов (обозначены крестиками); t_1', \dots, t_n' — моменты времени восстановления (обозначены кружками).

Таким образом, для первой группы объектов в процессе эксплуатации чередуются случайные периоды времени безотказной работы $T^{(i)}$ и времени восстановления (ремонта) $T_B^{(i)}$. Обычно полагают, что случайные величины $T^{(i)}$ имеют одинаковые распределения (аналогично и $T_B^{(i)}$). Случайное время между очередными восстановлениями (обозначены кружками) равно:

$$T_0^{(i)} = T^{(i)} + T_B^{(i)}.$$

Если случайные величины T и T_B независимы, то плотность распределения их суммы T_0 по известному из теории вероятностей правилу о композиции распределений равна:

$$f_0(t) = \int_0^t f(x) g(t-x) dx, \quad (1-43)$$

где $f(t)$ — плотность распределения времени безотказной работы; $g(t)$ — плотность распределения времени восстановления (ремонта) объекта.

По аналогии с ремонтируемыми невозстанавливаемыми объектами можно рассматривать поток восстановлений с параметром

$$\omega_0(t) = f_0(t) + \int_0^t \omega_0(\tau) f_0(t - \tau) d\tau, \quad (1-44)$$

где $f_0(t)$ — плотность распределения времени между очередными восстановлениями.

Параметр потока восстановлений $\omega_0(t)$ и плотность $f_{0n}(t)$ распределения времени до появления n -го восстановления (это время равно сумме $T^{(i)}_0$) связаны соотношением

$$\omega_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(t). \quad (1-45)$$

Надежность объектов первой группы может быть оценена при помощи мгновенных и числовых показателей. Одним из мгновенных показателей является параметр потока восстановлений $\omega_0(t)$. Однако обычно применяют вероятность $\Gamma(t_i)$ застать объект работоспособным (готовым к применению) в момент времени t_i либо вероятность $\Pi(t_i) = 1 - \Gamma(t_i)$ того, что объект в момент времени t_i будет неработоспособным (будет находиться в состоянии вынужденного простоя). Зависимость $\Gamma(t)$ называется функцией готовности.

Как $\Gamma(t_i)$, так и $\Pi(t_i)$ находятся в предположении, что при $t=0$ объект работоспособен, т. е. $\Gamma(0) = 1$, $\Pi(0) = 0$.

Объект может находиться в момент времени t в работоспособном состоянии при осуществлении одного из двух несовместных событий:

- 1) объект в течение времени $(0, t)$ не отказал;
- 2) объект отказывал и восстанавливался и после последнего восстановления больше не отказывал.

Вероятность $\Gamma(t)$ застать объект работоспособным в момент времени t равна сумме вероятностей появления указанных событий. Вероятность появления первого события равна вероятности безотказной работы $p(t)$ объекта в течение времени $(0, t)$.

Для определения вероятности появления второго события рассмотрим малый интервал $(\tau, \tau + d\tau)$, предшествующий t . Вероятность того, что на этом интервале закончится последний n -й ремонт и объект больше не

откажет за оставшееся время $(t-\tau)$, равна:

$$f_{0n}(\tau) d\tau p(t-\tau).$$

Суммируя по всем $n=1, 2, \dots$, получаем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(\tau) d\tau p(t-\tau) = \omega_0(\tau) d\tau p(t-\tau),$$

где $\omega_0(\tau)$ — параметр потока восстановлений.

Интегрируя по τ от 0 до t , получаем:

$$\int_0^t p(t-\tau) \omega_0(\tau) d\tau.$$

Таким образом, вероятность застать объект работоспособным в момент времени t

$$\Gamma(t) = p(t) + \int_0^t p(t-\tau) \omega_0(\tau) d\tau. \quad (1-46)$$

Применим к (1-46) узловую теорему восстановления (теорему Смита) [36], согласно которой

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t Q(t-x) d\Omega(x) = \frac{1}{m_{t_0}} \int_0^{\infty} Q(x) dx,$$

где m_{t_0} — математическое ожидание времени между очередными событиями потока; $Q(x)$ — невозрастающая интегрируемая на интервале $(0, \infty)$ функция; $\Omega(x)$ — математическое ожидание числа отказов на интервале $(0, x)$.

Учтем, что математическое ожидание случайной величины $T_0 = T + T_B$ равно $m_t + m_{t_B}$ и что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_0(t) = \frac{1}{m_t + m_{t_B}}.$$

С учетом этого получим:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = \frac{1}{m_t + m_{t_B}} \int_0^{\infty} p(t) dt = \frac{m_t}{m_t + m_{t_B}} = k_r. \quad (1-47)$$

Таким образом, вероятность $\Gamma(t)$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к установившемуся значению k_r , не зависящему от законов распределения случайных величин T и T_B . Вели-

чина k_r часто отождествляется с коэффициентом готовности, который в ГОСТ 13377-75 определяется как вероятность того, что объект окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых использование объекта по назначению не предусматривается.

Согласно (1-47) коэффициент готовности можно понимать как долю времени, в течение которого объект работоспособен, от общего времени эксплуатации объекта.

Учитывая общие свойства процесса восстановления [36], можно отметить особенность процесса приближения $\Gamma(t)$ к установившемуся значению k_r : при фиксированных значениях m_t и m_t стационарный режим наступает тем медленнее, чем меньше дисперсия случайной величины $T_0 = T + T_B$.

Часто используют среднее за срок службы $t_{сл}$ значение коэффициента готовности:

$$\bar{k}_r = \frac{1}{t_{сл}} \int_0^{t_{сл}} \Gamma(t) dt. \quad (1-48)$$

При этом

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{k}_r = k_r.$$

Проведя рассуждения, аналогичные приведенным выше при выводе (1-46), можно получить выражение для определения вероятности $\Gamma(t, t+\tau)$ того, что объект не только окажется работоспособным в момент времени t , но и проработает безотказно на заданном интервале $(t, t+\tau)$ [иногда эту вероятность называют готовностью на промежутке $(t, t+\tau)$ или оперативной готовностью]:

$$\Gamma(t, t+\tau) = p(t+\tau) + \int_0^t p(t+\tau-x) \omega_0(x) dx. \quad (1-49)$$

Функцию готовности $\Gamma(t)$ можно рассматривать как частный случай функции $\Gamma(t, t+\tau)$ при $\tau=0$. При $\tau \rightarrow \infty$ функция $\Gamma(t, t+\tau)$ превращается в условную вероятность безотказной работы объекта, найденную в предположении, что в момент времени t объект работоспособен.

Установившееся значение

$$\begin{aligned} \Gamma_{уст}(\tau) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t, t + \tau) = \frac{1}{m_t + m_{t_B}} \int_{\tau}^{\infty} p(x) dx = \\ &= k_r \frac{1}{m_t} \int_{\tau}^{\infty} p(x) dx. \end{aligned} \quad (1-50)$$

При произвольных законах распределения времени между отказами и времени восстановления решение уравнений (1-49) и (1-50) встречает большие трудности. Могут быть использованы численные методы; иногда оказывается удобным операционный метод.

Наибольшее практическое значение имеет случай, когда время между отказами и время восстановления имеют показательные распределения:

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\lambda t}; & f(t) &= F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \\ G(t) &= 1 - e^{-\mu t}; & g(t) &= G'(t) = \mu e^{-\mu t}, \end{aligned} \right\} \quad (1-51)$$

где μ — интенсивность восстановления.

В результате решения уравнений (1-46) — (1-50) получим:

$$\Gamma(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t]; \quad (1-52)$$

$$k_r = \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{m_t}{m_t + m_{t_B}}; \quad (1-53)$$

$$\Gamma(t, t + \tau) = \left\{ \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t] \right\} \exp(-\lambda\tau); \quad (1-54)$$

$$\Gamma_{уст}(\tau) = k_r \exp(-\lambda\tau). \quad (1-55)$$

Формулы (1-52) — (1-55) в основном и используются при практических расчетах. Чтобы полнее и нагляднее раскрыть смысл коэффициента готовности, получим выражение (1-52), применяя приемы теории массового обслуживания.

При допущениях (1-51) процесс изменения состояний объекта будет марковским (т. е. без последствия) процессом с непрерывным временем и конечным множеством состояний: 0 — объект работоспособен; 1 — объект неработоспособен, находится в ремонте.

Найдем сначала вероятность того, что объект окажется работоспособным в момент времени $t + \Delta t$. Для обозначения вероятностей нахождения в определенных состояниях в момент t будем применять большие буквы $P(t)$ в отличие от вероятности безотказной работы в течение времени от 0 до t , обозначаемой $p(t)$. Искомое событие может быть осуществлено двумя следующими несовместимыми способами:

1) работоспособный к моменту времени t объект останется работоспособным в течение интервала времени $(t, t + \Delta t)$;

2) неработоспособный (находящийся в ремонте) к моменту времени t объект будет восстановлен в течение интервала времени $(t, t + \Delta t)$.

Все остальные возможности имеют вероятность более высокого порядка малости, чем Δt .

Вероятность первого из указанных событий

$$P_0(t) (1 - \lambda \Delta t) + o(\Delta t),$$

где $P_0(t)$ — вероятность застать объект в момент времени t в состоянии 0; $o(\Delta t)$ — бесконечно малая по сравнению с Δt величина.

Так как сумма вероятностей состояний 0 и 1

$$P_0(t) + P_1(t) = 1,$$

то вероятность второго события $[1 - P_0(t)] \mu \Delta t + o(\Delta t)$.

Следовательно, вероятность того, что к моменту времени $(t + \Delta t)$ объект окажется работоспособным,

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t) (1 - \lambda \Delta t) + [1 - P_0(t)] \mu \Delta t + o(\Delta t).$$

Отсюда заключаем, что

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -(\lambda + \mu) P_0(t) + \mu + o(\Delta t).$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ имеем:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda + \mu) P_0(t) + \mu. \quad (1-56)$$

Решив уравнение (1-56) для $P_0(t) = \Gamma(t)$ при $\Gamma(0) = P_0(0) = 1$, получим формулу (1-52).

Если обозначить

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{m_{тв}}{m_t},$$

то формулу (1-53) можно записать в виде

$$k_r = \frac{1}{1 + \rho}; \quad k_n = 1 - k_r = \frac{\rho}{1 + \rho}.$$

Когда $m_t \gg m_{t_B}$, что обычно и бывает на практике,

$$k_n \approx \rho.$$

На рис. 1-15 показана зависимость функции готовности $\Gamma(t)$ от коэффициента $\rho = \lambda/\mu$. При увеличении ρ надежность объекта снижается, но стационарный режим

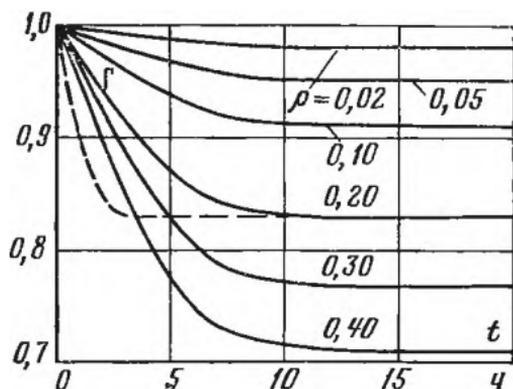


Рис. 1-15. Функции готовности $\Gamma(t)$ при показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления.

устанавливается более быстро. Если формулу (1-52) переписать в виде

$$\Gamma(t) = \frac{1}{1 + \rho} \{1 + \rho \exp[-\mu(1 + \rho)t]\},$$

то наглядно видно, что продолжительность переходного процесса определяется также величиной μ : чем больше μ , тем быстрее наступает стационарное значение. Приводимые на рис. 1-15 графики соответствуют $\mu = 0,2$ 1/ч. Соответствующая зависимость для $\mu = 1,0$ 1/ч при $\rho = 0,2$ проведена на рис. 1-15 пунктиром.

При $\rho \ll 1$ и значительных μ (системы с высоким уровнем безотказности и ремонтпригодности) продолжительность переходного процесса для $\Gamma(t)$ определяется в основном значением μ .

Формулу (1-52) можно преобразовать с учетом того, что

$$\lambda = \frac{1}{\tilde{m}_t}; \quad \mu = \frac{1}{m_{t_B}},$$

и значение k_r определяется формулой (1-53):

$$\Gamma(t) = k_r + (1 - k_r) \exp\left(-\frac{t}{k_r m_{t_B}}\right). \quad (1-57)$$

При $\lambda = \text{const}$, $\mu = \text{const}$ в начальный период эксплуатации объекта значения $\Gamma(t)$ приближенно равны значениям вероятности безотказной работы $p(t)$ на интервале $(0, t)$. В этом можно убедиться, если в формулах для $\Gamma(t)$ и $p(t)$ разложить экспоненты в ряды, в которых оставить лишь линейные члены.

Получим, что при малых t

$$\Gamma(t) \approx p(t) \approx 1 - \frac{t}{m_t}.$$

Чтобы избежать трудоемких вычислений значений $\Gamma(t)$ в нестационарный период, в [13] предложено приближенно считать, что до некоторо-

Рис. 1-16. Зависимости $\Gamma(t)$ и $p(t)$.

го момента времени t_1 , при котором вероятность безотказной работы $p(t_1) = k_r$, значения $\Gamma(t)$ совпадают с $p(t)$, а при $t > t_1$ равны k_r (рис. 1-16). При этом максимальная погрешность будет в точке t_1 , которую найдем из условия

$$\exp\left(-\frac{t_1}{m_t}\right) = \frac{m_t}{m_t + m_{t_b}},$$

откуда

$$t_1 = -m_t \ln k_r.$$

Подставив это значение t_1 в (1-57), получим после преобразований:

$$\Gamma(t_1) = k_r + (1 - k_r) k_r^{\frac{1}{1 - k_r}}.$$

При этом максимальная относительная погрешность вычислений

$$\Delta\Gamma(t_1) = \frac{\Gamma(t_1) - k_r}{\Gamma(t_1)} \cdot 100\% = \frac{(1 - k_r) k_r^{\frac{1}{1 - k_r}}}{k_r + (1 - k_r) k_r^{\frac{1}{1 - k_r}}} \cdot 100\%.$$

Так как обычно $k_r > 0,9$ и близко к единице, то

$$k_r \gg (1 - k_r) k_r \frac{1}{1 - k_r};$$

$$\Delta \Gamma(t) \approx (1 - k_r) k_r \frac{1}{1 - k_r} \cdot 100\%.$$

Для $k_r \geq 0,9$ погрешность невелика (менее 4%) и быстро уменьшается с ростом k_r .

Приведенные на рис. 1-15 и 1-16 зависимости имеют место при $\lambda = \text{const}$, $\mu = \text{const}$. При распределениях времени безотказной работы, отличающихся от показательного, часто существует провал функции готовности на начальном участке, когда $\Gamma(t)$ имеет вид, показанный на рис. 1-17. Можно выделить три характерные точки кривой $\Gamma(t)$ на рис. 1-17: t_1 , t_2 , t_3 .

На участке $(0, t_1)$ функция готовности незначительно отличается от вероятности безотказной работы объекта за время $(0, t_i)$. В тех случаях, когда удается найти границу допустимого приближения, можно считать $\Gamma(t) \approx p(t)$.

В точке t_2 функция $\Gamma(t)$ достигает минимального значения. Величина провала $\Delta \Gamma = k_r - \Gamma(t_2)$ функции готовности зависит от законов распределения времени безотказной работы и времени восстановления. Задача определения $\Gamma(t_2)$ решена аналитически [5] лишь для случая, когда закон распределения времени безотказной работы может быть описан суперпозицией показательных распределений (при этом учитывается наличие периода приработки) и время восстановления распределено по показательному закону. При этом установлено, что более крутому спаду начального участка $\lambda(t)$ соответствует более глубокий провал функции $\Gamma(t)$. Кроме того, значение провала и его длительность увеличиваются при увеличении безотказности системы. Поэтому

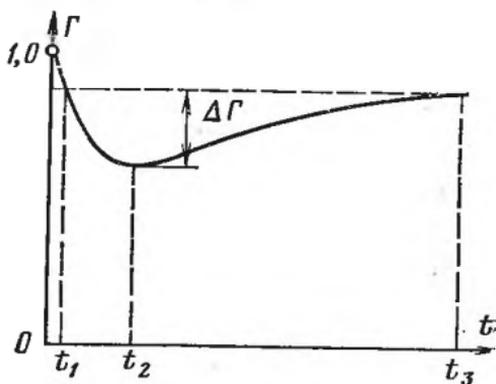


Рис. 1-17. Нестационарный участок функции готовности системы, в которой распределение времени безотказной работы описывается суперпозицией двух показательных распределений.

отрицательное влияние процесса приработки на функцию готовности наиболее сильно проявляется в высоконадежных системах [5].

При нормальном законе распределения времени безотказной работы провал функции готовности увеличивается при уменьшении среднего квадратического отклонения времени безотказной работы.

Значение провала функции готовности может быть значительным, и необходимо предусмотреть специальные мероприятия по его устранению при проектировании и изготовлении объектов. В частности, необходимо тщательно проводить технологические прогоны объектов, чтобы обеспечить стационарность интенсивности отказов в начальный период эксплуатации.

Влияние резервирования на провал функции готовности рассмотрено в § 13-3.

Наряду с коэффициентом готовности часто применяют коэффициент технического использования $k_{т.и}$ — отношение математического ожидания времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени пребывания объекта в работоспособном состоянии, времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и времени ремонтов за тот же период эксплуатации. Очевидно, что всегда $k_{т.и} \leq k_{г}$.

Предположим, что простои могут быть лишь двух видов: аварийные при восстановлении работоспособности объекта после отказа и плановые (профилактические).

Если среднее число отказов за период эксплуатации (t_1, t_2) равно Ω , то общее время эксплуатации состоит из трех слагаемых:

- 1) время нахождения в работоспособном состоянии — продолжительность $\Omega \tilde{m}_t$;
- 2) время нахождения в аварийных ремонтах — продолжительность $\Omega m_{т.в}$;
- 3) время нахождения в плановых ремонтах — продолжительность $\Sigma t_{пл}$.

Следовательно,

$$t_2 - t_1 = \Omega \tilde{m}_t + \Omega m_{т.в} + \Sigma t_{пл}$$

Коэффициент технического использования

$$k_{т.и} = \frac{\Omega \tilde{m}_t}{\Omega \tilde{m}_t + \Omega m_{т.в} + \Sigma t_{пол}} = \frac{\Omega \tilde{m}_t}{t_2 - t_1}. \quad (1-58)$$

Подставив в (1-58) вместо \tilde{m}_t его выражение, согласно (1-53) получим:

$$k_{т.и} = \gamma \frac{k_r}{1 - k_r}, \quad (1-59)$$

где $\gamma = \Omega m_{т.в} / (t_2 - t_1)$ — доля времени эксплуатации, приходящегося на аварийный ремонт.

Надежность восстанавливаемых объектов второй группы (отказы недопустимы, возможен ремонт некоторых элементов во время выполнения задачи) чаще всего оценивают с помощью условной вероятности безотказной работы $\hat{p}(t_i, t_j)$ в течение заданного интервала времени (t_i, t_j) при условии, что в начальный момент времени все элементы работоспособны. Слово «условная» обычно опускают.

Отличие $\hat{p}(t_i, t_j)$ от соответствующего показателя для неремонтируемого объекта состоит в том, что при вычислении $\hat{p}(t_i, t_j)$ учитывается ремонт отказавших элементов при работоспособном объекте (системе). Обычно оценка $\hat{p}(t_i, t_j)$ для проектируемых объектов производится при допущении о показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления элементов. Расчет таких систем описан в гл. 4.

Для объектов второй группы могут в качестве показателей надежности использоваться также параметр потока отказов, наработка на отказ и другие характеристики.

Все рассмотренные в этой главе показатели надежности объектов можно разделить на три группы:

1) интервальные, относящиеся к заданному интервалу наработки или времени (t_1, t_2) ;

2) мгновенные, соответствующие заданному значению времени или наработки t ;

3) числовые, не связанные с расположением заданного интервала или момента времени (наработки).

Основные показатели надежности сведены в табл. 1-3, в которую не включены показатели, связанные с условными распределениями наработки между отказами ре-

Показатели надежности	Вид объектов			
	неремонтируемые	без восстановления в процессе применения	с восстановлением в процессе применения	
			первая группа	вторая группа
Интервальные	$p(t)$ $p(t_i, t_j)$	$\tilde{p}(t, t+\Delta t)$ $\tilde{p}(t_i, t_j)$	—	$\hat{p}(t_i, t_j)$
Мгновенные	$f(t), \lambda(t)$	$\omega(t)$	$\Gamma(t)$	$\omega(t)$
Числовые	$mt, \lambda_{\text{ср}}, t_{\text{н}}$	$\tilde{m}_t, \omega_{\text{ср}}$	$\tilde{m}_t, m_{t_{\text{н}}}$ $k_{\text{г}}, \bar{k}_{\text{г}}$	$\tilde{m}_t, \omega_{\text{ср}}$

монтируемых невосстанавливаемых в процессе применения объектов. Эти показатели аналогичны показателям надежности неремонтируемых изделий и должны быть дополнены моментами связи или коэффициентами корреляции наработки между отказами.

1-6. О ПЕРЕСЧЕТЕ СРЕДНЕЙ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА НА РАЗЛИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Рассмотрим способ пересчета средней наработки до отказа на различные условия применения объектов с учетом разброса значений параметров режимов работы или хранения. Способ основан на применении понятия случайной функции случайной нагрузки.

Случайная наработка до отказа объекта зависит от двух групп факторов: характеристик качества (внутренние факторы) и характеристик режима работы или хранения (внешние факторы).

Режим работы или хранения объекта целесообразно оценивать статистически. Одинаковая аппаратура может находиться в различных условиях применения. Например, оборудование однотипных самолетов может испытывать различные случайные температурные и механические воздействия. Установленные в разных точках одной системы одинаковые элементы также находятся в различных режимах, например при разной температуре. Можно привести еще ряд соображений о случайном характере параметров режима работы или хранения

элемента, взятого наугад из группы одинаковых элементов системы. В большинстве случаев для не очень больших периодов эксплуатации случайную нагрузку можно представить в виде суммы случайной величины X , характеризующей общие условия, в которых эксплуатируется объект, и стационарной случайной функции времени $Y(t)$, характеризующей стабильность этих условий эксплуатации. В этом параграфе будут учитываться лишь окончательные отказы, возникающие в результате накопления необратимых изменений в деталях и материалах технического объекта (хотя эти изменения иногда внешне незаметны). Для приближенного исследования влияния режимов работы на надежность объектов колебания нагрузок учитываться не будут, т. е. предполагается, что для рассматриваемого периода эксплуатации нагрузка является случайной величиной.

Иногда разброс значений параметров режимов работы или хранения технических объектов настолько мал, что эти характеристики можно считать неслучайными величинами или процессами. Например, устройства могут храниться в помещении с автоматически регулируемой температурой и влажностью. Другим примером практически неслучайного режима работы объектов могут служить их лабораторные испытания.

Технические объекты не могут обладать одинаковой сопротивляемостью внешним воздействиям. На их качество влияет распределение внутренних напряжений, скрытые дефекты внутренней структуры материалов, случайные колебания технологии изготовления и другие случайные причины. Поэтому при одинаковых нагрузках наработка до отказа одинаковых объектов будет различной. Для взятого наугад объекта из группы одинаковых, работающих при фиксированной нагрузке x_i , наработка до отказа является случайной величиной T_i . При изменяющейся неслучайной нагрузке наработку до отказа можно рассматривать как случайную функцию нагрузки $T(x)$.

Таким образом, необходимо оценивать статистически как режим работы объектов, так и их реакцию на режим работы.

В настоящее время при вероятностных исследованиях используются два вида зависимостей: случайные функции и функции случайных аргументов. Для случайной функции характерна случайная связь

между неслучайной и независимой переменной и зависимой переменной. У функции случайного аргумента неслучайная зависимость связывает случайный аргумент с зависимой переменной. Физические особенности процесса существования технических объектов определяют необходимость введения понятия случайной функции случайного аргумента. Для этого вида зависимости характерна случайная связь между случайным аргументом и зависимой переменной.

Рассмотрим часто встречающийся в практике случай, когда изменения одной из нагрузок оказывают преобладающее действие, а остальные нагрузки или практически неизменны, или изменения этих нагрузок оказывают малое влияние на наработку до отказа исследуемых технических объектов (в некоторых случаях нагрузку приходится рассматривать как случайный процесс). При этом наработка до отказа объекта будет случайной функцией случайной нагрузки:

$$T = \Phi(X). \quad (1-60)$$

Для лучшего изложения смысла этой несколько необычной зависимости значения соответствующих символов сведены в табл. 1-4.

Таблица 1-4

Символ	Значение	Название	Что характеризует
T	Случайная величина	Время безотказной работы	Надежность объекта (в случайных условиях применения)
Φ	Случайная функциональная зависимость	—	Свойство объекта
X	Случайная величина	Нагрузка	Условия работы

Для определенного j -го технического объекта наработка до отказа является неслучайной функцией случайной нагрузки $\varphi_j(X)$ — функциональной реализацией случайной функции случайной нагрузки (1-60). При неслучайной переменной нагрузке получаем случайную функцию $T(x)$. Сечение этой функции при $x = x_i$ — случайная величина T_i , которая является аргументной реализацией случайной функции случайного аргумента

(1-60). Неслучайная величина $t_{ij} = \Phi_j(x_i)$ является пог-ной (двойной) реализацией случайной функции случай-ного аргумента $T = \Phi(X)$.

Таким образом, при использовании зависимости $T = \Phi(X)$ одновременно учитываются случайное значе-ние нагрузки и случайная реакция технического объекта на значение нагрузки и его изменение. При этом значе-ния случайной величины X (например, температура окружающей среды) определяются одной группой при-чин, а случайная реакция технического объекта на зна-чение аргумента — другой группой причин (вид материа-лов; способ изготовления элементов и т. д.), не завися-щей от первой.

Сравнить различные технические объекты по наработке до отказа можно лишь в том случае, если они находятся в одинаковых условиях. Для изделий опреде-ленного назначения имеет смысл принять стандартные условия испытаний, выбрав стандартные нагрузки вблизи математических ожиданий типичных нагрузок. При этом случайную нагрузку можно представить в виде

$$X = x_0 + \Delta X, \quad (1-61)$$

где x_0 — стандартная неслучайная нагрузка; ΔX — слу-чайное отклонение нагрузки от стандартного значения x_0 .

Стандартную нагрузку примем за начало отсчета на-грузки. Так как стандартная нагрузка x_0 должна при-мерно соответствовать назначению объекта, то случай-ные отклонения ΔX нагрузки от стандартной x_0 обычно сравнительно невелики.

Статистические экспериментальные исследования на-дежности чрезвычайно трудоемки и дороги, а информа-ция об эксплуатации объектов в различных условиях их применения ограничена. Поэтому практическое значение имеют лишь те показатели надежности, которые можно найти при ограниченном или даже при минимально до-пустимом объеме экспериментальных данных. Практиче-чески очень трудно получить более трех точек экспери-ментальных зависимостей $t(x)$, что дает возможность найти характеристики параболы не выше второго по-рядка. Имеющиеся зависимости $t(x)$ достаточно точно аппроксимируются квадратичными трехчленами. По-этому имеет смысл ограничить возможные реализации случайной функции $T(x)$ параболами второго порядка.

Такие случайные функции, имеющие реализации характерного вида, ниже названы полуслучайными (см. гл. 8).

Разложим функцию $t = \varphi(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 и сохраним в разложении первые три члена:

$$t = \varphi(x) \approx t_0 + u_1 \Delta x + \frac{1}{2} u_2 (\Delta x)^2, \quad (1-62)$$

где t_0 — наработка до отказа при $x = x_0$; $\Delta x = x - x_0$; u_1 и u_2 — значения соответствующих производных:

$$u_1 = \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)_{x=x_0}; \quad u_2 = \left(\frac{d^2\varphi}{dx^2} \right)_{x=x_0}.$$

Аналогично (1-62) получаем приближенную зависимость между случайными величинами:

$$T \approx T_0 + U_1 \Delta X + \frac{1}{2} U_2 (\Delta X)^2, \quad (1-63)$$

где T_0 — случайное время безотказной работы при неслучайной стандартной нагрузке x_0 . Значения производных U_1 и U_2 в этой формуле являются случайными величинами. Случайные величины T_0 , U_1 , U_2 характеризуют технический объект, а случайная величина ΔX — отклонение нагрузки от стандартной. Случайную величину U_n будем называть чувствительностью к нагрузке n -го порядка.

Применяя к зависимости (1-63) теоремы о числовых характеристиках случайных величин, получаем:

$$m_t = m_{t_0} + m_{u_1} m_{\Delta x} + \frac{1}{2} m_{u_2} (m_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta x}^2), \quad (1-64)$$

где m_{t_0} — средняя наработка до отказа при стандартной нагрузке (стандартная средняя наработка до отказа); $m_{u_n} = (d^n m_t / dx^n)_{x=x_0}$ — средняя чувствительность к нагрузке n -го порядка, равная значению соответствующей производной средней наработки до отказа по нагрузке при $x = x_0$; $m_{\Delta x}$, $\sigma_{\Delta x}^2$ — среднее значение и дисперсия отклонения нагрузки от стандартной.

Таким образом, надежность объекта можно приближенно характеризовать не зависящими от условий при-

менения величинами: стандартной средней наработкой до отказа m_{t_0} и средними чувствительностями к нагрузке первого и второго порядка m_{u_1} и m_{u_2} . Для пересчета средней наработки до отказа на новые условия применения объекта необходимо сначала найти m_{t_0} , m_{u_1} , m_{u_2} и затем вычислить по формуле (1-64) значение m_t для новых режимов работы.

В тех случаях, когда стандартная нагрузка совпадает со средним значением нагрузки, т. е. $m_{\Delta x} = 0$,

$$m_t = m_{t_0} + \frac{1}{2} m_{u_2} \sigma_x^2.$$

При двух составляющих нагрузки наработка до отказа объекта рассматривается как случайная функция случайного вектора нагрузки. Каждую из составляющих вектора нагрузки можно считать состоящей из стандартной неслучайной нагрузки и случайного отклонения нагрузки от стандартного значения.

В формуле (1-64) удобно для краткости обозначить $C_n = m_{u_n}$. При этом получим:

$$m_t = m_{t_0} + C_1 m_{\Delta x} + \frac{1}{2} C_2 (m_{\Delta x}^2 + \sigma_x^2). \quad (1-65)$$

Проведя аналогичные приведенным выше рассуждения, получим формулу для средней наработки до отказа объекта при двух случайных нагрузках X и Y :

$$m_t = m_{t_0} + C_1^{(x)} m_{\Delta x} + C_1^{(y)} m_{\Delta y} + \frac{1}{2} C_2^{(x)} (m_{\Delta x}^2 + \sigma_x^2) + \\ + C^{(xy)} (m_{\Delta x} m_{\Delta y} + k_{xy}) + \frac{1}{2} C_2^{(y)} (m_{\Delta y}^2 + \sigma_y^2), \quad (1-66)$$

где через C_i^j обозначены средние частные чувствительности к нагрузкам — значения соответствующих частных производных средней наработки до отказа по соответствующей нагрузке при $x = x_0$ и $y = y_0$:

$$C_1^{(x)} = \left(\frac{\partial m_t}{\partial x} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}; \quad C_2^{(x)} = \left(\frac{\partial^2 m_t}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}};$$

$$C_1^{(y)} = \left(\frac{\partial m_t}{\partial y} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}; \quad C_2^{(y)} = \left(\frac{\partial^2 m_t}{\partial y^2} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}};$$

$$C^{(xy)} = \left(\frac{\partial^2 m_t}{\partial x \partial y} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}},$$

а k_{xy} — корреляционный момент случайных величин x и y .

Таким образом, при двух составляющих вектора нагрузки технический объект характеризуется шестью независимыми от условий применения величинами:

$$m_{t_0}, C_1^{(x)}, C_1^{(y)}, C_2^{(x)}, C_2^{(y)}, C^{(xy)}.$$

При этом вектор нагрузки описывается пятью числовыми характеристиками: двумя средними значениями $m_{\Delta x}$, $m_{\Delta y}$, дисперсиями σ_x^2 , σ_y^2 и моментом связи k_{xy} .

Когда стандартные нагрузки x_0 и y_0 совпадают с соответствующими средними значениями x и y , то $m_{\Delta x} = 0$, $m_{\Delta y} = 0$ и формула (1-66) значительно упрощается:

$$m_t = m_{t_0} + \frac{1}{2} C_2^{(x)} \sigma_x^2 + \frac{1}{2} C_2^{(y)} \sigma_y^2 + C^{(xy)} k_{xy}. \quad (1-67)$$

Когда имеется одна преобладающая нагрузка, для вычисления характеристик объекта по результатам лабораторных испытаний или данным реальной эксплуатации должны быть известны значения средней наработки до отказа группы одинаковых объектов при трех или более режимах работы. Если группа одинаковых объектов работает в случайных режимах трех типов, то в соответствии с (1-65) характеристики объектов можно найти из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} m_{t_1} &= m_{t_0} + C_1 m_{\Delta x_1} + \frac{1}{2} C_2 (m_{\Delta x_1}^2 + \sigma_{x_1}^2); \\ m_{t_2} &= m_{t_0} + C_1 m_{\Delta x_2} + \frac{1}{2} C_2 (m_{\Delta x_2}^2 + \sigma_{x_2}^2); \\ m_{t_3} &= m_{t_0} + C_1 m_{\Delta x_3} + \frac{1}{2} C_2 (m_{\Delta x_3}^2 + \sigma_{x_3}^2). \end{aligned} \right\} (1-68)$$

Вычисления упрощаются, если в одном из режимов средняя нагрузка на объект является стандартной, т. е. $m_{\Delta x} = 0$.

Пример 1-1. При проведении лабораторных испытаний на безотказную работу выявлено, что при стандартной температуре $x_0 = 20^\circ\text{C}$ электронное устройство имеет среднюю наработку до отказа $t_0 = 256$ ч; при температуре $x_1 = 40^\circ\text{C}$ $m_{t_1} = 112$ ч. Это же устройство в процессе реальной эксплуатации при средней температуре 30°C и среднем квадратическом отклонении температуры, равном

8°C, имеет среднюю наработку до отказа $m_{t_2} = 182$ ч. Найти значение средней наработки до отказа при $m_x = 10^\circ\text{C}$ и $\sigma_x = 10^\circ\text{C}$.

В рассматриваемом примере $\Delta x_1 = 20^\circ\text{C}$; $m_{\Delta x_2} = -10^\circ\text{C}$. Система уравнений (1-68) в данном случае имеет вид:

$$256 = m_{t_0}; \quad 112 = m_{t_0} + 20C_1; \quad 182 = m_{t_0} + 10C_1 + 82C_2,$$

откуда $C_1 = -7,2$; $C_2 = -0,024$.

Подставив эти значения в формулу (1-65), получим значение средней наработки до отказа при $m_x = 10^\circ\text{C}$ (т. е. $m_{\Delta x} = -10^\circ\text{C}$) и $\sigma_x = 10^\circ\text{C}$:

$$m_t = 256 + 72 - 2,4 \approx 326 \text{ ч.}$$

Иногда могут встретиться случаи, когда известны значения средней наработки до отказа объектов при более чем трех нагрузках. При этом можно потребовать, чтобы характеристики зависимости (1-65) наилучшим образом при данном объеме информации соответствовали экспериментальным данным. Практически имеет смысл применить метод наименьших квадратов. В соответствии с этим методом должно удовлетворяться условие

$$I = \sum_{v=1}^h \left[m_{t_0} + C_1 m_{\Delta x_v} + \frac{1}{2} C_2 (m_{\Delta x_v}^2 + \sigma_{x_v}^2) - m_{t_v} \right]^2 = \min, \quad (1-69)$$

где $v = 1, 2, \dots, h$ — номер режима работы.

Приравняв нулю частные производные суммы I по m_{t_0} , C_1 , C_2 , получим систему уравнений для определения этих числовых характеристик.

При двух составляющих нагрузки для вычисления характеристик изделия нужно в общем случае иметь значения средней наработки до отказа в шести различных режимах. В общем случае решается система из шести уравнений, аналогичная (1-68). Однако на практике можно ожидать, что в некоторых режимах одна или обе составляющие нагрузки близки к стандартным, т. е. в этих режимах $m_{\Delta x} \approx 0$, $m_{\Delta y} = 0$ и вычисления упрощаются (система из четырех уравнений). Вычисления еще более упрощаются, когда некоторые из режимов работы соответствуют лабораторным испытаниям на срок службы ($\sigma_x = 0$).

Изложенным методом экспериментальные данные о надежности объектов могут быть пересчитаны на новые условия применения этих объектов. Такой пересчет необходим, в частности, при сопоставлении данных лабораторных испытаний с данными реальной эксплуатации.

ГЛАВА ВТОРАЯ

СВЯЗЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ

2-1. ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

При сравнении вариантов технических систем, применяемых для решения одной и той же типовой задачи, пользуются показателями (критериями) качества функционирования. В данном случае под качеством функционирования понимают степень приспособленности системы к выполнению поставленной задачи. Количественный показатель, выражающий меру полезности системы для потребителя, и называется показателем или критерием качества функционирования.

Ранее для указанной цели в теории исследования операций использовался термин «эффективность» (техническая или экономическая). Однако в течение последних лет термин «эффективность» все чаще используется как название показателя, равного отношению выходного эффекта к затратам на его достижение. Чтобы избежать терминологических неясностей, ниже будет использоваться в основном термин «качество функционирования систем».

Вид показателя качества функционирования и его значение во многом определяются видом решаемой задачи, зависят от цели, которую при этом стремятся достигнуть. Например, одна и та же техническая система, находящаяся в определенных условиях эксплуатации, может показать высокое качество функционирования при одной задаче (цель — обеспечение безопасности) и низкое качество функционирования при другой задаче (цель — получение максимальной прибыли).

Когда говорят о качестве функционирования технической системы, всегда подразумевают наличие типовой задачи, для решения которой эта техническая система предназначена.

Для определения значений показателей качества функционирования рассматривают результаты применения системы по назначению. При этом обычно приходится учитывать воздействие на систему случайных факторов.

В результате показатели качества функционирования обычно являются характеристиками случайных явлений: случайных событий, величин, процессов. Наиболее часто применяют в качестве показателей качества функционирования математические ожидания случайных величин.

В процессе эксплуатации системы в ней происходят изменения, в результате которых изменяются состояния, в которых находится система. В каждом из состояний система может выполнять заданные функции с определенным уровнем качества. Количественная оценка качества функционирования $\chi(t)$ зависит от состояния системы в момент времени t и в общем случае может зависеть от всех предшествующих состояний системы, т. е. от так называемой траектории эволюции системы. Значения $\chi(t)$ являются мгновенными оценками качества работы системы в момент времени (или наработки) t . Поскольку состояния системы могут изменяться со временем случайным образом и система может подвергаться внешним случайным воздействиям, $\chi(t)$ является случайным процессом. Для многофункциональных систем $\chi(t)$ — векторный случайный процесс.

Обычно существует наибольшее значение качества функционирования $E_0 = \text{const}$, соответствующее некоторой абстрактной системе, полностью работоспособной, с номинальными значениями всех параметров и т. д. Часто удобно рассматривать нормированную случайную функцию $\chi(t)/E_0$, принимающую значения в диапазоне 0—1.

Можно выделить два вида показателей качества функционирования системы: мгновенные и интервальные.

Мгновенные показатели являются характеристиками случайной величины $\chi(t_i)$ — значения случайной функции $\chi(t)$ при $t = t_i$. Естественно, что полной характеристикой $\chi(t)$ является одномерный закон распределения $f(\chi; t_i)$. Однако для практических приложений удобнее пользоваться первыми двумя моментами этой случайной величины.

Поэтому к числу мгновенных показателей качества функционирования можно отнести:

1) среднее качество функционирования в момент времени $t=t_i$ — математическое ожидание

$$E(t_i) = M[\chi(t_i)]$$

или коэффициент снижения качества функционирования

$$k_{с. к. ф.}(t_i) = M\left[\frac{\chi(t_i)}{E_0}\right] = \frac{M[\chi(t_i)]}{E_0} = \frac{E(t_i)}{E_0};$$

2) среднее квадратическое отклонение качества функционирования

$$\sigma(t_i) = \sqrt{M\{\{\chi(t_i) - E(t_i)\}^2\}}.$$

Оценка качества функционирования только по математическому ожиданию может иногда привести к неверным решениям. Это можно пояснить с помощью рис. 2-1, где изображены функции распределения значений показателей качества функционирования двух вариантов системы при фиксированном t_i . Эти функции распределения иногда называются кривыми риска. Более крутой кривой 1 соответствует меньший риск, т. е. меньшая неопределенность качества функционирования.

При принятии решений только по математическим ожиданиям качества функционирования неясно, какой вариант на рис. 2-1 выбрать: 1 или 2? При учете распределения или хотя бы среднего квадратического отклонения качества функционирования задача становится более определенной. Осторожный руководитель предпочтет вариант 1, для которого разброс значений показателя качества функционирования мал.

Поскольку распределения качества функционирования часто близки к нормальным распределениям, можно ограничиться вычислением среднего качества функционирования и среднего квадратического отклонения качества функционирования σ . При этом каждый из вариантов системы характеризуется значениями E , σ . Точки E_j , σ_j можно нанести на график рис. 2-2, на котором пунктиром отмечены лучшие варианты.

Наряду с мгновенными оценками часто применяются интервальные оценки процесса функционирования. При этом каждой j -й траектории $\chi_j(t)$ эволюции системы

в течение времени t будет соответствовать некоторый результат, характеризующий полезность ее использования для решения поставленной задачи — выходной эффект.

Иначе говоря, результат эксплуатации системы в течение времени $(0, t)$ можно оценить с помощью функционала $\varphi[\chi_j(t)]$ от реализаций процесса функционирования системы. Значения этого функционала, соответствующие реализациям $\chi_j(t)$, являются возможными зна-

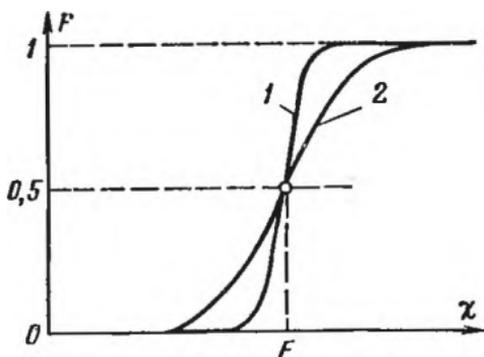


Рис. 2-1. Функции распределения значений показателей качества функционирования систем.

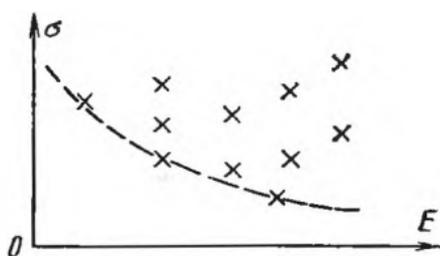


Рис. 2-2. График средних значений E и средних квадратических отклонений σ показателей качества функционирования систем.

чениями случайной величины ξ . Случайный процесс накопления результатов применения системы с течением времени

$$\xi(t) = \varphi[\chi(t)]$$

является процессом накопления выходного эффекта системы.

В качестве интервальных показателей качества функционирования в течение времени $(0, t)$ могут быть использованы:

1) математическое ожидание выходного эффекта (средний выходной эффект)

$$\mathcal{E}(t) = m_{\xi}(t) = M[\xi(t)];$$

2) среднее квадратическое отклонение выходного эффекта, характеризующее интервальный риск,

$$\sigma_{\xi}(t) = \sqrt{M\{\{\xi(t) - m_{\xi}(t)\}^2\}}.$$

Выходной эффект выражается в различных единицах: для промышленных систем в объеме продукции или в рублях;

для систем переработки информации в единицах информации;

для систем аварийной автоматики вероятностью выполнения заданных функций и т. д.

Выбор вида показателя выходного эффекта определяется типом системы, ее назначением, видом выполняемой задачи, условиями применения и пр.

В системах длительного действия иногда удобно пользоваться не интервальным показателем $\mathcal{E}(t)$, а средним значением этого показателя в единицу времени

$$\bar{\mathcal{E}} = \left[\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt} \right]_{\text{ср}} = \frac{1}{t} \int_0^t \left[\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt} \right] dt.$$

Так как функция $\mathcal{E}(t)$ обычно монотонно возрастает, то $\bar{\mathcal{E}}$ характеризует средний рост выходного эффекта в единицу времени (рис. 2-3) на данном интервале $(0, t)$.

В настоящее время в качестве показателей качества функционирования (эффективности) обычно используются лишь математические ожидания $E(t)$ и $\mathcal{E}(t)$. Применение $\sigma(t)$, $\sigma_{\xi}(t)$, $r_{\xi}(t, t')$ позволило бы существенно облегчить принятие решений по управлению исследуемым процессом.

Для интервального показателя качества функционирования также может быть найдено идеальное значение среднего выходного эффекта $\mathcal{E}_0(t)$ и соответствующее значение коэффициента снижения эффекта

$$\varepsilon(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{\mathcal{E}_0(t)}.$$

Иногда вычисляют средние потери $W(t)$ как математическое ожидание части выходного эффекта, которая теряется за время $(0, t)$ из-за неидеальной работы системы, т. е. с учетом ненадежности, неточности и т. д. Потери измеряются в тех же единицах, что и выходной эффект.

Показатели среднего выходного эффекта и средних потерь связаны соотношением

$$\mathcal{E} + W = \mathcal{E}_0.$$

Аналогичное соотношение существует для средних значений показателей в единицу времени (рис. 2-3)

$$\bar{\vartheta} + \bar{\omega} = \bar{\vartheta}_0,$$

где $\bar{\vartheta}$ — среднее значение выходного эффекта в единицу времени; $\bar{\omega}$ — среднее на интервале $(0, t)$ значение средних потерь в единицу времени.

Часто используются экономические показатели качества функционирования. Примеры таких показателей:

1. Прибыль в единицу времени

$$\bar{b} = \bar{\vartheta} - \bar{\omega}_s,$$

где $\bar{\vartheta}$ — средний положительный эффект в единицу времени (получаемый от внедрения системы), выраженный в денежных единицах (средний доход в единицу времени); $\bar{\omega}_s$ — средние эксплуатационные расходы в единицу времени.

2. Тенденции современной хозяйственной деятельности отражает так называемый интегральный показатель I , вычисляемый по приведенным к началу эксплуатации (см. ниже) величинам: среднему доходу D , затратам W_s на эксплуатацию, объему продукции V :

$$I = \frac{D}{W_s V}.$$

3. Срок окупаемости

$$T_{ок} = \frac{W_k}{D - W_s},$$

где W_k — значение капитальных затрат.

4. Полные затраты на систему:

$$W_c = C + t_c [\omega_s + \bar{\vartheta}_0 - \bar{\vartheta}],$$

где C — стоимость системы; t_c — срок службы (предполагаемый срок использования) системы; ω_s — эксплуатационные расходы в единицу времени; $\bar{\vartheta}$ — средний по-

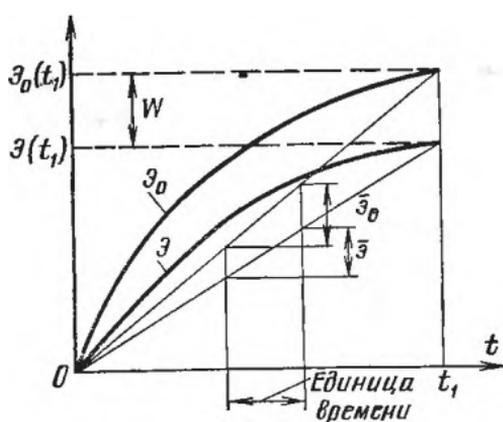


Рис. 2-3. Интервальный показатель качества функционирования $\mathcal{E}(t)$ и его среднее значение в единицу времени $\bar{\varepsilon}$.

ложительный эффект в единицу времени, получаемый от использования системы, выраженный в денежных единицах; $\bar{\mathcal{E}}_0$ — значение показателя $\bar{\mathcal{E}}$ для идеальной системы (безотказной, с идеальным техническим обслуживанием и пр.).

Для систем контроля и управления может применяться [33] в качестве показателя качества функционирования величина

$$\mathcal{E}_1 = \frac{H_0 - H}{C_1},$$

где H_0 — энтропия состояния объекта до проведения контроля и управления; H — остаточная энтропия объекта после проведения контроля и управления; C_1 — затраты на процесс получения информации.

Применяется также показатель

$$\mathcal{E}_2 = \frac{p(t, \tau)}{C_2},$$

где $p(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы системы в течение заданного времени $(t, t + \tau)$; C_2 — стоимость аппаратуры контроля.

а) Приведенные экономические показатели качества функционирования

При использовании экономических показателей качества функционирования приходится учитывать, что различные виды затрат (или дохода) происходят в различное время. Чтобы сравнивать эти затраты, их надо привести к одному моменту времени, обычно к началу эксплуатации объекта.

Распределение затрат по времени может быть охарактеризовано функцией затрат $S(t)$. Из рис. 2-4 следует, что вариант $S_2(t)$ более целесообразен экономически, чем $S_1(t)$, так как те средства, которые к данному моменту времени еще не затрачены на рассматриваемое изделие, могут приносить доход в другом месте вложения.

Приведенные затраты определяются по формуле сложных процентов:

$$S_i = S_0(1 + E_n)^i, \quad (2-1)$$

где S_0 — затраты в началь-
ный момент рассматривае-
мого периода; S_i — приве-
денная величина затрат на
конец i -го года; E_H — нор-
мативный коэффициент эконо-
мической эффективности,
т. е. доля прироста накопле-
ний за год по отношению
к величине накоплений к на-
чалу года. Часто выбирают
 $E_H=0,12$.

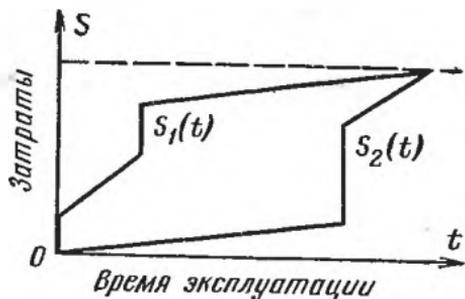


Рис. 2-4. Два варианта накоп-
ленных затрат на техническое
обслуживание изделий.

Пример 2-1. Необходимо сравнить две промышленные установки со сроком службы 15 лет. Одна из них стоит 14 млн. руб. и не требует проведения капитальных ремонтов в течение срока службы. Вторая стоит 10 млн. руб., и предусмотрен капитальный ремонт (стоимостью 5 млн. руб.) через 10 лет эксплуатации (т. е. затраты за срок службы $10+5=15$ млн. руб.).

Для второй установки приведенные к началу эксплуатации затраты на ремонт при $E_H=0,12$

$$S_0 = \frac{S_i}{(1 + E_H)^i} = \frac{5}{1,12^{10}} \approx 1,6 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, полные приведенные затраты на вторую уста-
новку будут равны:

$$10 + 1,6 = 11,6 \text{ млн. руб.}$$

Чтобы учесть возможные вложения средств в произвольные моменты времени в течение года, обычно полагают, что скорость роста вложенных средств пропорциональна их значению:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \kappa S(t). \quad (2-2)$$

При этом

$$S(t) = S_0 e^{\kappa t}, \quad (2-3)$$

где S_0 — начальные вложения.

Для 1 года $T_\Gamma = 8760$ ч

$$S_0 (1 + E_H) = S_0 e^{\kappa T_\Gamma},$$

откуда

$$\kappa = \frac{1}{T_\Gamma} \ln(1 + E_H). \quad (2-4)$$

Для $E_H=0,12$ значение $\kappa = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Пусть затраты S_0, S_1, \dots, S_n осуществлены в моменты времени $0, t_1, \dots, t_n < T_r$. Тогда, переписав формулу (2-3) в виде

$$S_0 = S(t) e^{-xt},$$

найдем затраты, приведенные к начальному моменту,

$$S(0) = \sum_{i=0}^n S_i e^{-xt_i}. \quad (2-5)$$

В тех случаях, когда показатели надежности задаются по наработке, необходимо перейти к соответствующим показателям по календарному времени и усреднить суммарные затраты за период эксплуатации $(0, t_p)$. При этом если значение затрат или дохода в единицу времени равно a , то за интервал $(t, t+dt)$ затраты будут $a dt$. Их приведенное к $t=0$ значение равно $a dt \exp(-xt)$. Интегрируя по всем dt от 0 до t_p , получаем:

$$S(0) = \int_0^{t_p} a \exp(-xt) dt = \frac{a}{x} [1 - \exp(-xt_p)]. \quad (2-6)$$

б) О выборе показателя качества функционирования

Выбор показателя качества функционирования — задача во многом творческая. При ее решении целесообразно учитывать цель производимой оценки, вид исходных данных (например, детерминированные, статистические большого объема, статистические малого объема и т. д.), последствия решения задачи (применения объекта) в другом ряду явлений.

Для облегчения принятия решения по выбору показателя можно использовать таблицу возможных показателей качества функционирования в приложении V.

Выбор показателей качества функционирования можно производить с использованием экспертных оценок. Вначале по литературным данным составляют предварительный список используемых показателей качества функционирования, который дополняется экспертами. Затем каждый эксперт из группы в 10—15 человек определяет показатели, не противоречащие группе целей исследования и видам исходной информации. Результаты опросов экспертов обобщают в специальной таблице,

в которой показатели располагают в порядке убывания их «популярности», т. е. частоты выбора.

Выбранные показатели необходимо проверить на отсутствие последствий от оптимизации по данному показателю качества функционирования в другом ряду явлений. Иначе говоря, необходимо оценить влияние функционирования рассматриваемого объекта на внешнюю среду.

Такая проверка может быть осуществлена специалистами смежных областей науки, техники, производства, из которых образуют группы экспертов.

Вначале записывают мнения 10—15 сотрудников с различными служебными интересами. Затем строят схему причинно-следственных связей (дерево последствий) способом, описанным в § 11-3.

Следующий этап состоит в экспертной оценке значимости (важности) различных последствий общепринятым способом и заканчивается построением диаграммы относительной важности последствий, которая помогает принять окончательное решение о выборе показателя качества функционирования.

2-2. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ

а) Оценка качества функционирования в определенный момент времени

Каждое состояние может быть охарактеризовано условным мгновенным показателем качества функционирования Φ_v (при условии, что система находится именно в этом, v -м состоянии).

Мгновенный безусловный показатель качества функционирования может быть вычислен по формуле математического ожидания

$$E(t_i) = \sum_v \Phi_v h_v(t_i), \quad (2-7)$$

где $h_v(t_i)$ — вероятность того, что система находится в v -м состоянии в момент времени t_i .

В частности, для систем с аддитивным показателем, в которых каждый j -й элемент из n входящих в систему элементов вносит некоторую определенную независимую

долю δ_j в общий выходной эффект (при работоспособном состоянии) и $\delta_j=0$ (при неработоспособном состоянии)

$$E(t_i) = \sum_{j=1}^n \delta_j \Gamma_j(t_i), \quad (2-8)$$

где $\Gamma_j(t_i)$ — вероятность нахождения j -го элемента в работоспособном состоянии в момент времени t_i .

Когда случайные потоки отказов и восстановлений элементов не имеют последействия или являются потоками с ограниченным последействием, постепенно устанавливается стационарный режим эксплуатации, при котором

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma_i(t) = k_{rj},$$

и формула (2-8) принимает вид:

$$E = \sum_{j=1}^n \delta_j k_{rj}, \quad (2-9)$$

где k_{rj} — коэффициент готовности j -го элемента.

Формулу (2-8) удается использовать сравнительно редко. Обычно приходится применять формулу (2-7). При вычислении вероятностей $h_v(t)$ нахождения системы в различных состояниях полагают, как правило, что каждый элемент может находиться в одном из двух состояний: работоспособном и неработоспособном. Даже при таком допущении вычисление вероятностей $h_v(t)$ нахождения системы в различных состояниях может оказаться довольно громоздким делом.

Для восстанавливаемых систем расчеты практически возможны лишь при допущениях о показательных распределениях времени между отказами и времени восстановления элементов.

Обычная ошибка при вычислении вероятностей $h_v(t)$ состоит в том, что для получения вероятности нахождения восстанавливаемой системы в работоспособном состоянии перемножают вероятности нахождения элементов в работоспособном состоянии.

В более общем случае параметры элементов $v_1(t), \dots, v_n(t)$ изменяются непрерывно. При этом мгновенное значение качества функционирования является

функцией случайных процессов изменения параметров элементов. При $t=t_i$

$$\chi(t_i) = \varphi[v_1(t_i), \dots, v_n(t_i)].$$

При непрерывных изменениях параметров элементов оценка мгновенного качества функционирования системы во многом аналогична оценке серийноспособности и параметрической надежности объектов (см. гл. 9). В частности, при небольших отклонениях параметров элементов от средних значений имеем приближенные оценки:

1) среднего качества функционирования в момент времени t_i

$$E(t_i) = M[\chi(t_i)] \approx \varphi[m_{v_1}(t_i), \dots, m_{v_n}(t_i)], \quad (2-10)$$

где $m_{v_j}(t_i)$ — математические ожидания случайных величин $v_j(t_i)$;

2) среднего квадратического отклонения качества функционирования в момент времени t_i

$$\sigma(t_i) \approx \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v_j} \right)_m^2 \sigma_{v_j}^2},$$

где $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial v_j} \right)_m$ — значение частной производной функции φ по параметру v_j при математических ожиданиях всех аргументов; $\sigma_{v_j}^2$ — дисперсия параметра v_j .

б) Оценка качества функционирования за интервал времени

В данном случае приходится учитывать, что состояния системы изменяются с течением времени эксплуатации (наработки).

Для восстанавливаемых автоматизированных систем оценку среднего выходного эффекта сравнительно просто осуществить в случае, когда можно считать, что с начала эксплуатации системы прошло значительное время и что при этом вероятности нахождения системы в определенных состояниях приняли установившиеся значения

$$h_v = \lim_{t \rightarrow \infty} h_v(t); \quad v = 0, 1, \dots, s.$$

Эти стационарные вероятности h_v можно рассматривать как доли времени нахождения системы в v -м состоянии от общего времени работы. При этом среднее значение выходного эффекта в единицу времени

$$\bar{\varepsilon} = \sum_{v=0}^s \bar{\varepsilon}_v h_v, \quad (2-11)$$

где $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\varepsilon}_v$ — условные значения среднего выходного эффекта в единицу времени при условии, что система находится в данном (нулевом или v -м) состоянии.

Для надежных систем с хорошо организованной системой аварийных ремонтов доли времени нахождения системы в состояниях, в которых хотя бы один элемент неработоспособен, малы, а условные показатели качества функционирования для таких состояний (т. е. средние значения выходного эффекта в единицу времени $\bar{\varepsilon}_v$) меньше, чем для состояния 0, соответствующего работоспособности всех элементов. Для таких систем иногда можно пренебречь в формуле (2-11) всеми слагаемыми, кроме первого, и считать

$$\bar{\varepsilon} \approx \bar{\varepsilon}_0 h_0.$$

При этом вероятность того, что все элементы системы работоспособны, вычисляется по значениям коэффициентов готовности элементов $k_{гj}$ (см. § 4-4).

В общем случае оценка качества функционирования за интервал времени встречает значительные трудности, особенно при непрерывных изменениях параметров элементов. При рассмотрении нестационарного случайного процесса $\xi(t)$ накопления результатов применения системы (выходного эффекта) необходимо составить математическую модель этого процесса.

Ввиду трудностей математического описания нестационарных случайных процессов число классов возможных моделей ограничено. К сравнительно простым моделям относятся:

1. Марковские случайные процессы, в том числе с непрерывными реализациями. Для названных процессов значение функции в конце любого интервала связано лишь со значением в начале интервала и не связано со значениями, предшествующими началу интервала. По-

этому двумерная плотность распределения $f(\xi, \xi'; t, t')$ полностью описывает случайный процесс.

2. Полуслучайные процессы, для которых характерна определенная неслучайная зависимость от времени, а их случайный характер определяется случайными параметрами A, B, \dots , не зависящими от времени. Эти процессы можно рассматривать как функции случайных величин, $A, B \dots$ и времени t :

$$\xi(t) = \varphi_1(A, B, \dots, t).$$

Кроме перечисленных моделей случайных процессов $\xi(t)$, оценка качества функционирования за интервал времени значительно упрощается для одного очень распространенного класса технических систем, описанного в следующем параграфе.

2-3. ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НАПРАВЛЕННЫХ СИСТЕМ

В направленных системах происходит транспортирование некоторого «рабочего тела», под которым могут пониматься информация, электрическая энергия, газ, жидкость, грузы, полуфабрикаты и т. д. К направленным системам относятся информационные системы АСУ, энергетические системы, системы газо- и водоснабжения, гидравлические системы, транспортные коммуникации, технологические производственные линии и т. д. «Рабочее тело» транспортируется к одному или нескольким конечным (терминальным) элементам.

Сведения о структуре и функциональных связях элементов проектируемых направленных систем задаются обычно в виде принципиальной схемы, на которой с помощью условных обозначений изображены элементы и функциональные связи между ними.

Качество функционирования направленной системы характеризует располагаемая производительность $E(t)$, равная числу единиц рабочего тела, которые могут транспортироваться в единицу времени. Производительность системы находится для выходных элементов. При нескольких выходных элементах может измеряться общая суммарная производительность системы или производительность системы по отдельным выходам.

При безотказной работе всех элементов системы располагаемая производительность равна номинальной.

При отказах отдельных элементов производительность может уменьшаться; когда она станет меньше критической, наступает отказ системы. Отказавшие элементы восстанавливаются и через некоторое время вступают в строй, работоспособность системы восстанавливается.

В большинстве направленных систем можно выделить несколько типов элементов:

1) активные элементы, т. е. генераторы «рабочего тела» (датчики информации и т. п.), которые определяют объем и направление транспортирования «рабочего тела». Располагаемая производительность системы зависит от располагаемых производительностей активных элементов;

2) пассивные элементы (линии транспортирования «рабочего тела», распределители «рабочего тела» по линиям транспортирования, устройства и пункты переработки информации и т. п.). Пассивные элементы часто имеют ограничения по пропускной способности.

Каждый элемент может находиться в одном из двух состояний: работоспособном и неисправном.

Располагаемая производительность системы скачкообразно изменяется при отказах и восстановлениях как активных, так и пассивных элементов.

Кроме двух основных видов элементов, в направленных системах можно выделить:

3) накопители «рабочего тела» (бункера), осуществляющие его аккумуляцию при недостаточной пропускной способности или отказах линий транспортирования. При восстановлении возможности транспортирования «рабочего тела» бункера обеспечивают номинальную производительность системы за счет накопленного объема «рабочего тела». При отказе бункера он теряет способность к аккумуляции и выдаче «рабочего тела»;

4) выходные элементы (терминалы) (в направленной системе может быть несколько терминалов).

Значение располагаемой производительности направленной системы является случайной функцией времени ее работы. Значения располагаемой производительности могут меняться от номинального до нуля при отказах и восстановлениях элементов.

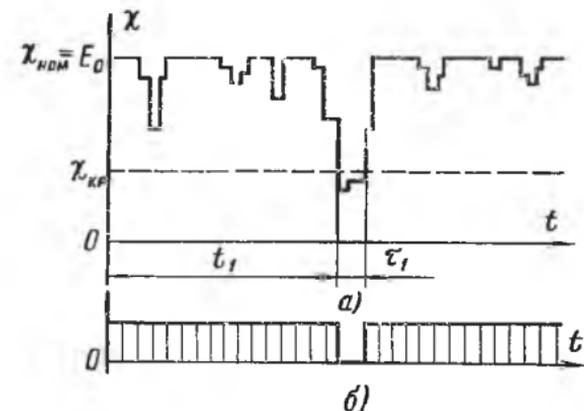
На рис. 2-5,а изображена реализация случайного процесса функционирования направленной системы. Здесь наглядно видно, что поскольку качество функцио-

ирования имеет смысл производительности, средний выходной эффект в интервале времени $(t_0, t_0 + \Delta t)$ равен площади под графиком функции $\chi(t)$ изменения располагаемой производительности, то математическое ожидание выходного эффекта выражается формулой

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t_0, t_0 + \Delta t) &= M \left[\int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \chi(t) dt \right] = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} M[\chi(t)] dt = \\ &= \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} E(t) dt = E_0 \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} k_{с.к.ф}(t) dt. \end{aligned} \quad (2-12)$$

Рис. 2-5. Реализация случайного процесса функционирования системы (а) и временная эпюра нахождения системы в работоспособном состоянии (б).

t_1 — время до появления первого отказа; τ_1 — время выполнения первого ремонта.



Так как выходной эффект идеальной системы $\mathcal{E}_0(t_0, t_0 + \Delta t) = E_0 \Delta t$, то коэффициент снижения эффекта для направленных систем

$$\varepsilon = \frac{E_0 \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} k_{с.к.ф}(t) dt}{E_0 \Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} k_{с.к.ф}(t) dt, \quad (2-13)$$

т. е. коэффициент снижения эффекта на интервале $(t_0, t_0 + \Delta t)$ имеет смысл среднего на этом интервале значения коэффициента снижения качества функционирования системы.

В стационарном режиме эксплуатации существует стационарное значение коэффициента снижения эффекта, совпадающее со стационарным значением коэффициента снижения качества функционирования системы:

$$\bar{\varepsilon} = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} k_{с.к.ф}(t) dt = \lim_{t \rightarrow \infty} k_{с.к.ф}(t) = \bar{k}_{с.к.ф}. \quad (2-14)$$

Таким образом, для направленных систем показатели качества функционирования имеют простую связь.

В ряде случаев рассматриваемую систему целесообразно расчленить на отдельные части, каждая из которых является направленной системой. В таких системах удобно исследовать качество функционирования частей системы, но необходимо решить задачу согласования показателей качества функционирования отдельных частей.

2-4. ПЕРЕХОД ОТ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ К ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

Качество функционирования зависит от многих факторов, в том числе и от надежности отдельных частей системы. Например, эффективность промышленного предприятия в целом зависит от надежности отдельных промышленных установок. Вместе с тем понятие «качество функционирования» не всегда целесообразно применять к малым объектам.

Связь между качеством функционирования и надежностью системы может быть установлена двумя путями.

1. Оценивают потери качества функционирования из-за недостаточной надежности системы или ее элементов. При этом находят значения $k_{с.к.ф}(t)$ или $\epsilon(t)$, соответствующие потерям эффективности системы из-за ненадежности. Расчеты потерь производительности системы из-за ненадежности элементов описаны в гл. 4.

2. Принимают в качестве определения работоспособного состояния системы установленный заранее процент потери качества функционирования (эффективности). При этом выход реализаций случайных процессов $\chi(t)$ за границу допуска соответствует отказу системы, а пересечение границы допуска в обратном направлении — восстановлению работоспособности. По значениям времени появления отказов и восстановлений системы можно найти общепринятые показатели надежности.

Таким образом, для перехода от рассмотрения качества функционирования к рассмотрению надежности системы необходимо ввести определения работоспособного и неисправного состояний системы. Это приходится подчеркивать ввиду того, что еще нет установившегося мнения о соотношении показателей надежности и качества функционирования систем.

Образно говоря, если показатели качества функционирования можно сравнить с картинами, на которых отражена действительность с помощью многих оттенков от белого до черного цвета, то переход к рассмотрению надежности означает переход к картине, в которой использовано лишь два цвета: черный и белый. Такое упрощение математической модели процесса функционирования системы позволяет сохранить основную информацию о системе — о ее способности выполнить поставленную задачу.

При переходе от рассмотрения качества функционирования (эффективности) системы к рассмотрению ее надежности полезно строить временные эпюры, на которых указаны периоды нахождения системы в работоспособном и неработоспособном состояниях. Пример такой эпюры приведен на рис. 2-5,б.

Из рис. 2-5,а следует, что при изменении определения неработоспособного состояния системы (величины $\gamma = \chi_{кр}/\chi_{ном}$) вид временной эпюры рис. 2-5,б может существенно изменяться. Соответственно будут изменяться значения показателей надежности. Поэтому в рассматриваемом случае для всех общепринятых показателей надежности необходимо указывать соответствующее критическое значение γ , например гамма-процентная функция готовности $\Gamma_{\gamma}(t)$, гамма-процентный параметр потока восстановлений $\omega_{0\gamma}(t)$ и др.

Метод оценки качества функционирования и надежности направленных систем путем применения вероятностного физического моделирования рассмотрен в гл. 6.

ФОРМИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

МЕРОПРИЯТИЯ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НА РАННИХ СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

3-1. ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Борьба за создание надежных объектов должна начинаться еще до начала их проектирования. При составлении технических заданий на проектирование необходимо осуществить ряд мероприятий по обеспечению надежности. К числу таких мероприятий относятся:

выбор и обоснование принципов технического обслуживания;

выбор основного показателя надежности;

назначение норм надежности;

распределение норм надежности системы по элементам;

составление программы обеспечения надежности.

Содержание этих взаимно связанных мероприятий во многом зависит от конечной цели, которую стремятся достигнуть. Обычно эту цель формулируют в виде «основного принципа», например: спроектировать изделие в соответствии с заданной «полной стоимостью срока службы». При этом необходимо так сбалансировать затраты на разработку и проектирование изделий с затратами на их эксплуатацию, чтобы общая сумма затрат не превышала заданную при обеспечении наилучших технических характеристик изделий.

Рассмотрим содержание перечисленных выше мероприятий.

а) Выбор и обоснование принципов технического обслуживания

Принципы технического обслуживания во многом определяют эффективность применения объекта, оказывают существенное влияние на его конструкцию. Формирование этих принципов является одним из важнейших элементов научной политики по совершенствованию перспективных объектов. Обоснование технических требований по данному вопросу состоит в анализе и обсуждении положительных и отрицательных сторон различных систем технического обслуживания.

Рассмотрим примеры влияния принципов организации технического обслуживания на конструкцию объектов.

Существуют следующие правила замены и ремонта отдельных блоков или агрегатов технических объектов: 1) по календарным срокам независимо от наработки объекта; 2) по выработке установленных заранее межремонтных ресурсов; 3) по техническому состоянию.

Замена, или ремонт, по календарным срокам, когда не учитывается, использовался объект или нет, ведет обычно к неоправданным материальным потерям. Применяется она лишь при неумении или нежелании организовать учет наработки объектов.

При замене и ремонте по выработке ресурса незначительно усложняется конструкция объекта (могут устанавливаться измерители наработки). Организация технического обслуживания остается сравнительно простой, но возможности экономии сил и средств используются не полностью.

При замене по техническому состоянию периодически контролируется определяющий параметр блока (агрегата), характеризующий его приближение к отказу или границе допуска. Решение о замене, ремонте или более подробной проверке блока (агрегата) принимается по результатам контроля. При этом значительно сокращаются трудозатраты на обслуживание, сокращается расход дорогостоящих агрегатов и деталей и одновременно повышается надежность.

Сказанное выше о замене и ремонте агрегатов можно распространить на их разборку, проверку и другие работы по техническому обслуживанию.

Замена и ремонт агрегатов по техническому состоянию возможны лишь для объектов, которые специально конструируются с учетом такой особенности технического обслуживания. Необходимо заранее найти определяющие параметры агрегатов, предусмотреть встроенные датчики для их измерения, места подсоединения передвижных средств контроля и пр. Кроме того, для полной гарантии безотказной работы объекта целесообразно предусмотреть возможные последствия отказов, с тем, чтобы случайный отказ элемента, агрегата, системы по возможности не приводил к чрезвычайному происшествию.

Еще один такой пример — зонный метод технического обслуживания, при котором обслуживание объектов производится по определенным зонам (отсекам), в каждой из которых размещаются агрегаты одной-двух систем объекта, по возможности сходные по принципам действия. К соответствующим зонам обеспечивается свободный доступ. Для применения метода необходимо предусмотреть соответствующую конструкцию объекта еще на ранних стадиях проектирования. Поэтому также необходимы соответствующие требования к объекту.

Таким образом, техническое задание на проектируемый объект должно предусматривать применение передовой системы технического обслуживания и ремонта. При формулировании соответствующих требований часто приходится преодолевать стихийное стремление применять для будущих конструкций существующие в настоящий момент, ставшие привычными принципы технического обслуживания.

б) Принципы выбора показателей надежности

Показатель надежности, включаемый в техническое задание на проектируемый объект, должен соответствовать режиму его использования и конструкции, должны учитываться последствия отказов. Кроме того, должна обеспечиваться возможность проверки этого показателя при испытаниях и эксплуатации объекта.

Показатели надежности в ряде случаев неравнозначны, что проявляется при сравнении объектов. Рассмотрим в качестве примера две модификации объекта, имеющие разные функции надежности (рис. 3-1). В течение технического ресурса ($0, t_p$) вероятность безотказ-

ной работы первой (кривая 1) модификации объекта $p_1(t_p)$ больше соответствующей вероятности $p_2(t_p)$ второй модификации объекта (кривая 2). Однако значение средней наработки m_{t_1} [равное площади под кривой $p_1(t)$] первой модификации объекта меньше соответствующего значения m_{t_2} для второй модификации.

Если в качестве показателя надежности принять вероятность безотказной работы, то более надежным будет первый объект; если в качестве показателя надежности принять среднюю наработку, то более надежным будет второй объект. Такие ситуации часто встречаются при решении вопроса о целесообразности применения резервирования.

Первая методика выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности изделий [48] издана в 1968 г. Согласно этой методике для обоснования выбора показателя надежности составляется экономическая модель функционирования рассматриваемого объекта. Основным считается тот показатель надежности, который входит в формулу для вычисления среднего экономического эффекта (дохода) от использования изделия. Аналогично построена методика [42], опубликованная в 1972 г.

Методики [42, 48] принесли большую пользу, ликвидировав произвол в выборе номенклатуры нормируемых показателей надежности изделий и создав основы научного подхода к проблеме.

В настоящее время стала ощущаться необходимость более общего подхода к выбору показателя надежности. Это связано с тем, что в методиках показатели надежности выбираются для изолированных изделий (систем), тогда как эти показатели часто приходится выбирать исходя из необходимости обеспечения качества функционирования системы более высокого уровня, в которую входит рассматриваемое изделие (система). В методиках учитываются не все факторы, влияющие на выбор показателя надежности.

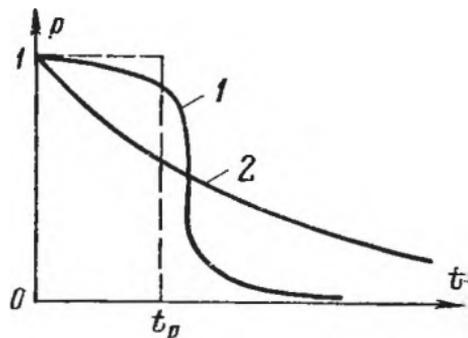


Рис. 3-1. Графики функции надежности.

t_p — технический ресурс изделия.

Кроме того, практика показала, что при выборе показателя надежности по «шифру» изделия, составленному с учетом особенностей его применения, довольно часто происходят ошибки. Это связано с тем, что выбор по «шифру» создает иллюзию простоты и легкости выбора, в результате чего снижается внимательность.

При выборе нормируемых показателей надежности целесообразно последовательно анализировать факторы, влияющие на выбор этих показателей.

Вначале необходимо собрать сведения о системе, в которую входит рассматриваемый объект. Далее необходимо установить назначение объекта. При этом все объекты можно разделить на три группы:

1) объекты, предназначенные для работы в системах, эффективность функционирования которых может быть оценена экономическими критериями;

2) объекты, функционирование которых связано с обеспечением безопасности;

3) объекты, для которых нельзя указать назначение (тип) систем, в которых они будут использоваться.

Для объектов первой группы выбор возможных показателей надежности определен режимом использования объектов. Поэтому на первом этапе выбора показателей надежности необходимо сформулировать режим использования объекта, отнеся его к одному из четырех классов, перечисленных в гл. 1, т. е. неремонтируемые объекты; ремонтируемые невозстанавливаемые в процессе применения объекты; ремонтируемые восстанавливаемые в процессе применения объекты с допустимыми перерывами в работе и такие же объекты, но для которых перерывы в работе при отказах недопустимы.

На втором этапе для определенного класса объектов выбирается один из типов показателей надежности: интервальный, мгновенный, числовой (см. табл. 1-3). При этом учитываются экономические соображения: тип показателя экономической эффективности и вид зависимости этого показателя от режима функционирования объекта.

Рассмотрим общие соображения по выбору показателей надежности объектов, работающих в системах с экономическими показателями качества функционирования (эффективности).

Большинство применяемых показателей экономической эффективности являются функциями от математи-

ческих ожиданий приведенного полезного эффекта ξ и приведенных затрат на эксплуатацию и техническое обслуживание η за все время эксплуатации объекта. Как ξ , так и η зависят от случайных величин: наработки до отказа T или времени (наработки) между отказами \tilde{T} , времени восстановления T_B .

Для восстанавливаемых объектов, когда перерывы в работе допустимы, имеем зависимости:

$$\xi = \varphi_{\xi}(\tilde{T}, T_B); \quad \eta = \varphi_{\eta}(\tilde{T}, T_B).$$

Линеаризуем эти зависимости путем разложения в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий \tilde{T} , T_B с оставлением лишь линейных членов. При этом получим выражения для математических ожиданий величин ξ и η :

$$\mathcal{E} = m_{\xi} = \varphi_{\xi}(\tilde{m}_t, m_{t_B}); \quad W = m_{\eta} = \varphi_{\eta}(\tilde{m}_t, m_{t_B}),$$

где \tilde{m}_t — среднее время безотказной работы; m_{t_B} — среднее время восстановления.

Таким образом, для восстанавливаемых объектов, у которых допустимы перерывы в работе, основными показателями надежности являются числовые показатели \tilde{m}_t и m_{t_B} или их сочетание, например k_r . При зависимостях φ с ограничениями (например, при замене всех объектов по истечении технического ресурса) используются соответствующие условные средние значения.

Для восстанавливаемых объектов, у которых перерывы в работе из-за отказов недопустимы, имеем релейную зависимость φ , т. е. полезный эффект может быть получен лишь при безотказной работе в течение заданного времени (t_j, t_{j+1}) . Для таких систем выбирается интервальный показатель надежности — вероятность безотказной работы в течение заданного интервала времени. Аналогично поступают для дежурных систем со случайным режимом использования при отсутствии автоматического контроля работоспособности.

При построении моделей функционирования объектов необходимо учитывать, кроме указанных выше факторов, также наличие, конструкцию и режим работы системы контроля работоспособности. В качестве примера можно привести автоматические установки пожа-

ротушения (АУП). Для этих ремонтируемых объектов возможны два режима использования (рис. 3-2). При отсутствии системы контроля работоспособности АУП проверки установок производятся через постоянные интервалы времени Δt_h . При отказе установки в период $(t_{ki}, t_{h(i+1)})$ обнаружить неработоспособное состояние установки можно будет лишь при очередной проверке в момент времени $t_{h(i+1)}$ или при возникновении пожара. В качестве показателя надежности целесообразно использовать вероятность безотказной работы в течение интервала Δt_h .

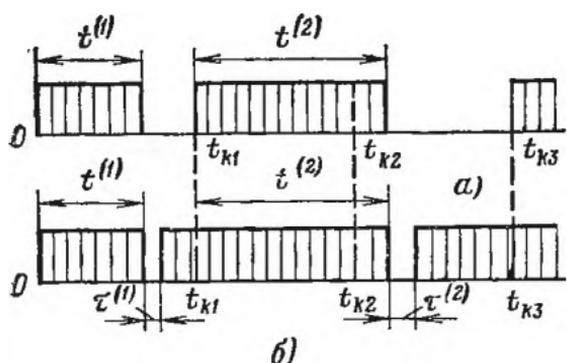


Рис. 3-2. Графики функционирования автоматических установок пожаротушения при отсутствии (а) и при наличии (б) систем автоматизированного контроля.

$t^{(1)}, t^{(2)}, \dots$ — периоды безотказной работы; $t_{k1}, t_{k2}, t_{k3}, \dots$ — моменты времени проведения профилактик; $\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \dots$ — периоды времени ремонта.

При наличии системы автоматизированного контроля периодичность проверок работоспособности АУП можно уменьшить до нескольких часов или даже минут. При этом отказ сразу обнаруживается и принимаются меры для восстановления работоспособности. Соответственно изменится модель функционирования установки, станет характерной для восстанавливаемых в процессе применения ремонтируемых объектов. В качестве основного показателя надежности целесообразно использовать коэффициент готовности или \tilde{m}_i, m_{t_B} .

Для обоснованного выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности системы из условий безопасности необходимо выделить основные факторы, влияющие на показатели безопасности. Соответствующие математические модели должны учитывать случайные процессы, протекающие в системе после появления отказов. Методика выбора показателей надежности объектов этой группы рассмотрена в § 15-3.

Для третьей группы объектов, для которых нельзя указать тип системы, в которой они будут использоваться

ся, целесообразно назначить одну любую полную характеристику надежности:

для неремонтируемых изделий — функция надежности $p(t)$, или плотность распределения наработки до отказа $f(t)$, или интенсивность отказов $\lambda(t)$;

для ремонтируемых невосстанавливаемых в процессе применения изделий (показатели надежности вычисляются по наработке) — (условная) вероятность $\tilde{p}(t_1, t_2)$ безотказной работы в течение заданного времени (t_1, t_2) или параметр потока отказов $\omega(t)$;

для ремонтируемых восстанавливаемых в процессе применения изделий (показатели надежности вычисляются в календарном времени) — функция готовности $\Gamma(t)$ для изделий, перерывы в работе которых допустимы, и (условная) вероятность безотказной работы $\tilde{p}(t_1, t_2)$ для изделий, перерывы в работе которых недопустимы.

На практике, когда предполагается определенный тип закона распределения времени безотказной работы (наработки до отказа) целесообразно задавать:

1) при показательном распределении наработки (времени) до отказа или между отказами один из следующих показателей: интенсивность отказов λ (параметр потока отказов ω), среднюю наработку до отказа m_t (наработку на отказ \bar{m}_t), вероятность безотказной работы $p(\Delta t_3)$ в течение заданного интервала времени (наработки) $(t, t + \Delta t_3)$;

2) при двухпараметрическом законе распределения наработки (времени) до отказа или между отказами — два показателя (например, при нормальном распределении): m_t, σ_t или $p(t_1), p(t_2)$.

Если тип закона распределения заранее неизвестен, то рекомендуется задавать значения $p(t)$, или $\lambda(t)$, или $\omega(t)$, или других показателей надежности не менее чем при трех значениях заданной наработки (времени). При этом имеется возможность, интерполируя значения соответствующих характеристик, проверить при испытаниях соответствие существующей надежности заданной.

3-2. НАЗНАЧЕНИЕ НОРМ НАДЕЖНОСТИ

После выбора показателей надежности проектируемых объектов необходимо задать значения этих показателей. При обосновании количественных требований

(норм) по надежности или другим эксплуатационным свойствам объектов учитываются возможности производства и экономические соображения. Вначале находятся нормы надежности, соответствующие возможностям производства, затем производится уточнение этих норм и выбор мероприятий по повышению надежности, наиболее выгодных экономически.

При составлении технического задания на проектируемый объект еще недостаточно ясны его конструктивные формы. Поэтому обосновать количественные требования (нормы) по надежности или другим эксплуатационным свойствам можно лишь после рассмотрения соответствующих характеристик уже существующих аналогичных объектов. Иначе говоря, необходимо иметь прототип и учитывать тенденции изменения его характеристик.

В качестве прототипа заказываемого объекта выбирается высоконадежное техническое устройство, примерно аналогичное проектируемому. Прототип должен иметь возможно большее сходство с проектируемым техническим устройством по принципу действия. При формальном назначении прототипа возможны большие ошибки.

Значение нормы надежности прототипа корректируется с учетом технических характеристик проектируемого объекта, технического прогресса за время его проектирования и изготовления, изменения условий эксплуатации, лимитирующих факторов (стоимость, масса и т. д.), значения последствий отказов, квалификации операторов и некоторых других факторов.

а) Учет технических характеристик проектируемых объектов

При учете технических характеристик сравниваются некоторые показатели вновь проектируемого объекта с аналогичными показателями существующих объектов с известной надежностью. Необходимо иметь зависимости показателя надежности объектов данного типа от различных других технических показателей, например чувствительности, полосы пропускания, потребляемой мощности и т. д. Для получения таких зависимостей могут строиться графики, по вертикальной оси которых откладываются значения показателя надежности, по горизонтальной оси — другой технической характеристики.

На этот график наносят в виде отдельных точек данные для ряда изделий рассматриваемого типа (рис. 3-3, а). Через точки графика проводят прямые $y = a + bx$, параметры которых подбирают по методу наименьших квадратов. Согласно этому методу минимизируются суммы

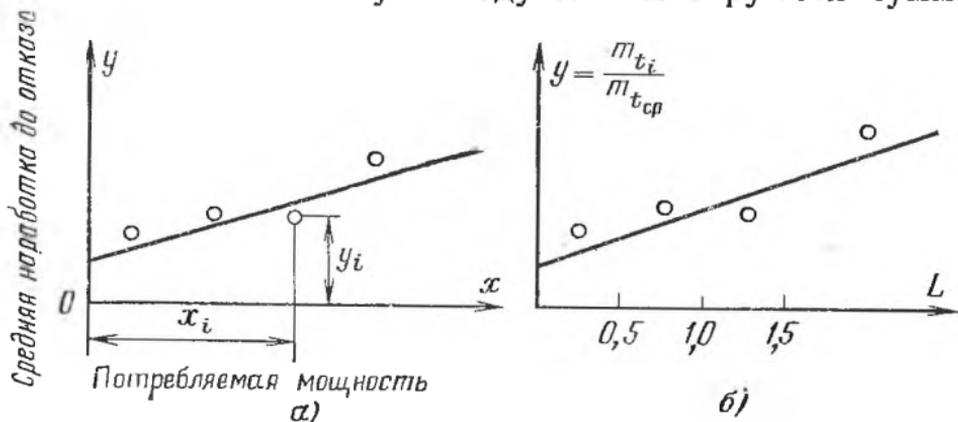


Рис. 3-3. Зависимость средней наработки до отказа от потребляемой электрической мощности.

а — в обычном масштабе; б — при нормировании.

$$I = \sum_{i=1}^k [a + bx_i - y_i]^2 = \min.$$

Значения a и b находятся из системы уравнений

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \sum_{i=1}^k [a + bx_i - y_i] = 0;$$

$$\frac{\partial I}{\partial b} = \sum_{i=1}^k [a + bx_i - y_i] x_i = 0.$$

Если графики строят для нескольких технических характеристик x_1, \dots, x_n , то аналогично могут быть минимизированы суммы квадратов разностей $(a + b_1x_{1i} + \dots + b_nx_{ni} - y_i)$ и вычислены значения a, b_1, \dots, b_n .

Графики, у которых аппроксимирующие прямые имеют значительный наклон к горизонтальной оси, подлежат дальнейшему рассмотрению. Для этого их подвергают нормализации, при которой значения показателя надежности делятся на среднее для всех рассматриваемых объектов значение, а значения всех других показателей делят на значение этого показателя, соответствующее среднему значению показателя надежности

(рис. 3-3,б). При этом получают графики в относительных единицах, например,

$$L_i = \frac{\text{потребляемая мощность } i\text{-го объекта}}{\text{средняя потребляемая мощность}}; \quad y = \frac{m_i}{m_{\text{ср}}}$$

Используя такие графики, можно приближенно оценить влияние изменения технических характеристик проектируемого объекта на его надежность.

В результате рассмотрения нескольких графиков может быть найден учитывающий технические характеристики изделий коэффициент k_T , равный отношению показателей надежности проектируемого изделия и прототипа.

б) Учет технического прогресса

Необходимо учитывать, что в большинстве отраслей промышленности совершенствование технологии производства является сравнительно медленным, постепенным процессом. Все мероприятия опираются не только на последние достижения науки, но и в значительной мере на накопленный опыт производства продукции.

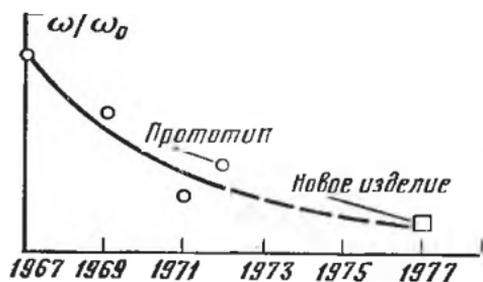


Рис. 3-4. Изменение параметра потока отказов объектов по годам выпуска.

Значение показателя надежности прототипа заказываемого объекта характеризует надежность объектов, выпущенных несколько лет назад. Между выпуском объектов, данные о надежности которых известны во время

составления требований к заказываемому объекту, и выпуском объектов, которые будут спроектированы и изготовлены по этому заказу, проходит несколько лет. За это время будет проведен ряд мероприятий по совершенствованию конструкции и технологии изготовления данных объектов. Поэтому при составлении требований по надежности к проектируемым объектам необходимо экстраполировать изменение показателя их надежности вплоть до момента изготовления новых объектов. Для этого необходимо знать не только надежность прототи-

па, но и надежность объектов выпускавшихся ранее в разное время аналогичных объектов (рис. 3-4). По данным графика на рис. 3-4 можно вычислить учитывающий технический прогресс коэффициент $k_{т.п.}$, равный отношению показателей надежности проектируемого объекта и прототипа.

Иногда целесообразно учитывать, что надежность объектов в среднем повышается с увеличением номера серии. Аналогично рис. 3-4 для прототипа может составляться график изменения показателя надежности (или относительной величины) в зависимости от номера серии, который показывает возможности совершенствования производства по мере накопления опыта эксплуатации. По этому графику вычисляется коэффициент серии k_c , равный отношению показателя надежности данной серии объектов к показателю надежности первой серии.

Если выявлена существенная нестационарность интенсивности отказов $\lambda(t)$, то ее экстраполирование целесообразно проводить по значениям λ после технологического прогона (см. § 11-3).

При корректировании показателя надежности прототипа с учетом совершенствования производства могут быть две крайние ситуации:

- 1) проектируемый объект почти по всем признакам сходен с прототипом;
- 2) проектируемый объект отличается от прототипа принципом действия, сложностью, назначением и другими признаками.

При первой ситуации экстраполирование изменения показателя надежности по годам выпуска производится для объекта в целом.

Во втором случае производится расчет надежности заказываемого объекта по надежности элементов. Этот расчет надежности отличается от общепринятого лишь экстраполированием интенсивностей отказов элементов по годам выпуска.

в) Учет изменения условий работы

При пересчете показателя надежности прототипа на условия применения проектируемого объекта находят коэффициент условий применения k_y , равный отношению значений показателя надежности рассматриваемого объекта и прототипа.

Такой пересчет можно осуществлять:

- 1) используя метод поправочных коэффициентов;
- 2) используя гипотезу Н. М. Седякина о ресурсе надежности объекта;
- 3) применяя расчетные графики;
- 4) учитывая разброс значений параметров режимов применения объектов.

Все эти методы разрабатывались для расчета надежности электронных схем, но могут быть использованы для пересчета показателей надежности других объектов.

Согласно первому методу находится значение исходного показателя надежности (интенсивности отказов или параметра потока отказов) в лабораторных условиях, которое затем умножается на коэффициент $k_{\text{окр}}$ окружающей среды. Коэффициент $k_{\text{окр}}$ показывает, во сколько раз интенсивность отказов объекта при данных условиях работы больше, чем при лабораторных условиях. Иногда интенсивность отказов объектов сравнивается с интенсивностью отказов стационарных известных объектов. При использовании иностранных данных необходимо учитывать, что в течение последних 10 лет происходит систематическое снижение значений $k_{\text{окр}}$, публикуемых различными авторами. По-видимому, это свидетельствует о тенденции к тщательному подбору деталей и агрегатов для работы в трудных условиях. Значения $k_{\text{окр}}$ для электрических элементов значительно меньше, чем для механических элементов.

Коэффициент условий применения k_y равен отношению значений коэффициентов $k_{\text{окр}}$ проектируемого объекта и прототипа.

В гипотезе Н. М. Седякина используется понятие «ресурс (запас) надежности» объекта. В качестве функции ресурса принимается

$$r(t) = -\ln p(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau.$$

Гипотеза состоит в том, что вероятность безотказной работы объекта в условиях ε зависит от значения выработанного им в прошлом ресурса r и не зависит от того, как выработан этот ресурс.

Если обозначить t_1 и t_2 продолжительности наработки в двух различных режимах ε_1 и ε_2 в прошлом, то из

интегрального соотношения

$$r = \int_0^{t_1} \lambda(\tau/\varepsilon_1) d\tau = \int_0^{t_2} \lambda(\tau/\varepsilon_2) d\tau$$

можно найти $t_2 = \varphi(t_1)$ и вычислить значение функции надежности

$$p(t_1 + \Delta t) = \exp \left[- \int_0^{t_2 + \Delta t} \lambda(\tau/\varepsilon_2) d\tau \right].$$

Гипотезу Н. М. Седякина целесообразно применять при нестационарных интенсивностях отказов объектов, поочередно работающих в различных режимах, например для дежурных средств.

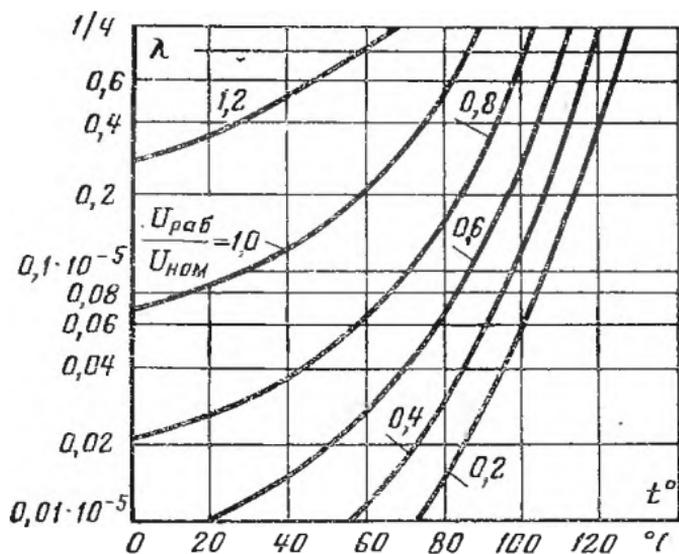


Рис. 3-5. Зависимость интенсивности отказов слюдяных конденсаторов из фольги от действующих нагрузок (пример).

Метод расчетных графиков основан на использовании графической зависимости показателя надежности (интенсивности или параметра потока отказов) от параметров режимов работы (температура, электрическая нагрузка и т. д.). В настоящее время расчетные графики имеются в основном для элементов электронных схем. Пример графика приведен на рис. 3-5. Определяющее действие оказывает постоянное (или эффективное) напряжение, действующее при определенной температуре. Поскольку конденсатор не является теплоиспускающим телом, то его температура принимается равной темпера-

туре окружающей среды. Действующее напряжение учитывается в долях номинального.

Интенсивность отказов углеродистых резисторов определяется в основном их температурой. Температура резистора зависит как от температуры окружающей среды, так и от электрической мощности, рассеиваемой на резисторе.

Из рис. 3-5 следует, что нагрузку на элемент удобно выражать в долях номинальной нагрузки. Эта относительная величина называется коэффициентом нагрузки γ :

для конденсаторов

$$\gamma = \frac{U_{\text{раб}}}{U_{\text{ном}}},$$

где U — напряжение;
для резисторов

$$\gamma = \frac{W_{\text{раб}}}{W_{\text{ном}}},$$

где W — мощность.

Иногда вместо графиков используют экспериментальные формулы и правила. Например, интенсивность отказов полупроводниковых приборов удваивается при повышении окружающей температуры на 10°C .

При учете режимов работы можно оценить целесообразность применения резервирования по нагрузке (см. гл. 12).

Иногда по вертикальной оси откладывается не интенсивность отказов λ , а значения коэффициента типа элемента $k_i = \lambda_i / \lambda_*$, где λ_* — интенсивность отказов основного элемента расчета (см. коэффициентный способ расчета § 5-1).

В тех случаях, когда можно выделить несколько видов нагрузки, применяют один из двух приемов:

1) подбирают экспериментальные зависимости

$$\lambda = \varphi(\lambda_0, t^{\circ}, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n),$$

где λ_0 — интенсивность отказов при номинальных условиях; t° — температура окружающей среды; $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ — относительные нагрузки различных видов;

2) выделяют типовые режимы применения, нумеруют эти режимы в порядке ужесточения и строят зависимости интенсивности отказов объекта от номера режима работы.

Например, для электронных ламп учет влияния условий работы сложнее, чем для конденсаторов и резисторов. Здесь приходится учитывать как коэффициент нагрузки в цепи накала γ_1 , так и коэффициент нагрузки в цепях электродов γ_2 . При этом желательно учесть взаимное влияние этих цепей. В общем случае интенсивность отказов электронной лампы в определенном ре-

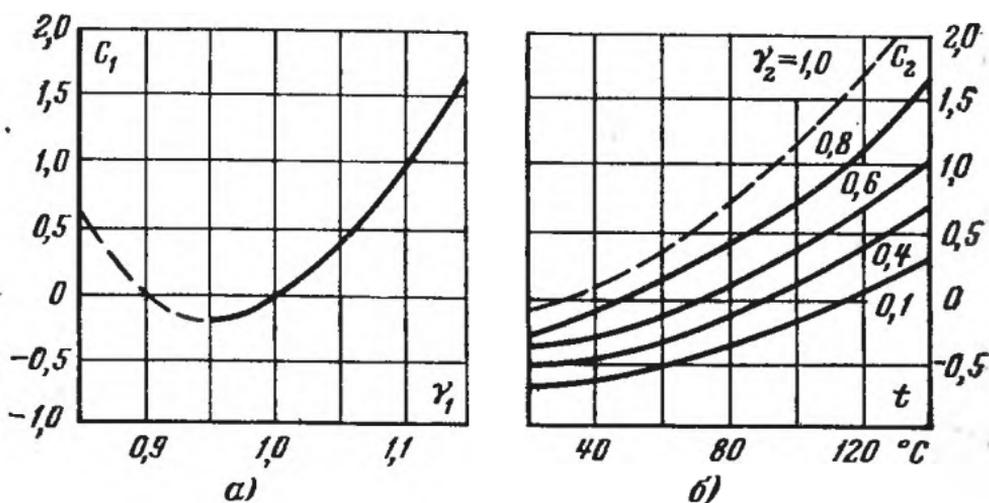


Рис. 3-6. Зависимость интенсивности отказов электронных ламп от действующих нагрузок по данным [80].

а — график поправки C_1 ; б — график поправки C_2 .

жиме работы можно считать зависящей от значения интенсивности отказов λ_0 при номинальном режиме, температуры t° окружающей среды и значений γ_1 и γ_2 :

$$\lambda = f(\lambda_0, t^\circ, \gamma_1, \gamma_2).$$

Для практических расчетов значения λ согласно [80] можно вычислять по формуле

$$\lambda = (1 + C_1 + C_2) \lambda_0,$$

где C_1 зависит от γ_1 , а C_2 — от λ_2 и t° . При этом коэффициент γ_1 равен отношению рабочего напряжения накала к номинальному напряжению, а γ_2 вычисляется по формуле

$$\gamma_2 = \frac{W_{\text{н}} + W_{\text{а}} + W_{\text{с}}}{W_{\text{н.ном}} + W_{\text{а.ном}}} \text{ м};$$

здесь $W_{\text{н}}$, $W_{\text{а}}$, $W_{\text{с}}$ — мощности, рассеиваемые в цепи накала, анода и сетки, а $W_{\text{н.ном}}$ и $W_{\text{а.ном}}$ — номинальные мощности рассеивания в цепях накала и анода. Зави-

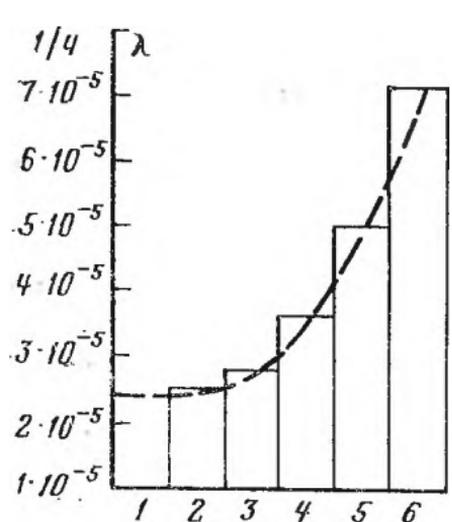


Рис. 3-7. Зависимость интенсивности отказов электронных ламп от жесткости (номера) режима работы.

Пример такой зависимости, взятой из [73], приведен на рис. 3-7, где цифрами по горизонтальной оси обозначены номера режимов эксплуатации:

1 — все напряжения и токи меньше 50% номинальных значений, а рассеиваемые мощности по каждому электроду меньше 25% номинальных значений;

2 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 75 и 50%;

3 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 90 и 75%;

4 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 90 и 90%;

5 — одно из значений напряжения, тока или рассеиваемой мощности находится между 90 и 100% номинального значения;

6 — одно из значений напряжения, тока или рассеиваемой мощности превышает 100% номинального значения.

При построении графика на рис. 3-7 влияние изменений напряжения накала электронных ламп на их интенсивность отказов не учитывалось.

В методе, учитывающем разброс значений параметров, принимаются во внимание разброс режимов работы или хранения. Содержание и особенности применения метода рассмотрены в § 1-6 и 8-6. Возможности исполь-

симость поправок C_1 от γ_1 и C_2 от γ_2 и t° приведена на рис. 3-6.

Другой путь изображения приближенной зависимости интенсивности отказов электронных ламп от условий их применения состоит в том, что выделяются типовые режимы, каждому из которых соответствуют определенные условия работы лампы. Эти режимы нумеруются в порядке ужесточения условий работы. По статистическим данным об отказах ламп находится зависимость интенсивности отказов ламп от номера режима их работы.

зования этого метода при составлении технических заданий на проектируемое изделие ограничены малым объемом информации о будущем изделии.

Методы корректирования показателя надежности прототипа с учетом других факторов известны для частных случаев. Эти методы нуждаются в систематизации и дальнейшей разработке.

Таким образом, показатель надежности проектируемого изделия находится по показателю надежности прототипа. Этот показатель может измениться с учетом тактических, моральных, политических факторов. Задание технических требований является творческим процессом.

При формулировании требований по надежности в ряде случаев целесообразно указать размер поощрения (повышение стоимости) за увеличение надежности заказываемого объекта.

г) Уточнение норм надежности и выбор мероприятий по ее повышению

Такое уточнение проводится либо в конце формирования технического задания, либо в начале проектирования изделий. Ограничимся рассмотрением объектов, эффект от эксплуатации которых может быть определен экономически [40].

Средний суммарный эффект \mathcal{E} от эксплуатации объекта зависит от его себестоимости, показателей надежности, экономических показателей эксплуатации, к числу которых относятся:

- экономический эффект от выполнения задания;
- средние потери от отказа;
- ущерб в единицу времени из-за вынужденного простоя объекта.

Повышение надежности объектов обычно ведет к повышению его себестоимости. Вместе с тем эксплуатация более надежного изделия может обходиться дешевле, так как сокращаются ущерб из-за отказов, затраты на ремонт и профилактические работы. Поэтому необходимы такие нормы надежности, которые обеспечивали бы максимальный экономический эффект.

Однако затраты на повышение надежности (при производстве) и затраты из-за ненадежности объектов (при эксплуатации) производятся в разное время. Поэтому необходимо рассматривать приведенный к определенно-

му моменту времени (обычно началу эксплуатации) средний выходной эффект \mathcal{E}_n . Чтобы получить конкретное выражение для \mathcal{E}_n , составляется экономическая модель функционирования объектов. Например, для неремонтируемых объектов, эффект от работы которых прямо пропорционален проработанному времени, имеем:

$$\mathcal{E}(t) = -(\beta_1 + \beta_2) + \gamma t,$$

где β_1 — себестоимость объекта; β_2 — затраты, связанные с отказом; γ — экономический эффект (доход) в единицу времени функционирования; t — наработка объекта. Среднее значение эффекта (дохода)

$$\bar{\mathcal{E}} = -(\beta_1 + \beta_2) + \gamma m_t,$$

где m_t — средняя наработка до отказа.

Перейдем к календарному времени, учтя интенсивность эксплуатации коэффициентом ν , равным доле времени использования объекта:

$$m_{t_k} = \frac{m_t}{\nu}.$$

Затраты из-за ненадежности и экономический эффект считаем распределенными равномерно за время $(0, m_{t_k})$.

При этом доход в единицу времени

$$a = \frac{-\beta_2 + \gamma m_t}{m_{t_k}},$$

и согласно (2-6) приведенный эффект

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n &= -\beta_1 + \frac{-\beta_2 + \gamma m_t}{\nu m_{t_k}} (1 - e^{-\nu m_{t_k}}) = \\ &= -\beta_1 + \frac{\nu}{\nu} \left(\gamma - \frac{\beta_2}{\nu m_{t_k}} \right) (1 - e^{-\nu m_{t_k}}), \end{aligned}$$

где ν определена согласно формуле (2-4).

Аналогичные выражения можно получить для других экономических моделей.

Выбранные значения показателей надежности должны обеспечивать максимум \mathcal{E}_n .

При практическом применении методики для каждого мероприятия определяется величина

$$\Delta \mathcal{E}_{ni} = \mathcal{E}_{ni} - \mathcal{E}_{ni}^0,$$

где \mathcal{E}_{ni}^0 — средний приведенный эффект для некоторого исходного варианта объекта; \mathcal{E}_{ni} — средний приведенный

эффект для этого изделия с учетом того, что осуществлено i -е мероприятие.

Далее определяется мероприятие, с помощью которого обеспечивается максимальное приращение $\Delta \mathcal{E}_{\pi i}$. Вариант объекта с осуществлением этого мероприятия принимается за исходный, и описанный процесс повторяется вновь и т. д. Вычисления прекращаются, когда все $\Delta \mathcal{E}_{\pi i}$ будут отрицательными. За оптимальное значение показателей надежности принимаются значения, достигнутые на предыдущем этапе процесса вычислений. (Более подробно изложение методики расчета см. в [40].)

Недостаток рассмотренной методики состоит в том, что для ее применения нужна значительная информация о проектируемых объектах. Эта информация не всегда имеется на начальных этапах проектирования.

3-3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ПО ЭЛЕМЕНТАМ

Так называется проводимый на начальном этапе проектирования процесс задания значений показателей надежности блоков и узлов системы по имеющемуся в техническом задании значению показателя надежности всей системы. В этот период информация о системе еще невелика, поэтому применяют довольно грубые приемы. По мере появления новых сведений вычисленные ранее значения уточняются.

Существуют различные приемы распределения показателей надежности, которые рассмотрим на конкретных примерах:

- 1) по принципу равнонадежности элементов;
- 2) с учетом существующего соотношения показателей надежности элементов;
- 3) с учетом перспектив совершенствования элементов;
- 4) с учетом стоимости проектирования, производства и эксплуатации элементов.

Выбор того или иного способа распределения показателей надежности зависит от имеющейся информации о проектируемом объекте.

Пример 3-1. Для проектируемого усилителя задана вероятность безотказной работы в течение $t_1=2000$ ч, равная $p_{yc}(t_1)=0,98$. Усилитель состоит из трех равнонадежных последовательных каска-

дов. Необходимо задать значение интенсивности отказов одного каскада.

Решение. Так как каскады равнонадежны, имеем:

$$p_{yc}(t) = [p_{каскад}(t)]^3; \lambda_{yc} = 3\lambda_{каскад}; m_{t_{yc}} = \frac{1}{3} m_{t_{каскад}}.$$

В соответствии с условием примера

$$p_{yc}(t_1) \approx 1 - \lambda_{yc} t_1 = 0,98,$$

откуда

$$\lambda_{yc} = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Для одного каскада интенсивность отказов должна быть

$$\lambda_{каскад} \leq \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-2. Проектируемый объект состоит из трех блоков A_1, B_1, C_1 . Для безотказной работы объекта необходима безотказная работа всех блоков. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение $t_1=100$ ч, равная $p_{об}(t_1)=0,97$.

Назначить требуемые значения интенсивностей отказов блоков $\lambda_{a_1}, \lambda_{b_1}, \lambda_{c_1}$, если при рассмотрении прототипа объекта установлено, что блоки A_0, B_0, C_0 , аналогичные проектируемым, имеют интенсивности отказов $\lambda_{a_0}=10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{b_0}=8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{c_0}=3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

Решение. Для распределения значений показателей надежности по блокам учтем существующее соотношение интенсивностей отказов блоков прототипа. При основном (последовательном на логической схеме) соединении блоков доля отказов объекта из-за отказов j -го блока

$$k_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_{об}},$$

где $\lambda_{об}$ — интенсивность отказов системы (всего объекта); λ_j — интенсивность отказов j -го блока (см. § 5-1).

Коэффициент k_j можно найти по соотношению интенсивностей отказов прототипа:

$$k_j = \frac{\lambda_{j_0}}{\sum_{j=1}^n \lambda_{j_0}},$$

где n — число элементов.

В рассматриваемом случае

$$k_a = \frac{\lambda_{a_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{1}{12};$$

$$k_b = \frac{\lambda_{b_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{2}{3};$$

$$k_c = \frac{\lambda_{c_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{1}{4}.$$

Значение $\lambda_{об}$ находим из соотношения

$$p_{об}(t_1) \approx 1 - \lambda_{об} t_1 = 0,97;$$
$$\lambda_{об} = \frac{1 - 0,97}{100} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Нормы надежности для блоков

$$\lambda_{a1} = k_a \lambda_{об} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{12} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$
$$\lambda_{b1} = k_b \lambda_{об} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{3} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$
$$\lambda_{c1} = k_c \lambda_{об} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-3. Проектируемый объект состоит из двух блоков A и B . Для безотказной работы объекта необходимо, чтобы оба блока были в работоспособном состоянии. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение $t_1=100$ ч; $p(t_1)=0,98$.

Назначить требуемые значения интенсивностей отказов блоков λ_{a1} , λ_{b1} , если в результате анализа данных за 1965—1975 гг. известно, что изменение интенсивностей отказов блоков аналогичных A и B прототипов A_0 и B_0 по годам выпуска может быть аппроксимировано формулой

$$\lambda = \lambda_{65} \exp[-\nu(l-1965)],$$

где λ_{65} — интенсивность отказов изделия, выпущенного в 1965 г., l — год выпуска блока.

Для блока A_0 : $\lambda_{a65}=1,4 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_a=0,034$ 1/год.

Для блока B_0 : $\lambda_{b65}=28 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_b=0,14$ 1/год.

Решение. Имеющееся соотношение показателей надежности блоков прототипа может значительно измениться за время проектирования и изготовления объекта. Экстраполируя значения интенсивностей отказов блоков-прототипов до 1980 г., получаем:

$$\lambda_{a80}=1,4 \cdot 10^{-4} \exp[-0,034 \cdot 15]=8,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{b80}=28 \cdot 10^{-4} \exp[-0,14 \cdot 15]=34 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Далее аналогично примеру 3-2 имеем:

$$k_{a1} = \frac{\lambda_{a80}}{\lambda_{a80} + \lambda_{b80}} = \frac{8,4 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,2;$$

$$k_{b1} = \frac{\lambda_{b80}}{\lambda_{a80} + \lambda_{b80}} = \frac{34,0 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,8;$$

$$\lambda_{об} = \frac{1 - 0,98}{100} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{a1} = k_{a1} \lambda_{об} = 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{b1} = k_{b1} \lambda_{об} = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-4. Для системы, состоящей из четырех элементов, задано значение параметра потока отказов $\omega_c = 10^{-5}$ 1/ч. Для безотказной работы системы необходима безотказная работа всех элементов. Элементы пронумерованы 1, 2, 3, 4.

Распределить заданное значение параметра потока отказов между элементами. Запланированное время проектирования и производства системы равно $\tau = 5$ лет, технический ресурс $t_p = 20$ лет непрерывной работы. Вложения (затраты) в единицу времени (1 ч) проектирования и производства элементов предполагаются постоянными и для j -го элемента равными:

$$\mu_j = \frac{k_{пj}}{\omega_j} + \mu_{0j},$$

где ω_j — параметр потока отказов j -го элемента; μ_{0j} — затраты в единицу времени на проектирование и производство, не зависящие от надежности.

Значения $k_{п1} = 1,6 \cdot 10^{-4}$ руб.·отказ/ч²; $k_{п2} = k_{п3} = k_{п4} = 3 \cdot 10^{-5}$ руб.·отказ/ч²; $\mu_{01} = \mu_{02} = \mu_{03} = \mu_{04} = 0$ определены по опыту проектирования аналогичных элементов.

Текущие эксплуатационные затраты в единицу времени также постоянны и равны:

$$v_j = k_{э1}\omega_j + v_{0j}.$$

Значения $k_{э1} = 4 \cdot 10^6$ руб./отказ; $k_{э2} = k_{э3} = k_{э4} = 1,7 \cdot 10^5$ руб./отказ; $v_{01} = v_{02} = v_{03} = v_{04} = 0$ определены по опыту эксплуатации аналогичных элементов.

Общие затраты на проектирование, производство и эксплуатацию системы

$$C_{\text{сист}} = \sum_{j=1}^n C_j,$$

где C_j — затраты на один j -й элемент; n — число элементов в системе.

Решение. Чтобы сравнивать затраты на проектирование, производство и эксплуатацию, их необходимо привести к одному моменту времени — началу эксплуатации элемента. Для этого воспользуемся формулами (2-1) — (2-6).

Приведенные эксплуатационные затраты в соответствии с (2-6) равны:

$$C_{эj} = \frac{v_j}{\kappa} [1 - \exp(-\kappa t_p)] = \beta_{0j} + \beta_j \omega_j,$$

где

$$\beta_{0j} = \frac{v_{0j}}{\kappa} [1 - \exp(-\kappa t_p)]; \quad \beta_j = \frac{k_{эj}}{\kappa} [1 - \exp(-\kappa t_p)].$$

Для производственных затрат путем рассуждений, аналогичных приведенным при выводе формулы (2-6), получим:

$$C_{пj} = \frac{\mu_j}{\kappa} [\exp(\kappa \tau) - 1].$$

Таким образом, приведенные производные затраты

$$C_{nj} = \frac{1}{\kappa} \left(\mu_{0j} + \frac{k_{nj}}{\omega_j} \right) [\exp(\kappa\tau) - 1] = \alpha_{0j} + \frac{\alpha_j}{\omega_j},$$

где обозначено

$$\alpha_{0j} = \frac{\mu_{0j}}{\kappa} [\exp(\kappa\tau) - 1]; \quad \alpha_j = \frac{k_{nj}}{\kappa} [\exp(\kappa\tau) - 1].$$

Таким образом, общие затраты на систему

$$C_{\text{сист}} = \sum_{j=1}^n (\beta_{0j} + \alpha_{0j}) + \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j.$$

Поскольку требуется разделить между элементами заданное для системы значение параметра потока отказов ω_c , все ω_j при основном (последовательном на логической схеме) соединении элементов связаны соотношением

$$\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c = 0. \quad (3-1)$$

Задача может быть решена при различных видах функции

$$\varphi(\omega_1, \dots, \omega_n; \omega_c) = 0.$$

Когда эта зависимость имеет вид (3-1), решение упрощается.

Используя (3-1), можно найти значения всех ω_j , при которых общие затраты на систему минимальны. Для этого целесообразно воспользоваться методом неопределенных множителей Лагранжа. Согласно этому методу составляем функцию

$$\Phi(\omega_1, \dots, \omega_n, \gamma) = \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j + \gamma \left(\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c \right),$$

где γ — неопределенный множитель. Далее приравняем нулю частные производные этой функции по $\omega_1, \dots, \omega_n$. Таким образом, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} &= -\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} + \beta_1 + \gamma = 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_n} &= -\frac{\alpha_n}{\omega_n^2} + \beta_n + \gamma = 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений получаем:

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 = \frac{\alpha_2}{\omega_2^2} - \beta_2 = \dots = \frac{\alpha_n}{\omega_n^2} - \beta_n,$$

откуда

$$\omega_{j\text{опт}} = \sqrt{\frac{c_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}} \quad (3-2)$$

Подставив выражение для ω_j согласно (3-2) в соотношение (3-1), получаем:

$$\omega_1 + \sum_{j=2}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}} - \omega_c = 0.$$

Это уравнение проще всего решить графически, переписав его в виде

$$A(\omega_1) = B(\omega_1), \quad (3-3)$$

где

$$A(\omega_1) = \omega_c - \omega_1 - \sqrt{\frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_2}};$$

$$B(\omega_1) = \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}.$$

Для графического решения уравнения (3-3) вычисляются и строятся на графике зависимости $A(\omega_1)$ и $B(\omega_1)$. Абсцисса точки пересечения кривых определит искомое значение $\omega_{1\text{опт}}$ (рис. 3-8).

Далее по формуле (3-2) последовательно определяются все значения $\omega_{j\text{опт}}$.

Для упрощения вычислений целесообразно переписать формулу (3-2) в виде

$$\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}},$$

где

$$h_j = \frac{\beta_j - \beta_1}{\alpha_1} \omega_1^2.$$

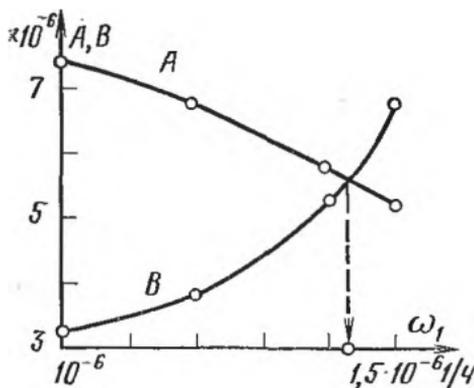


Рис. 3-8. К вопросу о вычислении $\omega_{1\text{опт}}$.

Для облегчения вычислений по формуле (3-2) может быть построена номограмма вида рис. 3-9. В правом квадранте осуществляется вычисление $\sqrt{1/(1+h_j)}$, в левом квадранте производится умножение на $\sqrt{\alpha_j/\alpha_1}$. Ход вычислений по номограмме показан пунктирной линией со стрелками.

Выражения для $A(\omega_1)$ и $B(\omega_1)$ можно также записать в виде

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_1) &= \omega_c - \omega_1 \left(1 + \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_2}} \right); \\ B(\omega_1) &= \omega_1 \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}}. \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

Поочередно задавая значения ω_1 , можно находить по номограмме значения произведения корней и использовать их согласно формуле (3-4).

Для рассматриваемого примера $\kappa = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/ч (см. § 2-1) и

$$\alpha_1 = \frac{1,6 \cdot 10^{-4}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 0,955;$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 1,78;$$

$$\beta_1 = \frac{4 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} =$$

$$= 2,76 \cdot 10^{11} \text{ руб.ч/отказ};$$

$$\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \frac{1,7 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} =$$

$$= 1,17 \cdot 10^{10} \text{ руб.ч/отказ};$$

$$h_2 = \frac{1,17 \cdot 10^{10} - 2,76 \cdot 10^{11}}{0,955} \omega_1^2 = -2,77 \cdot 10^{11} \omega_1^2.$$

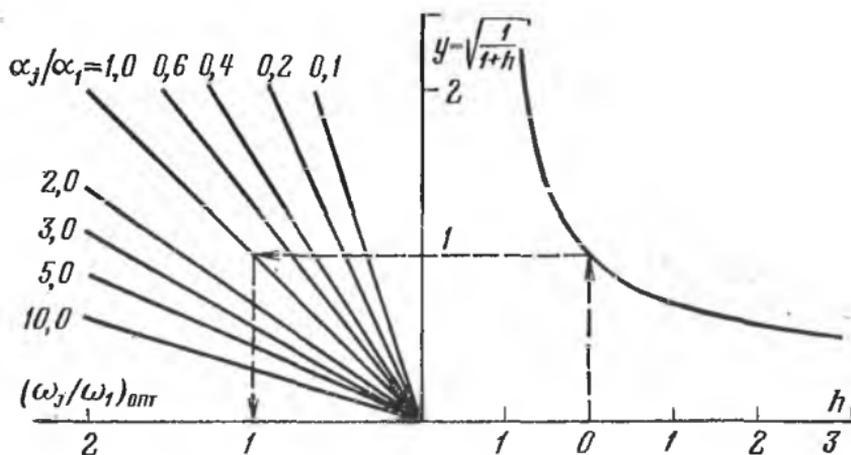


Рис. 3-9. Номограмма для вычисления отношения ω_j/ω_1 .

Используя (3-4), строим в одних осях координат графики зависимости $A(\omega_1)$ и $B(\omega_1)$ (рис. 3-8). Абсцисса точки пересечения кривых дает $\omega_{1\text{опт}} = 1,43 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Далее с помощью номограммы на рис. 3-9 определяем:

$$\omega_{2\text{опт}} = \omega_{3\text{опт}} = \omega_{4\text{опт}} = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч.}$$

3-4. МЕТОДЫ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ НОРМ НАДЕЖНОСТИ

Подтвердить заданные в технических условиях значения показателей (норм) надежности можно различными методами, например проведением контрольных

испытаний на надежность, моделированием случайных процессов возникновения отказов на специальных стендах, вероятностным моделированием на цифровых вычислительных машинах процессов перехода систем в различные состояния, проведением контрольных расчетов надежности.

Методы подтверждения выполнения норм надежности перечислены в порядке убывания их убедительности.

Основной метод подтверждения выполнения норм надежности — контрольные испытания на надежность. Такие испытания должны проводиться периодически, в сроки, предусмотренные техническими условиями на систему, а также при изменении конструкции, материалов, технологии, влияющих на показатели надежности.

Перед началом контрольных испытаний объекты должны пройти приработку (технологический прогон).

В технических условиях на объект должна иметься программа контрольных испытаний на надежность. Программа должна содержать план испытаний, требования к средствам испытаний, способ обработки экспериментальных данных и оформления результатов испытаний.

План испытаний назначается по согласованию между заказчиком и изготовителем и утверждается вышестоящей организацией. В этом плане содержатся правила, устанавливающие объем выборки, порядок проведения испытаний и критерии их прекращения.

Моделирование и контрольные расчеты приобретают большое значение, когда объекты не могут быть подвергнуты контрольным испытаниям на надежность или может быть испытана лишь модель (макет) объекта.

В последнем случае может применяться моделирование случайных процессов возникновения отказов. При этом изготавливается макет объекта, состоящий из элементарных моделирующих ячеек, каждая из которых в течение одного такта моделирования имитирует реализацию полуслучайного процесса изнашивания, старения, разрегулирования.

Для осуществления моделирования необходимо знать вероятностные характеристики полуслучайных процессов изменения свойств элементов (деталей) объекта. Эти характеристики могут быть получены либо при испытаниях деталей (моделей деталей), либо по данным эксплуатации этих или аналогичных деталей в других конструкциях и схемах,

Применение вероятностного физического моделирования рассмотрено в гл. 6 и 10.

В случае, когда объекты не могут быть подвергнуты контрольным испытаниям на надежность, выполнение норм надежности должно быть подтверждено контрольным расчетом надежности (в том числе и для уникальных объектов) или путем применения вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ.

Методика контрольных расчетов надежности должна быть убедительно обоснована.

При контрольном расчете надежности уникальных объектов необходимо основываться на значениях показателей надежности аналогичных деталей (элементов) объектов и при необходимости экстраполировать эти показатели.

Вероятностное моделирование на цифровых ЭВМ проводится в случаях, когда контрольные расчеты являются слишком громоздкими или связаны с допущениями, значительно искажающими действительность. Моделирующие алгоритмы должны согласовываться между заказчиком и изготовителем изделий.

Ускоренные испытания на надежность

Информацию о надежности изделий в течение времени, меньшего, чем заданная долговечность, получают при ускоренных испытаниях. Различают ускоренные испытания в нормальном и форсированных режимах.

В нормальном режиме составляющие нагрузок соответствуют техническим условиям для непрерывных режимов работы. В форсированных режимах некоторые виды воздействий на изделие превышают предельные по техническим условиям значения.

При обосновании форсированных испытаний необходимо составить методику пересчета показателей надежности, полученных при ускоренных испытаниях, на нормальные условия.

При значительном ужесточении режимов испытаний могут появиться отказы иной физической природы, чем при испытаниях в нормальных режимах. В результате можно получить неверные данные о надежности изделий. Поэтому при обосновании форсированных испытаний необходимо выявить влияние нагрузок на физические процессы приближения к отказам. Кроме того, необходимо четко оговорить допустимые пределы нагрузок.

Поскольку процессы, происходящие при ускоренных испытаниях в форсированном режиме, изучены пока еще недостаточно, приходится использовать приближенные характеристики зависимости между значениями показателей надежности в нормальном и форсированном режимах. В качестве такой характеристики может быть использован коэффициент подобия k_{Π} , равный отношению средней наработки при реальных условиях к средней наработке в форсированном режиме. При этом длительность испытаний в форсированном режиме может быть определена по формуле

$$t_{\Phi} = t_p / k_{\Pi},$$

где t_p — заданный интервал наработки изделий в реальных условиях; k_{Π} — коэффициент подобия форсированных испытаний.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

4-1. СПОСОБЫ И ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРЕДСКАЗАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

Испытания для определения надежности проектируемой системы обычно или невозможны или нецелесообразны экономически, приходится ограничиваться расчетами или моделированием. Задача ставится так: имеются сведения о надежности элементов и связях между ними (сведения о структуре системы). По этим данным нужно определить значения показателей надежности системы.

Цели определения надежности проектируемой системы:

1) показать, достижима ли заданная надежность при современном уровне знаний и технологии (результат расчета может привести к пересмотру этого требования);

2) помочь распределить значения показателей надежности по элементам, блокам и узлам;

3) помочь сделать выбор между различными конструктивными решениями;

4) выяснить возможность и целесообразность введения резервирования.

Для определения надежности проектируемой системы необходимо иметь первичные сведения о функциональных связях между элементами, т. е. о соотношениях между производственными параметрами системы и составляющих ее элементов. Эти первичные сведения могут быть заданы различными способами: в виде словесного описания связей и их изменений в процессе функционирования системы, в виде принципиальной (функциональной) схемы и описания ее работы (так обычно делают для направленных систем — см. гл. 2) или другим способом.

Имеются два пути определения надежности систем:

- 1) с составлением математической (логической) модели функционирования системы;
- 2) без составления математической модели, непосредственно по функциональной схеме системы.

Первый путь является общепринятым, опыт применения второго пути пока еще невелик.

В процессе составления математической модели принимаются решения о том, каковы признаки отдельных состояний, какие состояния необходимо учитывать (все состояния обычно учесть невозможно) и т. д. Иначе говоря, необходимо описать функционирование реальной системы формальным языком событий или состояний. Для этого анализируют процесс функционирования системы, изучают функциональные связи между элементами (структуру системы), особенности технического обслуживания и ремонта рассматриваемой системы. Такое системное исследование требует высокой инженерной и математической эрудиции. Ошибки, совершаемые на данном этапе, в дальнейшем ходе расчета обычно не обнаруживаются. Поэтому в конце этапа необходимо проверить достоверность модели. Для этого есть два пути [39].

1. Применением обратных размышлений. При построении модели происходит ее обдумывание, в ходе которого происходит переход от рассмотрения реальных процессов к их аппроксимации математической схемой. Для проверки достоверности модели прослеживают в обратном порядке цепочку размышлений. При этом сначала анализируют математическую схему, возвращаются к аппроксимациям и, наконец, к реальным процессам. При этом обеспечивается рассмотрение задачи с новой точки зрения.

2. Рассмотрение математической схемы специалистами, не принимавшими участия в ее разработке. Эти специалисты могут заметить слабые стороны математической модели, которые не замечены авторами.

Этап составления математической модели, к сожалению, пока еще исследован недостаточно.

Могут использоваться модели, в различной степени соответствующие реальному процессу функционирования системы. Наибольшее распространение получили логические модели безотказной работы систем. В таких математических моделях учитываются возможные состояния системы при отказах и восстановлениях элементов, правила переходов из одного состояния в другое. При построении логической модели предполагают, что элементы могут находиться в одном из двух несовместимых состояний — работоспособном или неработоспособном. Функциональные связи между элементами заменяют логическими, характеризующими состояние системы (работоспособное или неработоспособное) в зависимости от работоспособности или неработоспособности различных элементов. Условия работоспособности системы при отказах элементов записываются с помощью логических соотношений.

Вид математической модели определяет возможность получения расчетных формул. Соответствующие формальные преобразования описаны в литературе достаточно подробно. Можно выделить:

метод интегральных уравнений;

метод дифференциальных уравнений;

метод оценки надежности по графу возможных состояний системы и др.

При использовании для определения надежности проектируемой системы данных о надежности элементов необходимо учитывать, что эти данные относятся к элементам, выпущенным несколько лет назад. В проектируемой системе будут применяться не эти элементы, а новые, которые иногда во время проектирования системы еще не выпускаются промышленностью. Поэтому при определении надежности проектируемой системы иногда целесообразно экстраполировать процессы изменения значений показателей надежности элементов от момента их выпуска до изготовления новых элементов (или системы). По мере накопления информации о надежности элементов и путях ее повышения указанные

прогнозы будут все более точными и дифференцированными.

При расчетах надежности, обычно предполагают, что все значения времени между отказами и времени восстановления — независимые случайные величины.

Используя математические модели, можно найти значения показателей надежности системы по данным о надежности элементов, проводя расчеты (в том числе и численными методами) или вероятностное моделирование процессов перехода систем в различные состояния (сокращенно: вероятностное логическое моделирование) на цифровых ЭВМ или на специальных установках для моделирования систем массового обслуживания.

При прямом вероятностном моделировании на цифровых ЭВМ составляется моделирующий алгоритм непосредственно по схеме возможных состояний системы с учетом логики переходов в различные состояния. Затем многократно воспроизводятся реализации случайных процессов функционирования технической системы, вычисляются статистические оценки показателей надежности.

Возможно определение надежности сложных систем путем использования специализированных установок для моделирования систем массового обслуживания. Такой метод разработан мало. Моделирующая установка имитирует динамику случайных переходов в возможные состояния в соответствии с математической моделью.

При предсказании надежности сложных систем перечисленными методами возникают следующие трудности.

1. При составлении математических моделей возникает методическая погрешность из-за замены функциональных связей между реальными элементами логическими соотношениями, учитывающими лишь некоторые возможные состояния системы. Значение этой погрешности может быть значительным, и ее практически невозможно проверить или учесть.

2. Даже для сравнительно простых систем исследование является крайне громоздким. В общем случае число возможных состояний, в которых может находиться система, равно 2^n , где n — число элементов в системе. Поэтому системы высоких порядков сложности (которые состоят из десятков элементов) в общем случае

крайне трудно исследовать существующими методами. Например, в системе из 30 элементов число возможных состояний равно $2^{30} \approx 10^9$. (Можно сказать: система девятого порядка сложности.)

Необходимо отметить, что число элементов в системе еще не определяет ее сложность в смысле надежности. Система, состоящая из 1 000 000 элементов и отказывающая при отказе хотя бы одного элемента, является простой — она имеет лишь два состояния: работоспособное и неработоспособное.

Иногда удается сократить число рассматриваемых состояний, например при одинаковых элементах с одинаковыми интенсивностями отказов и восстановлений.

При использовании вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ парадокс состоит в том, что имеется принципиальная возможность исследования надежности систем при не очень жестких допущениях (например, при коррелированных отказах). Однако реализовать эту возможность обычно не решаются из-за громоздкости моделирующего алгоритма.

Попытки преодоления этой трудности осуществляются в двух направлениях:

- 1) отбрасывание маловероятных состояний;
- 2) объединение состояний, т. е. упрощение системы.

При этом могут появиться дополнительные методические погрешности.

Системы высоких порядков сложности (5—6 и более) в общем случае вообще не удастся исследовать методами, перечисленными в данном параграфе.

3. Очень велики трудозатраты на применение перечисленных методов исследования надежности сложных систем. На разработку программ вычислений или моделирующих алгоритмов тратятся месяцы напряженного труда квалифицированных специалистов.

Перечисленные трудности являются следствием применения определенного типа математической модели: логических соотношений, как-то отражающих структуру системы. Поэтому необходимы методы исследования надежности сложных систем, не требующие составления математических моделей. В § 6-2 изложен такой метод, пригодный для довольно широкого класса систем, которые условно названы направленными.

В ходе проектирования все время меняется объем информации о создаваемой системе и возникают все но-

вые задачи. Поэтому расчеты надежности на разных стадиях проектирования системы проводятся с различными целями. В настоящее время можно выделить три этапа расчета надежности систем:

- 1) прикидочный расчет надежности структурной схемы системы;
- 2) расчет надежности системы при подборе типов элементов и уточнении режимов их работы;
- 3) расчет надежности на завершающих этапах проектирования с учетом особенностей системы технического обслуживания (контроль работоспособности, профилактика и т. д.).

4.2. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Этот метод является наиболее общим, его можно применять при расчете надежности любых (восстанавливаемых и невосстанавливаемых) систем при любых распределениях времени безотказной работы (наработки до отказа) и времени восстановления. Однако реализовать эту возможность удается редко.

Для определения показателей надежности системы составляют и решают интегральные или интегродифференциальные уравнения, связывающие характеристики распределений времени безотказной работы, а для восстанавливаемых систем — и времени восстановления элементов. В ходе составления интегральных уравнений обычно выделяют один или несколько бесконечно малых интервалов времени, для которых рассматривают сложные события, появляющиеся при совместном действии нескольких факторов.

Полученные выражения интегрируют по времени в пределах заданного интервала. Примеры таких уравнений имеются в § 1-5.

Интегральные и интегродифференциальные уравнения сравнительно просто составить, но трудно решить. В общем случае решения находятся численными методами с помощью цифровых ЭВМ. Метод интегральных уравнений не получил широкого распространения, однако его приходится применять при наличии временной избыточности даже при показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления.

В качестве примера применения метода интегральных уравнений рассмотрим расчет надежности невосстанавливаемой системы с ненагруженным (холодным) резер-

вом. В такой системе избыточные элементы находятся в отключенном состоянии и начинают работать, когда отказывают работающие элементы. При этом обычно необходимы индикаторы отказов (системы контроля работоспособности) и переключающие устройства, т. е. осуществляется активное резервирование. Введем предположения:

- 1) индикатор отказа и переключатель абсолютно надежны;
- 2) резервные элементы не могут отказать до включения их в работу;
- 3) ремонт резервированной системы в процессе ее работы невозможен.

Резервированная система будет безотказно работать в течение времени или наработки $(0, t)$ при следующих возможных событиях:

- 1) работающий (основной) элемент не отказал;
- 2) работающий элемент отказал в момент $\tau < t$, работоспособный резервный элемент включился в работу и безотказно работал интервал $(t - \tau)$.

Найдем вероятности этих событий. Вероятность первого события обозначим $p_1(t)$. Вероятность появления отказа работающего основного элемента в течение малого интервала $(\tau, \tau + d\tau)$ равна $f_1(\tau) d\tau = -p_1'(\tau) d\tau$. Вероятность безотказной работы системы при условии, что в момент τ произошел отказ основного элемента (т. е. включился в работу резервный элемент), равна $p_2(t - \tau)$. Интегрируя по τ от 0 до t , получаем вероятность осуществления второго из указанных выше событий

$$\int_0^t p_2(t - \tau) f_1(\tau) d\tau. \quad (4-1)$$

Вероятность безотказной работы дублированной системы с ненагруженным резервом равна:

$$p(t) = p_1(t) + \int_0^t p_2(t - \tau) f_1'(\tau) d\tau. \quad (4-2)$$

Проведя аналогичные рассуждения для системы, в которой имеется один основной и $k-1$ резервный элемент, получим рекуррентную формулу

$$p_{kc}(t) = p_{k-1}(t) + \int_0^t p_k(t - \tau) f_{k-1}(\tau) d\tau. \quad (4-3)$$

Индекс $k-1$ означает, что соответствующие характеристики относятся к резервированной системе, при отказе которой включается «в работу последний k -й резервный элемент.

При показательном распределении наработки до отказа основного и резервного элементов, имеющих интенсивности отказов λ_1 и λ_2 , из (4-2) для дублированной системы имеем:

$$p(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (4-4)$$

Взяв от (4-4) производную с обратным знаком, получим плотность распределения наработки до отказа

$$f(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (4-5)$$

При значительной кратности резервирования (практически при $k > 5$) распределение наработки до отказа системы становится близким к нормальному независимо от законов распределения наработки до отказа составляющих систему элементов (устройств).

Так как наработка до отказа системы с ненагруженным резервом

$$T_c = \sum_{j=1}^k T_j, \quad (4-6)$$

где T_j — наработка до отказа j -го элемента, то средняя наработка до отказа системы

$$m_{tc} = \sum_{j=1}^k m_{tj}, \quad (4-7)$$

где m_{tj} — средняя наработка до отказа j -го элемента.

Когда интенсивности отказов основного и резервных устройств постоянны и одинаковы, плотность распределения наработки до отказа системы с ненагруженным резервом представляет собой гамма-распределение. Функция надежности системы с общим ненагруженным резервом

$$p_c(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^j}{j!}, \quad (4-8)$$

где $\lambda_0 = 1/m_t$ — интенсивность отказов одного элемента.

Плотность распределения наработки до отказа и интенсивность отказов определяются формулами (1-29) и (1-31).

Когда значения вероятности отказа элементов сравнительно невелики ($q < 0,1$), для вычисления вероятности отказа системы с общим ненагруженным резервом можно использовать приближенную формулу

$$q_k(t) \approx \frac{1}{k!} \prod_{j=1}^k q_j(t). \quad (4-9)$$

Формула (4-9) дает немного завышенное значение вероятности отказа системы.

4-3. МЕТОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Метод основан на допущении о показательных распределениях времени (наработки) между отказами и времени восстановления. При этом параметр потока отказов $\omega = \lambda = 1/m_t$, интенсивность восстановления $\mu = 1/m_{t_B}$, где m_t — среднее время до отказа (между отказами); m_{t_B} — среднее время восстановления.

Метод дифференциальных уравнений может быть использован при расчете надежности как восстанавливаемых, так и невосстанавливаемых систем. Для применения метода необходимо иметь математическую модель в виде множества состояний системы, в которых она может находиться при отказах и восстановлениях элементов.

Чтобы определить показатели надежности, составляют и решают систему дифференциальных уравнений для вероятностей состояний (уравнений Колмогорова). При этом используют опыт решения задач по теории массового обслуживания. Чтобы не повторять ставшие общеизвестными сведения из теории массового обслуживания, ограничимся перечислением некоторых формальных правил, пользуясь которыми можно предельно уменьшить затраты труда на расчет показателей надежности системы.

Обычно предполагают, что отказавшие объекты начинают немедленно восстанавливать (при наличии свободных ремонтных бригад), отсутствуют ограничения на

число восстановлений, надежность средств контроля идеальна.

Математическую модель обычно изображают в виде графа (схемы) состояний. На такой схеме прямоугольниками или кружками изображают возможные состояния системы, возникающие при отказах ее элементов; стрелки показывают возможные направления переходов из одного состояния в другое, около стрелок указаны интенсивности переходов. Пример графа состояний приведен ниже на рис. 4-1.

При невозстановливаемой системе между состояниями имеется лишь по одной стрелке.

Для определения вероятностей $P_j(t)$ нахождения системы в момент времени t в j -м состоянии можно составить по графу состояний систему обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом обычно пользуются следующим простым мнемоническим правилом.

В левой части каждого уравнения стоит производная по времени от вероятности нахождения системы в j -м состоянии в момент t . Число членов в правой части равно числу стрелок, соединяющих рассматриваемое состояние с другими состояниями. Каждый член равен произведению интенсивности перехода λ_{ij} на вероятность того i -го состояния, из которого стрелка выходит. Знак произведения положителен, если стрелка входит (направлена острием) в рассматриваемое состояние, и отрицателен, если стрелка выходит из рассматриваемого состояния.

Система дифференциальных уравнений дополняется нормировочным условием

$$\sum_{j=0}^n P_j(t) = 1, \quad (4-10)$$

где $P_j(t)$ — вероятность нахождения в j -м состоянии; $n+1$ — число возможных состояний.

Все множество возможных состояний системы разбивается на два: подмножество состояний n_1 , в которых система работоспособна, и подмножество состояний n_2 , в которых система неработоспособна.

Функция готовности системы

$$\Gamma(t) = \sum_{j=0}^{n_1} P_j(t), \quad (4-11)$$

где $P_j(t)$ — вероятность нахождения системы в j -м работоспособном состоянии.

Когда необходимо вычислить коэффициент готовности или коэффициент простоя (перерывы в работе системы допустимы), рассматривают установившийся режим эксплуатации при $t \rightarrow \infty$. При этом все производные $P'_j(t) = 0$, и система дифференциальных уравнений переходит в систему алгебраических уравнений.

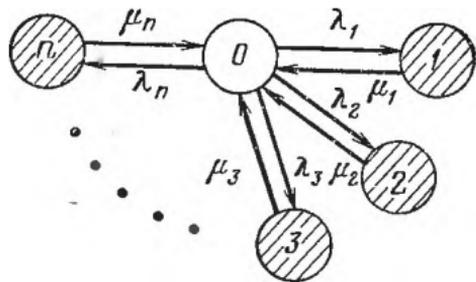


Рис. 4-1. Граф состояний восстанавливаемой системы (штриховкой отмечены неработоспособные состояния).

Рассмотрим в качестве примера вычисление коэффициента готовности $k_{Г.с}$ системы, состоящей из n элементов, коэффициенты готовности которых $k_{Г1}, k_{Г2}, \dots, k_{Гn}$. При отказе одного из элементов отказывает вся система.

Рассмотрим возможные состояния, в которых может находиться система. На

рис. 4-1 изображен граф состояний, на котором обозначены следующие возможные состояния: 0 — все элементы работоспособны; 1 — первый элемент неработоспособен, остальные работоспособны; 2 — второй элемент неработоспособен, остальные работоспособны; 3 — третий элемент неработоспособен, остальные работоспособны и т. д.

Вероятности одновременного появления двух неработоспособных элементов пренебрежимо малы. Символами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ обозначены интенсивности отказов; $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ — интенсивности восстановления соответствующих элементов. По графу состояний составляем систему дифференциальных уравнений (уравнение для состояния 0 опускаем из-за громоздкости):

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_1 P_0(t) - \mu_1 P_1(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_2 P_0(t) - \mu_2 P_2(t);$$

$$\dots$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda_n P_0(t) - \mu_n P_n(t)$$

с нормировочным условием (4-10).

обходимо решать полную систему дифференциальных уравнений при соответствующих начальных условиях:

$$P_0(0) = 1; P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_n(0) = 0.$$

При этом из системы дифференциальных уравнений должны быть исключены те члены, которые содержат интенсивности переходов из поглощающих состояний. Искомая вероятность является вероятностью того, что случайный процесс изменения состояний системы за заданное время ни разу не выйдет из области работоспособных состояний.

При этих условиях вероятность безотказной работы системы в течение времени $(0, t)$

$$\widehat{p}(t) = \sum_{j=0}^{n_1} P_j(t). \quad (4-14)$$

При решении полной системы дифференциальных уравнений удобно использовать преобразование Лапласа. При этом если учесть, что преобразование Лапласа функции надежности $\widehat{p}(t)$ имеет вид:

$$p^\circ(s) = \int_0^{\infty} \widehat{p}(t) e^{-st} dt,$$

то

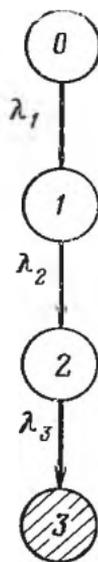
$$p^\circ(0) = \int_0^{\infty} \widehat{p}(t) dt = m_t.$$

Таким образом, выражение для средней наработки до отказа можно получить, найдя преобразование Лапласа вероятности безотказной работы $p^\circ(s)$ и подставив в него $s=0$.

Для расчета надежности восстанавливаемых систем метод дифференциальных уравнений в настоящее время применяется наиболее часто. Для невосстанавливаемых систем применение метода иногда связано с большими, чем при других методах, трудозатратами на расчет.

Рассмотрим пример применения метода дифференциальных уравнений для расчета надежности невосстанавливаемой системы. Система состоит из основного элемента A_1 , имеющего интенсивность отказов λ_1 , и двух элементов A_2 и A_3 , находящихся в ненагруженном резерве; в рабочем состоянии эти резервные элементы имеют

Рис. 4-2. Граф состояний (восстановливаемой системы с ненагруженным резервом (заштриховано неработоспособное состояние).



интенсивности отказов λ_2 и λ_3 . Нужно составить формулу для функции надежности системы.

Рассматриваемая система может находиться в одном из четырех состояний: 0 — все элементы работоспособны, работает элемент A_1 ; 1 — работает элемент A_2 ; 2 — работает элемент A_3 ; 3 — все элементы неработоспособны. Граф состояний приведен на рис. 4-2.

По графу состояний составляем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda_1 P_0(t); \\ P'_1(t) &= \lambda_1 P_0(t) - \lambda_2 P_1(t); \\ P'_2(t) &= \lambda_2 P_1(t) - \lambda_3 P_2(t); \\ P'_3(t) &= \lambda_3 P_2(t). \end{aligned}$$

Начальные условия: при $t=0$ $P_0(0)=1$; $P_1(0)=P_2(0)=P_3(0)=0$. Воспользовавшись преобразованием Лапласа и учтя начальные условия, получим:

$$\left. \begin{aligned} (s + \lambda_1) P^{\circ}_0(s) &= 1; \\ (s + \lambda_2) P^{\circ}_1(s) - \lambda_1 P^{\circ}_0(s) &= 0; \\ (s + \lambda_3) P^{\circ}_2(s) - \lambda_2 P^{\circ}_1(s) &= 0; \\ s P^{\circ}_3(s) - \lambda_3 P^{\circ}_2(s) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4-15)$$

Из (4-15) имеем:

$$\begin{aligned} P^{\circ}_0(s) &= \frac{1}{s + \lambda_1}; \\ P^{\circ}_1(s) &= \frac{\lambda_1}{(s + \lambda_1)(s + \lambda_2)}; \\ P^{\circ}_2(s) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(s + \lambda_1)(s + \lambda_2)(s + \lambda_3)}; \\ P^{\circ}_3(s) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{s(s + \lambda_1)(s + \lambda_2)(s + \lambda_3)}. \end{aligned}$$

Применив обратное преобразование Лапласа, получим:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= e^{-\lambda_1 t}; \\ P_1(t) &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}); \\ P_2(t) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t}) + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t}). \end{aligned}$$

Соответственно функция надежности системы равна:

$$\begin{aligned}
 p(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + \\
 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t}) + \\
 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t}). \quad (4-16)
 \end{aligned}$$

При решении задачи с помощью рекуррентной формулы (4-7) для основного элемента имеем:

$$p_0(t) = e^{-\lambda_1 t}; \quad f_0'(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t};$$

для резервного элемента

$$p_1(t) = e^{-\lambda_2 t}.$$

Для системы с одним элементом в ненагруженном резерве

$$\begin{aligned}
 p_{1c}(t) = p_0(t) + \int_0^t p_1(t-\tau) f_0(\tau) d\tau = \\
 = e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-\tau)} \lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} d\tau = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).
 \end{aligned}$$

Соответственно

$$f_1(t) = -\frac{dp_{1c}(t)}{dt} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}); \quad p_2'(t) = e^{-\lambda_3 t}.$$

Функция надежности системы, имеющей два элемента в ненагруженном резерве,

$$p_{2c}(t) = p_{1c}(t) + \int_0^t p_2(t-\tau) f_1(\tau) d\tau. \quad (4-17)$$

Подставив в (4-17) выражения для $f_1(t)$ и $p_2(t)$, после несложных преобразований получим (4-16).

Об оценке надежности по графу состояний системы

При использовании метода дифференциальных уравнений выражения для показателей надежности или для соответствующих преобразований Лапласа могут быть получены в результате решения системы линейных алгебраических уравнений. Если рассмотреть особенности структуры определителей этой системы, то можно сформулировать правила нахождения выражений для пока-

зателей надежности по графу состояний без составления и решения системы дифференциальных уравнений. Такие правила разработаны А. М. Половко [51].

Выражение для стационарной вероятности нахождения в j -м состоянии можно получить, используя правило: проходят кратчайшие (без возвращения) пути из всех крайних состояний в каждое состояние системы и перемножают все интенсивности переходов, соответствующие проходимым стрелкам (каждая интенсивность перехода учитывается только 1 раз). Вероятность нахождения в j -м состоянии для графов без колец

$$P_j = \frac{\Delta_j}{\sum_{i=0}^{k-1} \Delta_i} \quad (4-18)$$

где Δ_j, Δ_i — произведения интенсивностей переходов из всех крайних состояний соответственно в j -е и i -е при движении по кратчайшему пути в направлении стрелок; $k+1$ — число состояний системы.

Крайними считают состояния, не имеющие выходящих стрелок при невозстанавливаемой системе и имеющие не более одной выходящей стрелки при восстанавливаемой системе.

При определении стационарных вероятностей этот алгоритм особенно удобно использовать в случаях облегченного или комбинированного резерва, а также при таком числе ремонтных бригад l , что $k > l > 1$.

Применяя это правило, можно получить формулу (4-12) без составления и решения системы дифференциальных уравнений. Например, для $n=3$ согласно рис. 4-1 и (4-18) при движении из крайних состояний в направлении стрелок имеем:

$$k_{r.c} = P_0 = \frac{\mu_1 \mu_2 \mu_3}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 + \lambda_1 \mu_2 \mu_3 + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 + \lambda_3 \mu_1 \mu_2} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3}}$$

В нестационарных случаях находят выражения для преобразования Лапласа вероятности нахождения в рассматриваемом состоянии [51].

4-4. РАСЧЕТЫ ПОТЕРЬ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СИСТЕМ ИЗ-ЗА НЕНАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ

При рассмотрении различных путей повышения качества функционирования автоматизированных систем большое значение имеют оценки возможных потерь производительности из-за различных случайных факторов, действующих в периоды проектирования, изготовления и эксплуатации систем. К числу важнейших факторов относятся:

- возможные отказы технических объектов;
- возможные методические неточности в системе управления;
- изменение условий применения по сравнению с проектируемыми;
- отступления от технологической документации и другие неточности в процессе изготовления технических объектов;
- недостатки в организационной деятельности;
- эволюция требований, предъявляемых к системе.

Большое значение имеют потери из-за возможных отказов технических объектов.

При выполнении расчетов необходимо заранее условиться, о какой производительности идет речь. Система может функционировать непрерывно или обслуживать заявки по мере их поступления, как это делается в автоматизированной системе продажи железнодорожных билетов.

Можно различать производительность, потребную при данных внешних условиях и располагаемую, т. е. предельно возможную для полностью работоспособной непрерывно загружаемой системы. Чтобы иметь возможность сравнивать результаты расчетов, целесообразно их всегда проводить по располагаемой производительности.

Расчет по располагаемой производительности показывает полные потери из-за ненадежности при наиболее напряженном режиме работы системы. Для приведенного выше примера автоматизированной системы продажи ж.-д. билетов это соответствует случаю, когда во всех кассах имеется непрерывная очередь.

Если вести расчет на заданную производительность, меньшую располагаемой, то иногда может сложиться неправильное мнение о малых потерях производительности из-за ненадежности.

Ниже будет рассмотриваться лишь располагаемая производительность.

При расчетах потерь производительности систем из-за ненадежности технических объектов находят средние потери в единицу времени как математическое ожидание потерь выходного эффекта в единицу времени:

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_0 - \sum_{v=0}^s \bar{\omega}_v h_v, \quad (4-19)$$

где $\bar{\omega}_0$ — средний эффект в единицу времени для полностью работоспособной абсолютно надежной («идеальной») системы; $\bar{\omega}_v$ — средний эффект в единицу времени для v -го состояния системы; h_v — вероятность того, что система находится в v -м состоянии (доля времени нахождения системы в v -м состоянии); s — число состояний, в которых может находиться система.

В ряде случаев удобно вычислять относительные средние потери из-за ненадежности.

$$\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_0} = \left(1 - \sum_{v=0}^s \varepsilon_v h_v \right) \cdot 100 \%, \quad (4-20)$$

где $\varepsilon_v = \bar{\omega}_v / \bar{\omega}_0$ — коэффициент снижения эффекта в v -ом состоянии.

Основные трудности возникают при определении вероятностей нахождения системы в различных состояниях. Поскольку даже для сравнительно простых систем число возможных состояний очень велико, обычно не удается рассмотреть все состояния и некоторым числом маловероятных состояний с малыми коэффициентами эффекта пренебрегают. При этом удобно в результате предварительного анализа системы сформировать некоторое правило (допущение) и придерживаться его в ходе расчета.

Опыт проведения расчетов показал, что целесообразны приближенные оценки, основанные на одном из следующих допущений:

1. Возможны $n+1$ состояний системы, одно из которых соответствует работоспособности всех элементов, остальные состояния соответствуют случаям неработоспособности одного из n элементов при работоспособных других $n-1$ элементах; выходной эффект имеется лишь

для одного состояния системы — при работоспособности всех элементов («схема одного состояния»).

2. Аналогично предыдущему допущению возможны $n+1$ состояний, из которых n соответствуют отказу одного из элементов системы; каждому ν -му состоянию соответствует определенный выходной эффект $\bar{\varepsilon}_\nu$ («схема одного отказа»).

3. Возможны лишь такие состояния системы, при которых не более двух ее элементов неработоспособны («схема двух отказов»). Общее число возможных состояний равно $n+1+C^2_n$, при одинаковых элементах с равными коэффициентами эффекта многие состояния можно объединить.

Доли времени нахождения в других состояниях, кроме указанных, считаются пренебрежимо малыми.

Расчеты потерь производительности системы из-за ненадежности элементов целесообразно проводить, переходя последовательно от схемы одного состояния к схемам одного, двух и т. д. отказов элементов.

При «схеме одного состояния» коэффициент эффекта для этого состояния $\varepsilon_0=1$, для остальных состояний $\varepsilon=0$. При этом относительные средние потери вычисляются по формуле

$$\frac{\bar{w}}{\varepsilon_0} = 1 - h_0, \quad (4-21)$$

где h_0 — вероятность того, что все элементы работоспособны.

Вероятность h_0 вычисляется по значениям коэффициентов готовности всех j элементов k_{rj} или значениям соответствующих интенсивностей отказов λ_j , интенсивностей восстановлений μ_j элементов по формулам (4-12) или (4-13).

При «схеме одного отказа» вычисляются вероятности нахождения системы в каждом ν -м из $n+1$ состояний по формуле (см. § 4-3)

$$h_\nu = h_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j} h_0 = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}}.$$

При этом

$$\frac{\bar{w}}{\bar{z}_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j h_j = 1 - h_0 \left(1 + \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right). \quad (4-22)$$

Увеличение относительной производительности системы при расчете по схеме одного отказа может быть грубо ориентировочно оценено по формуле

$$\sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_j \lambda_j}{\mu_j} \approx n \varepsilon_{\text{ср1}} \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)_{\text{ср}} = z_1,$$

где $\varepsilon_{\text{ср1}}$ — ориентировочная оценка среднего коэффициента эффекта для состояний системы, в которых неработоспособен один элемент, остальные $n-1$ элементов работоспособны; $(\lambda_j/\mu_j)_{\text{ср}}$ — среднее значение отношения λ_j/μ_j для элементов системы.

Поэтому целесообразно перед расчетом по схеме одного отказа оценить значение z_1 , и если оно окажется сопоставимым с величиной $1-h_0$, то использовать формулу (4-22). Если z_1 на порядок меньше величины $1-h_0$, можно ограничиться расчетом по формуле (4-21).

Для систем, состоящих из элементов с различными λ_j и μ_j , при расчете по схеме двух отказов вычисления обычно сильно усложняются из-за резкого увеличения числа рассматриваемых состояний. Часто приходится применять ЦВМ. Последовательность вычислений та же: по графу состояний находят вероятности h_v , затем вычисляют средние потери по формуле (4-20).

Чтобы решить вопрос о целесообразности расчета по схеме двух отказов, перепишем формулу (4-20) в виде

$$\frac{\bar{w}}{\bar{z}_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j h_j - \sum_{v=n+1}^s \varepsilon_v h_v, \quad (4-23)$$

где

$$\begin{aligned} s &= C^1_n + C^2_n = n + \frac{1}{2} n(n-1) = \\ &= \frac{1}{2} n(n+1). \end{aligned}$$

В (4-23) сумма по j характеризует производительность системы при одном отказе, сумма по v характеризует производительность системы при двух отказах.

Для ориентировочной оценки максимально возможного значения суммы по ν положим, что все элементы имеют одинаковую безотказность и ремонтпригодность. При этих допущениях система может находиться в одном из трех несовместимых состояний:

0 — все элементы работоспособны;

1 — один из n элементов отказал, остальные $n-1$ работоспособны;

2 — два из n элементов отказали, остальные $n-2$ работоспособны.

Вероятности появления трех и более отказов элементов по условию пренебрежимо малы.

Интенсивность переходов из состояния 0 в состояние 1 равна $n\lambda$, из состояния 1 в состояние 2 равна $(n-1)\lambda$. Предположив наличие двух ремонтных бригад, имеем интенсивность переходов из состояния 2 в состояние 1, равную 2μ , а из состояния 1 в состояние 0 — равную μ . При этих условиях стационарная вероятность нахождения в состоянии 2 равна:

$$P_2 = \frac{\frac{n(n-1)}{2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{\frac{n(n-1)}{2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + n \frac{\lambda}{\mu} + 1}.$$

Учтем, что обычно величина $\lambda/\mu < 0,01$ и количество выделяемых анализом элементов системы обычно невелико. При этом можно считать, что величина суммы по ν в формуле (4-23) имеет порядок

$$z_2 \approx \frac{n(n-1)}{2} \varepsilon_{\text{ср}2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ср}}^2, \quad (4-24)$$

где $\varepsilon_{\text{ср}2}$ — ориентировочная оценка среднего коэффициента эффекта для состояний системы, в которых неработоспособны два элемента, остальные $n-2$ элемента работоспособны.

Поэтому перед расчетом по схеме двух отказов целесообразно оценить по формуле (4-24) величину z_2 и выполнять этот расчет лишь в случае, если величина z_2 окажется сопоставимой с результатом расчета по схеме одного отказа.

Изложенный путь расчета потерь производительности систем из-за ненадежности элементов при необходимости можно продолжить, рассмотрев «схему трех отказов» и т. д. Однако такое рассмотрение практически осуществимо лишь для систем, состоящих из одинаковых элемен-

тов. При этом составляют граф состояний и по нему вычисляют стационарные вероятности нахождения в соответствующих состояниях.

При перечислении возможных состояний системы часто делают ошибки. Чтобы избежать их, целесообразно нумерацию событий проводить дважды: сначала полностью перечислить все возможные состояния, затем объединить некоторые состояния.

4-5. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПОТЕРЬ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СИСТЕМЫ ИЗ-ЗА НЕНАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассмотрим иерархическую систему управления двумя одинаковыми производственными объектами D_1 и D_2 (рис. 4-3). Каждый производственный объект имеет свои системы управления A_{11} и A_{12} , обеспечивающие его нормальное функционирование. Центральный пункт управления A_2 обеспечивает координацию работы объектов и оптимизацию технологического режима их работы.

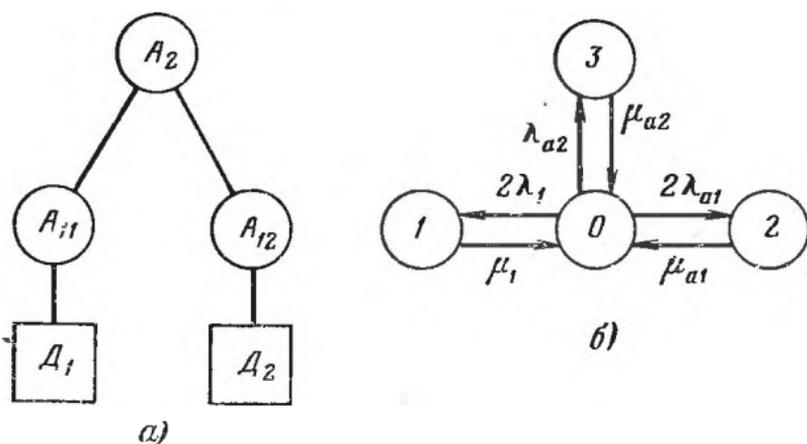


Рис. 4-3. К вопросу о расчете потерь производительности в иерархической системе управления производственными объектами D_1 и D_2 . а — структурная схема системы; б — граф состояний системы при гипотезе о возможных отказах лишь одного элемента.

При отказах отдельных элементов системы ее выходной эффект уменьшается: при отказе D_1 или D_2 на 50%, при отказе A_1 или A_2 управляемые ими производственные объекты уменьшают свою производительность вдвое. При отказе центрального пункта управления A_2 выходной эффект системы уменьшается на 10%. При отказах A_2 и одной из систем управления A_{11} или A_{12} выходной эффект ветви, оставшейся работоспособной, также уменьшается на 10%, так что коэффициент снижения эффекта $\epsilon = 0,9 \cdot 0,5 + 0,25 = 0,70$.

Значения показателей надежности элементов приведены в табл. 4-1.

Расчет потерь производительности ведем по этапам.

Таблица 4-1

Тип элемента	Наработка на отказ, ч	Среднее время восстановления, ч
D_1, D_2	200	1
A_{11}, A_{22}	500	2,5
A_2	400	2

Таблица 4-2

№ состоя- ния	Обозначения элементов					ϵ_j	№ объе- диненного состояния
	D_1	D_2	A_{11}	A_{12}	A_2		
0						1,00	0
1	0					0,50	} 1
2		0				0,50	
3			0			0,75	} 2
4				0		0,75	
5					0	0,90	3
6	0				0	0,45	} 4
7		0			0	0,45	
8	0		0			0,50	} 5'
9		0		0		0,50	
10	0			0		0,25	} 5''
11		0	0			0,25	
12			0		0	0,675	} 6
13				0	0	0,675	
14			0	0		0,50	7
15	0	0				0	8

Применяя схему одного состояния, вычислим вероятность нахождения в состоянии 0 (все элементы работоспособны):

$$h_0 = \frac{1}{1 + 2 \frac{1}{200} + 2 \frac{2,5}{500} + \frac{2}{400}} = \frac{1}{1,025} \approx 0,976.$$

Соответственно потери производительности из-за ненадежности

$$\left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_0} \right)_0 = 1 - h_0 = 0,024,$$

т. е. составляют 2,4%.

Величина $z_1 = 5 \cdot 0,7 \cdot 0,005 = 0,0175$ соизмерима с $1 - h_0$. Найдим уточненное значение потерь производительности по схеме одного отказа.

Возможные состояния системы перечислены в верхней части табл. 4-2, где приведены также номера объединенных состояний. Знаком 0 отмечен неработоспособный элемент.

Результаты вычислений по формуле (4-22) сведены в табл. 4-3.

Таблица 4-3

№ объединенного состояния	Количество состояний k_j	Неработоспособные элементы	Интенсивность отказов $\lambda_j, 1/ч$	Интенсивность восстановления $\mu_j, 1/ч$	$\frac{\lambda_j}{\mu_j}$	ϵ_j	ϵ_j / μ_j	$\frac{k_j \epsilon_j / \mu_j}{\mu_j}$
1	2	D_1 или D_2	0,02	0,40	0,05	0,50	0,025	0,050
2	2	A_{11} или A_{12}	0,01	0,20	0,05	0,75	0,037	0,075
3	1	A_2	0,025	0,50	0,05	0,90	0,045	0,045
								$\Sigma = 0,17$

Потери производительности из-за ненадежности при расчете по схеме одного отказа

$$\left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_0} \right)_1 = 1 - 0,976 \cdot 0,017 \approx 1 - 0,017 = 0,983,$$

т. е. составляют 1,7%.

Таким образом, при расчете по схеме одного отказа существенно уточнена величина потерь из-за ненадежности. Чтобы решить

вопрос о целесообразности расчета по схеме двух отказов, вычисляем величину

$$z_2 = \frac{5.4}{2} \cdot 0,4 \cdot 25 \cdot 10^{-6} = 10^{-4}.$$

Поскольку 10^{-4} значительно меньше 0,01, расчет по схеме двух отказов, по-видимому, не приведет к дальнейшему существенному уточнению полученного результата. При необходимости провести такой проверочный расчет целесообразно объединить некоторые состояния, как это сделано в нижней части табл. 4-2.

ГЛАВА ПЯТАЯ

МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

5-1. РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ СИСТЕМ ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ЛОГИЧЕСКИМ СХЕМАМ

При этом методе структура системы изображается в виде специальной логической схемы, характеризующей состояние (работоспособное или неработоспособное) системы в зависимости от состояний отдельных элементов. На логических схемах обычно применяют три способа соединений элементов:

1) последовательное (основное) соединение соответствует случаю, когда при отказе элемента отказывает вся система; наработка до отказа системы равна наработке до отказа того элемента, у которого она оказалась минимальной:

$$T_c = \min(T_j), \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где n — число элементов системы;

2) параллельное нагруженное соединение соответствует случаю, когда система сохраняет работоспособность, пока работоспособен хотя бы один элемент из k включенных в работу; наработка до отказа системы равна максимальному из значений наработки до отказа элементов:

$$T_c = \max(T_j), \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

3) параллельное ненагруженное соединение соответствует случаю, когда при отказе элемента включается

В работу очередной резервный элемент и таким путем система сохраняет работоспособность; наработка до отказа системы равна сумме наработок до отказа элементов. На рис. 5-1 приведены обозначения трех видов соединений на логических схемах для расчета надежности.

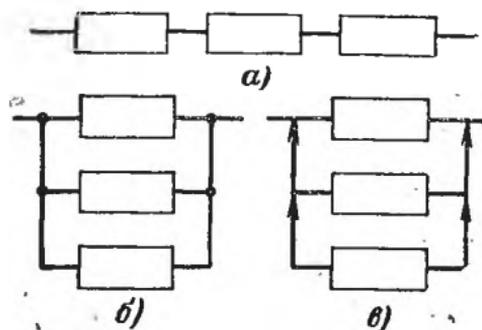


Рис. 5-1. Три вида соединений на логических схемах для расчета надежности.

а — последовательное (основное),
 б — параллельное нагруженное; в — параллельное ненагруженное.

После составления логической схемы находят и уточняют значения показателей надежности элементов и

затем вычисляют значение показателя надежности системы. Рассмотрим содержание каждой из этих операций.

а) Составление логической схемы для расчета надежности системы

Эта работа проводится в три этапа. Первый этап состоит в описании работы системы. Рассматривается, как функционирует система в течение заданного времени, какие блоки включены, в чем состоит работа каждого блока и т. д. На этом этапе определяется содержание термина «безотказная работа системы». В результате исследования различных сторон работы системы составляется перечень свойств исправной системы.

На втором этапе осуществляется классификация отказов элементов и систем. Перечисляются и описываются возможные отказы всех элементов по отдельности и системы в целом. При этом формулируются определения отказов элементов и системы. Оценивается влияние отказа каждого из элементов на работоспособность системы.

В течение третьего (основного) этапа составляется структурная (логическая) модель безотказной работы системы. Для этого рассматривается поведение системы при отказе каждого из составляющих ее элементов. Часто при отказе одного элемента отказывает вся система, но это бывает не всегда. Возможны случаи, когда система продолжает работать при определенной комбинации работоспособных и неисправных элементов. По-

Этому в общем случае выделяются подсистемы (блоки), в которых при отказе хотя бы одного элемента отказывает весь блок. Для каждого такого блока расчет функции надежности ведется, как описано ниже. Каждый из выделенных блоков нумеруется или обозначается буквой. Далее перечисляются комбинации блоков, обеспечивающие безотказную работу системы.

При составлении логической схемы необходимо подробно анализировать последствия, к которым приводит отказ элемента, особенно если имеется несколько одинаковых элементов. Например, если на общую сеть работают два генератора мощностью P каждый, то возможны несколько случаев расчета надежности этой схемы:

1) обязательно требуется полная мощность $2P$, и снижение мощности или двойная перегрузка генератора при отказе одного из них недопустимы: генераторы соединяются на логической схеме последовательно;

2) при отказе одного из генераторов можно отключить маловажные потребители энергии, чтобы нагрузка на генератор по-прежнему равнялась P ; генераторы соединяются на логической схеме параллельно;

3) при отказе одного из генераторов оставшийся работоспособным работает со значительной перегрузкой, при этом значение параметра потока отказов генератора значительно больше, чем при номинальном режиме. Этот случай соответствует пассивному резервированию с перераспределением нагрузки. Расчеты надежности таких схем описаны в гл. 12.

Кроме этих случаев, можно представить себе режим использования, когда имеет место резервирование по нагрузке (см. гл. 12).

Не следует забывать включать в число элементов электрические соединения пайкой, сжатием и сваркой, а также другие виды соединений (штепсельные и пр.). Обычно на электрические соединения приходится 10—50% общего числа отказов.

б) Выбор и уточнение значений показателей надежности элементов

В зависимости от стадии проектирования, на которой выполняется расчет надежности, можно различать три этапа выбора значений показателей надежности элементов.

1. Прикидочный расчет надежности структурной схемы системы производится при решении вопроса о принципах устройства системы. Обычно систему, предназначенную для решения какой-либо определенной задачи, можно создать различными путями. При выборе пути решения поставленной задачи нужно сравнить различные варианты системы по их характеристикам, в том числе и по надежности. В этот период проектирования сведений об устройстве системы недостаточно, и поэтому расчет является весьма приближенным.

Вначале необходимо определить число элементов каждого типа в блоках рассматриваемого варианта системы. При этом учитываются только те элементы, при отказе которых система выходит из строя. Так как принципиальных схем блоков проектируемой системы еще нет, то количество различных элементов в этих блоках можно определить путем сравнения с аналогичными, ранее разработанными блоками. Отдельные узлы структурной схемы часто бывают стандартными и имеют определенное число элементов каждого типа.

Затем нужно разыскать в справочных материалах значения показателей надежности элементов, например средние интенсивности отказов.

Значения интенсивности отказов одноименных элементов могут иметь значительный разброс. Здесь играют большую роль качество элемента и условия его применения, а также количество и качество информации об отказах. Поэтому целесообразно иметь справочные данные об элементах примерно одинаковой аппаратуры, работающих в условиях, близких к ожидаемым для проектируемой аппаратуры. Иначе говоря, здесь нужна, как и во всяком другом деле, преемственность.

При отсутствии сведений о значениях интенсивностей отказов элементов рассматриваемой системы могут быть использованы табличные данные об интенсивностях отказов элементов других систем. Эти данные пересчитываются на условия работы системы методом коэффициентов (см. § 3-2).

Так как на рассматриваемом этапе расчета неизвестны типы и марки элементов и режимы их работы, то часто оказывается целесообразным провести расчет надежности для двух крайних значений интенсивностей отказов элементов. При этом вычисляются два значения интенсивности отказов системы $\lambda_{\text{мин}}$ и $\lambda_{\text{макс}}$ и опреде-

ляются соответственно две функции надежности $p_{\text{мин}}(t)$ и $p_{\text{макс}}(t)$.

Истинное значение интенсивности отказов или вероятности безотказной работы лежит между вычисленными минимальным и максимальным значениями.

2. Расчет надежности при подборе типов элементов проводится при уточнении принципиальной схемы системы. Отличие заключается в том, что значения λ одноименных элементов не берутся средними, а являются разными для элементов различных типов и марок.

Так как выбор элементов системы конструктор производит не только по их надежности, а руководствуется при этом рядом других соображений, например стоимостью, объемом и т. д., то и на этом этапе проектирования обычно необходим расчет нескольких вариантов системы, причем обычно один вариант отличается от другого марками (качеством) применяемых элементов. Выбор наиболее надежных элементов часто также связан с рассмотрением различных схем одной и той же системы.

На данном этапе расчета надежности определяются условия работы системы (температура, давление, вибрация, агрессивность химической среды и т. д.) и выбираются соответствующие этим условиям работы типы и марки элементов. Для правильного выбора элементов желательно иметь графики или таблицы, характеризующие зависимость средней интенсивности отказов элементов различных типов и марок от их конструктивных особенностей и условий применения.

На этом этапе расчета стараются учесть режимы работы элементов. При этом могут быть использованы графические зависимости интенсивности отказов элементов от конкретных параметров режимов работы (температура, электрическая нагрузка и т. д.). Примеры таких графиков приведены в § 3-2.

Таблица 5-1

Наименование элемента	Режимы работы		Интенсивность отказов, 1/ч
	Температура, °С	Коэффициент нагрузки	
Резистор	55	0,5	$9 \cdot 10^{-7}$
Конденсатор	55	0,75	$4 \cdot 10^{-7}$

В процессе расчета надежности системы с учетом режимов работы элементов целесообразно составлять таблицы вида табл. 5-1.

В более сложных случаях расчета учитываются теплоизлучение соседних элементов из-за компактности монтажа, снижение номинальных значений нагрузки и ряд других факторов. Следует отметить, что не всегда целесообразно усложнять расчет в погоне за неоправданной и недостижимой точностью, которая в основном определяется точностью входных данных.

При наличии достаточной информации о надежности применяемых элементов целесообразно проводить расчет с учетом случайных значений параметров режимов работы или хранения технических устройств. Метод пересчета характеристик надежности при случайных нагрузках рассмотрен в § 1-6.

Когда созданы макеты проектируемых электронных схем, целесообразно провести дополнительные лабораторные испытания макетов схем, в ходе которых вводят грубые отказы (например, обрыв и короткое замыкание элементов). При этом оценивают влияние отказов элементов на работоспособность объекта и уточняют логическую схему расчета надежности. В ходе испытаний может быть обнаружено, что при отказах отдельных элементов работоспособность объекта сохраняется, но оставшиеся работоспособными элементы будут работать в других режимах и иметь измененные интенсивности отказов.

в) Расчетные формулы

При последовательном логическом соединении вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы элементов. Функция надежности системы

$$p_c(t) = \prod_{j=1}^n p_j(t), \quad (5-1)$$

где $p_j(t)$ — функция надежности j -го элемента.

Поэтому интенсивность отказов системы из n элементов

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad (5-2)$$

(предполагается, что интенсивности отказов элементов постоянны).

Соответственно средняя наработка системы до отказа

$$m_{tc} = \frac{1}{n \sum_{j=1}^n \frac{1}{m_{tj}}}, \quad (5-3)$$

где m_{tj} — средняя наработка до отказа j -го элемента.

Для параллельного нагруженного логического соединения вероятность отказа системы равна произведению вероятностей отказа элементов. Функция ненадежности системы

$$q_c(t) = \prod_{j=1}^k q_j(t), \quad (5-4)$$

где $q_j(t)$ — функция ненадежности j -го элемента.

Так как $q_c(t) = 1 - p_c(t)$, то

$$p_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^k [1 - p_j(t)].$$

В данном случае речь идет о нагруженном резервировании, когда основные и резервные элементы находятся в одинаковых рабочих условиях.

При параллельном ненагруженном логическом соединении функция надежности участка логической схемы, состоящего из k элементов, вычисляется по рекуррентной формуле (4-3). При двух элементах с постоянными интенсивностями отказов расчетная формула приобретает вид (4-4). При одинаково надежных k элементах из (4-3) имеем:

$$p_k(t) = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}. \quad (5-5)$$

Расчеты надежности систем при различных других видах резервирования описаны в гл. 12 и 13. При расчете резервированных систем необходимо особое внимание обращать на возможность организации профилактических осмотров (см. § 12-2).

Вычисление функции надежности системы иногда ведется при двух крайних значениях $\lambda_{\text{мин}}$ и $\lambda_{\text{макс}}$ элементов,

Когда значения p_c близки к единице, удобно использовать приближенные формулы:

$$\prod_{j=1}^n p_j(t) \approx 1 - t \sum_{j=1}^n \lambda_j; \quad (5-6)$$

$$\prod_{j=1}^k q_j(t) \approx t^k \prod_{j=1}^k \lambda_j. \quad (5-7)$$

Общий недостаток изложенного выше приближенного расчета надежности — малая и недостоверная информация о надежности типовых элементов.

Расчеты надежности при проектировании целесообразно завершить моделированием процессов появления отказов систем и испытанием первых опытных образцов. В ходе моделирования выявляются интенсивности отказов систем из-за постепенных изменений параметров элементов (см. гл. 10). При испытаниях уточняются действующие на элементы нагрузки и данные о надежности отдельных элементов.

г) Коэффициентный способ расчета

Этот способ применяется, когда имеется достоверное значение интенсивности отказов лишь одного элемента системы.

Предполагается, что при различных режимах работы справедливо соотношение

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_0} = k_i, \quad (5-8)$$

где λ_i — интенсивность отказов рассматриваемого элемента; λ_0 — достоверно известная интенсивность отказов одного элемента (основного элемента расчета).

Значения коэффициентов k_i , найденные путем анализа данных по интенсивностям отказов различных элементов, приведены в табл. 5-2, взятой из [52]. При вычислении этих коэффициентов за основной элемент расчета были приняты резисторы. Чтобы учесть неточность допущения (5-8), в табл. 5-2 приведены максимальные и минимальные значения коэффициентов k_i .

Значения $k_{i \text{ мин}}$ и $k_{i \text{ макс}}$ являются приближенными. При расчете надежности конкретной системы желательно таблицу коэффициентов k_i уточнить, особенно для элементов, у которых $k_{i \text{ макс}}$ значительно отличается от $k_{i \text{ мин}}$.

Наименование элементов	$k_{i, \text{мин}}$	$k_{i, \text{макс}}$	Наименование элементов	$k_{i, \text{мин}}$	$k_{i, \text{макс}}$
Электровакуумные приборы	18,3	26,6	Селеновые и купроксные выпрямители	16,7	20
Генераторные лампы	70	77	Электродвигатели	17	22
Конденсаторы	0,33	0,61	Преобразователи	3,3	5,5
Резисторы	1	1	Гироскопы	97,5	100
Потенциометры	7,2	12	Штепсельные разъемы	10,7	15,3
Полупроводниковые диоды	11,7	15,4			

Для получения значений интенсивностей отказов элементов системы необходимо значение λ_0 интенсивности отказов основного элемента расчета (в данном случае резистора) умножить на соответствующее значение коэффициента k_i . Этим коэффициентный способ расчета надежности отличается от изложенного выше. При допущении (5-8) можно, используя формулы (5-1) и (5-2), написать:

$$p_c(t) = \exp \left[-t \lambda_0 \sum_{i=1}^d N_i k_i \right] \quad (5-9)$$

или

$$p_c(t) = \exp[-t \lambda_c], \quad (5-10)$$

где

$$\lambda_c = \lambda_0 \sum_{i=1}^d N_i k_i; \quad (5-11)$$

здесь N_l — число элементов l -го типа; d — число типов элементов.

При коэффициентном способе расчета надежности также вычисляются два значения интенсивности отказов системы $\lambda_{c, \text{мин}}$ и $\lambda_{c, \text{макс}}$, соответствующие крайним значениям коэффициентов k_i всех элементов системы. Если вместо функций надежности построить зависимости вероятности безотказной работы в функции $\lambda_0 t$, то полученные зависимости можно считать инвариантными в отношении условий эксплуатации системы. Действительно, на основании допущения (5-8) при изменении условий эксплуатации системы будет изменяться лишь интенсивность отказов λ_0 основного элемента расчета, т. е. будет

меняться лишь масштаб по оси абсцисс зависимости $p(\lambda_0 t)$.

Для сравнения вариантов системы по надежности при коэффициентном способе ее расчета нет необходимости знать λ_0 . Для вариантов системы Z и Y имеем согласно (5-11):

$$\frac{\Lambda_z}{\Lambda_y} = \frac{\sum_{l=1}^{d_1} N_{zl} k_l}{\sum_{l=1}^{d_2} N_{yl} k_l}, \quad (5-12)$$

где d_1, d_2 — число типов элементов в системах Z и Y ; N_{zl}, N_{yl} — количество элементов типа l в соответствующей системе.

д) Расчет систем с неодновременно работающими элементами

В некоторых системах в различные промежутки времени работает лишь часть элементов (блоков). В ряде случаев это необходимо учитывать при расчете надежности. Особенно часто такие задачи встречаются при расчете надежности аппаратуры, работающей циклами, когда отдельные блоки этой аппаратуры последовательно выполняют те или иные операции.

Для того чтобы система с неодновременно работающими элементами безотказно выполняла свои функции, необходимо, чтобы все ее элементы безотказно работали соответствующее заданное время (наработку). При допущении о независимости первичных отказов элементов вероятность безотказной работы системы, состоящей из n элементов, в течение заданного времени $(t_0, t_0 + \Delta t')$ будет:

$$p_c(t_0, \Delta t') = \prod_{j=1}^n p_j(t_{0j}, \Delta t'_j), \quad (5-13)$$

где $p_j(t_{0j}, \Delta t'_j)$ — вероятность безотказной работы j -го элемента в течение времени включения этого элемента $\Delta t'_j = t_j - t_{0j}$, найденная в предположении, что в момент времени включения t_{0j} этот элемент работоспособен.

Таким образом, время $\Delta t'$ отсчитывается с момента времени t_0 включения системы; время $\Delta t'_j$ с момента

времени t_{0j} включения j -го элемента; t_0, t_{0j}, t_j отсчитываются с начала эксплуатации системы.

Зависимость (5-13) можно выразить через интенсивности отказов элементов:

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left[- \sum_{j=1}^n \int_{t_{0j}}^{t_{0j} + \Delta t'_j} \lambda_j(t) dt \right]. \quad (5-14)$$

Когда интенсивности отказов каждого элемента постоянны, то

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left[- \sum_{j=1}^n \lambda_j \Delta t'_j \right].$$

При вычислении надежности системы с неодновременно работающими элементами полезно сначала построить график времени работы системы. Пусть система состоит из четырех блоков и имеет график времени работы блоков, изображенный на рис. 5-2, а. При этом в формуле (5-14) будет $t_{01} = t_{02} = t_0, t_{03} = t_0 + \Delta t'_1, t_{04} = t_0 + \Delta t'_1 + \Delta t'_3$. Вероятность безотказной работы данной системы в течение цикла $(t_0, t_0 + \Delta t')$ будет выражаться уравнением

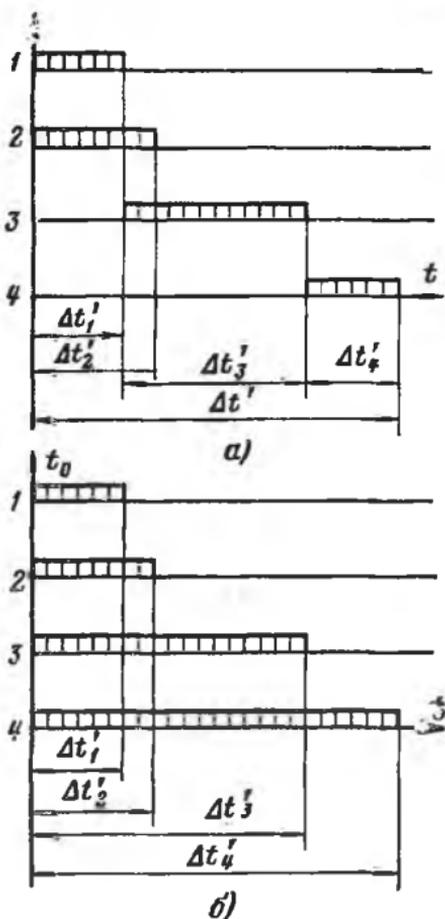


Рис. 5-2. Графики времени работы элементов (блоков) системы.

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left[- \int_{t_{01}}^{t_{01} + \Delta t'_1} \lambda_1(t) dt - \int_{t_{02}}^{t_{02} + \Delta t'_2} \lambda_2(t) dt - \int_{t_{03}}^{t_{03} + \Delta t'_3} \lambda_3(t) dt - \int_{t_{04}}^{t_{04} + \Delta t'_4} \lambda_4(t) dt \right].$$

Графики времени работы элементов, показанные на рис. 5-2, а, составляются в тех случаях, когда имеется

полная уверенность в том, что в момент включения элемент работоспособен.

В ряде случаев все элементы системы (как работающие, так и ожидающие включения) находятся примерно в одинаковых условиях эксплуатации. Если нельзя организовать проверку элементов перед включением с мгновенной заменой неисправных элементов, то график времени работы элементов той же системы в этом случае будет иметь вид, как на рис. 5-2,б. Согласно этому графику $t_{01} = t_{02} = \dots = t_{04} = t_0$.

е) Учет цикличности работы аппаратуры

Влияние циклического режима работы аппаратуры на ее надежность исследовано недостаточно. Принято считать, что увеличение числа включений и выключений увеличивает число отказов аппаратуры. Существует [74] приближенная эмпирическая формула, связывающая общую интенсивность отказов Λ_0 , интенсивность отказов при непрерывной работе Λ_n , 1/ч, интенсивность отказов на цикл «включено — выключено» $\Lambda_{ц}$, 1/цикл, и число циклов включения f за 1 ч непрерывной работы:

$$\Lambda_0 \approx \Lambda_n + \Lambda_{ц}f. \quad (5-15)$$

Отношение $C_{ц} = \Lambda_{ц}/\Lambda_n$, ч/цикл, обычно принимается в определенных пределах изменения f постоянным. При этом формула (5-15) приобретает вид:

$$\Lambda_0 \approx \Lambda_n(1 + C_{ц}f).$$

Согласно [74] для американской корабельной электронной аппаратуры $C_{ц} = 8$ ч/цикл при $f = 0 \div 1.3$ цикл/ч. Для авиационной электронной аппаратуры $C_{ц} = 10$ ч/цикл. Сравнительно большие значения $C_{ц}$ для корабельной и авиационной электронной аппаратуры объясняются, по-видимому, увеличенным числом отказов электронных ламп при их частом разогревании и охлаждении в условиях вибрации. В стационарной электронной аппаратуре, где вибрации отсутствуют, значение $C_{ц}$, по-видимому, будет небольшим.

На рис. 5-3 приведен экспериментальный график изменения отношения интенсивности отказов при циклическом режиме $\Lambda_{ц1}$, 1/ч (при этом $\Lambda_{ц1} = \Lambda_{ц}f$), к интенсивности отказов при непрерывной работе Λ_n в зависимости

от частоты включения f , цикл/ч. Согласно рис. 5-3 это отношение при $f < 0,125$ (1 цикл за 8 ч работы) меняется довольно медленно. При $f > 1$ преобладают отказы, вызванные циклическим режимом работы.

Работа аппаратуры в непрерывном режиме ведет к уменьшению интенсивности отказов. Однако это может привести к увеличению числа отказов на единицу календарного времени по сравнению со случаем включения

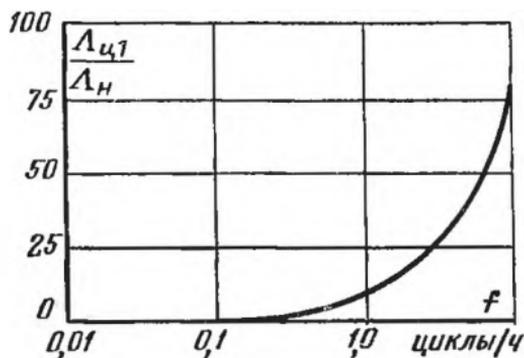


Рис. 5-3. Зависимость отношения интенсивностей отказов при циклической работе $\Lambda_{ц1}$ и непрерывном режиме работы Λ_n от частоты f включений по данным [74].

аппаратуры только тогда, когда требуется. Например, если аппаратуру, которая должна работать по 4 ч/день, оставить работать в непрерывном режиме круглые сутки, то число отказов за календарное время будет значительно бóльшим, чем в случае включения на 4 ч.

ж) Применение формулы полной вероятности при расчете надежности систем

При использовании формулы полной вероятности учитываются гипотезы

$$H_1, H_2, \dots, H_n$$

— несовместимые события, образующие полную группу. Вместе с одним из этих событий может произойти рассматриваемое событие X — безотказная работа системы в течение заданной наработки $(0, t_i)$. Вероятность появления события X равна сумме произведений вероятности каждой гипотезы $P(H_j)$ на условную вероятность $P(X|H_j)$ события при этой гипотезе:

$$P(X) = \sum_{j=1}^n P(H_j) P(X|H_j). \quad (5.16)$$

При использовании формулы полной вероятности для расчета надежности выбирается определенная группа

элементов логической схемы и формируются гипотезы о том, что же произошло с этой группой элементов в течение заданной наработки. Гипотезы могут являться сложными событиями. В каждой из гипотез учитывается, что для любого элемента рассматриваемой группы возможными исходами являются либо безотказная работа, либо отказ.

При вычислении условной вероятности безотказной работы системы $P(X|H_j)$ при гипотезе H_j предполагается, что произошли соответствующие события (безотказная работа или отказ одного или нескольких элементов) и рассматриваются соответствующие условные логические схемы.

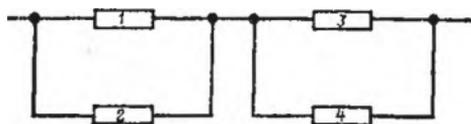


Рис. 5-4. Логическая схема для расчета надежности системы.

В качестве примера применения формулы полной вероятности рассмотрим расчет надежности системы, логическая схема для расчета надежности которой приведена на рис. 5-4. Рассмотрим группу из первого и третьего элементов. Здесь возможны четыре гипотезы о состояниях элементов: оба элемента остались работоспособными; первый элемент отказал, второй остался работоспособным; первый элемент остался работоспособным, третий отказал; оба элемента отказали. Гипотезы и соответствующие им вероятности приведены в табл. 5-3. Знаком 1 обозначены работоспособные состояния элементов, знаком 0 — неработоспособные.

Подставив выражения для $P(H_j)$ и $P(X|H_j)$ в (5-16), получим после преобразований выражение для

Таблица 5-3

Гипотеза	Что произошло с элементами		Вероятность гипотезы $P(H_j)$	Условная вероятность безотказной работы системы при гипотезе H_j $P(X H_j)$
	1	3		
H_1	1	1	$p_1 p_3$	1
H_2	0	1	$(1-p_1) p_3$	P_2
H_3	1	0	$p_1 (1-p_3)$	P_4
H_4	0	0	$(1-p_1) (1-p_3)$	$P_2 P_4$

вероятности безотказной работы системы:

$$p_c = p_1 p_3 + (1 - p_1) p_3 p_2 + p_1 (1 - p_3) p_4 + \\ + (1 - p_1) (1 - p_3) p_2 p_4 = p_1 p_3 + p_2 p_3 + p_1 p_4 + p_2 p_4 - \\ - (p_1 p_2 p_3 + p_1 p_3 p_4 + p_1 p_2 p_4 + p_2 p_3 p_4) + p_1 p_2 p_3 p_4. \quad (5-17)$$

В ряде случаев удобно применять формулу полной вероятности для вычисления вероятности отказа рассматриваемой системы.

В любом случае цель применения формулы полной вероятности — сокращение объема математических преобразований и вычислений.

з) Переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний системы

Такой переход необходим при смене метода расчета надежности, при сопоставлении результатов расчетов, выполненных различными методами, для вычисления выигрыша в надежности при переходе от невозстанавливаемой к восстанавливаемой системе и в других случаях. Кроме того, составление графа состояний восстанавливаемой системы обычно облегчается, если предварительно составить логическую схему для расчета надежности системы, условно считая ее неремонтируемой.

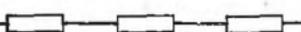
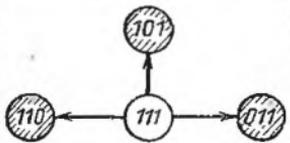
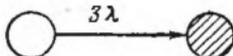
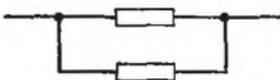
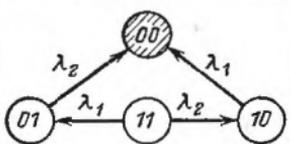
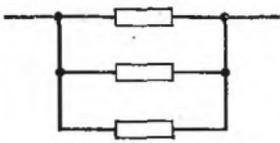
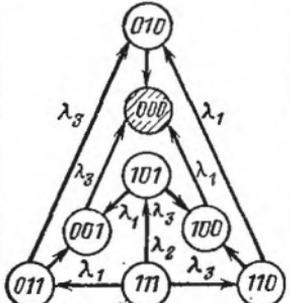
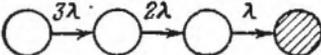
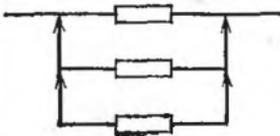
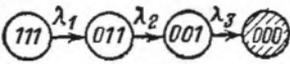
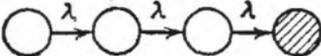
Чтобы облегчить переход, целесообразно выделить типовые структуры графа состояний, соответствующие типовым соединениям на логической схеме для расчета надежности. Такие типовые структуры для неремонтируемых систем приведены в табл. 5-4. Для перехода к графам состояний соответствующих восстанавливаемых систем необходимо в графах состояний табл. 5-4 добавить стрелки с интенсивностями восстановлений элементов.

В табл. 5-4 видно, что последовательному логическому соединению соответствует простой ветвящийся граф состояний системы; параллельному ненагруженному соединению — простой неветвящийся граф (последовательная цепочка состояний). Параллельному нагруженному соединению соответствует сложный граф треугольной структуры. Приведенные в табл. 5-4 графы состояний при нагруженном дублировании и двукратной избыточности (три параллельно соединенных на логической схеме элемента) охватывают часто встречающиеся на практике случаи.

В табл. 5-4 номера состояний обозначены кодом, в котором число знаков равно числу элементов, место знака соответствует номеру элемента, 1 обозначает работоспособное состояние, 0 обозначает неработоспособное состояние элемента.

При равнонадежных элементах соответствующие графы состояний становятся проще. Особенно значительно упрощается граф состояний, соответствующий параллельному нагруженному соединению на логической схеме. Вместе с тем именно при таком логическом соединении на практике часто применяют одинаковые равнонадежные элементы.

Таблица 5-4

Тип соединения на логической схеме для расчета надежности	Графы состояний	
	При элементах различной надежности	При равнонадежных элементах
		
		
		
		

При построении графа состояний целесообразно учитывать типовые структуры табл. 5-4.

При элементах с различной надежностью система переходит из начального состояния (все элементы работоспособны) к состояниям, каждое из которых соответствует неработоспособности одного из элементов, входящих в последовательные или параллельные нагруженные соединения на логической схеме; при этом остальные элементы работоспособны. При нагруженном дублировании пути графа сходятся к одному состоянию, соответствующему неработоспособности обоих элементов. Состояния, соответствующие неработоспособности элементов ненагруженного резерва, всегда расположены последовательно с состояниями, соответствующими неработоспособности действующих элементов.

Учитывая эти особенности структуры графа состояний, целесообразно осуществлять переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний в следующей последовательности.

1. В логической схеме для расчета надежности выделяют соединения последовательно-параллельные (нагруженные) и параллельные ненагруженные, объединив элементы в соответствующие подсистемы. Например, для логической схемы рис. 5-5 можно выделить основную (работающую) подсистему, состоящую из первого — третьего элементов, и подсистему в ненагруженном резерве, состоящую из четвертого и пятого элементов.

2. Вначале строят граф состояний последовательно-параллельной подсистемы из n_1 элементов, начиная с состояния, соответствующего работоспособности всех элементов. Каждое следующее состояние получается из предыдущего путем применения следующих правил:

- все неработоспособные для данной подсистемы состояния являются конечными;

- все работоспособные для данной подсистемы состояния являются промежуточными;

- каждому промежуточному i -му состоянию соответствует $n_1 - i$ следующих состояний, различающихся неработоспособностью одного из элементов, бывших работоспособными при i -м состоянии системы;

- новые состояния добавляются до тех пор, пока все состояния не станут конечными;

- одинаковые состояния (т. е. совпадающие по состояниям элементов) объединяются.

3. По данным правилам строят графы состояний раздельно для нагруженных (работающих) подсистем и подсистем, находящихся в ненагруженном резерве.

4. Конечные состояния графа состояний нагруженной (работающей) подсистемы являются начальными вершинами графа состояний для подсистемы, находящейся в ненагруженном резерве. К каждой из этих вершин необходимо подсоединить граф состояний ненагруженного резерва.

На рис. 5-5 приведен пример логической схемы для расчета надежности и соответствующего ей графа состояний.

и) Логико-вероятностный метод расчета надежности систем

Такое условное название получил метод расчета надежности систем, при котором математическая модель системы описывается с помощью функций алгебры логики (ФАЛ), т. е. функций, принимающих лишь два значения ($y=1$ или $y=0$) и определяемых различными наборами двоичных аргументов x_1, x_2, \dots, x_n , которые также могут находиться лишь в двух несовместных состояниях ($x_j=1$ или $x_j=0$).

Символы x_1, x_2, \dots, x_n характеризуют состояния элементов, причем $x_j=1$ соответствует работоспособности элемента, $x_j=0$ соответствует его неработоспособности. Аналогично понимают символы $y=1, y=0$ для системы.

Функцию алгебры логики, связывающую состояния элементов с состоянием системы, называют функцией работоспособности системы [55]. Эту функцию составляют путем анализа физических особенностей работы системы.

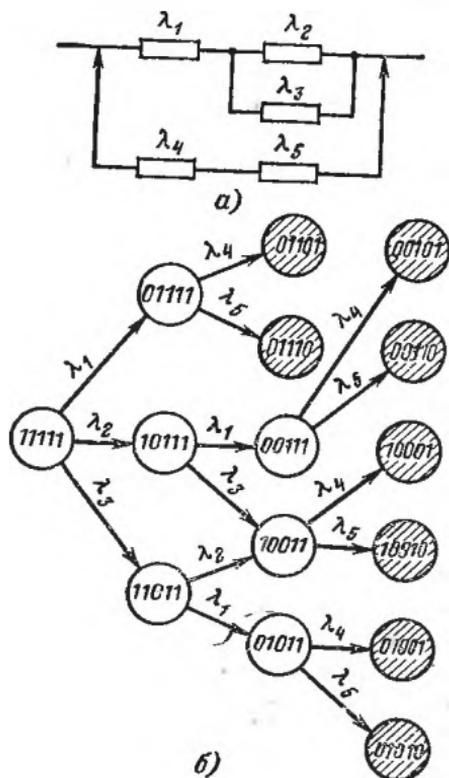


Рис. 5-5. Логическая схема для расчета надежности (а) и соответствующий ей граф состояний (б). Заштрихованы неработоспособные состояния.

Обычно имеют дело с монотонными ФАЛ, для которых при любых наборах $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ и $\bar{z} = (z_1, \dots, z_n)$, таких, что $x_j \leq z_j$, имеет место соотношение $y(\bar{x}) \leq y(\bar{z})$.

Монотонными являются функции работоспособности систем, в которых замена неработоспособного элемента на работоспособный не может привести к отказу системы.

От логической функции работоспособности переходят к уравнению работоспособности в символах обычной алгебры. При этом используют зависимости:

если x_1 и x_2 связаны операцией конъюнкции, то

$$x_1 \& x_2 = x_1 x_2;$$

если x_1 и x_2 связаны операцией дизъюнкции, то

$$x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2;$$

если x_1 и x_2 связаны операцией строго разделительной (исключающей) дизъюнкции («исключающее ИЛИ»), то

$$x_1 \vee \vee x_2 = x_1 + x_2 - 2x_1 x_2.$$

При использовании этих зависимостей учитывают, что $x_1 x_1 = x_1$.

В уравнение работоспособности вместо обозначения простых событий x_j подставляют вероятности этих событий p_j и вычисляют вероятность p_c нахождения системы в работоспособном состоянии (в течение заданного интервала времени).

Например, для системы из трех элементов, логическая схема которой изображена на рис. 5-1,б (нагруженное резервирование), функция работоспособности имеет вид:

$$y = x_1 \vee x_2 \vee x_3,$$

где 1, 2, 3 — номера элементов. Уравнение работоспособности в символах обычной алгебры

$$y = x_1 + x_2 + x_3 - (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) + x_1 x_2 x_3.$$

Выражение для вероятности безотказной работы за заданное время $(0, t)$

$$p_c = p_1 + p_2 + p_3 - (p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3$$

Тот же результат можно получить сразу по логической схеме для расчета надежности:

$$p_c = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = p_1 + p_2 + p_3 - (p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3) + p_1p_2p_3.$$

Достоинства логико-вероятностного метода расчета надежности: 1) можно применять при любой логической структуре системы (не только при последовательно-параллельных логических схемах); 2) можно применять при любых распределениях наработки до отказа.

Недостатки метода: 1) не всегда удается составить логическую функцию работоспособности, достаточно точно соответствующую рассматриваемой системе; 2) для сложных систем преобразования ФАЛ становятся очень громоздкими. Метод нашел применение для расчета надежности систем, в которых работоспособное состояние связано с наличием электрической проводимости между входом и выходом системы, в частности для судовых электроэнергетических систем. Особенности применения метода подробно изложены в [54, 55].

5-2. РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

а) Связь расчетов прочности и надежности деталей и узлов

Значительная доля отказов элементов автоматизированных систем связана с механическим разрушением деталей и конструкций. Поэтому вопросы прочности играют большую роль в обеспечении надежности проектируемых объектов. Для многих объектов, особенно если они работают при больших внешних нагрузках, необходимы расчеты прочности деталей и узлов (в том числе и электронных схем).

Решение вопроса о том, когда при проектировании ответственных объектов можно ограничиться расчетом прочности и когда необходимо проводить расчет надежности, зависит от стабильности свойств материалов, определенности нагрузок и принятых запасов прочности. При больших запасах прочности, сравнительно однородных стабильных материалах и хорошо изученных неслучайных нагрузках, которые практически не изменяют свойств материалов, оправдано применение детерминированных расчетов прочности. По мере прогресса науки и техники возможности применения таких расчетов все время уменьшаются, так как машины ответственного назначения проектируются со все меньшими запасами прочности, применяются при всех больших нагрузках и температурах. Кроме того, из-за быстрой смены устаревших конструкций новыми затрудняется накопление опыта эксплуатации, в том числе и сведений

о флуктуациях нагрузок, тогда как при расчетах прочности они должны быть достоверно известны.

При малых запасах прочности начинает сказываться разброс значений характеристик материалов и нагрузок, из-за чего становится необходимым статистический расчет прочности. При выполнении такого расчета предполагается, что свойства материалов и характеристики нагрузок не изменяются в процессе эксплуатации. По-видимому, такое допущение оправдано лишь для кратковременных работающих конструкций.

Возможны две основные модели отказов механических конструкций:

- 1) мгновенное повреждение, наступающее в случае, когда действующая нагрузка превзойдет несущую способность конструкции;
- 2) накопление повреждений, когда отказ возникает вследствие необратимого процесса накопления элементарных повреждений, каждое из которых неопасно.

Вторая модель соответствует усталостному разрушению, накоплению люфтов, деформаций и пр. При статистическом расчете прочности обычно используют первую модель. При этом сравнивают две случайные величины: действующую нагрузку (или эквивалентное напряжение) и несущую способность конструкции (или предельно допустимое напряжение) — и находят вероятность P нахождения конструкции в работоспособном состоянии или запас прочности, при котором обеспечивается заданная вероятность P . Иными словами, при статистическом расчете прочности рассматривается вопрос о возможности создания работоспособного устройства, но совершенно не затрагивается вопрос о сохранении работоспособности в течение заданной наработки. При расчете надежности рассматривается наработка до отказа, т. е. наработка, в течение которой сохраняется работоспособность конструкции.

Расчеты надежности становятся необходимыми, когда учитывается влияние эксплуатационных нагрузок на изменение свойств материалов, выявляются флуктуации нагрузок и устанавливаются малые запасы прочности. Выше уже говорилось, что эти условия с развитием техники появляются все чаще. Поэтому с прогрессом

Таблица 5-5

Номер класса	Определение класса	Определение подкласса	Номер под-класса
I.	Характеристики материалов	Неслучайные стабильные	1
		Неслучайные нестабильные	2
		Случайные величины	3
		Случайные процессы	4
II	Нагрузки	Неслучайные	1
		Случайные величины	2
		Случайные процессы	3
III	Запасы прочности	Малые	1
		Большие	2

Науки и техники все больше проявляется тенденция к переходу от детерминированных расчетов прочности к расчетам надежности машин и деталей.

Изложенные выше соображения можно систематизировать следующим образом.

При выборе типа расчета (на прочность, статистическую прочность, надежность) учитываются три класса факторов: характеристики материалов, нагрузки и запасы прочности. Эти классы факторов можно разделить на подклассы, как это показано в табл. 5-5.

По табл. 5-5 можно составить шифр расчетного случая. В этом шифре первая цифра соответствует подклассу класса I, вторая цифра — подклассу класса II, третья цифра — подклассу класса III действующих факторов. Например, 312 — расчетный случай, при котором характеристики материалов являются случайными величинами, нагрузки неслучайны, запасы прочности большие.

В табл. 5-6 возможные расчетные случаи систематизированы по типам расчетов.

Таблица 5-6

Вид расчета	Шифры расчетных случаев
Расчет прочности	111, 112, 211, 212, (122), (132), (312), (322), (332)
Статистический расчет прочности	121, 122, 221, 222, 311, 312, 321, 322
Расчет надежности	131, 132, 231, 232, 331, 332, 411, 412, 421, 422, 431, 432

В табл. 5-6 в скобках указаны шифры расчетных случаев, при которых может проводиться расчет прочности, если в течение времени эксплуатации соблюдается условие

$$m_{x_2} - m_{x_1} \geq 3(\sigma_{x_1} + \sigma_{x_2}).$$

Где m_{x_1} , σ_{x_1} — среднее значение и среднее квадратическое отклонение действующих напряжений (нагрузки); m_{x_2} , σ_{x_2} — то же для предельно допустимых напряжений (несущей способности конструкции).

б) Статистический расчет прочности механических конструкций

Непредвиденное статическое разрушение (отказ) любой механической конструкции (в том числе резисторов, конденсаторов и т. д.) происходит в случае, если действующая нагрузка превысит значение, которое является для данной конструкции предельным. Действующая нагрузка является случайной функцией времени работы объекта. Разрушение конструкции произойдет, если значения ординат случайного процесса изменения нагрузки в течение некоторого достаточно продолжительного периода времени будут больше соот-

вещающихся значений разрушающей нагрузки. В тех случаях, когда отказ не связан с разрушением, можно рассматривать повреждающую нагрузку. Определить при этом характеристику надежности (закон распределения наработки до отказа) довольно трудно. Поэтому вместо расчета надежности иногда проводят статистический расчет прочности, при котором предполагают, что:

1) действующая нагрузка является случайной величиной, т. е., иначе говоря, в конструкции объекта, наугад выбранного из множества однотипных, во время работы действуют постоянные напряжения, различные для разных изделий данного множества;

2) разрушающая (повреждающая) нагрузка, характеризующая прочность конструкции, является случайной величиной, независимой от действующей нагрузки, т. е., иначе говоря, конструкция объекта, наугад выбранного из множества однотипных, имеет определенное значение разрушающего (повреждающего) напряжения, различное для разных объектов данного множества;

3) повреждение (отказ) происходит при превышении действующей нагрузкой X_1 разрушающей нагрузки X_2 , т. е., иначе говоря, разрушение происходит, когда действующие напряжения станут больше разрушающих.

Рассмотрим возможные способы статистического расчета прочности при этих допущениях.

Расчет при нормальных распределениях действующей нагрузки X_1 и разрушающей (повреждающей) нагрузки X_2

Отказ не произойдет, пока

$$\Delta = X_2 - X_1 > 0.$$

Среднее значение случайной величины Δ равно разности средних значений случайных величин X_1 и X_2 :

$$m_{\Delta} = m_{x_2} - m_{x_1}.$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2},$$

где σ_{x_1} , σ_{x_2} — средние квадратические отклонения случайных величин X_1 и X_2 .

Введем обозначения:

$$\rho_1 = \frac{\sigma_{x_1}}{m_{x_1}}; \quad \rho_2 = \frac{\sigma_{x_2}}{m_{x_2}}; \quad k = \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}}.$$

Эти величины можно назвать: ρ_1 — коэффициентом отклонения действующей нагрузки; ρ_2 — коэффициентом отклонения прочности (разрушающей нагрузки); k — коэффициентом запаса прочности.

При этих обозначениях

$$\frac{m_{\Delta}}{\sigma_{\Delta}} = \frac{k - 1}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 k^2}}. \quad (5-18)$$

При вычислении ρ_1 , ρ_2 , k вместо нагрузок можно использовать соответствующие напряжения.

Случайная величина Δ имеет нормальное распределение. Поэтому вероятность неразрушения конструкции

$$P = 0,5 + \Phi\left(\frac{m_{\Delta}}{\sigma_{\Delta}}\right), \quad (5-19)$$

где $\Phi(m_{\Delta}/\sigma_{\Delta})$ — нормированная функция Лапласа.

Соответственно вероятность разрушения конструкции

$$Q = 1 - P = 0,5 - \Phi\left(\frac{m_{\Delta}}{\sigma_{\Delta}}\right). \quad (5-22)$$

Таким образом, для статистического расчета прочности необходимо:

определить значения ρ_1, ρ_2, k ;

вычислить значение $m_{\Delta}/\sigma_{\Delta}$;

по таблице найти $\Phi(m_{\Delta}/\sigma_{\Delta})$ и вычислить значения P или Q .

Для удобства выполнения расчета конструкция делится на подсистемы. Для каждой из возможных причин отказа подсистемы находятся соответствующие значения ρ_1, ρ_2, k ; ρ_1 — путем анализа условий применения элементов конструкции; ρ_2 — по результатам испытаний материалов конструкции (часто по данным завода — изготовителя материалов); k — по опыту конструирования с учетом лимитирующих факторов (массы, объема, стоимости и т. д.).

Вероятность неразрушения конструкции выражается произведением соответствующих вероятностей неразрушения подсистем.

Расчет при произвольных законах распределения действующей нагрузки X_1 и разрушающей (повреждающей) нагрузки X_2

В данном случае можно использовать приближенный способ расчета, предложенный Н. С. Стрелецким. Способ основан на следующих соображениях. Пусть на одном графике построены две кривые распределения $f_1(x_1)$ и $f_2(x_2)$ (рис. 5-6). Перпендикуляр ax_0 , опущенный из точки a пересечения этих кривых, выделит две заштрихованные на рис. 5-6 области. Эти области соответственно равны:

1) вероятности того, что действующая нагрузка X_1 будет больше значения x_0 (основание перпендикуляра из точки a):

$$G_1 = \int_{x_0}^{\infty} f_1(x_1) dx_1;$$

2) вероятность того, что разрушающая нагрузка X_2 (характеризует прочность конструкции) будет меньше значения x_0 :

$$G_2 = \int_0^{x_0} f_2(x_2) dx_2.$$

Вероятность совместного появления действующей нагрузки, большей x_0 , и разрушающей нагрузки, меньшей этого значения,

$$Y_1 = G_1 G_2.$$

Вероятность совместного появления действующей нагрузки, меньшей x_0 , и разрушающей нагрузки, большей этого значения,

$$(1-G_1)(1-G_2),$$

и вероятность появления этого события

$$Y_2 = G_1 + G_2 - G_1 G_2.$$

Вероятность разрушения конструкции

$$Y_2 > Q > Y_1$$

или

$$2G_1 G_2 < Q < G_1 + G_2. \quad (5-21)$$

Таким образом, необходимо вычислить вероятности G_1 , G_2 и по формуле (5-21) найти область, в которой находится значение вероятности разрушения Q .

в) Особенности расчета надежности механических объектов

Таких особенностей по крайней мере две.

1. Элементы (детали) обычно имеют асимметричное модальное распределение наработки до отказа. Экспериментальные распределения обычно удается аппроксимировать любым из перечисленных ниже распределений: альфа-распределение, распределение Вейбулла, логарифмически-нормальное, гамма-распределение и др.

2. В механических устройствах существует более тесная, чем в электронных системах, связь между элементами (детальями). Изменение свойств (размеры, упругость и т. д.) одних деталей сильно влияет на условия работы других деталей. Это приводит к значительной корреляции между отказами деталей.

Первая особенность проявляется при учете истории возникновения отказов. Для механических устройств типичны отказы вследствие следующих причин:

разрегулирования;

износа;

усталостных разрушений (усталостного износа).

Кроме перечисленных видов отказов механических устройств, могут встречаться отказы, для которых трудно установить какие-либо общие причины. Относительное число этих отказов сравнительно невелико, и можно ожидать, что в будущем оно еще более уменьшится.

Обычно для каждого элемента (узла) механической системы характерен определенный вид отказа (из-за износа, усталостной поломки, разрегулирования).

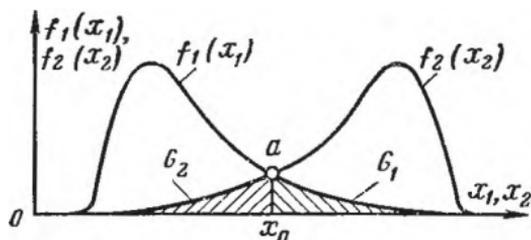
Отказы из-за механического (а также коррозионного, химического и пр.) изнашивания дают, как правило, асимметричное модальное распределение наработки до отказа, близкое к альфа-распределению*. Соответствующие примеры имеются в большом числе публикаций. В [25] приведена гистограмма наработки до отказа ходовых колес кранов (колеса работают на износ), близкая к альфа-распределению. Согласованность экспериментального и теоретического распределений по критерию χ^2 Пирсона оказалась удовлетво-

* Об альфа-распределении см. гл. 9.

рительной: вероятность $p(\chi^2)=0,36$. Другим примером могут служить распределения наработки до отказа изнашивающихся деталей тракторов.

Основываясь на экспериментальных данных, можно предположить в первом приближении, что альфа-распределение является типичным распределением наработки до отказа изнашивающихся

Рис. 5-6. К вопросу о приближенном вычислении вероятности разрушения конструкции при произвольных законах распределения действующей нагрузки X_1 и повреждающей нагрузки X_2 .



деталей. Поскольку усталость металла является одним из видов его износа, альфа-распределение целесообразно использовать для аппроксимирования экспериментальных данных о времени (числе циклов) до появления усталостных разрушений. При этом можно считать, что скорость усталостного износа является случайной величиной. Иначе говоря, предполагается, что каждый образец из множества одинаковых имеет свою постоянную скорость усталостного изнашивания.

На рис. 5-7 изображено распределение результатов усталостных испытаний при консольном изгибе с вращением 463 гладких полированных образцов диаметра 6,74 мм из алюминиевого сплава В-95. На графике приведены гистограмма [57] и аппроксимирующая кривая альфа-распределения. Согласованность экспериментального и теоретического распределений по критерию χ^2 Пирсона оказалась удовлетворительной: вероятность $p(\chi^2)=0,45$.

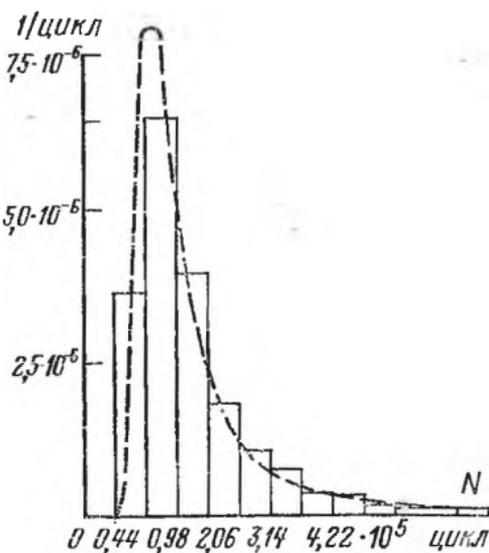


Рис. 5-7. Распределение наработки до разрушения 463 образцов из сплава В-95 ($\alpha=2,0$; $\beta=2,9 \cdot 10^5$ циклов; $c=1,023$).

На рис. 5-8 приведены экспериментальные данные о числе циклов до разрушения образцов из сплавов В-95 и соответствующие теоретические кривые $q(N)$.

Таким образом, в качестве распределения наработки до отказа элементов механических систем целесообразно использовать альфа-распределение.

Вторая особенность расчета надежности механических устройств (тесные связи между деталями) сильно затрудняет расчеты надежности. У корреляции одинаковая физическая природа с функциональной зависимостью. Поэтому можно предположить, что в механических устройствах должны существовать сильные внутренние

корреляционные связи между периодами наработки до отказа различных элементов (деталей). Существующие методы расчета надежности не учитывают эти связи, из-за чего расчет надежности выполняется с некоторой погрешностью. При наличии положительной корреляции общепринятый расчет надежности нерезервированных систем дает заниженные результаты, а расчет систем с нагруженным резервированием — несколько завышенные результаты. Это иллюстрирует рис. 5-9, где приведены сглаженные функции надеж-

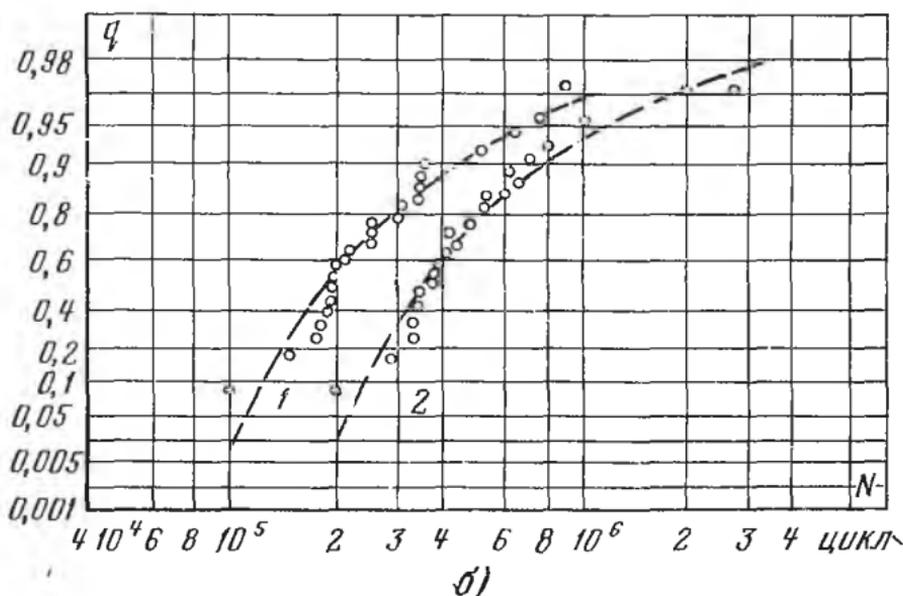
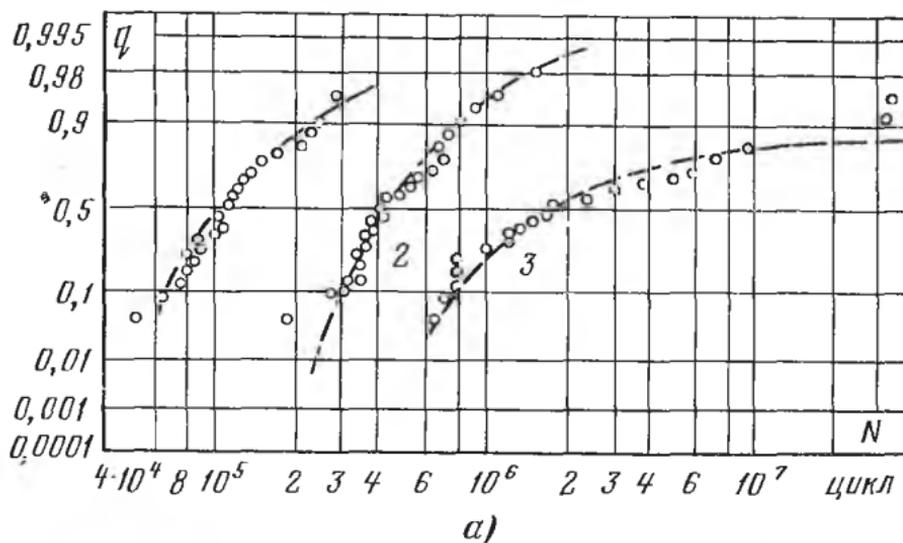
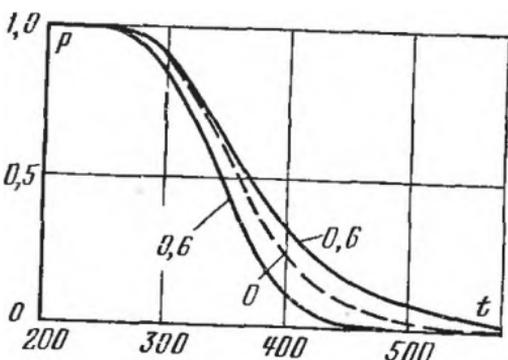


Рис. 5-8. Распределение наработки до разрушения.

а — в случае консольного изгиба вращающихся образцов: кривая 1 — для напряжения $s_{\text{макс}} = 30 \text{ кг/мм}^2$ ($\alpha = 2.2$; $\beta = 2.4 \cdot 10^5$ циклов; $c = 1.026$); кривая 2 — для напряжения $s_{\text{макс}} = 24 \text{ кг/мм}^2$ ($\alpha = 2.8$; $\beta = 1.23 \cdot 10^6$ циклов; $c = 1.003$); кривая 3 — для напряжения $s_{\text{макс}} = 21 \text{ кг/мм}^2$ ($\alpha = 1.1$; $\beta = 1.9 \cdot 10^6$ циклов; $c = 1$); б — при плоском изгибе: кривая 1 — для напряжения $s_{\text{макс}} = 25.1 \text{ кг/мм}^2$ ($\alpha = 1.5$; $\beta = 4.0 \cdot 10^5$ циклов; $c = 1.088$); кривая 2 — для напряжения $s_{\text{макс}} = 22.8 \text{ кг/мм}^2$ ($\alpha = 1.7$; $\beta = 8.3 \cdot 10^5$ циклов; $c = 1.056$).

ности системы, логическая схема которой состоит из двух последовательно соединенных элементов при двух значениях коэффициента корреляции между отказами. Из рис. 5-9 следует, что положительная корреляция между периодами безотказной работы элементов увеличивает дисперсию, а отрицательная корреляция, наоборот, уменьшает дисперсию. Однако в обоих случаях форма распределения примерно сохраняется.

Рис. 5-9. Влияние корреляции на функцию надежности системы, логическая схема которой состоит из двух последовательно соединенных элементов ($\alpha_1 = \alpha_2 = 5$; $\beta_1 = \beta_2 = 500$ ч).



Соответствующие коэффициенты корреляции характеризуют конструкцию механической (а также гидравлической, пневматической и др.) системы.

5-3. ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В любой автоматизированной системе управления можно выделить комплекс технических средств (технические системы, объекты — смысл терминов одинаков), коллектив людей (можно различать операторов, специалистов по техническому обслуживанию, руководителей работ) и программы, реализующие управляющие алгоритмы.

Комплекс технических средств (КТС) АСУ имеет ряд особенностей. К таким комплексам предъявляются высокие требования в отношении достоверности и своевременности обработки больших объемов информации. Часто отдельные КТС территориально разобщены. Структура отдельных комплексов часто уникальна, хотя обычно применяются стандартные элементы немногих типов. Широко применяются иерархические структуры.

Вплоть до последнего времени теория надежности занималась лишь техническими системами. Проблема надежности технических систем по-прежнему является наиболее важной и привлекает наибольшее внимание. Благодаря развитию АСУ повысился интерес к работам по надежности систем «человек и техника». Такие исследования особенно важны для обеспечения безопасности

функционирования транспортных и промышленных систем.

Под надежностью системы «человек и техника» будем понимать ее способность выполнять заданные функции в течение требуемого промежутка времени или требуемой наработки, сохраняя при этом свои эксплуатационные показатели в заданных пределах.

Исследование надежности системы «человек и техника» сводится к рассмотрению надежности технической системы с учетом деятельности операторов или к рассмотрению своевременности (надежности) выполнения людьми системы работ по достижению заданной цели. Для КТС АСУ имеет большее значение первая постановка задачи. Подробнее этот вопрос рассмотрен в гл. 15 и 16.

Опыт разработки и применения АСУ свидетельствует также, что важнейшей проблемой является надежность сложных управляющих программ, работающих в реальном масштабе времени.

Можно говорить о надежности программ как их свойстве выполнять требования к программе в течение определенного интервала времени в реальных условиях эксплуатации. Из-за наличия скрытых ошибок в программах могут возникать аварийные ситуации и значительно снижается эффективность АСУ. Подробнее вопрос о надежности программ рассмотрен ниже в § 5-4.

Таким образом, при рассмотрении надежности проектируемых АСУ целесообразно разделить:

надежность технической системы;

надежность системы «человек и техника» как надежность технической системы с учетом деятельности операторов;

надежность алгоритмов (планов систем работ);

надежность управляющих программ.

Полученный вектор значений показателей надежности может быть использован для непосредственного суждения о надежности АСУ или применен в качестве входных данных для оценки средних потерь из-за ненадежности, которые косвенно характеризуют надежность АСУ.

При разработке метода исследования надежности технических средств необходимо учитывать, что современные АСУ разрабатываются обычно для конкретной организации в одном экземпляре, т. е. системы являются

уникальными. В то же время элементы технических средств в большинстве случаев являются серийными.

Большое значение имеет достоверность расчетов и других способов определения надежности системы. Целесообразно применять методы оценки надежности, не требующие введения сомнительных допущений.

При анализе надежности технических средств желательно учесть также многофункциональность современ-

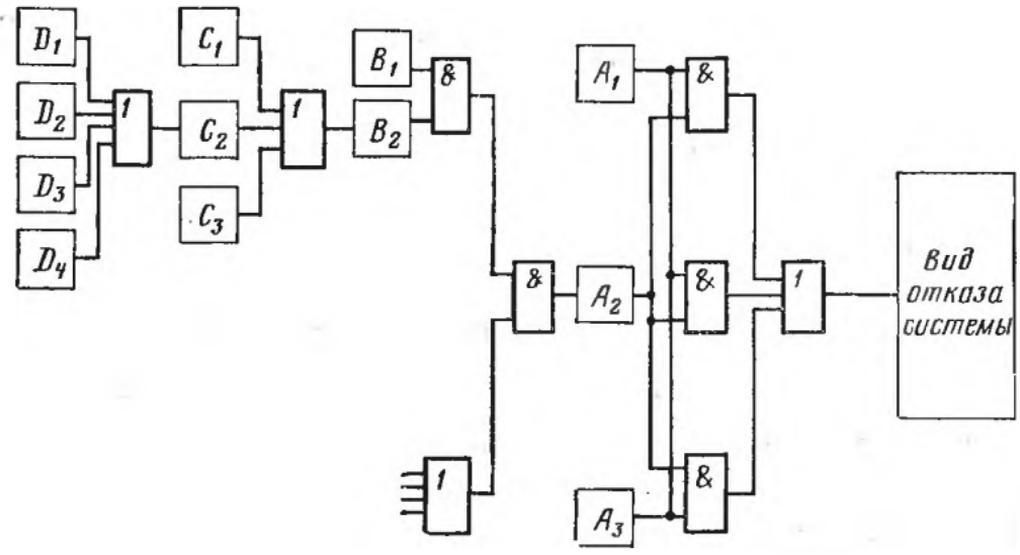


Рис. 5-10. Пример дерева отказов.
 A_1, A_2, A_3 — подсистемы; B_1, B_2 — блоки; C_1, C_2, C_3 — узлы; D_1, D_2, D_3, D_4 — элементы.

ных АСУ, которые обычно предназначены для решения нескольких комплексов задач. Это можно сделать при помощи описанного ниже приема, условно названного дедуктивным методом исследования надежности.

Существуют два пути формулирования понятия отказа системы, которые можно назвать индуктивным и дедуктивным методами анализа надежности.

При индуктивном методе устанавливаются виды отказов элементов и определяется влияние отказа каждого элемента на работоспособность системы. При этом обычно удается все отказы элементов свести к малому числу видов. Например, для электронных элементов рассматриваются обычно обрывы, короткие замыкания и дрейф. Рассматривая сочетания возможных состояний элементов, можно найти неисправные состояния системы. При последовательном рассмотрении отказов всех эле-

ментов маловероятен случайный пропуск возможных неисправностей системы. Однако метод очень трудоемок, приходится рассматривать все отказы элементов, так как критичность элемента становится известной лишь после проведения анализа.

При дедуктивном методе анализа надежности системы перечисляют все возможные отказы системы и определяют, какие блоки, элементы и т. п. могут привести к отказу рассматриваемого вида. В ходе анализа строится дерево отказов (рис. 5-10). Поэтому метод иногда называется методом дерева отказов.

Дедуктивный метод целесообразно применять на ранних этапах проектирования для выявления слабых звеньев системы до проведения расчетов надежности. При этом внимание разработчика концентрируется на опасных ситуациях, которые не скрываются за допущениями и упрощениями, необходимыми при расчете надежности.

5-4. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММ ЦИФРОВЫХ ЭВМ

В современных АСУ, использующих цифровые ЭВМ, очень велико значение не только безотказной работы машин, но и программ, не имеющих скрытых ошибок. В настоящее время существует тенденция к снижению качества программ, увеличению количества ошибок в них.

Современные методы разработки и проверки программ не обеспечивают создания оптимальных программ даже при известных путях их улучшения. В практике программирования разработчику обычно трудно оценить несколько возможных решений, так как проверка программы часто возможна лишь после объединения ее частей, когда изменения в программе связаны со значительными затратами времени и средств. Кроме того, часто используются ранее составленные блоки программ, что также затрудняет оптимизацию данной программы. Не все блоки программируются одинаково тщательно и подробно, часто теряется однородность написания различных блоков. Это обнаруживается обычно слишком поздно. Имеется ряд других факторов, способствующих появлению в программах ошибок.

Понятие ошибка программы можно определить как несоответствие между данной и некоторой «идеальной» программами. Однако, если бы «идеальная» программа существовала, не было бы проблемы. Поэтому, чтобы ис-

пользоваться математический аппарат теории надежности, рассматривают отказы программы — события, состоящие в переходе к неверной работе или остановке программы. После появления отказа программисты исследуют программу с целью поиска (локализации) ошибки и усовершенствования программы.

Сведения об ошибках и их исправлении выдаются на специальных извещениях. Ошибка считается исправленной, если при проведении повторного теста ошибка не обнаружена и выпущено дополнение к извещению о наличии ошибки. Время от выпуска извещения об ошибке до выпуска дополнительного извещения называется циклом отладки.

По сложности программы можно разделить на несколько типов.

Длина стандартных программ для вычисления элементарных функций не превышает сотни команд. Эти программы проверяются очень тщательно, но иногда в них обнаруживаются ошибки, обычно при специфических значениях аргумента. Проводка стандартных программ не представляет затруднений.

Более сложными программами являются трансляторы, которые применяются для преобразования алгоритмов, записанных на языке программирования в последовательность машинных команд. Трансляторы содержат 10 000—50 000 команд. Полную проверку транслятора обычно не удается осуществить, поэтому в процессе эксплуатации продолжается выявление ошибок.

Наиболее сложными являются программы управления в реальном масштабе времени, реализуемые на вычислительных машинах с мультипроцессором (содержат сотни тысяч команд). Полная проверка таких программ в процессе отладки невозможна. Функционирование программы может быть полностью оценено лишь в процессе применения. Ошибки программ обычно проявляются только при действии определенных входных сигналов, которые в данном случае играют роль условий работы программ.

При рассмотрении множества значений входных сигналов ошибки программ могут считаться случайными.

а) Особенности оценки надежности программ

Время эксплуатации программы представляет собой последовательность чередующихся периодов наработки

$T^{(i)}$ от момента восстановления до отказа программы и времени восстановления $T_{в}^{(i)}$ от момента отказа до момента восстановления, т. е. внесения в программу исправлений.

Аналогичная модель рассматривалась при оценке надежности восстанавливаемых изделий (см. рис. 1-14), причем все случайные величины $T^{(i)}$ считались одинаково распределенными (аналогично и $T_{п}^{(i)}$). При этом были использованы математические модели теории восстановления [36].

Непосредственное применение этих моделей для оценки надежности программ нецелесообразно из-за ряда особенностей случайного процесса их эксплуатации.

Во-первых, периоды наработки между отказами $T^{(i)}$ имеют тенденцию к увеличению с течением времени эксплуатации. Это связано с тем, что по мере выявления и устранения ошибок их общее количество в программе уменьшается, поэтому отказы программ становятся все более редкими.

Процесс совершенствования управляющих программ можно рассматривать как процесс выявления и устранения скрытых дефектов.

Существует также тенденция к уменьшению времени восстановления, так как у программистов все время накапливается соответствующий опыт. Вместе с тем можно предположить взаимную независимость случайных векторов T и $T_{в}$.

Во-вторых, большие управляющие программы обычно являются уникальными. Если для технических изделий оценки показателей надежности обычно вычисляются по статистическим данным об отказах и восстановлениях многих однотипных изделий, то при оценке надежности программ возможно лишь индивидуальное прогнозирование. Большие программы начальный период эксплуатации обычно работают в одном экземпляре и лишь после выявления и устранения подавляющего большинства ошибок, т. е. при достижении определенного уровня надежности, могут в редких случаях тиражироваться. Поэтому метод оценки надежности программ должен предусматривать период накопления экспериментальных данных с последующим экстраполированием значений показателей надежности программ. Период накопления данных должен быть сравнительно небольшим. Поэтому

на практике можно считать не более двух первых моментов случайных величин.

Таким образом, для оценки надежности программ необходима новая, не применявшаяся ранее в теории надежности математическая модель потока случайных событий (отказов и восстановлений).

б) Оценка безотказности программ по наработке

Наработку между очередными отказами — случайную величину $T^{(i)}$ можно представить в виде суммы двух случайных величин:

$$T^{(i)} = T^{(i-1)} + \Delta T^{(i)}. \quad (5-22)$$

Последовательно применяя (5-22) ко всем периодам наработки между отказами, получаем:

$$T^{(i)} = T^{(0)} + \sum_{v=1}^i \Delta T^{(v)}. \quad (5-23)$$

Случайная величина T_n — наработка до возникновения n -го отказа программы — равна:

$$T_n = \sum_{i=0}^n T^{(i)} = \sum_{i=0}^n \left[T^{(0)} + \sum_{v=1}^i \Delta T^{(v)} \right]. \quad (5-24)$$

Введем следующие допущения:

1) все случайные величины $\Delta T^{(v)}$ независимы и имеют одинаковые математические ожидания $m_{\Delta t}$ и средние квадратические отклонения $\sigma_{\Delta t}$;

2) случайная величина $T^{(0)}$ пренебрежимо мала по сравнению с суммой $\sum_{v=1}^i \Delta T^{(v)}$.

Основанием для второго допущения могут служить следующие соображения. В самый начальный период эксплуатации программы ошибки возникают очень часто, т. е. время $T^{(0)}$ мало. Сумма (5-24) быстро растет с увеличением n , и доля $T^{(0)}$ быстро падает. Будем считать $T^{(0)} \approx \Delta T^{(0)}$.

В соответствии со вторым допущением из (5-23) имеем:

$$T^{(n)} = \sum_{\nu=0}^n \Delta T^{(\nu)}; \quad (5-25)$$

$$T_n = \sum_{i=0}^n \sum_{\nu=0}^i \Delta T^{(\nu)} = n\Delta T^{(0)} + (n-1)\Delta T^{(1)} + \dots + \Delta T^{(n)}. \quad (5-26)$$

При одинаковых $\Delta T^{(\nu)}$ наработка между $(n-1)$ -м и n -м отказами — случайная величина $T^{(n)}$ — имеет математическое ожидание

$$m_t^{(n)} = M[T^{(n)}] = nm_{\Delta t} \quad (5-27)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_t^{(n)} = \sigma_{\Delta t} \sqrt{n}. \quad (5-28)$$

Для случайной величины T_n математическое ожидание

$$m_{t_n} = m_{\Delta t} \frac{n(n+1)}{2} \quad (5-29)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{t_n} = \sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)}. \quad (5-30)$$

Чтобы вычислить значения $m_t^{(n)}$, m_{t_n} и σ_{t_n} , необходимо по данным об отказах программы в течение периода наблюдения t_H найти статистические оценки числовых характеристик случайной разности $\Delta T^{(i)} = T^{(i)} - T^{(i-1)}$:

$$m_{\Delta t}^* = \frac{1}{n_H} \sum_{i=0}^{n_H} \Delta t^{(i)} = \frac{1}{n_H} \sum_{i=1}^{n_H} [t^{(i)} - t^{(i-1)}]; \quad (5-31)$$

$$[\sigma_{\Delta t}^*]^2 = \frac{1}{n_H - 1} \sum_{i=0}^{n_H} [\Delta t^{(i)} - m_{\Delta t}^*]^2, \quad (5-32)$$

где n_H — число отказов программы за наработку $(0, t_H)$.

Учитывая, что при $t > t_n$ число отказов $n_n \gg 1$, из (5-29) и (5-30) имеем:

$$m_{t_n} \approx m_{\Delta t} \frac{n^2}{2}; \quad (5-33)$$

$$\sigma_{t_n} \approx \sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{n^3}{3}}. \quad (5-34)$$

Поскольку случайные величины $T^{(n)}$ и T_n согласно (5-25) и (5-26) равны суммам многих случайных величин, $T^{(n)}$ и T_n можно считать распределенными нормально с математическими ожиданиями и дисперсиями, определенными по (5-27)—(5-30), (5-33) и (5-34). Так как наработка положительна, на практике используется усеченное на интервале $(0, \infty)$ нормальное распределение. Обычно нормирующий множитель $c \approx 1$.

При $n > n_n$ плотность распределения наработки между очередными $(n-1)$ -м и n -м отказами

$$f^{(n)}(\tau) = \frac{1}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{2\pi n}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(\tau - nm_{\Delta t})^2}{n\sigma_{\Delta t}^2} \right],$$

где τ отсчитывается с момента последнего, $(n-1)$ -го отказа.

Соответствующая функция распределения наработки между отказами

$$F^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{\tau - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right),$$

где

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp \left(-\frac{v^2}{2} \right) dv$$

— табулированная функция.

При вычислении вероятности безотказной работы программы удобно использовать условную функцию надежности [вероятность того, что случайная наработка до отказа будет больше заданной наработки, отсчитываемой с момента последнего $(n-1)$ -го отказа]

$$p^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{\tau - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right). \quad (5-35)$$

В соответствии с (5-35) вероятность безотказной работы в течение заданной наработки (τ_1, τ_2) после

$(n-1)$ -го отказа

$$p^{(n)}(\tau_1, \tau_2) = \frac{p^{(n)}(\tau_2)}{p^{(n)}(\tau_1)}. \quad (5-36)$$

При сделанных выше допущениях отказы программы образуют редеющий случайный поток. Ведущая функция потока, т. е. среднее число отказов, происшедших за интервал наработки $(0, t)$, при $t > t_H$

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{n^3}{3}}} \right) \right], \end{aligned} \quad (5-37)$$

где $F_n(t)$ — функция распределения наработки до появления n -го отказа.

Параметр потока отказов программ (вычисляется по наработке)

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t), \quad (5-38)$$

где

$$f_n(t) = \frac{\sqrt{3}}{n \sigma_{\Delta t} \sqrt{2\pi n}} \exp \left[-\frac{3}{2} \frac{\left(t - \frac{1}{2} n^2 m_{\Delta t} \right)^2}{n^3 \sigma_{\Delta t}^2} \right]$$

— плотность распределения наработки до появления n -го отказа.

Из (5-38) имеем выражение для параметра потока отказов программы при $t > t_H$

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{n \sigma_{\Delta t} \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{3}{2n} \frac{\left(t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t} \right)^2}{n^2 \sigma_{\Delta t}^2} \right]. \quad (5-39)$$

График функции $\omega(t)$ является слегка волнистой кривой с убывающими максимумами при значениях

$$t = \frac{n^2}{2} m_{\Delta t}, \text{ где } n = n_H, n_H + 1, \dots$$

Ввиду сложности выражений (5-37) и (5-39) целесообразно аппроксимировать их более простыми прибли-

женными формулами. Практически имеет смысл применить метод наименьших квадратов. В соответствии с этим методом аппроксимирующая функция [для $\omega(t)$ целесообразно взять $A \exp(-vt)$] наилучшим образом согласуется на интервале (t_{II}, t_I) с функцией, определяемой выражением (5-39), при выполнении условия

$$I_1 = \int_{t_{II}}^{t_I} \left\{ A \exp(-vt) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{n\sigma_{\Delta t} \sqrt{\pi}} \times \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{3}{2n} \frac{\left(t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t} \right)^2}{n^2 \sigma_{\Delta t}^2} \right] \right\} dt = \min. \quad (5-40)$$

Приравняв нулю частные производные интеграла I_1 по A и v , получим систему уравнений для определения этих числовых характеристик. Аналогично можно поступить при аппроксимации $\Omega(t)$ функцией $1 - B \exp(-\gamma t)$.

в) Оценка готовности программ

При оценке готовности рассмотрим процесс восстановления работоспособности программы (в календарном времени). Нарботка между очередными восстановлениями работоспособности программы

$$T_0^{(i)} = T^{(i)} + T_B^{(i)}, \quad (5-41)$$

где $T^{(i)}$, $T_B^{(i)}$ — независимые случайные величины.

Величина $T^{(i)}$ определена согласно (5-23). Учитывая накопление опыта восстановления программы, величину $T_B^{(i)}$ можно представить в виде

$$T_B^{(i)} = T_B^{(i-1)} - \Delta T_B^{(i)}. \quad (5-42)$$

Последовательно применяя (5-42) ко всем очередным восстановлениям, получаем:

$$T_B^{(i)} = T_B^{(0)} - \sum_{v=1}^i \Delta T_B^{(v)}. \quad (5-43)$$

Подставив выражения для $T^{(i)}$ и $T_B^{(i)}$ согласно (5-23) и (5-43) в (5-41), получим:

$$T_0^{(i)} = T^{(0)} + T_B^{(0)} + \sum_{v=1}^i [\Delta T^{(v)} - \Delta T_B^{(v)}].$$

Случайная величина T_{0n} — наработка до возникновения n -го отказа программы:

$$T_{0n} = \sum_{i=0}^n T_0^{(i)} = \sum_{i=0}^n \left[T_0^{(0)} + \sum_{v=1}^i \Delta T_0^{(v)} \right], \quad (5-44)$$

где обозначено:

$$T_0^{(0)} = T^{(0)} + T_B^{(0)}, \quad (5-45)$$

$$\Delta T_0^{(v)} = \Delta T^{(v)} - \Delta T_B^{(v)}. \quad (5-46)$$

Введем допущения, аналогичные приведенным выше при рассмотрении безотказности программы. Предположим независимость $\Delta T_0^{(v)}$, одинаковость их математических ожиданий и дисперсий и малость $T_0^{(0)}$ по сравнению с суммой $\Delta T_0^{(v)}$ при больших v . Кроме того, учтем, что обычно должно быть $T_B^{(i)} \ll T^{(i)}$. Положив $T_0^{(0)} \approx \Delta T_0^{(0)}$, получим:

$$T_{0n} = \sum_{i=0}^n \sum_{v=0}^i \Delta T_0^{(v)} = n \Delta T_0^{(0)} + (n-1) \Delta T_0^{(1)} + \dots + \Delta T_0^{(n)} \quad (5-47)$$

При одинаковых $\Delta T_0^{(v)}$ случайная величина T_{0n} имеет математическое ожидание

$$m_{T_{0n}} = m_{\Delta t_0} \frac{n(n+1)}{2}; \quad (5-48)$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{T_{0n}} = \sigma_{\Delta t_0} \sqrt{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)}, \quad (5-49)$$

где $m_{\Delta t_0}$, $\sigma_{\Delta t_0}$ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение ΔT_0 .

Учтя, что в соответствии с (5-45), (5-46)

$$m_{\Delta t_0} = m_{\Delta t} - m_{\Delta t_B};$$

$$\sigma_{\Delta t_0} = \sqrt{\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_B}^2},$$

получим:

$$m_{t_{0n}} = \frac{1}{2} n (n + 1) (m_{\Delta t} - m_{\Delta t_B}); \quad (5-50)$$

$$\sigma_{t_{0n}} = \sqrt{\frac{1}{6} n (n + 1) (2n + 1) (\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_B}^2)}. \quad (5-51)$$

При $n \gg 1$

$$m_{t_{0n}} \approx \frac{n^2}{2} (m_{\Delta t} - m_{\Delta t_B}); \quad (5-52)$$

$$\sigma_{t_{0n}} = \sqrt{\frac{n^3}{3} (\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_B}^2)}. \quad (5-53)$$

Значения $m_{\Delta t_B}$ и $\sigma_{\Delta t_B}$ оцениваются по статистическим данным о времени восстановления (устранения ошибки) программ аналогично значениям $m_{\Delta t}^*$ и $[\sigma_{\Delta t}^2]^*$.

Вычислив $m_{t_{0n}}$ и $\sigma_{t_{0n}}$, можно найти параметр потока восстановлений

$$\omega_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(t), \quad (5-54)$$

где $f_{0n}(t)$ — плотность распределения времени появления n -го восстановления.

Функция готовности $\Gamma(t)$ (выражает вероятность нахождения программы в работоспособном состоянии в момент времени t) равна вероятности суммы несовместных событий

$$\Gamma(t) = P \left\{ \bigcup_{n=0}^{\infty} A_n \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} P \{A_n\}, \quad (5-55)$$

где каждое событие A_n состоит в том, что до момента t произошло n отказов и восстановлений и в момент t программа работоспособна.

Для определения вероятности появления события A_n рассмотрим малый интервал $(\theta, \theta + d\theta)$, предшествующий t . Вероятность того, что на этом интервале закон-

чится последнее n -е восстановление и программа больше не откажет за оставшееся время $(t-\theta)$, равна:

$$f_{0n}(\theta) d\theta [1 - F^{(n+1)}(t-\theta)],$$

где $F^{(n+1)}(t-\theta)$ — функция распределения времени между окончанием n -го восстановления и $(n+1)$ -м отказом.

Интегрируя по θ от 0 до t , имеем:

$$P\{A_n\} = \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t-\theta)] f_{0n}(\theta) d\theta.$$

Подставляя выражение для вероятности $P\{A_n\}$ в формулу (5-55), получаем:

$$\Gamma(t) = 1 - F^{(1)}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t-\theta)] f_{0n}(\theta) d\theta. \quad (5-56)$$

Учитывая, что практическое значение имеют лишь значения $t > t_H$, когда произошло уже несколько десятков отказов, имеем:

$$\Gamma(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t-\theta)] f_{0n}(\theta) d\theta. \quad (5-57)$$

Подставив в (5-57) выражения для $F^{(n+1)}(t-\theta)$, $f_{0n}(\theta)$ и учтя, что $n \geq n_H \gg 1$, получим:

$$\Gamma(t) \approx \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \left[\frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{t-\theta - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right) \right] \times \\ \times \left\langle \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{nc_{\Delta t} \sqrt{\pi}} \exp \left\{ -\frac{3}{2n} \frac{\left| \theta - \frac{n^2}{2} (m_{\Delta t} - m_{\Delta t_B}) \right|^2}{n^2 (\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_B}^2)} \right\} \right\rangle d\theta. \quad (5-58)$$

Из постановки задачи очевидно, что при $t \rightarrow \infty$ значения $\Gamma(t) \rightarrow 1$. Сложное выражение (5-58) целесообразно аппроксимировать простой приближенной формулой, например $\Gamma(t) = 1 - C \exp(-\delta t)$, подобрав C и δ с помощью метода наименьших квадратов аналогично (5-40).

Таким образом, для практического применения можно будет использовать простые формулы, учитывающие совершенствование программ и обучение персонала.

ВЕРоятНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

6-1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПОДГОТОВКИ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПУТЕМ ВЕРоятНОСТНОГО ЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЦИФРОВЫХ ЭВМ

При исследовании надежности путем вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ можно использовать модели, в различной степени соответствующие реальному процессу функционирования (изменению состояний) системы. Возможны постепенные (плавные) или грубые (внезапные) изменения характеристик системы, происходящие в результате соответствующих изменений параметров элементов. При дискретных изменениях состояний (отказах или восстановлениях) элементов часто используют логические модели безотказной работы систем, в которых перечисляются возможные состояния системы и правила перехода из одного состояния в другое.

При использовании логической модели вероятностное моделирование состоит в воспроизведении случайного процесса смены состояний системы и вычислении значений времени (наработки) до появления отказов и восстановлений системы. В ходе моделирования учитываются логические условия работоспособности системы.

Метод моделирования на цифровых ЭВМ позволяет решать широкий класс задач исследования надежности систем без принципиальных ограничений на законы распределения времени безотказной работы элементов, корреляцию между отказами и т. д.

К недостаткам метода моделирования относятся: большие трудозатраты на предварительную подготовку к вероятностному моделированию; частный характер результатов моделирования, которые всегда соответствуют фиксированным значениям параметров элементов системы и выбранным начальным условиям;

наличие методической ошибки в математической модели процесса функционирования системы.

Можно выделить следующие этапы подготовки и осуществления вероятностного моделирования на цифровой ЭВМ для оценки надежности систем:

постановка задачи и выбор показателей надежности и качества функционирования;

формализация процесса функционирования исследуемой системы, т. е. составление математической (логической) модели;

разработка моделирующего алгоритма;

получение и анализ результатов.

Кратко рассмотрим содержание второго и третьего этапов подготовки к моделированию.

а) Формализация процесса функционирования исследуемой системы

На этом этапе создается математический аналог реальной физической системы, с помощью которого имитируют процесс функционирования системы.

Математическая модель содержит сведения о логической структуре системы и о надежности всех ее элементов. Принято различать несколько последовательных этапов составления модели [4].

На этапе содержательного описания словами излагают сведения о функционировании системы, о факторах, влияющих на качество функционирования. Такое описание составляется обычно специалистами без участия математиков, поэтому формулировки могут быть не обязательно строго математическими.

Для облегчения перехода к математической модели иногда вводят второй этап ее разработки — формализованную схему. Она может быть словесной, но уже является строго формальным описанием процесса функционирования системы.

При преобразовании формализованной схемы в математическую модель переходят к аналитическим выражениям, все логические условия записывают в виде системы неравенств и т. д.

Для ввода в ЭВМ сведений о структуре системы и об элементах целесообразно представить их в виде таблицы.

Большое значение имеет проверка достоверности математической модели. В [39] рекомендуются два способа осуществления такой проверки (см. § 4-1).

б) Разработка моделирующего алгоритма

Для осуществления моделирования составляется моделирующий алгоритм, указывающий последовательность действий по воспроизведению математической модели на ЦВМ. Обычно алгоритм изображается в виде блок-схемы операторов, каждый из которых соответствует группе математических действий.

Операторы изображаются на блок-схеме геометрическими фигурами, соединенными стрелками. Стрелки указывают, какому оператору может быть или должно быть передано управление на следующем этапе. Прямоугольниками изображаются операторы, выполняющие вычислительные действия (формирование неслучайных или случайных величин и функций, арифметические операции и др.). Иногда эти операторы называются арифметическими.

Блок-схема алгоритма может быть укрупненной, когда каждый прямоугольник изображает подпрограмму вычислений, или детальной, когда прямоугольник соответствует элементарной арифметической операции.

Операторы сравнения или проверки, которые могут иметь либо положительные (Да, «+»), либо отрицательные (Нет, «—») исходы, называют логическими. Такие операторы принято обозначать в виде ромба или круга, или овала. После логического оператора управление вычислительным процессом передается одному из двух операторов алгоритма в зависимости от результатов сравнения «+» или «—». Около соответствующей стрелки ставится «+» или «—».

Внутри прямоугольника или ромба записывают формулу или слова, раскрывающие основное содержание операции.

На рис. 6-1 приведена укрупненная блок-схема алгоритма вероятностного моделирования при определении надежности восстанавливаемой системы для случая, когда для каждого элемента можно выделить два состояния: работоспособное и неработоспособное.

Различные способы формирования возможных значений случайных величин при вероятностном моделировании на ЦВМ (см. оператор I) подробно описаны в литературе (см., например, [4]).

В операторе III используют формулы для статистических оценок случайных величин, рассмотренные в гл. 7 данной книги.

Оператор I

Формирование возможных значений случайных величин: времени (наработки) между отказами и времени восстановления элементов

Оператор II

Воспроизведение логической модели функционирования системы для получения возможных значений времени (наработки) до появления отказов и времени восстановления системы

Оператор III

Вычисление оценок показателей надежности системы

Перед составлением моделирующего алгоритма полезно составить временную эпюру, на которой изображены в виде отрезков прямых возможные значения случайных величин: времени (наработки) между отказами (или до отказа) и времени восстановления. Примером такой эпюры может служить рис. 1-14.

В моделирующих алгоритмах можно выделить блоки, реализующие одни и те же вычислительные процедуры. К числу таких блоков относятся воспроизведение возможных значений случайных величин с заданными законами распределения, нахождения минимального значения (или максимального для систем с нагруженным резервом)

из совокупности случайных величин, определение состояния системы при изменении состояния (отказе или восстановлении) данного элемента и др.

Для сокращения времени разработки моделирующих алгоритмов и отладки программ целесообразно выделить типовые операции, отдельно разработать и отладить соответствующие подпрограммы.

При составлении моделирующих алгоритмов для определения показателей надежности целесообразно учитывать некоторые общие рекомендации. Во-первых, благодаря легкости повторения реализаций случайных процессов смены состояний можно получать большие выборки возможных значений времени (наработки) до появления отказов и времени восстановления. Чтобы не хранить при этом большие объемы информации, целесообразно использовать рекуррентные алгоритмы для вычисления оценок показателей надежности, все время уточняя эти оценки по ходу моделирования.

Рис. 6-1. Общая блок-схема алгоритма вероятностного логического моделирования при определении надежности восстанавливаемых систем.

Во-вторых, из-за громоздкости моделирующих алгоритмов часто приходится моделировать систему по частям (блокам, подсистемам и пр.). При этом приходится выбирать показатели надежности блоков так, чтобы обеспечить удобство построения моделирующего алгоритма всей системы.

В-третьих, при моделировании смены состояний систем с высоконадежными элементами очень велики непроизводительные затраты машинного времени на воспроизведение многих реализаций процесса функционирования системы без отказов. Поэтому необходимы специальные методы сокращения объема вычислительных операций, обеспечивающие выделение реализаций процесса с отказами.

в) Особенности алгоритмов для исследования надежности путем вероятностного логического моделирования

При исследовании вопросов надежности процесс функционирования любой технической системы можно рассматривать как последовательную смену ее состояний. Поэтому при вероятностном логическом моделировании воспроизводят состояния систем в характерных точках исследуемого процесса: при отказах, при восстановлении и при техническом обслуживании отдельных элементов.

Для запоминания информации о состояниях элементов моделируемой системы целесообразно для каждого элемента иметь две ячейки. В одной из них хранятся признаки состояний каждого j -го элемента (например, 1, если элемент работоспособен, и 0, если элемент неработоспособен). В другой ячейке запоминается число, соответствующее наработке (времени) до изменения состояния данного элемента. При ограниченном объеме памяти можно использовать одну ячейку, применяя в качестве признака состояния знак числа.

Процесс функционирования каждого элемента представляет собой чередование возможных значений случайных величин: времени безотказной работы и времени восстановления. Каждое изменение состояния элемента вызывает изменение состояния системы.

В процессе моделирования вычисляют последовательные моменты времени (или наработки), в которых про-

исходя из изменения состояния каждого из n элементов системы. После нахождения момента t_{ij} i -го изменения состояния j -го элемента устанавливают, является ли t_{ij} моментом отказа или восстановления элемента. Далее проводят «анализ» системы, т. е. проверяют, привело ли изменение состояния элемента к отказу или восстановлению системы или нет. Иначе говоря, устанавливают вид траектории функционирования системы до следующего изменения состояния одного из элементов. Затем вновь сопоставляют числа, соответствующие моментам времени появления изменений состояний элементов и т. д.

При рассмотрении вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ речь идет об операциях с числами. Выражение «момент времени перехода системы в новое состояние» следует понимать как число, соответствующее этому моменту времени, а не реальное время.

Обычно предполагают, что в начальный момент времени эксплуатации $t_1=0$ все элементы работоспособны. Зафиксировав это состояние, воспроизводят возможные значения времени безотказной работы (времени или наработки до появления первого отказа) t_j ($j=1, 2, \dots, n$) всех элементов. Наименьшее из полученных значений t_{1j} соответствует моменту времени t_2 первого перехода системы в новое состояние:

$$t_2 = \min\{t_{1j}\}, \quad j=1, 2, \dots, n.$$

В результате анализа системы в момент времени t_2 определяют, закончилась или нет реализация случайного процесса функционирования системы; если траектория функционирования продолжается, то определяют, в каком состоянии будет система до следующего изменения состояния одного из элементов. При этом выделяют случайные величины, возможные значения которых начинаются в момент t_2 (в рассматриваемом случае время ремонта T_{vj}). Затем воспроизводят случайное число t_{vj} , соответствующее продолжительности пребывания в новом состоянии (ремонте) элемента, имевшего минимальное время t_{1j} , и вычисляют для этого элемента очередной момент времени перехода в новое (в рассматриваемом случае работоспособное) состояние $t_{2j} = t_{1j} + t_{vj}$.

В ячейке, соответствующей j -му элементу, записывают значение t_{2j} вместо прежнего значения t_{1j} .

Далее вновь находят наименьшее из чисел, записанных в ячейках элементов (эти числа соответствуют моментам времени изменения состояния элементов), и вновь прово-

дят анализ системы. Так продолжают до тех пор, пока время осуществления очередного изменения состояния системы не выйдет за пределы рассматриваемого периода эксплуатации системы. Описанным способом воспроизводится одна реализация случайного процесса функционирования системы.

Если исследуют надежность при стационарном режиме эксплуатации и имеется уверенность в эргодичности процесса функционирования, т. е. можно заменить средние по множеству реализаций значения средними по времени, то ограничиваются моделированием одной длинной реализации. Продолжительность этой реализации должна быть достаточной для получения устойчивых статистических оценок искомых величин.

Когда необходимо исследовать надежность при нестационарном режиме эксплуатации (например, в начальном периоде эксплуатации восстанавливаемой резервированной системы), необходимо воспроизводить множество реализаций. При этом приходится хранить в памяти машины статистические данные о результатах воспроизведения всех реализаций.

6-2. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ НАПРАВЛЕННЫХ СИСТЕМ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Чтобы избежать перехода к математической модели системы, целесообразно использовать метод, который условно назовем вероятностным физическим моделированием (ВФМ). При таком моделировании процесс функционирования исследуемой системы (оригинала) имитируется физическим процессом, происходящим обычно в другом масштабе времени, но с сохранением однозначного соответствия между параметрами модели и оригинала.

Необходимо подчеркнуть, что речь идет о принципиально новом методе исследования, который сводится к имитированию случайных изменений исследуемых систем. Этот метод не следует смешивать с широко известным моделированием на современных аналоговых вычислительных машинах процессов прохождения случайных сигналов через динамические системы.

Примерами применения ВФМ могут служить вероятностное моделирование процессов развития отказов сис-

тем (гл. 10), вероятностное моделирование процессов выполнения людьми сложной системы работ (гл. 16), вероятностное моделирование процессов компенсации человеком-оператором последствий отказов технических систем (гл. 15).

Для рассмотренного в данной главе способа моделирования характерно, что моделируемые случайные величины (время безотказной работы и время восстановления элементов) имитируются пропорциональными им короткими интервалами времени.

При оценке надежности направленных (см. § 2-3) систем с помощью ВФМ вначале выделяют активные, пассивные, накапливающие и конечные элементы исследуемой системы и моделируют ее принципиальную (функциональную) схему на аналогичных (т. е. активных, пассивных, накапливающих и конечных) физических элементах. При этом каждый элемент исследуемой системы заменяется соответствующим физическим аналогом, имитирующим изменение показателя эффективности системы при отказах и восстановлениях данного элемента.

Наиболее просто осуществить электрическое моделирование, при котором активные элементы системы заменяют источниками электрических напряжений. Значения напряжений пропорциональны производительностям активных элементов. Источники напряжений соединены в соответствии с принципиальной схемой системы. Пассивные элементы заменяют ограничительными элементами, с помощью которых можно регулировать долю данного элемента в общей располагаемой производительности системы. Накопительному элементу соответствует электронный интегратор.

Выходные элементы заменяют суммирующими операционными усилителями. Напряжение на выходе усилителя соответствует производительности системы.

Последовательно со всеми пассивными, активными и накапливающими элементами включены логические элементы И с двумя входами.

Один вход используют для соединения с другими элементами-аналогами, второй вход является управляющим, он используется для отключения или включения элементов-аналогов.

В результате первого этапа моделирования получается схема из элементов-аналогов, соответствующая принципиальной схеме исследуемой системы.

На втором этапе проводится вероятностное моделирование процесса функционирования исследуемой системы на собранной описанным выше путем электронной модели.

В течение одного такта моделирования имитируется эксплуатация одного экземпляра исследуемой системы в течение технического ресурса или другого заданного периода времени. Масштаб времени выбирается таким, чтобы было удобно проводить анализ результатов моделирования.

При каждом такте моделирования напряжение на выходе моделирующей схемы (аналог располагаемой производительности системы) сравнивают с напряжением, характеризующим критическое значение производительности системы. При этом фиксируются моменты времени уменьшения напряжения на выходе моделирующей схемы ниже критического и моменты времени восстановления напряжения (соответствуют моментам времени появления отказов и восстановлений системы).

После многих тактов моделирования вычисляют статистические оценки показателей надежности.

При определении показателей надежности описанным способом приходится учитывать несоизмеримость периодов времени между отказами элементов направленной

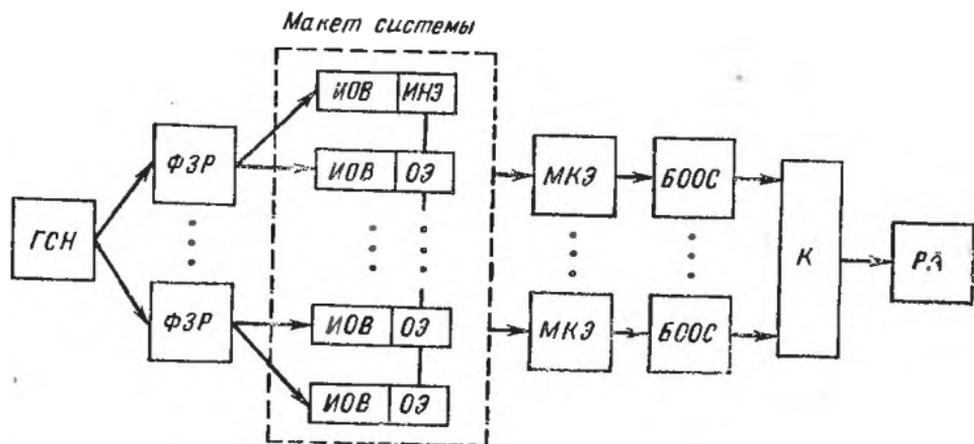


Рис. 6-2. Структурная схема установки для определения надежности систем с помощью вероятностного физического моделирования.

ГСН — генератор случайных напряжений; ФЗР — формирователь закона распределения; ИНЭ — имитатор накопительного элемента (бункера); ИОВ — имитатор отказов и восстановлений; ОЭ — ограничительный элемент; МКЭ — макет конечного элемента; БООС — блок определения отказа системы; К — коммутатор; РА — регистрирующая аппаратура.

системы и времени их ремонта. Для этого изменяют масштаб времени моделирования в периоды, когда система находится в неработоспособном состоянии.

Структурная схема установки для осуществления моделирования приведена на рис. 6-2.

Генератор случайных напряжений (ГСН) вырабатывает реализацию стационарного случайного процесса изменения напряжения. Обычно закон распределения мгновенных значений напряжения бывает нормальным. Однако могут быть применены генераторы, выдающие реализацию стационарного случайного процесса с другим законом распределения напряжений.

Случайное напряжение поступает на формирователь закона распределения (ФЗР), в качестве которого используется нелинейный преобразователь.

После ФЗР случайное напряжение поступает на основные элементы моделирующей установки — имитаторы отказов и восстановлений (ИОВ) элементов, которые управляют ограничительными элементами (ОЭ) или имитаторами накопительных элементов (ИНЭ).

В установке можно выделить два вида моделирующих напряжений: 1) выработанные ГСН случайные напряжения используются при воспроизведении времени безотказной работы и времени восстановления элементов; 2) напряжения аналогов активных элементов используются для моделирования изменений располагаемой производительности системы при отказах и восстановлениях элементов.

Моделирующая исследуемую систему схема (макет системы) состоит из ОЭ, ИНЭ со своими ИОВ и включает не показанные на рис. 6-2 источники напряжений, соответствующие активным элементам.

Выходные напряжения макета системы поступают на макеты конечных элементов (МКЭ) и далее на блоки определения отказа системы (БООС). Эти блоки оценивают влияние отказов и восстановлений элементов на располагаемую производительность системы, и в случае уменьшения производительности системы ниже критической и восстановления работоспособности генерируется соответствующий сигнал. Эти сигналы коммутатор K направляет на счетчики соответствующих интервалов времени моделирования. Обычно воспроизводят одно выходное напряжение макета системы и применяют по одному блоку МКЭ и БООС.

Регистрирующая аппаратура (РА) фиксирует моменты времени отказов и восстановлений системы и вычисляет оценки показателей надежности. Наиболее часто определяют гистограммы времени безотказной работы и времени восстановления, ступенчатые графики параметра потока отказов. Для этого имеются 10—20 счетчиков попаданий сигналов БООС в соответствующие временные интервалы.

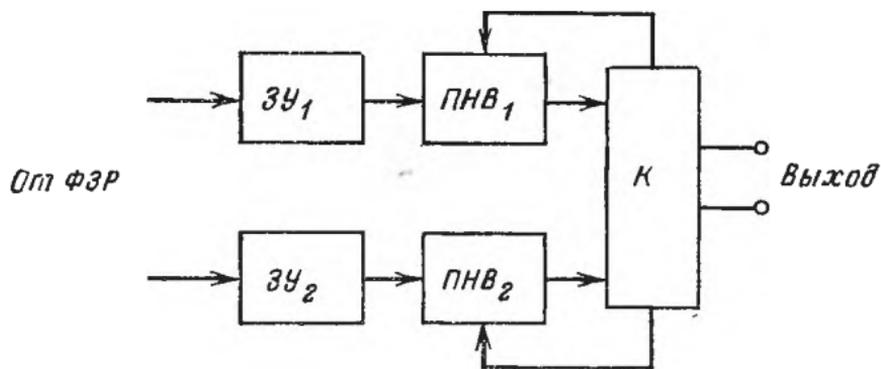


Рис. 6-3. Структурная схема имитатора отказов и восстановлений элемента.

ZY — запоминающее устройство; $ПНВ$ — преобразователь напряжение — время; K — коммутатор.

На рис. 6-3 изображена структурная схема имитатора отказов и восстановлений элементов. Цепь ZY_1 , $ПНВ_1$ имитирует время безотказной работы, цепь ZY_2 , $ПНВ_2$ — время восстановления элементов. Прошедшее ФЗР случайное напряжение поступает на запоминающие устройства ZY_1 и ZY_2 , представляющие собой электронные интеграторы в режиме ввода начальных условий.

В момент времени моделирования, соответствующий началу эксплуатации или восстановлению данного элемента, напряжение на ZY_1 фиксируется и подается на преобразователь напряжения — время $ПНВ_1$, имитирующий время безотказной работы элемента. Когда это время закончится, коммутатор K фиксирует напряжение на ZY_2 и включает преобразователь $ПНВ_2$, имитирующий время восстановления элемента. После окончания этого времени опять фиксируется напряжение на ZY_1 и включается $ПНВ_1$ и т. д.

Масштаб времени моделирования выбирают таким, чтобы возможные значения времени, вырабатываемые $ПНВ_1$ и $ПНВ_2$, были бы практически всегда большими

периода корреляции случайного процесса на выходе ГСН.

В результате последовательных срабатываний имитаторов отказов и восстановлений воспроизводится работа сложной системы в течение предполагаемого ресурса (срока службы) с учетом отказов и восстановлений элементов в случайные моменты времени. Необходимо еще раз подчеркнуть, что воспроизводятся не физические явления в исследуемой системе (переходные процессы и т. д.), а лишь состояния, в которых находятся элементы (работоспособное или неработоспособное).

В зависимости от цели моделирования может воспроизводиться множество реализаций случайного процесса функционирования системы или одна длинная реализация.

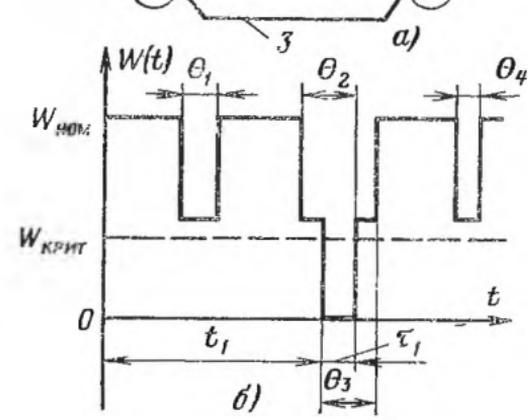


Рис. 6-4. Пример простейшей энергетической системы.

a — принципиальная схема; *b* — график изменения располагаемой производительности (мощности) системы.

Таким образом, при использовании ВФМ нет необходимости в переходе от принципиальной схемы системы к сложным логическим соотношениям.

Чтобы дополнительно пояснить основную идею осуществления вероятностного физического моделирования, рассмотрим простой пример, допускающий аналитическое решение. На рис. 6-4, *a* приведена принципиальная схема простейшей энергетической системы.

Согласно рис. 6-4, *a* энергия от генератора 1 может передаваться по двум параллельным линиям передачи 2 и 3 к потребителю 4.

Показателем качества функционирования системы является располагаемая передаваемая мощность. Функционирование системы может быть наглядно охарактеризовано с помощью графика рис. 6-4, *b*, по горизонтальной оси которого отложено время эксплуатации, по вертикальной оси — значение располагаемой передаваемой мощности $W(t)$ в данный момент времени t . На рис. 6-4, *b* наглядно видно, что, когда оба элемента работоспособны,

располагаемая мощность равна номинальной $W_{\text{ном}}$. При отказе одного из элементов располагаемая мощность равна $\frac{1}{2}W_{\text{ном}}$ в течение времени восстановления отказавшего элемента. Так как критическое значение $W_{\text{кр}} = 0,4W_{\text{ном}}$, то при отказе одного из элементов $W(t) > W_{\text{кр}}$ и система еще работоспособна. При отказе обоих элементов $W=0$, простаивает (восстанавливается, ремонтируется) вся система.

На рис. 6-4,б указаны возможные значения случайных величин: t_1 — значение времени безотказной работы всей системы; τ_1 — значение времени ремонта всей системы, $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ — значения времен ремонта одного отказавшего элемента.

В качестве показателя надежности системы может быть принят коэффициент готовности.

Результаты моделирования целесообразно сопоставить с аналитическим решением. Чтобы облегчить получение аналитического решения, можно ввести допущение о безотказности генератора I . При этом легко определить аналитически надежность дублированной системы с восстановлением, состоящей из двух параллельных линий передачи энергии (двух элементов). Распределения всех случайных величин целесообразно считать показательными.

Опыт осуществления моделирования свидетельствует, что сравнительно легко удается добиться удовлетворительной точности моделирования: статистическая оценка коэффициента готовности по результатам моделирования мало отличается от полученного расчетом значения.

Можно выделить следующие преимущества метода исследования надежности направленных систем с помощью вероятностного физического моделирования:

1. Нет ограничений по сложности исследуемых систем. При увеличении сложности системы пропорционально усложняется моделирующая схема и какие-либо трудности при этом не возникают. Это связано с тем, что фиксируются лишь два возможных состояния системы (работоспособное и неработоспособное), появляющиеся в результате сочетаний состояний элементов.

2. Существенно уменьшается методическая ошибка, в основном зависящая от правильности имитации элементов исследуемой системы их электронными аналогами. Открывается возможность оценки методической ошибки.

3. Просто осуществлять переход к исследованию различных вариантов систем, так как сохраняется непосредственное соответствие между элементами исследуемой системы и моделирующей схемы. Если в исследуемой системе изменить один элемент, то в моделирующей схеме нужно изменить лишь один элемент-аналог.

4. Сравнительно невелики трудозатраты на осуществление моделирования. При наличии моделирующей установки эти трудозатраты мало зависят от сложности исследуемой системы.

5. В моделирующей схеме легко обнаружить возможные ошибки исследования, в то время как в сложных программах моделирующих алгоритмов для цифровых ЭВМ очень трудно выявлять ошибки.

Необходимо отметить, что при исследовании надежности с помощью ВФМ, как и при вероятностном моделировании на цифровых ЭВМ, возможно получение неверных результатов из-за неправильной работы отдельных блоков моделирующей установки. Поэтому целесообразно предусмотреть автоматический контроль хода моделирования.

6-3. ПРИМЕР ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ВЕРОЯТНОСТНОГО ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ¹

а) Краткая характеристика объекта моделирования

Структурная схема информационной системы (ИС) изображена на рис. 6-5. Система содержит датчики информации, накопители, линии передачи, приемный пункт, переключатели.

При нормальном функционировании системы информация от каждого датчика передается по каналу связи к приемному пункту. Пропускная способность канала связи выше, чем производительность соответствующего датчика, поэтому при безотказной работе всех элементов ИС накопления информации в накопителях не происходит. В случае отказа линии передачи выход датчика этого канала подключается к другой линии связи. При этом информация от обоих датчиков не может одновременно передаваться через один канал связи вследствие его ограниченной пропускной способности. Избыток инфор-

¹ Написан совместно с С. А. Воробьевым.

магии поступает в накопитель. Освобождение емкости накопителя происходит после восстановления отказавшей линии связи.

Эффективность функционирования системы оценивается ее производительностью, равной количеству информации, передаваемой в единицу времени.

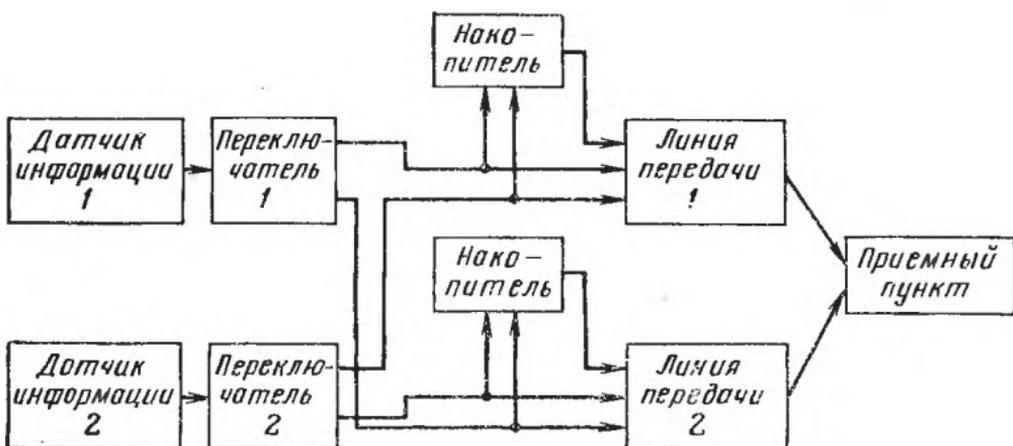


Рис. 6-5. Структурная схема информационной системы.

Анализ функционирования ИС позволяет заключить, что данная система обладает свойствами направленных систем. Следовательно, для исследования надежности ИС может быть применен метод вероятностного физического моделирования.

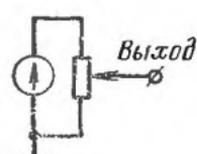
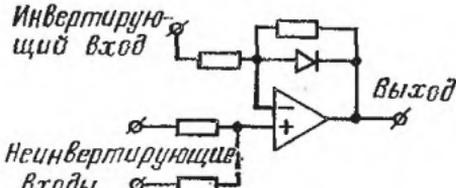
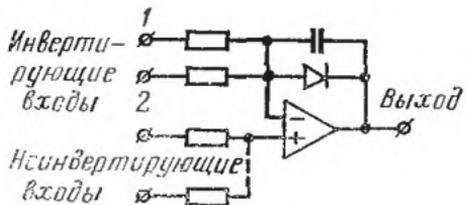
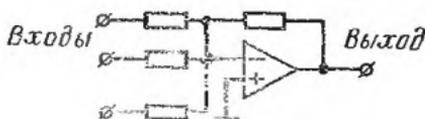
б) Построение моделирующей схемы

Моделирующая схема системы составляется непосредственно по ее функциональной схеме путем замены каждого элемента ИС электронным аналогом. В данной системе можно выделить следующие типы элементов:

- активные элементы (датчики информации);
- пассивные элементы (линии передачи);
- накопители;
- выходной элемент (приемный пункт).

Принципиальные электрические схемы моделирующих ячеек и их условные графические обозначения, используемые при составлении моделирующей схемы, приведены в табл. 6-1.

Моделью активного элемента является источник электрического напряжения. Выходное напряжение макета может регулироваться с помощью потенциометра.

Тип элемента	Принципиальная схема макета элемента	Условное графическое изображение
Активный элемент		
Пассивный элемент		
Накопитель		
Выходной элемент		

Аналогом пассивного элемента служит электронный ограничитель, построенный на операционном усилителе. Неинвертирующие входы ограничителя предназначены для соединения с макетами элементов согласно функциональной схеме моделирующей системы, к инвертирующему входу подключается имитатор отказов и восстановления (ИОВ). Отказ данного элемента имитируется путем подачи на его инвертирующий вход сигнала положительной полярности, который вызывает снижение выходного напряжения усилителя до нуля.

Функционирование накопителя моделируется с помощью электронного интегратора. В отличие от модели пассивного элемента интегратор имеет два инвертирующих входа. Один вход используется для подключения ИОВ, на второй вход подается сигнал, пропорциональный количеству информации, которая должна считываться с накопителя в единицу времени.

Выходной элемент при построении моделирующей схемы заменяется сумматором. Выходное напряжение сумматора пропорционально количеству информации, передаваемой от датчиков к приемному пункту.

На условных графических обозначениях элементов пассивирующие входы изображаются с левой стороны, выходы — с правой. Инвертирующие входы изображаются сверху или снизу обозначения.

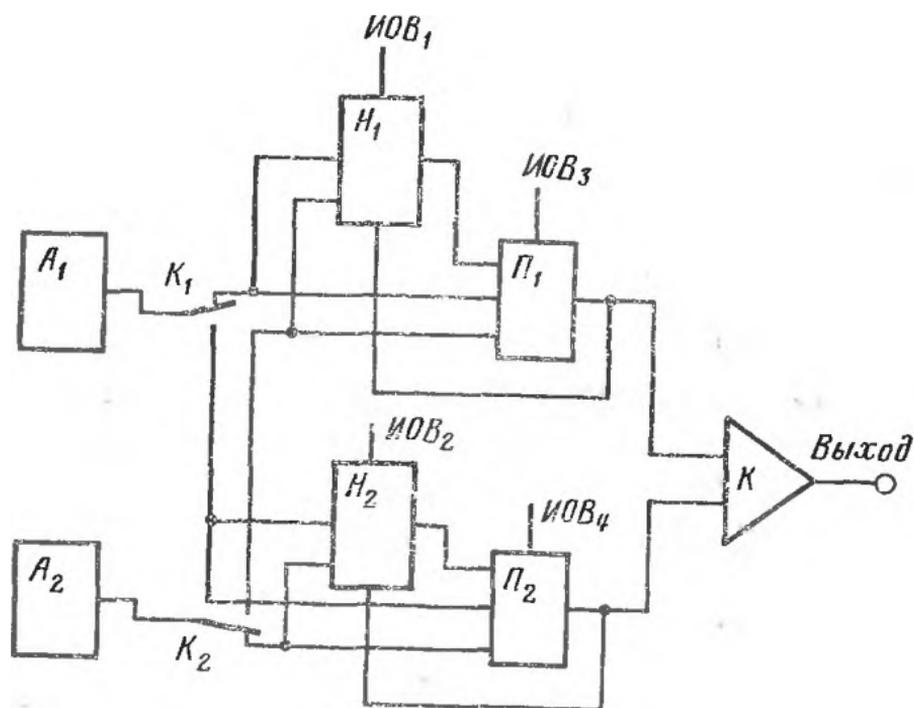


Рис. 6-6. Моделирующая схема информационной системы.

На рис. 6-6 представлена моделирующая схема ИС. Схема содержит макеты активных элементов (A_1 , A_2), макеты линий передачи (Π_1 , Π_2), макеты накопителей (H_1 , H_2) и макет приемного пункта K . Макеты датчиков информации A_1 и A_2 подключены через контакты K_1 и K_2 к макетам линий передачи Π_1 , Π_2 . Контакты K_1 и K_2 служат для переключения макетов датчиков информации при отказах линий передачи. Сигналы, поступающие на входы макетов линий передачи Π_1 и Π_2 , одновременно подаются на суммирующие входы макетов накопителей H_1 и H_2 . На инвертирующие входы макетов накопителей поступают сигналы с выхода соответствующих линий передач Π_1 , Π_2 .

Когда все элементы схемы работоспособны, что соответствует появлению на выходах всех имитаторов отказов и восстановлений нулевого потенциала, сигналы с выходов макетов A_1 и A_2 поступают на макеты каналов связи Π_1, Π_2 . Результирующий сигнал на входе каждого накопителя, равный разности суммы входных сигналов линии и сигнала на ее выходе, будет равен нулю. В случае отказа, например, линии Π_2 произойдет переключение макета A_2 на вход линии Π_1 . Выходной сигнал макета Π_1 возрастает до величины напряжения ограничения U_{Π_1} , пропорционального максимальной пропускной способности линии связи l . Так как величина U_{Π_1} меньше суммы сигналов с выходов макетов датчиков, напряжение на входе макета накопителя H_1 станет больше нуля, и, следовательно, его выходное напряжение станет возрастать, имитируя процесс накопления информации. После восстановления линии Π_2 выходной сигнал линии Π_1 будет больше напряжения макета датчика A_1 , так как на вход линии Π_1 будет поступать также сигнал с выхода макета накопителя H_1 . Поэтому при восстановлении линии Π_2 напряжение на входе макета H_1 изменит знак, и будет происходить процесс разряда конденсатора обратной связи интегратора макета накопителя. При отказе линии связи l функционирование схемы будет происходить аналогичным образом.

Значения напряжений источников, моделирующих активные элементы системы, и значения напряжений ограничения пассивных элементов U_i рассчитываются по формуле

$$U_i = \frac{U_{\max} \Pi_j}{E_0} = M_E \Pi_j,$$

где U_{\max} — максимально допустимое значение выходного напряжения операционных усилителей; E_0 — наибольшее мгновенное значение производительности системы; M_E — коэффициент масштаба производительности; Π_j — производительность j -го элемента.

Так как пассивные элементы не могут генерировать или расходовать рабочее тело, то коэффициенты передачи операционных усилителей, используемых в макетах пассивных элементов, должны быть равны единице.

Коэффициенты передачи интеграторов $k_{\text{и}}$ определяются по формуле

$$k_{\text{и}} = \frac{U_{\max} c t_p}{V_{\text{н}} M_E \Delta t},$$

где V_H — емкость накопителя; t_p — реальное время, в течение которого моделируется работа системы; Δt — длительность моделирующего такта установки.

Результаты расчета параметров элементов моделей сведены в табл. 6-2.

Имитаторы отказов и восстановлений настраиваются в соответствии с данными о надежности элементов.

в) Результаты моделирования

На моделирующей установке проводилось исследование двух вариантов ИС. В первом варианте не учитывались перекрестные связи между каналами. В результате воспроизведения 500 реализаций функционирования исследуемой ИС был получен ступенчатый график параметра потока отказов $\omega(t)$. В полученном графике значения ω^*_i были примерно одинаковы. Среднее значение параметра потока отказов

$$\omega^*_{cp} = 19,7 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч,}$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma^*_{\omega} = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

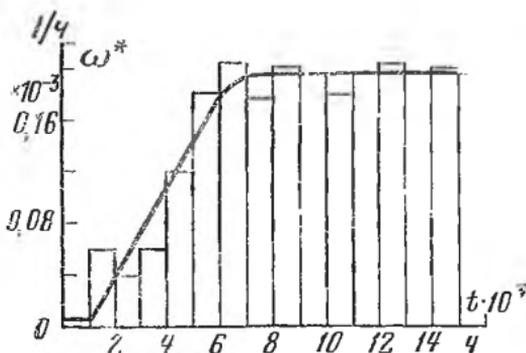


Рис. 6-7. Ступенчатый график параметров потока отказов информационной системы.

При введении в модель системы перекрестных связей между каналами был получен новый график $\omega(t)$ (рис. 6-7). Установившееся значение функции $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) =$

Таблица 6-2

Наименование элемента и обозначение на схеме модели	Производительность, бит/с	Емкость памяти, байт	Напряжения ограничения U_i , В	Коэффициент передачи инверторов $k_{и}$, 1/с
Накопитель H_1	—	$16 \cdot 10^5$	—	3,1
Накопитель H_2	—	$16 \cdot 10^5$	—	3,1
Линия передачи $П_1$	2000	—	91	—
Линия передачи $П_2$	2000	—	91	—
Датчик информации A_1	1200	—	54,6	—
Датчик информации A_2	1000	—	45,5	—

$\omega = 0,198 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; точка начала массовых отказов $t_H \approx 1000$ ч.

Расчетные результаты показывают, что введение перекрестных связей между каналами ИС позволяет снизить значение параметра потока отказов примерно в 100 раз. Кроме того, если предусмотреть проведение профилактики через интервалы времени $\Delta t = t_H$, то значение можно снизить до величины $6 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

6-4. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ПРИ ГРУБЫХ ОТКАЗАХ ЭЛЕМЕНТОВ

Такое моделирование дает возможность устранить методическую ошибку, возникающую из-за того, что логическая модель для расчета надежности не полностью отражает функциональные связи элементов. Кроме того, при данном виде моделирования сравнительно просто решаются вопросы учета зависимых отказов, нескольких видов отказов элементов, учета произвольных распределений наработки до отказа элементов и пр.

Для осуществления моделирования имитируются потоки отказов (обрывов или замыканий) элементов в макете электронной схемы. Этот макет аналогичен исследуемой схеме, но последовательно (при имитации обрыва) или параллельно (при имитации замыкания) с дискретными элементами схемы включены соответствующие выходные контакты электромагнитных реле; обмотки их соединены с имитаторами отказов (т. е. с выходом преобразователя напряжение — время), аналогичными рассмотренным выше, в § 6-2. При этом моделирующая установка очень похожа на установку, изображенную на рис. 6-2 и 6-3. Установка состоит из последовательно соединенных генератора случайных напряжений (ГСН), формирователей закона распределения (ФЗР), имитаторов отказов элементов (ИОВ), преобразователей напряжение — время (ПНВ), макета схемы, блока определения отказа схемы (БООС), коммутатора, регистрирующей аппаратуры (РА).

Имитация потоков отказов элементов осуществляется следующим образом. Возможные значения случайных напряжений, пройдя через соответствующие формирова-

тели законов распределения, поступают на имитаторы отказов элементов, которые работают так же, как описано в § 6-2. Различие состоит в том, что оба ПНВ последовательно генерируют возможные значения времени безотказной работы.

При срабатывании очередного ПНВ коммутаторы ИОВ элемента выдают сигнал на электромагнитное реле, контакты которого имитируют отказ элемента в макете исследуемой схемы, в результате чего изменяются значения определяющих параметров исследуемой схемы. Эти определяющие параметры могут выйти из границ рабочей области. Блок определения отказа схемы оценивает влияние отказа элемента на работоспособность схемы. При обнаружении отказа схемы генерируется сигнал, который с помощью коммутатора направляется в счетчик соответствующего временного интервала построителя гистограммы наработки до отказа или параметра потока отказов.

Для учета зависимых отказов элементов необходимо, чтобы при срабатывании соответствующих ПНВ производились переключения на другие ФЗР элементов, оставшихся работоспособными.

Для полного исследования надежности низкочастотной электронной схемы целесообразно сочетать описанный в данном параграфе способ моделирования с описанным в гл. 10 методом исследования параметрической надежности этих же схем путем физического моделирования процессов возникновения их отказов.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ ОБ ОТКАЗАХ

7-1. ПОЛУЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ О НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ

а) Источники информации о надежности

Одной из основных трудностей при исследовании вопросов надежности является ограниченность и неупорядоченность статистической информации о процессе эксплуатации объектов. Эти сведения могут быть получены путем наблюдения за работой объектов либо в условиях

реальной эксплуатации, либо при испытаниях на безотказную работу. Данные испытаний обычно не могут полностью заменить эксплуатационные данные. Реальная же эксплуатация представляет собой недостижимый по своим масштабам в лабораторных условиях эксперимент. Однако и при реальной эксплуатации далеко не всегда удается получить нужную информацию.

Во-первых, данные реальной эксплуатации всегда относятся к морально стареющим устройствам. Конструкция и технология изготовления современных технических объектов меняются столь быстро, что нередко случается, когда данные об эксплуатации объектов, выпущенных несколько лет назад, имеют лишь историческое значение. Вместе с тем основной целью любых исследований в области надежности является повышение надежности будущих объектов.

Во-вторых, данные реальной эксплуатации обычно являются неполными. Это объясняется рядом причин: организационными трудностями сбора и обработки сведений, трудоемкостью исследований при переносной контрольно-измерительной аппаратуре, недостаточной чувствительностью и точностью этой аппаратуры и не всегда высокой квалификацией работников. Из-за ограниченности объема статистических данных во многих случаях трудно получить достоверные характеристики надежности для различных условий применения объектов.

В-третьих, иногда трудно осуществлять наблюдение за работой некоторых объектов при их реальной эксплуатации (например, на самолетах во время полета).

Перечисленные причины определяют необходимость широкого применения испытаний изделий на безотказную работу и моделирования процесса эксплуатации (рис. 7-1).

В процессе испытаний на безотказную работу группа объектов работает (выполняет свое основное назначение) до момента выхода из строя всех или определенного количества объектов. Испытания на безотказную работу почти всегда связаны с физическим моделированием условий эксплуатации. При проведении этих испытаний обычно удается преодолеть большинство перечисленных выше трудностей получения сведений о работе объектов. Однако эксперимент обычно продолжается очень долго (например, при испытаниях механических деталей на износ). Для проведения эксперимента

необходимо значительное количество специального оборудования. Обычно эксперимент стоит очень дорого; часто при испытаниях приходится расходовать значительное количество дефицитных деталей. Испытаниям подвергаются лишь серийно выпускаемые изделия, тогда как часто желательно иметь хотя бы некоторую информацию о проектируемых изделиях. Поэтому нельзя ограничиться лишь испытаниями на безотказную работу. Возникает вопрос о применении и всемерном развитии моделирования процесса эксплуатации изделий.

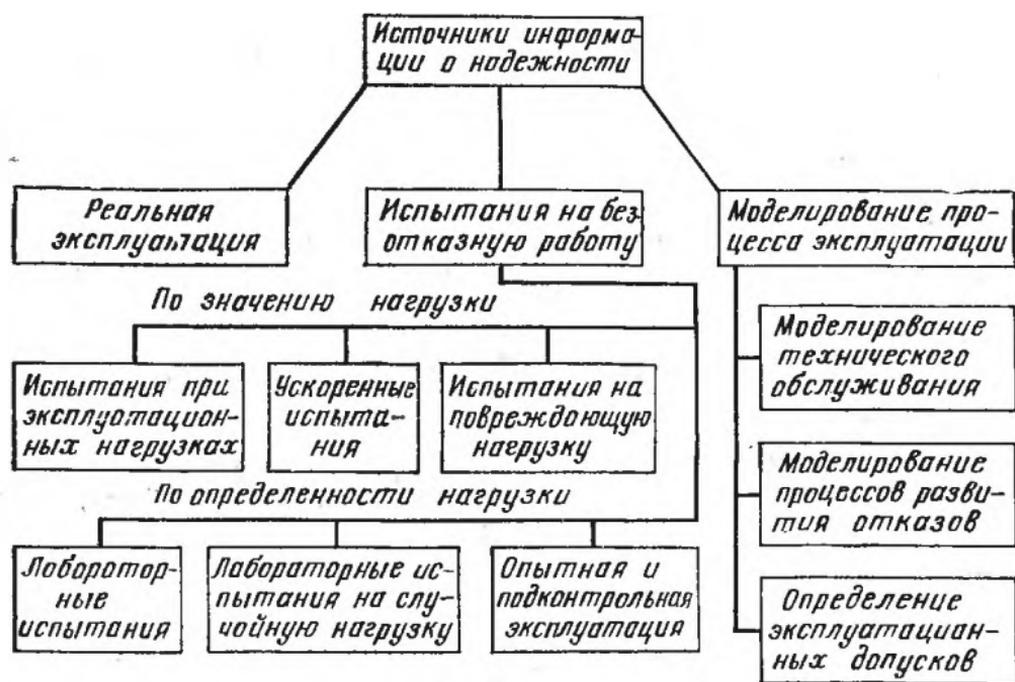


Рис. 7-1. Пути получения экспериментальных данных о надежности изделий.

Этот путь лабораторных исследований дает возможность проводить эксперимент в течение очень короткого времени (минуты вместо месяцев и лет), многократно повторять и видоизменять его. Кроме того, можно в какой-то мере исследовать поведение будущих, проектируемых объектов. В процессе эксперимента не нужно расходовать значительное количество иногда дефицитных объектов. Однако при моделировании всегда необходима входная информация, получаемая из реальной эксплуатации или в результате испытаний на безотказную работу. Иными словами, моделирование не может полно-

стью заменить реальную эксплуатацию и испытания на безотказную работу, хотя роль моделирования может быть очень большой.

В большинстве технических наук стремятся применить моделирование вместо натурального эксперимента, потому что последний слишком дорог, трудоемок, продолжителен и пр., хотя принципиально осуществим. Это справедливо и для моделирования процесса эксплуатации объектов. Вместе с тем при эксплуатации некоторых объектов существует много ситуаций, когда почти невозможно вести натурные эксперименты и моделирование является единственным путем экспериментального исследования.

б) Виды испытаний на безотказную работу

При проведении испытаний на безотказную работу обычно приходится так или иначе решать две группы задач.

1. Испытаниям на безотказную работу обычно подвергается сравнительно небольшое число экземпляров объектов. Поэтому существует проблема статистической оценки свойств объектов по результатам испытаний ограниченного числа экземпляров. Имеются два варианта постановки этой задачи, обычно связанные с различным назначением испытаний.

Во-первых, может быть поставлен вопрос, соответствуют ли значения показателей надежности заданным требованиям. Этот вопрос обычно возникает при контрольных и приемо-сдаточных испытаниях. При такой постановке задачи решение обычно ищется путем применения метода проверки статистических гипотез.

Во-вторых, можно ставить вопрос об определении численных значений показателей надежности испытываемых объектов. Такие вопросы обычно возникают при испытаниях блоков, узлов и макетов аппаратуры в ходе ее конструирования и применения. В данном случае обычно применяются методы оценки параметров распределения наработки до отказа.

Общие методы решения подобных задач в математической статистике разрабатываются уже давно. Применение этих методов для оценки результатов испытаний на безотказную работу обычно не вызывает принципиальных затруднений.

2. Гораздо меньше исследован вопрос о сопоставлении результатов испытаний на безотказную работу с данными реальной эксплуатации. Испытания на безотказную работу в какой-то мере воспроизводят процесс реальной эксплуатации. Для использования результатов испытаний необходимо установить соответствующие соотношения подобия. При этом встречаются значительные трудности.

Испытания на безотказную работу различаются в первую очередь по значению и характеру внешних воздействий на испытываемые изделия.

Параметры режима работы (испытаний) будем называть нагрузками. Полная нагрузка на элемент определяется совместным действием ряда нагрузок. Существуют тепловая, вибрационная, химическая (действие агрессивных сред), электрическая и другие нагрузки.

По значению нагрузки можно различать три вида испытаний на безотказную работу:

- 1) испытания при эксплуатационных нагрузках;
- 2) ускоренные испытания;
- 3) испытания на повреждающую нагрузку.

Продолжительность испытаний при эксплуатационных нагрузках очень велика: наработка до отказа каждого из испытываемых устройств близка к соответствующей наработке при реальной эксплуатации.

При ускоренных испытаниях на срок службы нагрузки значительно больше эксплуатационных. Поэтому испытываемые устройства быстро выходят из строя. Испытания на безотказную работу почти всегда стараются в той или иной мере ускорять. Чем раньше будут закончены эти испытания, тем больше ценность полученных результатов. Несмотря на явные преимущества ускоренных испытаний, они пока еще не получили широкого распространения. Такое положение в значительной мере объясняется трудностями определения зависимости между результатами ускоренных испытаний и данными реальной эксплуатации.

Испытания на повреждающую нагрузку состоят в том, что нагрузка увеличивается до тех пор, пока не произойдет отказ испытываемого объекта. Время испытания очень мало и в процессе испытания принципиально не учитывается. Определить значения показателей надежности при этих испытаниях нельзя. Однако по полученным данным можно оценить возможность использо-

вания испытываемых объектов в определенных окружающих условиях и сравнить надежность отдельных элементов одной системы. Испытания на повреждающую нагрузку рассмотрены в гл. 11.

Испытания на безотказную работу можно различать также по определенности нагрузки. При этом можно выделить три вида испытаний:

- 1) лабораторные испытания;
- 2) лабораторные испытания при случайной нагрузке;
- 3) опытную и подконтрольную эксплуатации.

При лабораторных испытаниях условия работы всех исследуемых объектов практически одинаковы. Этим лабораторные испытания принципиально отличаются от реальной эксплуатации, где обычно на объекты действуют случайные нагрузки. Указанным различием в значительной мере объясняется справедливое интуитивное недоверие работников эксплуатации к результатам лабораторных испытаний. Далеко не всегда можно сравнивать характеристики, полученные в лабораторных условиях и в условиях реальной эксплуатации. Результаты лабораторных испытаний целесообразно пересчитывать на конкретные реальные условия эксплуатации. Этот вопрос рассмотрен в § 1-6.

Лабораторные испытания со случайными нагрузками приближают условия испытаний к условиям реальной эксплуатации. При этих испытаниях некоторые нагрузки являются случайными, остальные неслучайны. Например, можно воспроизвести в лабораторных условиях случайную вибрационную нагрузку при неслучайных температурах, электрической, химической и других нагрузках.

При опытной и подконтрольной эксплуатации объектов все нагрузки являются случайными.

Испытания на безотказную работу можно различать не только по нагрузкам, но и по ряду других признаков. В частности, их можно классифицировать по назначению.

При этом можно выделить три задачи:

- 1) вычисление показателей надежности и построение их экспериментальных графиков для выявления факторов, снижающих надежность, и определения мероприятий по повышению надежности объектов;
- 2) статистическая оценка показателей надежности;
- 3) проверка гипотез о надежности.

При решении второй задачи проводятся определительные испытания с целью определения фактических показателей надежности путем статистической оценки параметров теоретического распределения наработки до отказа.

При решении третьей задачи проводятся контрольные испытания. При этом значения показателей надежности (параметров распределений) не оцениваются, а производится проверка того, что уровень (значения показателя) надежности не ниже заданного.

До проведения определительных и контрольных испытаний проводятся аппроксимация имеющихся экспериментальных данных каким-либо теоретическим распределением и проверка статистической гипотезы о том, что принятое теоретическое распределение не противоречит экспериментальному.

Для проведения испытаний составляется план, в котором указываются:

- количество N объектов;
- порядок замены отказавших объектов;
- продолжительность испытаний.

Планы испытаний, в которых отказавшие объекты не заменяются новыми, обозначаются буквой Б. Планы испытаний, в которых отказавшие объекты заменяются новыми, обозначаются буквой В.

Испытания могут продолжаться до отказа установленного количества объектов $n \leq N$ или продолжаться определенное время T . Иногда используются смешанные планы, когда испытания ведутся до отказа n объектов, если наработка t_n до появления n -го отказа $t_n < T$, или продолжают определенное время (наработку) T , если $t_n \geq T$.

Результаты испытаний обычно представляют в виде упорядоченной последовательности (вариационного ряда) чисел $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N$, которые являются значениями наработки до отказа объектов.

в) Сбор сведений об отказах

Большое значение имеет правильная организация сбора сведений об отказах. Число отказов объектов, которые учитываются при вычислении статистических характеристик надежности, зависит от лиц, непосредственно эксплуатирующих эти объекты.

Содержание мероприятий по сбору сведений об отказах определяется типом объекта и особенностями его эксплуатации.

Кроме испытаний на надежность, возможными источниками сведений могут служить формуляры технических устройств, периодические отчеты об эксплуатации аппаратуры и карточки неисправностей.

К сведениям о числе замененных деталей или устройств следует относиться с большой осторожностью. Обычно значительная часть (иногда больше половины) замененных деталей на самом деле работоспособна. Чем легче сменить деталь, тем больше вероятность ее напрасной замены.

Формуляр должен быть построен так, чтобы содержать полную историю работы объекта от выпуска с завода до уничтожения. Формуляр типа дневника неудобен — велики потери времени на поиски в нем соответствующих данных. Эти потери времени уменьшаются при построении формуляра в форме таблиц. Обычно формуляр находится там же, где и объект, к которому он относится. Так как отдельные экземпляры одинаковых объектов могут находиться на значительном удалении друг от друга, то непосредственное использование формуляров при сборе сведений об отказах не всегда удобно.

Периодические отчеты об эксплуатации определенного количества однотипных объектов могут содержать сведения об их отказах. Обычно эти сведения оформляются в виде таблиц (ведомостей) отказов. Сведения об отказах или берутся из формуляров, или составляются по сообщениям соответствующего персонала. В последнем случае несколько больше вероятность того, что к моменту написания отчета сведения об отказах могут быть затеряны или забыты.

Карточки отказов представляют собой бланки с вопросами, на которые надо дать ответы или подчеркнуть один из готовых ответов. Заполненные бланки направляются или в центр переработки информации, или поставщику объектов. Применяя карточки отказов, можно получить быструю и подробную информацию о каждой неисправности. Желательно, чтобы форма карточки допускала возможность машинной обработки.

На карточки неисправностей записываются следующие сведения:

- 1) номер карточки;
- 2) тип и серийный номер объекта;
- 3) длительность работы до появления отказа;
- 4) условия работы (испытаний), при которых появился отказ;
- 5) внешние признаки неисправности (отказа);
- 6) местоположение, тип и серийный номер отказавшего элемента;
- 7) вероятная причина появления отказа;
- 8) требуемый ремонт;
- 9) трудозатраты на ремонт;
- 10) добавочная информация на обороте карточки, которую хочет сообщить лицо, заполняющее карточку (в том числе и соображения о возможных путях повышения надежности эксплуатируемого объекта);
- 11) дата и подписи лица, заполняющего карточку, и начальника, проверившего правильность сведений.

Кроме этих сведений, на карточки отказов записывается и другая информация, характерная для исследуемого объекта.

Карточки отказов заполняются лицами, обнаруживающими отказы. В ряде случаев процесс заполнения карточки может быть разбит на два этапа. Сначала записываются сведения по пп. 1—5, затем карточки с отказавшими объектами направляются в ремонтную организацию, где происходит заполнение пп. 6—10.

Сбор сведений об отказах является весьма ответственным этапом исследования надежности элементов и систем. Необходимо всегда уметь выделить причину отказа. Например, поступили сведения, что на одном из объектов отказало в один день несколько полупроводниковых диодов. В результате проверки установлено, что действительной причиной отказа было короткое замыкание в разъеме, которое и подлежит учету.

7-2. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

а) Построение графиков экспериментальных распределений наработки до отказа

Графики интенсивности отказов $\lambda(t)$ или плотности распределения наработки до отказа $f(t)$ строятся по статистическим данным об отказах. Статистические данные могут быть получены как в результате лабораторных испытаний, так и путем наблюдения за находящимися в реальных условиях эксплуатации объектами.

Рассмотрим способы получения и обработки экспериментальных данных в этих двух случаях.

При лабораторных испытаниях достаточно большая группа объектов работает в условиях, по возможности приближающихся к эксплуатационным. В целях экономии экспериментального материала вышедшие из строя объекты не заменяются новыми, из-за чего количество работающих объектов все время уменьшается. Обработать результаты лабораторных испытаний можно двумя способами.

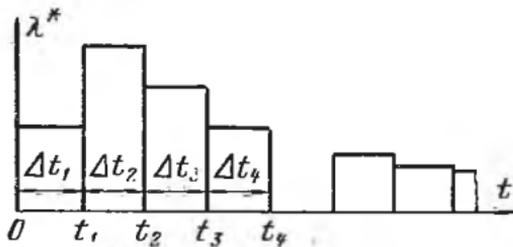


Рис. 7-2. Ступенчатый график $\lambda^*(t)$.

I способ. Разделим весь диапазон наработки объектов на интервалы $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ и подсчитаем количество отказов Δr_i объектов, приходящиеся на каждый i -й интервал. Разделим это число на число объектов, оставшихся работоспособными к началу рассматриваемого интервала Δt_i , и на длину этого интервала. В результате получим значение статистической интенсивности отказов, соответствующее данному интервалу Δt_i :

$$\lambda^*_i = \frac{\Delta r_i}{[N - r_i] \Delta t_i} \quad (7-1)$$

где N — общее число находящихся под наблюдением устройств; $r_i = \sum_i \Delta r_i$ — общее (накопленное) число отказов объектов за наработку $(0, t_{i-1})$.

Здесь и далее в этой главе статистические величины будут отмечаться звездочкой.

Результаты вычислений сводятся в таблицу следующего вида, в которой приводятся интервалы Δt_i и соответствующие им значения λ^*_i :

Δt_1	Δt_2	...	Δt_i	...	Δt_n
λ^*_1	λ^*_2	...	λ^*_i	...	λ^*_n

На основании этой таблицы оформляется график, приведенный на рис. 7-2. Для этого по горизонтальной оси последовательно откладываются интервалы Δt_i и на каждом из них строится прямоугольник с высотой λ^*_i . Соединяя полученные для каждого интервала наработки Δt_i значения λ^*_i плавной кривой и переходя от статистических понятий к вероятностным, получаем график интенсивности отказов $\lambda(t)$.

II способ. Ход вычислений совпадает с описанным выше, но число отказавших объектов Δr_i , приходящееся на интервал наработки или времени Δt_i , делится на число объектов, поставленных на испытание:

$$f^*_i = \frac{\Delta r_i}{N \Delta t_i} \quad (7-2)$$

Соединив полученные для каждого интервала наработки Δt_i значения f^*_i плавной кривой и перейдя от статистических понятий к вероятностным, получим обычную (безусловную) плотность распределения наработки до отказа $f(t)$.

Между λ^*_i и f^*_i существует та же зависимость, что и между вероятностными характеристиками $\lambda(t)$ и $f(t)$. Действительно, разделив в формуле (7-1) числитель и знаменатель на N , получим:

$$\lambda^*_i = \frac{\frac{\Delta r_i}{N \Delta t_i}}{1 - \frac{r_i}{N}} = \frac{f^*_i}{1 - q^*_i} = \frac{f^*_i}{p^*_i}.$$

Переходя от статистических характеристик к непрерывным вероятностным, получаем формулу (1-4).

У лиц, впервые приступающих к обработке данных об отказах, обычно возникают затруднения в определении числа интервалов Δt_i , на которые следует разбить период наблюдения $(0, t)$. Число интервалов не должно быть слишком большим, ибо при этом могут обнаружиться случайные колебания значений λ^*_i . Вместе с тем оно не должно быть слишком малым, ибо тогда получится слишком грубая кривая $\lambda(t)$.

Длина интервала Δt_i зависит от объема и однородности статистического материала. При увеличении числа наблюдений можно выбирать все более короткие интервалы. Каких-либо правил на этот счет не существует, но необходимые навыки очень быстро приобретаются в процессе работы. Обычно интервал наблюдения разбивают на 7—20 интервалов.

Длину интервала Δt_i часто приходится делать неодинаковой. В частности, обычно оказывается целесообразным разбить первый интервал Δt_i (от $t=0$ до $t=t_1$) на несколько подинтервалов, с тем чтобы полнее выявить поведение кривой $\lambda(t)$ на участке от $t=0$ до максимума, который обычно имеет место в начальный период работы объектов.

В тех случаях, когда объекты проработали различное время, приходится делить их на группы по числу проработанных часов. При вычислении значений λ^*_i для различных периодов работы объ-

Т а б л и ц а 7-1

Группа	Число элементов, время безотказной работы которых закончилось на данном интервале											
	для интервалов работы, ч											
	0—50	50—100	100—200	200—300	300—400	400—500	500—600	600—700	700—800	800—900	900—1000	1000—1100
I группа	6	21	44	23	14	12	9	11	8	11	9	10
II группа	14	43	88	49	27	22	—	—	—	—	—	—

Определяемая величина	Интервалы				
	I + II групп				
	0—50	50—100	100—200	200—300	300—400
Число отказавших на данном интервале элементов	20	64	132	72	41
Общее (накопленное до данного интервала) число отказов	0	20	84	216	288
Число элементов, продолжающих безотказно работать	12 000	11 980	11 916	11 784	11 712
Статистическая интенсивность отказов	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$10,7 \cdot 10^{-5}$	$11,1 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$

екта используется различное, все время уменьшающееся число групп. При этом точность построения $\lambda(t)$ несколько снижается по мере роста t .

Рассмотрим примеры построения графиков $\lambda(t)$ по экспериментальным данным.

Пример 7-1. Под наблюдением находились две группы работающих однотипных устройств. Устройства группы I наработали 1100 ч; устройства группы II — 500 ч. В устройствах группы I имеется 4000 элементов определенного типа, в устройствах группы II — 8000 элементов этого же типа. В процессе эксплуатации зафиксирован ряд отказов устройств из-за отказов элементов данного типа.

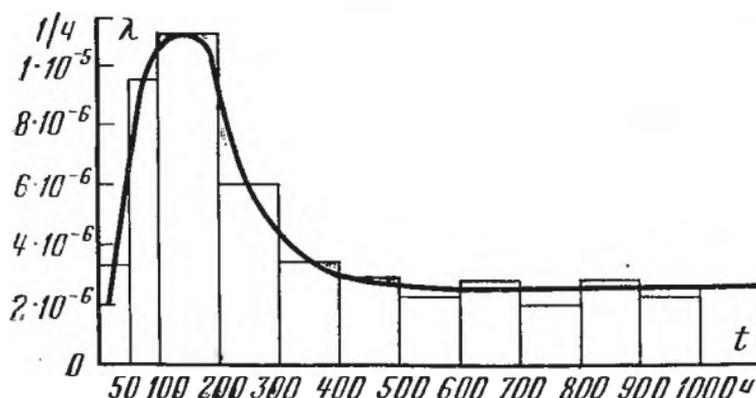


Рис. 7-3. График $\lambda(t)$ для примера 7-1.

время работы, ч						
пы	I группа					
	400—500	500—600	600—700	700—800	800—900	900—1000
34	9	11	8	11	9	10
329	120	129	140	148	159	168
11 671	3880	3871	3860	3852	3841	3832
$2,9 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-5}$

По наработке до отказа отказавшие элементы группируются так, как показано в табл. 7-1.

При решении данной задачи значения λ^*_i для времени работы 0—500 ч вычисляются по статистическим данным для обеих групп устройств, т. е. для $4000+8000=12000$ элементов. Значения λ^*_i для периода времени 500—1000 ч работы вычисляются по статистическим данным устройств первой группы. Ход вычислений по формуле (7-1) иллюстрирует табл. 7-2.

По данным табл. 7-2 строится ступенчатый график, а затем график $\lambda(t)$ (рис. 7-3).

Пример 7-2. Имеются статистические данные (табл. 7-3) об отказах трех групп одинаковых объектов.

Объекты разделены на группы по числу наработанных часов: группа I — 550 ч; группа II — 400 ч; группа III — 200 ч.

Таблица 7-3

Группа устройств	Число устройств, наработка до отказа которых закончилась на данном интервале									
	0—25 ч	25—50 ч	50—75 ч	75—100 ч	100—150 ч	150—200 ч	200—250 ч	250—300 ч	300—400 ч	400—550 ч
I	4	8	6	3	5	4	1	2	3	5
II	6	9	5	4	5	3	3	2	4	—
III	5	8	7	5	6	3	—	—	—	—

Таблица 7-4

Группа элементов	I+II+III						I+II			I
	0—25	25—50	50—75	75—100	100—150	150—200	200—250	250—300	300—400	400—550
Δt_i	0—25	25—50	50—75	75—100	100—150	150—200	200—250	250—300	300—400	400—550
Δr_i	15	25	18	12	16	10	4	4	7	5
$r_i = \sum_i \Delta r_i$	0	15	40	58	70	86	62	66	70	36
$N - r_i$	300	285	260	242	230	214	138	134	130	64
$\Lambda^* i$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$
$f^* i$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$

В каждой группе имеется по 100 объектов. Необходимо построить λ -характеристику рассматриваемого объекта.

Вычисления по формуле (7-1) сведены в табл. 7-4. Для сравнения в последней строке таблицы приведены значения статистической плотности распределения f^*_i .

Построенная по данным табл. 7-4 λ -характеристика рассматриваемого объекта изображена на рис. 7-4.

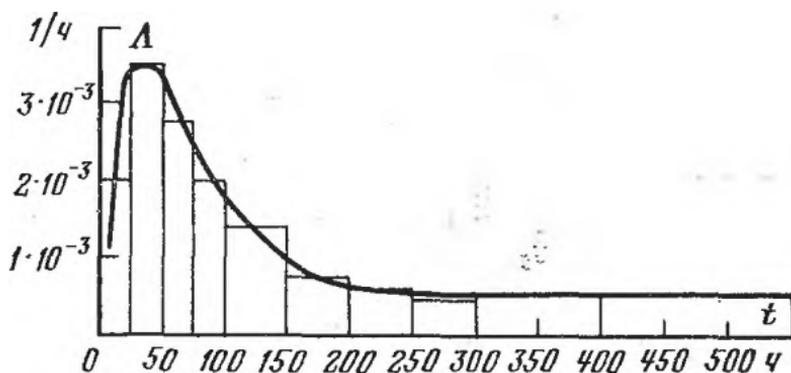


Рис. 7-4. λ -характеристика для примера 7-2.

Для построения экспериментальной функции надежности по данным об отказах значения наработки до отказа располагаются в вариационный ряд $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Каждому из этих значений соответствует скачок $p^*(t)$ на $1/N$. Аналогично строят экспериментальную функцию распределения $q^*(t)$ — функцию ненадежности.

б) Вычисление параметра потока отказов

При обработке статистических данных об отказах изделий могут складываться ситуации, когда необходимо или желательно вычислять для неремонтируемых объектов параметр потока отказов $\omega(t)$.

Зная $\omega(t)$, можно по уравнению возобновления (1-41) найти $f(t)$ и другие характеристики надежности.

Рассмотрим случай, когда для вычисления $f(t)$ желательно вычислять $\omega(t)$. Иногда не удается зафиксировать наработку до отказа каждого из отказавших объектов. При этом известны лишь моменты появления отказов объектов, но нет сведений о том, когда эти объекты начали работать. Такое положение складывается в том случае, когда при устранении отказов замененные объекты не маркируются. При этом невозможно установить, какой объект отказал: установленный при начале эксплуатации или поставленный на место ранее вышедшего из строя. При использовании этих неполных статистических данных наблюдателю известно лишь общее неизменное число N_1 функционирующих объектов и наработки до отказа этих объектов. Число N_1 правильнее назвать числом мест, куда могут быть установлены объекты для работы. При отказе объекта на это место ставится новый объект, который ничем не отмечается. Происходит процесс возобновления работы объектов. Этот процесс иллюстрирует рис. 7-5, где кружочками обозначены моменты по-

явления отказов объектов; отрезки прямых между кружочками — периоды наработки между отказами.

Можно привести такой конкретный пример рассматриваемой ситуации. Пусть нужно построить λ -характеристику электронных ламп определенного типа по данным продолжительной эксплуатации 50 одинаковых систем, в каждой из которых имеется 25 ламп данного типа (точнее, ламповых панелек для установки этих ламп). Известно, что многие лампы были заменены. Источниками информации являются отчеты, в которых зафиксированы моменты отказов систем из-за выхода из строя ламп данного типа. Сведений о том, сколько проработала до отказа каждая из имевшихся первоначально и установленных в результате ламп (а не систем), в отчетах нет. При таких данных в качестве промежуточного результата целесообразно вычислить параметр потока отказов ламп.

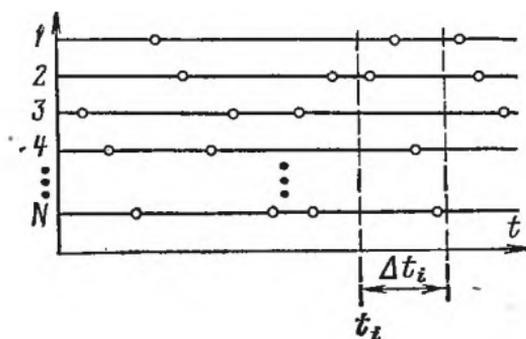


Рис. 7-5. К вопросу о вычислении параметра потока отказов.

При обработке экспериментальных данных вычисляют соответствующие каждому интервалу наработки или времени Δt_i статистические значения

$$\omega^*_i = \frac{\Delta r_i}{N_1 \Delta t_i}, \quad (7-3)$$

где Δr_i — число отказов за интервал Δt_i ; N_1 — число мест, на которых работают рассматриваемые объекты.

В результате получим экспериментальный график параметра потока отказов $\omega^*(t)$.

Для находящихся длительное время в эксплуатации ремонтируемых изделий обычно вычисляется наработка на отказ $\tilde{m}_i = 1/\omega$.

Статистическое значение наработки на отказ находится по формуле

$$\tilde{m}^*_t = \frac{t_n}{r_n}, \quad (7-4)$$

где t_n — общая наработка всех объектов; r_n — общее число отказов всех объектов.

Если испытывается k объектов в течение t_1, \dots, t_k часов каждый и в течение этих периодов произошло r_1, \dots, r_k отказов объектов, то принимается:

$$t_n = \sum_{j=1}^k t_j; \quad r_n = \sum_{j=1}^k r_j.$$

7-3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА ПО ДАННЫМ ОБ ОТКАЗАХ

По результатам испытаний могут быть получены точечные оценки или найдены доверительные интервалы, внутри которых с доверительной вероятностью (коэффициентом доверия) находится неизвестный параметр распределения наработки до отказа.

а) Точечные оценки

Точечная оценка параметра заключается в определении такой функции выборочных значений, которая является в некотором смысле наилучшей оценкой неизвестного параметра генеральной совокупности. Оценка параметра зависит от результатов испытаний и является случайной величиной. Критериями качества точечных оценок служат несмещенность, состоятельность и эффективность. Оценка параметра называется несмещенной, если математическое ожидание оценки совпадает с оцениваемым параметром. Состоятельной называется оценка параметра, если при увеличении числа наблюдений до бесконечности оценка сходится к оцениваемому параметру по вероятности. Оценка будет эффективной, если дисперсия оценки равна (или меньше) некоторому значению, назначенному для дисперсии оцениваемого параметра.

Для точечной оценки параметров распределений наработки до отказа наиболее часто применяют графические методы, методы максимального правдоподобия и моментов.

Графические методы основаны на применении координатной сетки (вероятностной бумаги), имеющей вероятностную шкалу по оси ординат. Шкала выбирается таким образом, чтобы функция распределения наработки до отказа изображалась прямой линией. Проверка соответствия теоретического распределения экспериментальным данным сводится к проверке того, ложатся ли экспериментальные точки на прямую. Для проверки иногда используют также критерий согласия Колмогорова.

Построив прямолинейный график, по углу наклона прямой и отрезкам, которые она отсекает на осях координат, можно оценить параметры распределения.

Например, логарифмическая нормальная вероятностная бумага часто применяется при описании результатов усталостных испытаний, которые обычно проводятся на малом числе образцов. По горизонтальной оси этой бумаги откладывается логарифм числа циклов до разрушения; по вертикальной оси — вероятности разрушения образца в специальном вероятностном масштабе, соответствующем нормальному распределению. Для статистической оценки вероятности $q(N)$ разрушения образца располагают в вариационный ряд числа циклов до разрушения:

$$N_1 < N_2 < \dots < N_n,$$

где n — число испытанных образцов.

Каждому члену N_v этого ряда ставится в соответствие число

$$q^*_v = \frac{v}{n + 1},$$

оценивающейе соответствующую вероятность $q(N_v)$. Точки с координатами (N_v, q^*_v) наносятся на график.

Логарифмически нормальное распределение изображается на описанном графике прямой линией. Для некоторых других распределений также можно шкалу по вертикальной оси выбрать так, чтобы функция распределения изображалась прямой линией. При этом проверка соответствия теоретического распределения экспериментальным данным сводится к проверке того, ложатся ли экспериментальные точки на прямую.

Вероятностную бумагу удобно использовать и в том случае, когда точки ложатся на кривую определенного вида. Например, для усталостной долговечности образцов характерно альфа-распределение, рассмотренное в § 9-3. Эта функция распределения на графике с вероятностным нормальным масштабом по вертикальной оси и логарифмическим масштабом по горизонтальной оси изображается кривой определенного вида.

Чтобы пояснить сущность метода максимального правдоподобия, рассмотрим выборку значений наработки до отказа:

$$t_1, t_2, \dots, t_n. \quad (7-5)$$

Предположим, что вид распределения наработки до отказа известен, неизвестны лишь параметры этого распределения $\theta_1, \dots, \theta_k$. Вероятность появления каждого из значений выборки (7-5) в малом интервале $(t_j - \Delta t_j)$ равна $f(t_j)\Delta t_j$, где $f(t)$ — плотность распределения наработки до отказа. Вероятность совместного появления всех значений выборки (7-5) при независимых испытаниях

$$p = f(t_1)f(t_2) \dots f(t_n)\Delta t_1\Delta t_2 \dots \Delta t_n.$$

Так как выборка (7-5) имела место, то можно считать наиболее вероятными такие параметры $\theta_1, \dots, \theta_k$, при которых значение p максимально. На практике рассматривают функцию

$$L = \ln \frac{p}{\Delta t_1\Delta t_2 \dots \Delta t_n} = \sum_{j=1}^n \ln f(t_j), \quad (7-6)$$

которая имеет максимум при тех же значениях $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, что и вероятность p . Эта функция называется функцией правдоподобия. Оценки $\theta^*_1, \dots, \theta^*_k$ находят из уравнений правдоподобия

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_v} = 0, \quad v = 1, 2, \dots, n. \quad (7-7)$$

При определительных испытаниях и реальной эксплуатации обычно приходится иметь дело с усеченными выборками, когда известны лишь первые r значений наработки до отказа, меньшие некоторого значения t_a .

Для усеченной выборки имеем:

$$p = f_1(t_1) \dots f(t_r) \Delta t_1 \dots \Delta t_r [p(t_a)]^{n-r},$$

где $p(t_a)$ — значение функции надежности при $t=t_a$.

При этом функция правдоподобия

$$L = \sum_{j=1}^r \ln f(t_j) + (n-r) \ln p(t_a). \quad (7-8)$$

В качестве примера найдем методом максимума правдоподобия оценку параметра θ показательного распределения

$$f(t) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right),$$

если при испытаниях на безотказную работу за t_a , ч, отказало r изделий из n испытываемых.

Составим функцию правдоподобия согласно (7-8):

$$L = -r \ln \theta - \frac{1}{\theta} \sum_{j=1}^r t_j - (n-r) \frac{t_a}{\theta}.$$

Запишем уравнение правдоподобия

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -\frac{r}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \left[\sum_{j=1}^r t_j + (n-r) t_a \right] = 0,$$

из которого можно получить

$$\theta^* = \frac{1}{r} \left[\sum_{j=1}^r t_j + (n-r) t_a \right].$$

При использовании метода моментов параметры теоретического распределения находятся из условия равенства важнейших моментов теоретического распределения соответствующим статистическим моментам. Например, если теоретическое распределение (для конкретности—равномерное распределение) зависит от двух параметров, то ставится требование, чтобы математическое ожидание m_t и дисперсия D_t этого распределения совпадали с соответствующими статистическими характеристиками m^*_t , D^*_t . Для равномерного распределения из этого условия получаются уравнения для определения числовых характеристик t_1 и t_2 :

$$m_t = \frac{t_1 + t_2}{2} = m^*_t; \quad D_t = \frac{(t_2 - t_1)^2}{12} = D^*_t.$$

Статистические моменты наработки до отказа находятся по следующим формулам.

Начальные статистические моменты порядка s

$$\nu^*_s = \frac{\sum_{j=1}^N t_j^s}{N}; \quad (7-9)$$

центральные статистические моменты порядка s

$$\mu^*_s = \frac{\sum_{j=1}^N (t_j - m^*_t)^s}{N}, \quad (7-10)$$

где t_j —наработка до отказа j -го объекта из общего числа N находящихся под наблюдением объектов.

Наиболее часто используются два статистических момента: статистическая средняя наработка до первого отказа

$$m^*_t = \frac{\sum_{j=1}^N t_j}{N}; \quad (7-11)$$

статистическая дисперсия времени безотказной работы наработки до отказа

$$D^*_t = \frac{\sum_{j=1}^N (t_j - m^*_t)^2}{N}. \quad (7-12)$$

При ограниченном числе опытов используется не статистическая дисперсия D^*_t , а несмещенная оценка

$$\widehat{D}^*_t = \frac{\sum_{j=1}^N (t_j - m^*_t)^2}{N - 1}. \quad (7-13)$$

При малых значениях m^*_t дисперсию удобно вычислять через второй начальный момент:

$$D^*_t = v^*_2 - m^{*2}_t = \frac{\sum_{j=1}^N t_j^2}{N} - m^{*2}_t.$$

Чтобы избежать громоздких вычислений, можно предварительно систематизировать статистические данные об отказах изделий, разбив их на разряды (интервалы наработки). При этом статистические моменты v^*_s и μ^*_s удобно вычислять по приближенным формулам

$$v^*_s = \sum_{i=1}^h \bar{t}_i^s q^*_i; \quad (7-14)$$

$$\mu^*_s = \sum_{i=1}^h (\bar{t}_i - m^*_t)^s q^*_i. \quad (7-15)$$

где $\bar{t}_i = \frac{t_i + t_{i-1}}{2}$ — среднее значение времени t в i -м интервале времени; q^*_i — частота отказов в i -м интервале времени; h — число интервалов времени (разрядов).

Частоту отказов q^*_i в i -м интервале времени можно найти, разделив число Δr_i объектов, время безотказной работы которых закончилось на данном интервале времени, на общее число N находящихся под наблюдением объектов.

Согласно (7-14) и (7-15) формулы для m^*_t и D^*_t можно записать в виде

$$m^*_t = \sum_{i=1}^h \bar{t}_i q^*_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^h \bar{t}_i \Delta r_i; \quad (7-16)$$

$$D^*_t = \sum_{i=1}^h (\bar{t}_i - m^*_t)^2 q^*_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^h (\bar{t}_i - m^*_t)^2 \Delta r_i. \quad (7-17)$$

При вычислении показателей надежности метод моментов находит ограниченное применение, так как обычно приходится иметь дело с неполными выборками, когда отказала часть объектов.

б) Интервальные оценки

Из-за малых объемов наблюдений существуют случайные ошибки в оценке показателей надежности. Например, при испытаниях высоконадежных объектов отказы могут не наблюдаться вообще или происходят редко. Значения точечных оценок параметров распределений сильно зависят от количества наблюденных отказов. Поэтому часто целесообразно находить интервальные оценки параметров распределения, при которых определяют границы доверительного интервала, внутри которого с доверительной вероятностью $1 - \alpha_d$ находится истинное значение параметра распределения при данном объеме выборки. Вероятность α_d иногда называется уровнем значимости и представляет собой вероятность, которой решено пренебрегать в данной области научного исследования (часто принимается $\alpha_d = 0,05 \div 0,1$). Доверительные интервалы или границы не следует путать с интервалами или границами допусков. С помощью доверительных интервалов или границ оцениваются параметры множества объектов, а по интервалу (полю) или границе допуска оценивается значение параметра отдельного объекта из множества.

Рассмотрим случай, когда наработка до отказа объекта распределена по показательному закону. Пусть проводятся испытания (или осуществляется наблюдение за реальной эксплуатацией) N объектов. При этом вопрос о замене объектов несуществен. Испытание (наблюдение) прекращается после накопления определенного числа r отказов.

Вычислим интервал времени T_r , равный сумме наработок испытываемых объектов. Если объекты в процессе испытания не заменяются, то T_r складывается из двух сумм — суммы времен работ

отказавших объектов $\sum_{i=1}^r t_i$ и суммы времен работы объектов,

оставшихся работоспособными. Время работы каждого из оставшихся работоспособными объектов равно наработке до отказа t_r последнего (r -го) отказавшего объекта. Поэтому суммарная наработка работоспособных объектов равна $(N-r)t_r$. Таким образом, суммарная наработка

$$T_r = \sum_{i=1}^{r-1} t_i + (N-r+1)t_r. \quad (7-18)$$

Если каждый отказавший объект заменяется новым, то суммарная наработка

$$T_r = Nt_r. \quad (7-19)$$

Поскольку суммарная наработка T_r равна сумме независимых случайных наработок, каждая из которых распределена по показательному закону, то она подчинена гамма-распределению (1-28). Если рассматривать случайную величину $U = 2T_r/m_t$, то из (1-28) получим χ^2 -распределение («хи-квадрат-распределение») с $2r$ степенями свободы:

$$f_{2r}(u) = \frac{u^{r-1}}{2^r (r-1)!} \exp\left(-\frac{u}{2}\right).$$

Распределение $f_{2r}(u)$ изображено на рис. 7-6. Для случайной величины $2T_r/m_t$ распределение может быть получено и другим путем. Действительно, предположив, что поток отказов на интервале

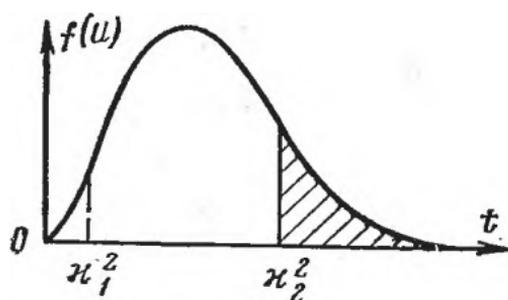


Рис. 7-6. Плотность χ^2 -распределения. Заштрихованная площадь соответствует вероятности $p(\chi^2 \geq \chi^2_2)$.

T_r является пуассоновским, найдем, что величине T_r/m_t , равной математическому ожиданию числа отказов за время T_r , соответствует $(r-1)$ -й член ряда Пуассона. Плотность вероятности

$$\frac{dp\left(\frac{T_r}{m_t}\right)}{d\left(\frac{T_r}{m_t}\right)} = \frac{\left(\frac{T_r}{m_t}\right)^{r-1}}{(r-1)!} \exp\left(-\frac{T_r}{m_t}\right)$$

или

$$\frac{dp\left(\frac{2T_r}{m_t}\right)}{d\left(\frac{2T_r}{m_t}\right)} = \frac{\left(\frac{2T_r}{m_t}\right)^{r-1}}{2^r (r-1)!} \exp\left(-\frac{2T_r}{m_t}\right).$$

Обозначив $2T_r/m_t = U$, получаем χ^2 -распределение $f_{2r}(u)$. При $2r$ степенях свободы вероятность того, что случайная величина U превзойдет значение χ^2_2 , равна:

$$P(U > \chi^2_2) = \int_{\chi^2_2}^{\infty} f_{2r}(u) du, \quad (7-20)$$

где $f_{2r}(u)$ — плотность χ^2 -распределения при $2r$ степенях свободы.

В приложении приведены числа χ^2 , при которых

$$P(U > \chi^2) = p,$$

для величины U , имеющей χ^2 -распределение с $2r$ степенями свободы.

Зная распределение случайной величины, можно найти интервал, в который она попадает с заданной вероятностью $1 - \alpha_d$. Условимся выбирать этот интервал так, чтобы вероятности выхода за правую и левую границы были одинаковы и равны $\alpha_d/2$. Для этого при фиксированном числе степеней свободы $2r$ найдем в соответствующей строке таблицы $\chi^2(p, 2r)$ два значения: $\chi_{\alpha_d/2}^2(2r)$, соответствующее вероятности $p = \alpha_d/2$, и $\chi_{1-\alpha_d/2}^2(2r)$, соответствующее вероятности $p = 1 - \alpha_d/2$. Эти значения определяют интервал, в котором с вероятностью $1 - \alpha_d$ находится величина $U = 2T_r/m_t$:

$$\chi_{1-\alpha_d/2}^2(2r) < \frac{2T_r}{m_t} < \chi_{\alpha_d/2}^2(2r), \quad (7-21)$$

где χ^2_v — координата точки, отсекающей долю y площади в правой части распределения χ^2 при $2r$ степенях свободы.

Отсюда находим доверительный интервал для средней наработки до отказа:

$$\frac{2T_r}{\chi_{\alpha_d/2}^2} < m_t < \frac{2T_r}{\chi_{1-\alpha_d/2}^2}. \quad (7-22)$$

Если нужно вычислить только нижнюю доверительную границу для m_t , то

$$m_t > \frac{2T_r}{\chi_{\alpha_d}^2}. \quad (7-23)$$

В таблицах приложения III имеются значения $p(\chi^2 > \chi_{\alpha_d}^2)$ для числа степеней свободы до $2r = 30$. Когда $2r > 30$, вероятность p находится по формуле

$$p = \frac{1}{2} - \Phi(u), \quad (7-24)$$

где $\Phi(u)$ берется из таблицы функции

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$$

(см. приложение II) для

$$u = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{4r - 1}. \quad (7-25)$$

Пример 7-3. 40 электронных ламп испытываются на срок службы. Отказавшие лампы заменяются новыми. На 573-м часу испытаний зарегистрирован 15-й отказ, и испытания прекращены. Оценить среднюю наработку до отказа и найти ее доверительный интервал при достоверности 90% (т. е. $\alpha_d = 0,1$).

По формуле (7-19) получаем:

$$T_{15} = nt_{15} = 40 \cdot 573 = 22\,920.$$

Статистическое значение среднего времени безотказной работы

$$m^*t = \frac{T_{15}}{r} = \frac{22\,920}{15} = 1\,528 \text{ ч.}$$

Из таблицы χ^2 при $2r$ степенях свободы (см. приложение III) находим:

$$\chi^2_{0,05} = 43,8; \quad \chi^2_{0,95} = 18,5.$$

Подставляя значения χ^2 и T_{15} в формулу (7-22), получаем:

$$1046 < m_t < 2316.$$

Чтобы с достоверностью 90% найти нижнюю доверительную границу, используется формула (7-23) при $\chi^2_{0,1}(30) = 40,3$. При этом получаем $m_t > 1140$ ч.

Иногда приходится определять доверительные границы и интервалы для вероятности безотказной работы в заданном интервале наработки или для интервала наработки при заданной вероятности безотказной работы.

Пусть требуется оценить величину наработки t , в течение которой вероятность безотказной работы будет больше заданной p . При показательном распределении

$$t = m_t \ln \frac{1}{p}; \quad (7-26)$$

поэтому на основании (7-22) с достоверностью $1 - \alpha_d$ получаем:

$$\frac{2T_r \ln \frac{1}{p}}{\chi^2_{\alpha_d/2}} < t < \frac{2T_r \ln \frac{1}{p}}{\chi^2_{1-\alpha_d/2}}. \quad (7-27)$$

Аналогично формула для односторонней доверительной границы получает вид:

$$t > \frac{2T_r \ln \frac{1}{p}}{\chi^2_{\alpha_d}}. \quad (7-28)$$

Согласно (7-28) с достоверностью $1 - \alpha_d$ можно утверждать, что вероятность безотказной работы в течение наработки $(0, \tau)$, где $\tau = 2T_r \ln \frac{1}{p} / \chi^2_{\alpha_d}$, будет не меньше p .

Когда нужно найти доверительные границы для вероятности безотказной работы в заданном интервале наработки $(0, t_1)$, то, учитывая, что

$$p(t_1) = \exp(-t_1/m_t),$$

и используя оценку для m_t согласно (7-22), получаем:

$$\exp\left(-\frac{\chi^2_{\alpha_d/2} t_1}{2T_r}\right) < p(t_1) < \exp\left(-\frac{\chi^2_{1-\alpha_d/2} t_1}{2T_r}\right). \quad (7-29)$$

Соответственно для односторонней границы

$$p(t_1) > \exp\left(-\frac{\chi^2_{\alpha_{\text{д}}} t_1}{2T_r}\right) \quad (7-30)$$

Иногда нужно найти для суммарной наработки T_r нижний предел, при котором с уверенностью $1 - \alpha_{\text{д}}$ можно ожидать, что вероятность безотказной работы в течение времени t не меньше γ . При этом из (7-30) получаем:

$$T_r \geq \frac{\chi^2_{\alpha_{\text{д}}} t_1}{2 \ln \frac{1}{\gamma}} \quad (7-31)$$

Пример 7-4. При испытаниях объектов суммарная наработка до седьмого отказа включительно составляет 12 850 ч. Можно ли с достоверностью 95% считать, что вероятность безотказной работы в течение времени $t=100$ ч будет не менее 0,9?

При заданных условиях необходимо, чтобы суммарная наработка

$$T_r = \frac{\chi^2_{0,05} \cdot 100}{2 \ln \frac{1}{0,9}} = 11\,300 \text{ ч.}$$

Так как в действительности суммарная наработка составляла 12 850 ч, то можно с заданной достоверностью считать, что вероятность безотказной работы в течение 100 ч будет не менее 0,9.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ
ОЦЕНКА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ
НАДЕЖНОСТИ

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

**ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ
СВОЙСТВ ОБЪЕКТОВ**

**8-1. ВОЗМОЖНЫЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ
ОТКАЗОВ**

Отказ объекта возникает при выходе определяющего параметра из границ рабочей области. Если отказы происходят за счет плавных изменений свойств объектов, то эти отказы называют параметрическими или постепенными. Надежность в отношении параметрических отказов называют параметрической надежностью. При ее оценке используют общепринятые в теории надежности показатели.

Для инженерного исследования надежности объектов по данным о приближении к отказам необходимо составить физические модели процессов развития отказов. При этом целесообразно использовать опыт, накопленный в других инженерных науках, в первую очередь в теории прочности и теории точности. В соответствии с принципами, лежащими в основе этих двух наук, могут быть составлены физические модели типа «нагрузка — прочность» и «параметр — поле допуска». В обоих случаях объект является работоспособным, пока изменяющаяся в процессе эксплуатации величина не достигнет границы рабочей области. Между моделями этих двух типов имеются лишь методологические различия.

Ниже будут в основном использоваться модели типа «параметр — поле допуска». В моделях этого типа рассматривается результат действия нагрузок в виде изменений физических параметров объектов.

Поскольку цель исследования надежности состоит в нахождении распределения наработки до отказа, в моделях процессов развития отказов хотя бы один из факторов должен рассматриваться как случайный процесс.

Рассмотрение случайных процессов отличает модели в теории надежности от соответствующих моделей в теории прочности и теории точности.

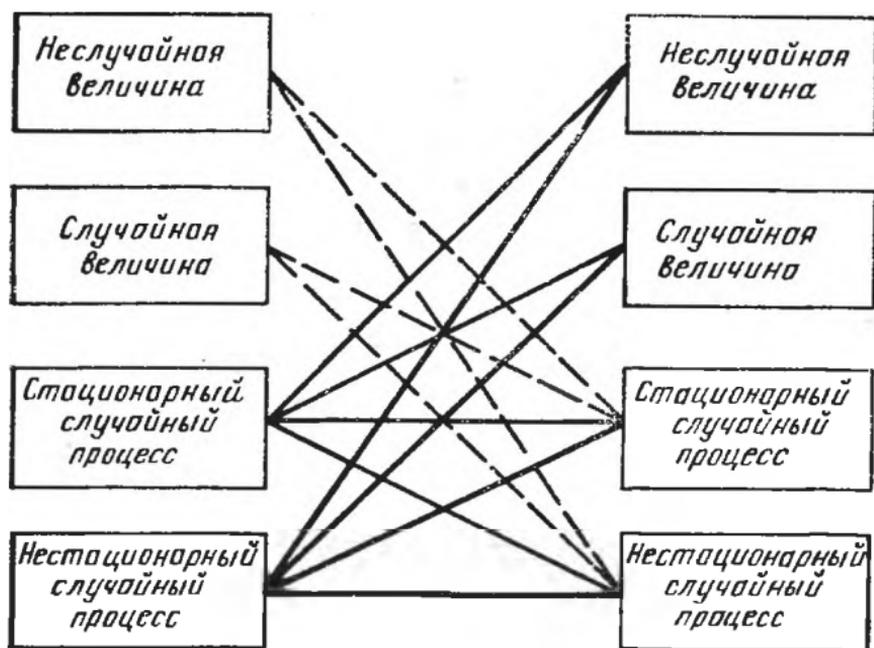


Рис. 8-1. Сочетания физического параметра и границы поля допуска в моделях процессов развития отказов.

На диаграмме рис. 8-1 показаны возможные сочетания физического параметра и границы поля допуска в моделях процессов развития отказов. Толстые линии соответствуют наиболее важным для практики и вместе с тем наиболее сложным для исследования сочетаниям физического параметра и границы поля допуска; пунктирные линии — сочетаниям, которые, по-видимому, будут использоваться более редко. Аналогичную диаграмму можно составить и для моделей типа «нагрузка — прочность».

Физические модели процессов приближения отказов должны:

- а) содержать основную информацию о процессе;

б) обеспечить удобство сопоставления с реальными процессами;

в) легко воспроизводиться в лабораторных условиях.

8-2. ОСОБЕННОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СТАРЕНИЯ, ИЗНАШИВАНИЯ, РАЗРЕГУЛИРОВАНИЯ

Каждый объект (техническое устройство) можно характеризовать определяющим параметром η , который служит мерой качества этого объекта. В общем случае определяющий параметр может быть векторным, т. е. иметь несколько составляющих. Определяющий параметр объекта, случайно изменяясь в процессе работы или хранения, может достигнуть критического значения, при котором состояние объекта считается неудовлетворительным (происходит отказ объекта). Это критическое значение определяющего параметра устанавливается постоянным для группы находящихся в работе или на хранении одинаковых элементов, не соединенных в систему, или одинаковых систем. Если рассматривать состоящие из многих элементов системы, то критическое значение параметра для каждого элемента будет определяться местом элемента в принципиальной схеме системы и состоянием других элементов.

Критическое значение определяющего параметра будем часто называть границей рабочей области (поля допуска) или просто границей.

В каждом объекте из множества одинаковых процессы изменения свойств протекают различно. Для наугад выбранного объекта процесс изменения его определяющего параметра $\eta(t)$ можно рассматривать как случайную функцию времени или наработки. Для каждого конкретного j -го объекта из множества одинаковых изменение параметра является реализацией $\eta_j(t)$ случайной функции $\eta(t)$. Точки пересечения реализаций случайного процесса с границей рабочей области соответствуют наработке объектов до отказа. При фиксированной наработке значение определяющего параметра будет случайной величиной $\eta(t_i)$.

При изнашивании наряду с постепенными отказами наблюдается некоторое количество грубых внезапных отказов объектов. Возможны два подхода к исследованию внезапных отказов.

1. Можно считать, что при грубых отказах происходит резкое, практически мгновенное изменение опреде-

ляющих параметров. Грубым отказом объектов соответствуют разрывы реализаций $\eta_j(t)$ случайной функции $\eta(t)$ (рис. 8-2). Время появления разрыва реализации является случайной величиной. Благодаря этому случайная функция $\eta(t)$ является непрерывной в вероятностном смысле и при наличии грубых (внезапных) отказов. Внезапный отказ можно считать частным случаем изменения определяющего параметра.

2. Возможен и другой подход к рассмотрению грубых (внезапных) отказов. Грубый отказ элемента обычно является следствием накопления необратимых изменений материалов. Иначе говоря, возникновение этого отказа

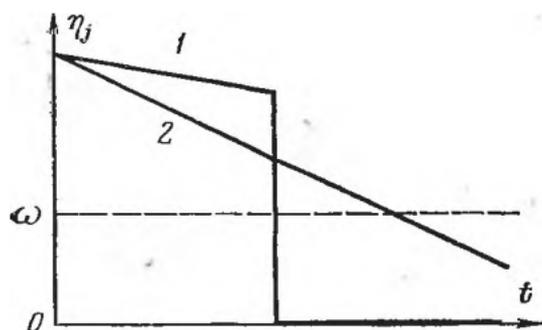


Рис. 8-2. Реализации случайного процесса изменения параметра.
1 — при внезапном отказе; 2 — при постепенном отказе элемента.

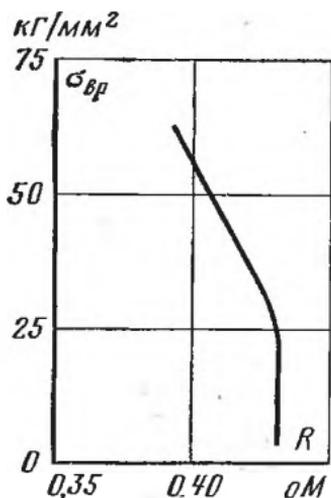


Рис. 8-3. Связь прочности (временного сопротивления $\sigma_{вр}$) термопары с ее электрическим сопротивлением R .

является следствием монотонного случайного процесса изменения какого-то параметра элемента. Отличие от постепенного отказа состоит в том, что не контролируется изменяющийся параметр, при достижении которым критического значения (границы) наступает внезапный отказ элемента, обычно связанный с его механическим повреждением.

Наглядный пример этого положения — обрывы термопар на самолетах. Этот отказ считался типичным внезапным, пока не была выявлена связь (рис. 8-3) прочности термопар с ее электрическим сопротивлением. В процессе эксплуатации электрическое сопротивление R термопары случайным образом растет из-за воздействия на металл выхлопных газов, вибрации и т. д. Вре-

менное сопротивление $\sigma_{вр}$ сначала уменьшается линейно. При некоторых условиях R достигает критического значения (границы) $R_{кр}$, прочность термопары резко падает и происходит обрыв.

Можно привести и другие примеры возникновения внезапного отказа при достижении определяющим параметром критического значения. Например, при увеличении (или уменьшении) до определенной величины люфта в некоторых кинематических устройствах могут происходить внезапные отказы: открывания замков, заедания и т. д.

В ряде случаев критические значения параметра (границу рабочей области) придется рассматривать как систему случайных величин или векторный случайный процесс.

Чтобы правильно выбрать определяющий параметр, по которому можно судить о приближении грубого отказа объекта, часто, нужно проявить значительную изобретательность. Однако, только зная эти определяющие параметры и исследовав зависимость значений выбранного параметра от характеристик прочности, можно правильно организовать профилактические осмотры для предсказания моментов времени появления отказов. Большую долю неконтролируемых внезапных отказов в какой-то мере можно рассматривать как показатель низкого научного уровня эксплуатации и конструирования.

Таким образом, любой отказ объекта связан со случайным процессом (в общем случае векторным) изменения определяющего параметра и происходит при достижении этим параметром критических значений (границы рабочей области).

Рассмотрим основные особенности случайных процессов изменения определяющих параметров объектов.

1. Случайные процессы изменения параметров элементов обычно можно считать нормально распределенными. Это подтверждается многолетним опытом исследований в теории точности.

2. Рассматриваемые случайные процессы являются суммой двух случайных процессов:

1) Кратковременные обратимые изменения параметров происходят из-за колебаний внешних условий. По видимому, эти процессы часто можно аппроксимировать стационарными случайными функциями времени. Однако

корреляционные функции таких процессов пока еще не известны. Возможность возникновения обратимых изменений параметров элементов стараются предусмотреть при конструировании систем. Поэтому отказы из-за таких изменений параметров элементов возникают сравнительно редко.

2) Долговременные необратимые изменения параметров происходят в результате изнашивания, старения или разрегулирования. Эти нестационарные случайные процессы изменения параметра (назовем их процессами изнашивания) являются основной причиной отказов элементов.

3. Для случайных процессов изнашивания типичны весьма жесткие связи между значениями параметра элемента в последовательные моменты времени. На вид реализации случайного процесса изнашивания оказывают большое влияние физико-химическая структура вещества (например, реализации процессов старения пластмасс — экспоненты) и технология изготовления элемента. Каждый тип элемента имеет свою типичную кривую износа; однотипные элементы дают близкие по форме кривые износа, но с различными параметрами. Иначе говоря, модели процессов изнашивания целесообразно выбирать среди случайных процессов, которые имеют определенную функциональную зависимость от времени, а их случайный характер обуславливается случайными параметрами, не зависящими от времени. Такие случайные процессы в теории связи иногда называют детерминированными случайными процессами (см. Д. Миддлтон. Введение в статистическую теорию связи. М., «Советское радио», 1961, т. 1, с. 53). По-видимому, более целесообразно процессы такого вида называть полуслучайными.

Полуслучайный процесс можно также рассматривать как неслучайную функцию времени t и случайных аргументов $A, B \dots$:

$$\eta(t) = \varphi(A, B, C, \dots, t).$$

Определение типичных кривых износа различных деталей и материалов является целью многих экспериментальных исследований. К настоящему времени накоплен гигантский экспериментальный материал о форме кривых износа. Этот материал целесообразно использовать в теории надежности.

4. Изменение определенной параметра элемента в зависимости от времени или наработки можно разбить на три периода (рис. 8-4).

Период *I* — приработка элемента. Под действием внешних нагрузок в элементе происходят изменения, в результате которых он как бы приспосабливается к конкретным условиям эксплуатации. К концу периода приработки скорость изменения параметра становится постоянной. Обычно в процессе приработки происходит уменьшение скорости изменения параметра. Значительно реже встречаются случаи, когда в процессе приработки скорость изменения параметра возрастает, пока не достигнет стационарного значения. Иногда приработка осуществляется на заводе, изготовляющем элемент

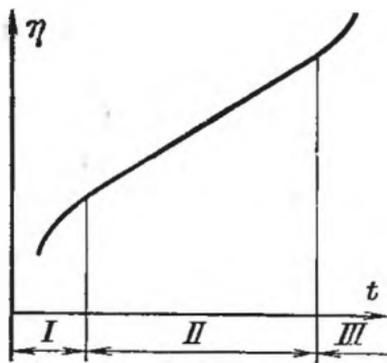


Рис. 8-4. Типичная реализация процесса износа.

элементы или состоящие из этих элементов системы. Тогда элементы имеют постоянную скорость изменения параметра с начала эксплуатации.

Период *II* — основной период работы элемента. В этом периоде достигнутая к концу приработки скорость изменения параметра сохраняется примерно постоянной.

Период *III* — «старость» элемента. Возможности существования элемента исчерпываются. Скорость изменения параметра катастрофически растет. Обычно элементы стараются проектировать и изготовлять с таким расчетом, чтобы при эксплуатации третий период не достигался.

Отношение скоростей изменения параметра в периоды приработки и основной работы может в некоторой мере служить показателем технической культуры производства элементов или материалов, из которых изготовлены эти элементы. При хорошо организованном процессе производства скорости износа в периоды приработки и основной работы отличаются мало.

5. В настоящее время в распоряжении инженера обычно имеется небольшая информация о случайных процессах изменения свойств элементов. Параметры

элементов могут быть измерены лишь в редкие моменты времени их эксплуатации. Это положение сохранится, по-видимому, в обозримом будущем. Даже при наличии систем автоматического контроля вряд ли удастся часто измерять значения параметров отдельных элементов. Поэтому очень важно заранее из экспериментов и накопленного опыта определить вид реализаций процессов изменения параметров элемента. При этом по измерениям параметров элементов в процессе их эксплуатации будут вычисляться характеристики немногих случайных параметров процессов изменения параметра. Иными словами, если учесть ограниченные возможности получения экспериментальных данных об изменении свойств элементов, то становится еще более очевидной необходимость использования полуслучайных процессов в качестве моделей процессов изменения параметров элементов.

Кроме того, при измерениях параметров возникают ошибки из-за недостаточной точности (расстройки) измерительных приборов, невнимательности или неквалифицированности работников и других причин. Поэтому целесообразно учитывать случайный (обычно стационарный) процесс $\varepsilon(t)$ ошибок измерений.

Таким образом, случайный процесс изменения определяющего параметра целесообразно аппроксимировать выражением

$$X(t) = \eta(t) + \xi(t) + \varepsilon(t), \quad (8-1)$$

где $\eta(t)$ — полуслучайный процесс необратимых изменений параметра; $\xi(t)$, $\varepsilon(t)$ — стационарные случайные процессы.

Кратко рассмотрим каждое слагаемое в (8-1).

Полуслучайный процесс $\eta(t)$ изнашивания элемента удобно рассматривать в виде

$$\eta(t) = A + \int_0^t B(\tau) d(\tau), \quad (8-2)$$

где A — начальное (заводское) значение параметра; $B(t)$ — полуслучайный процесс изменения скорости износа.

Начальное значение параметра является случайной величиной, имеющей усеченное (из-за заводского допуска) распределение. В ряде случаев дисперсией слу-

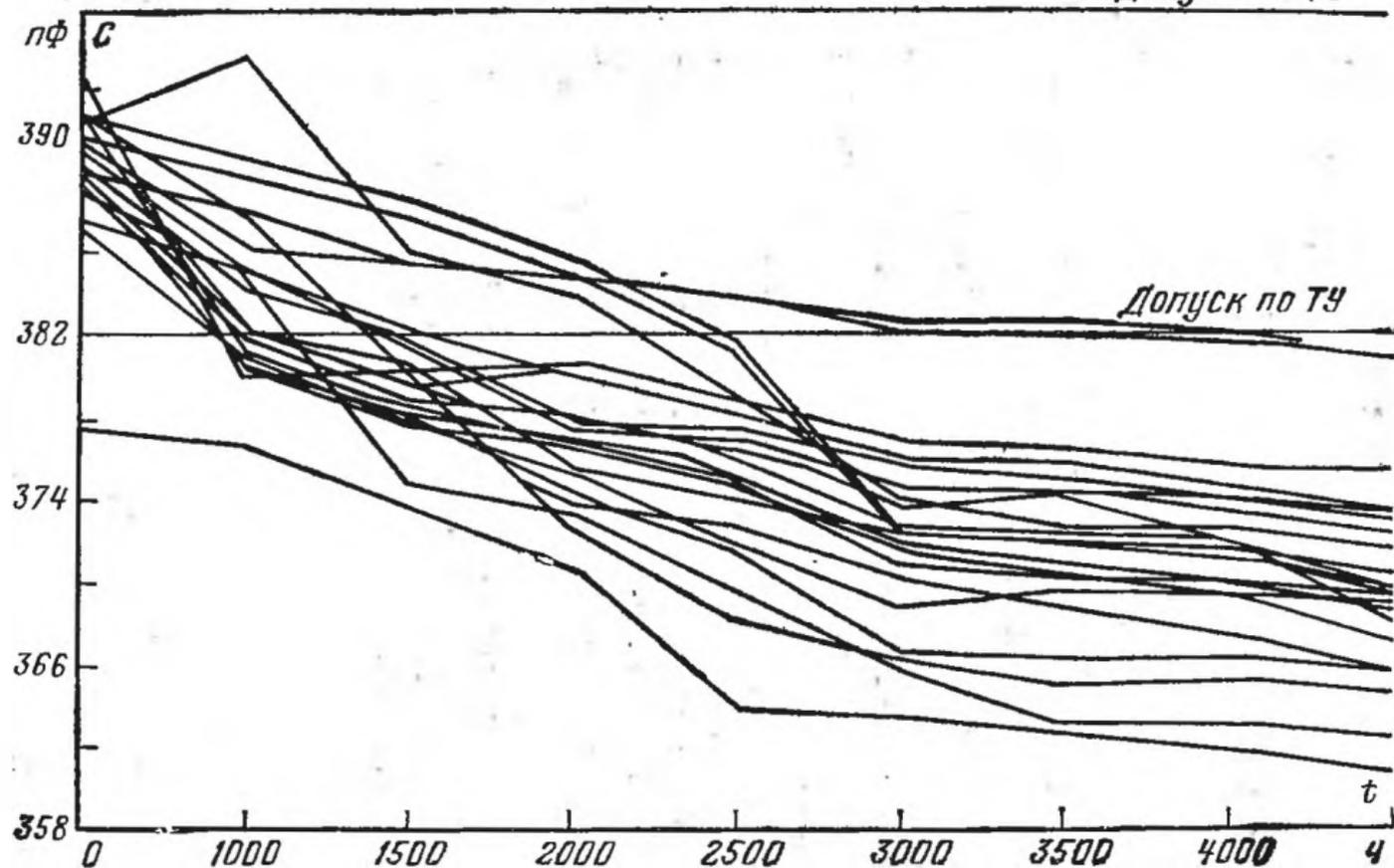


Рис. 8-5. Изменение емкости конденсатора $390 \text{ пФ} \pm 2\%$ в процессе испытаний под напряжением 250 В при температуре 80°C и влажности 98%.

чайной величины A можно пренебречь по сравнению со значениями дисперсии второго слагаемого в (8-2).

Интеграл

$$\vartheta(t) = \int_0^t B(\tau) d\tau$$

характеризует накопление необратимых изменений в результате старения, изнашивания и разрегулирования. Это слагаемое может быть очень большим.

Влияние технологии изготовления объектов на изменение их параметров характеризует корреляционная функция связи

$$K(t, t') = M[(A - m_a)(\vartheta - m_\vartheta(t))],$$

где m_a , $m_\vartheta(t)$ — математические ожидания A и $\vartheta(t)$.

Процессы $\xi(t)$ и $\varepsilon(t)$ далеко не всегда удается разделить. Иными словами, пока еще не ясно, как отделить действительные обратимые изменения параметров от кажущихся изменений, вызванных ошибками измерений.

Поскольку значения случайных процессов изменения определяющих параметров бывают известны лишь в нескольких точках, реализации этих процессов, построенные по экспериментальным данным, часто имеют вид ломаных линий (рис. 8-5). Изломы реализаций случайного процесса на рис. 8-5 вызваны суммарным действием случайных процессов $\xi(t)$ и $\varepsilon(t)$.

В данной главе будем рассматривать лишь полуслучайные процессы $\eta(t)$ изменения определяющего параметра.

8-3. ТИПОВЫЕ ПОЛУСЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОБЪЕКТОВ

По характеристикам случайного процесса изменения параметров принципиально возможно найти распределение наработки до отказа объекта. Однако обычно не удается получить полную характеристику полуслучайного процесса $\eta(t)$ из эксперимента. Это вызвано следующими обстоятельствами.

Во-первых, объекты морально стареют быстрее, чем стареют или изнашиваются физически. Конструкция и технология изготовления технических устройств меняются столь быстро, что закон распределения наработки до

отказа может быть построен по экспериментальным данным лишь для безнадежно устаревших объектов. Иначе говоря, полная характеристика случайного процесса изменения параметра часто имеет лишь историческое значение.

Исследование параметрической надежности часто связано с экстраполированием процесса изменения определяющего параметра.

Во-вторых, из-за трудностей осуществления измерений значений определяющего параметра обычно имеется весьма ограниченная информация о процессах изменения определяющих параметров.

Во многих случаях при эксплуатации или хранении удается лишь 1—2 раза измерить значения определяющего параметра одинаковых элементов. Поэтому часто оказывается, что можно лишь предполагать по данным ограниченного числа вертикальных сечений, каков в действительности случайный процесс изменения параметра. Таким образом, обычно в ходе исследования приходится интерполировать и экстраполировать значения определяющего параметра элемента. Для этого необходимо иметь гипотезу о характерном виде кривых износа. В соответствии с изложенным выше естественно предположить, что скорость изменения параметра каждого элемента в основном постоянна. Для наугад взятого элемента скорость изнашивания случайна — для каждого элемента своя.

Изложенные причины определяют целесообразность применения во многих случаях для описания процессов изнашивания линейных случайных процессов, все реализации которых являются прямыми линиями. При линеаризации процесса изнашивания каждая реализация этого процесса заменяется секущей прямой, т. е. рассматриваются лишь главные, линейные части монотонных случайных процессов изменения параметра. Линейные случайные процессы являются очень удобной моделью процессов изнашивания во многих задачах (однако не всегда). Эти процессы близки к встречающимся в действительности процессам, очень просто описывают основные особенности процессов изменения параметра, требуют минимального количества экспериментальных данных для вычисления характеристик случайного процесса и дают возможность наиболее просто исследовать надежность элементов при изменении их свойств.

а) Линейные случайные функции

При линеаризации процесса изменения параметра нестационарная случайная функция $X(t)$ аппроксимируется линейной случайной функцией вида

$$\eta(t) = A + Bt,$$

где A — начальное значение и B — скорость изменения определяющего параметра (A и B — случайные величины).

Математическое ожидание линейной случайной функции

$$m_{\eta}(t) = m_a + m_b t,$$

где m_a , m_b — математические ожидания начального значения и скорости изменения определяющего параметра.

Корреляционная функция линейной случайной функции

$$K_{\eta}(t, t') = D_a + (t + t') k_{ab} + tt' D_b. \quad (8-3)$$

В (8-3) D_a , D_b — дисперсии начального значения A и скорости B изменения определяющего параметра; k_{ab} — момент связи этих случайных величин.

Полагая в (8-3) $t = t'$, получаем формулу для дисперсии линейной случайной функции:

$$D_{\eta}(t) = D_a + 2tk_{ab} + t^2 D_b. \quad (8-4)$$

Используя (8-4), можно формулу (8-3) представить в виде

$$K_{\eta}(t, t') = D_{\eta}(t) + \frac{1}{2} \frac{dD_{\eta}(t)}{dt} (t' - t). \quad (8-5)$$

Дисперсия линейной случайной функции определяет вид ее корреляционной функции. Нормально распределенная линейная случайная функция полностью определена, если известны ее математическое ожидание и дисперсия.

Таким образом, используя линейные случайные функции, можно характеризовать процесс изменения определяющего параметра ограниченным числом постоянных числовых характеристик:

$$m_a, m_b, D_a, D_b, k_{ab}.$$

В приложениях могут использоваться простейшие линейные случайные функции — веерная и равномерная (рис. 8-6).

Веерная (полюсная линейная) случайная функция (рис. 8-6,а) имеет общую для всех реализаций неслучайную точку — полюс (η_0, t_0) . Положение каждой реализации зависит от одной случайной величины — скорости B изменения параметра η .

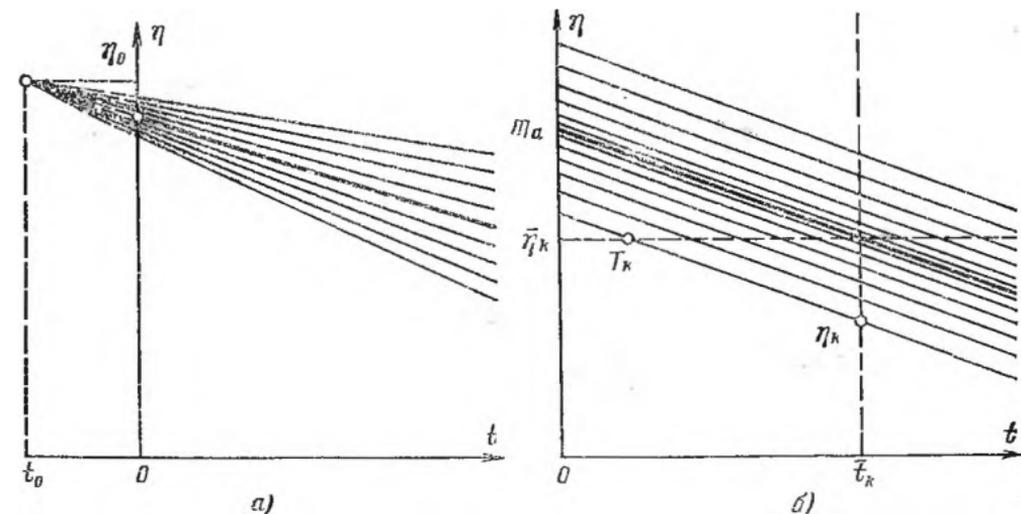


Рис. 8-6. Простейшие линейные случайные функции.
а — веерная; б — равномерная.

Веерная случайная функция может быть записана в виде

$$\eta(t) = \eta_0 + (t - t_0)B. \quad (8-6)$$

Иногда абсцисса полюса t_0 бывает отрицательной (рис. 8-6,а).

Характеристики веерной случайной функции:

$$m_\eta(t) = \eta_0 + (t - t_0)m_b; \quad (8-7)$$

$$K_\eta(t, t') = (t - t_0)(t' - t_0)D_b. \quad (8-8)$$

Полагая в (8-8) $t = t'$, получаем, что среднее квадратическое отклонение $\sigma_\eta(t) = |VD_\eta(t)|$ определяющего параметра линейно зависит от аргумента:

$$\sigma_\eta(t) = (t - t_0)\sigma_b. \quad (8-9)$$

В (8-9) $\sigma_b = |VD_b|$ — среднее квадратическое отклонение скорости изменения определяющего параметра.

Для равномерной линейной случайной функции (рис. 8-6,б) характерна неслучайная скорость изменения определяющего параметра и, следовательно, постоянная дисперсия $D_{\eta} = D_a = \sigma_a^2 = \text{const}$. Случайной величиной является лишь начальная ордината A прямой

$$\eta(t) = A + bt. \quad (8-10)$$

Поэтому равномерную линейную случайную функцию можно также рассматривать как случайную величину, центр рассеивания которой с изменением аргумента смещается по линейному закону. Если через взятую на математическом ожидании функции точку провести параллельные координатным осям сечения (рис. 8-6,б), то координаты точки будут математическими ожиданиями случайных величин, соответствующих сечениям:

$$\bar{\eta}_k = M[\eta_k]; \quad \bar{t}_k = M[t_k],$$

а дисперсии случайных величин в сечениях будут связаны зависимостью

$$D_{\eta_k} = b^2 D_{t_k}.$$

Это свойство следует из того, что в рассматриваемых сечениях случайные величины η_k и t_k связаны линейной зависимостью:

$$\eta_k - \bar{\eta}_k = b[t_k - \bar{t}_k]. \quad (8-11)$$

Согласно (8-11) при нормальном распределении η_k распределение t_k также будет нормальным.

При исследовании надежности изделий с несколькими определяющими параметрами (векторным определяющим параметром) приходится рассматривать векторные случайные процессы изменения этих параметров. При этом удобно аппроксимировать векторные случайные процессы изменения определяющих параметров линейными векторными случайными функциями времени с составляющими вида

$$\eta_v(t) = A_v + B_v t, \quad v = 1, 2, \dots, \quad (8-12)$$

где A_v — начальное значение v -й составляющей $\eta_v(t)$ векторной случайной функции $\eta(t)$; B_v — средняя (по времени) скорость изменения v -й составляющей $\eta(t)$; A_v и B_v — случайные величины.

Формулы для математических ожиданий, дисперсий и корреляционных функций составляющих векторной линейной случайной функции $\eta(t)$ аналогичны соответствующим формулам для скалярной линейной случайной функции. Взаимная корреляционная функция векторной линейной случайной функции имеет вид:

$$K_{\eta_v \eta_\mu}(t, t') = k_{a_v a_\mu} + (t + t') k_{a_v b_\mu} + t t' k_{b_v b_\mu}. \quad (8-13)$$

Полагая в (8-13) $v = \mu$, получаем формулу корреляционной функции μ -й составляющей $\eta(t)$, а при $v = \mu$ и $t = t'$ — формулу дисперсий этой составляющей.

Нормально распределенная векторная линейная случайная функция полностью характеризуется следующими постоянными числовыми характеристиками: математическими ожиданиями начальных значений составляющих $m_{a1}, m_{a2} \dots$, математическими ожиданиями скоростей изменения составляющих $m_{b1}, m_{b2} \dots$ и центральными моментами второго порядка

$$k_{a_v a_\mu}, k_{a_v b_\mu}, k_{b_v b_\mu}, v, \mu = 1, 2, \dots, k.$$

Введением добавочных допущений удастся значительно снизить количество числовых характеристик, описывающих линейную векторную случайную функцию $\eta(t)$.

Применяя теоремы о числовых характеристиках случайных величин, легко получить формулы для нахождения числовых характеристик линейной векторной случайной функции по числовым характеристикам двух сечений этой функции.

Линейные случайные процессы являются наиболее простой моделью нестационарных процессов приближения к отказам. Вместе с тем возможны и другие модели. Например, для смол, пластмасс и некоторых других аморфных материалов типична постоянная относительная скорость изменения их свойств:

$$\frac{d\eta(t)}{dt} = C \eta(t),$$

что соответствует случайному процессу

$$\eta(t) = A e^{Ct},$$

где начальное значение A и относительная скорость C изменения параметра являются случайными величинами.

Можно исследовать надежность изделий при таких случайных процессах приближения к отказам. Однако более удобно свести задачу к рассмотрению линейных случайных процессов. При логарифмировании показательной кривой получается линейная зависимость логарифма определяющего параметра от времени или наработки.

В некоторых задачах могут оказаться удобными модели, в которых скорость изменения параметра

$$\frac{d\eta(t)}{dt} = B + C(t)$$

и т. д. Необходимо, однако, отметить, что существенно нелинейные реализации случайных процессов изменения параметра, которые не удается тем или иным приемом свести к линейным, на практике встречаются сравнительно редко.

б) Кусочно-линейные случайные функции

В ряде случаев при описании существенно нелинейных процессов изменения определяющих параметров элементов полуслучайными процессами удобно использовать кусочно-линейную аппроксимацию. Такие кусочно-линейные случайные функции времени имеют вид:

$$\eta(t) = A + \sum_i B_i \Delta t_i,$$

где A — начальное значение; B_i — скорость изменения параметра на i -м участке линеаризации; Δt_i — время, отсчитываемое от начала i -го участка линеаризации. Величины A, B_1, \dots, B_n являются случайными.

Чтобы пояснить применение кусочно-линейных случайных функций, рассмотрим случай, когда $i=3$, т. е. можно выделить три участка линеаризации имеющегося в действительности случайного процесса.

При этом для первого участка линеаризации $\Delta t_1=t$, для второго участка $\Delta t_2=t-t_1$, для третьего участка $\Delta t_3=t-t_2$, где t_1, t_2 — границы участков.

Соответственно для j -й реализации случайного процесса $\eta(t)$ имеем:

для первого участка линеаризации

$$\eta_j(t) = a_j + b_{1j}(t);$$

для второго участка линеаризации

$$\eta_j(t) = a_j + b_{1j}t_1 + b_{2j}(t - t_1);$$

для третьего участка линеаризации

$$\eta_j(t) = a_j + b_{1j}t_1 + b_{2j}(t_2 - t_1) + b_{3j}(t - t_2);$$

где $a_j, b_{1j}, b_{2j}, b_{3j}$ — возможные значения случайных величин A, B_1, B_2, B_3 .

В общем случае границы участков линеаризации могут быть случайными величинами. Однако обычно можно пренебречь их разбросом относительно средних значений. При этом характеристики кусочно-линейной случайной функции имеют вид

$$m_\eta(t) = m_a + \sum_i m_{b_i} \Delta t_i;$$

$$D_\eta(t) = D_a + \sum_i \Delta t_i^2 D_{b_i} + 2 \sum_{j < i} \Delta t_i \Delta t_j k_{b_i b_j} + 2 \sum_i \Delta t_i k_{ab_i};$$

$$K_\eta(t, t') = D_a + \sum_j \Delta t_j k_{ab_j} + \sum_i \Delta t_i k_{ab_i} +$$

$$+ 2 \sum_{j < i} \Delta t_i \Delta t_j k_{b_i b_j} + \sum_j \Delta t_j^2 D_{b_j}, \quad i=1, \dots, n; \quad j < i.$$

При допущении о детерминированности Δt_j кусочно-линейные случайные функции времени удобно применять на практике. С их помощью можно характеризовать нелинейные случайные процессы изменения определяющих параметров при помощи сравнительно небольшого количества числовых характеристик:

$$m_a, m_{b_i}, D_a, D_{b_i}, k_{ab_i}, k_{b_i b_j}.$$

В ряде случаев можно считать случайные величины A, B_i, B_j (при $i \neq j$) независимыми. Тогда

$$k_{ab_i} = 0; \quad k_{b_i b_j} = 0.$$

8-4. ОБ ИНДИВИДУАЛЬНОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ

Постепенные отказы являются случайными в том смысле, что заранее неизвестен характер изменения определяющего параметра каждого конкретного техни-

ческого объекта из множества одинаковых. Вместе с тем, если продолжительное время наблюдать изменение определяющего параметра некоторого объекта, то можно с большой долей уверенности предсказать дальнейшее изменение этого параметра и, следовательно, момент появления постепенного отказа данного, находящегося под наблюдением объекта. Поэтому возможны два пути предсказания постепенных отказов изделий:

1) путем выявления свойств случайных процессов изменения определяющих параметров по множеству реализаций этих процессов, т. е. путем обобщения опыта эксплуатации многих однотипных объектов;

2) путем проведения индивидуального прогнозирования изменений определяющего параметра.

Индивидуальное прогнозирование состоит в экстраполяции отдельной реализации случайного процесса изменения определяющего параметра. При этом можно найти момент времени (наработки) до выхода значений параметра из границ рабочей области.

Рассматриваемые случайные процессы являются существенно нестационарными, их реализации имеют регулярную полуслучайную составляющую. Поэтому разработанные в статистической динамике методы экстраполяции стационарных случайных процессов [9, 53] в данном случае неприменимы.

Индивидуальное прогнозирование процесса изменения определяющего параметра обычно осуществляется с учетом того, что детерминированная (необратимая) составляющая реализации случайного процесса изменения определяющего параметра существенно больше обратимой составляющей. Иначе говоря, изменение определяющего параметра происходит достаточно плавно.

Для упрощения предсказания значений параметра желательно заранее иметь аналитическое выражение, описывающее тенденции изменения параметров. Иногда говорят: необходимо выбрать математическую (прогнозирующую) модель изнашивания. Наиболее часто, например, могут использоваться зависимости:

$$y = y_0 + bt; \quad (8-14)$$

$$y = y_0 t^b; \quad (8-15)$$

$$y = y_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{b}\right) \right]; \quad (8-16)$$

$$y = y_0 \exp(-bt) \text{ и др.} \quad (8-17)$$

Во всех этих зависимостях процесс необратимого изменения определяющего параметра характеризуется параметрами y_0 и b . Для практического применения очень удобна линейная зависимость (8-14) или зависимости, легко преобразуемые к линейному виду, например (8-15) и (8-17).

Чтобы оценить качество предсказания, можно использовать функцию потерь $\varphi[y(t), y^*(t)]$ — неотрицательную функцию, значение которой определяется реализациями $y(t)$ изменения параметра и его оценки $y^*(t)$, т. е. предсказанного значения. Математическое ожидание функции потерь называют средним риском или функцией риска. В качестве критерия оптимальности обычно используют различные варианты критерия минимума среднего риска

$$M[\varphi\{y(t), y^*(t)\}] = \min,$$

например критерий минимума средней квадратической ошибки

$$M[\varphi\{y(t) - y^*(t)\}^2] = \min$$

или минимума математического ожидания абсолютной величины разности $y(t) - y^*(t)$, т. е.

$$M[|y(t) - y^*(t)|] = \min.$$

Можно использовать также критерии

$$P[|y(t) - y^*(t)| > \varepsilon_0] = \min;$$

$$P[|y(t) - y^*(t)| < \varepsilon_0] = \max,$$

где ε_0 — заданное значение отклонения.

Ошибка предсказания будет зависеть от количества информации о предыстории процесса изменения параметра. Предсказание осуществляется по дискретным значениям контролируемых параметров в моменты времени или наработки t_1, t_2, \dots, t_n . Минимальное число точек, необходимых для прогнозирования изменения параметра, равно числу постоянных в математической (прогнозирующей) модели [например, в моделях (8-13) — (8-17) таких постоянных две: y_0 и b]. Однако при этом точность прогнозирования получается низкой из-за случайных колебаний значений определяющего параметра. При увеличении числа n точек, по которым вычисляются константы прогнозирующей модели, ошибка

прогнозирования уменьшается (рис. 8-7). По рис. 8-7 легко представить, что при фиксированном числе точек ошибка прогнозирования уменьшается при увеличении интервалов между моментами наблюдения. Кроме того, из рис. 8-7 следует, что точность прогнозирования зависит от необходимой дальности прогноза, т. е. от соотношения продолжительностей интервалов предварительного наблюдения и предсказания.

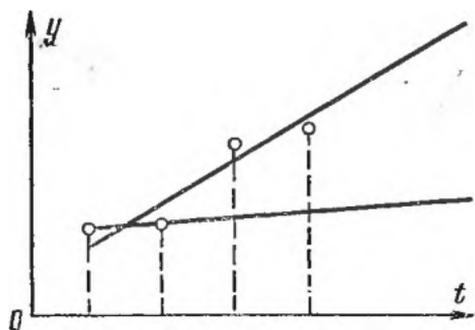


Рис. 8-7. К вопросу о точности прогнозирования.

В возможной ошибке прогнозирования можно условно выделить две составляющие:

- 1) методическая ошибка из-за неточности прогнозирующей модели;
- 2) флюктуационная ошибка за счет случайной компоненты процесса (см. § 8-2).

Методическая ошибка может зависеть также от характеристик случайной (флюктуационной) составляющей реализации процесса изменения параметра рассматриваемого экземпляра изделия.

Предсказанные значения определяющего параметра или времени (наработки) возникновения параметрического отказа являются случайными величинами. При оценке достоверности прогнозирования можно ввести допущение о том, что флюктуационная составляющая процесса изменения параметра является нормально распределенным стационарным случайным процессом.

Для практической оценки достоверности прогнозирования необходим ряд дополнительных допущений, которые целесообразно формулировать для каждой отдельной задачи (о виде прогнозирующей модели, о характеристиках стационарного случайного процесса колебаний определяющего параметра и др.).

Постановка задачи о предсказании наработки до наступления параметрического отказа изделия существенно отличается от постановки задачи о предсказании значений определяющего параметра в заданный момент наработки (рис. 8-8, а, б).

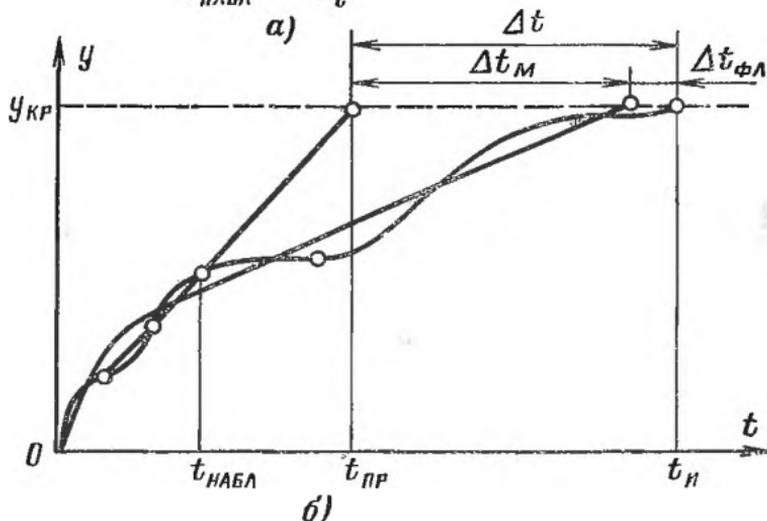
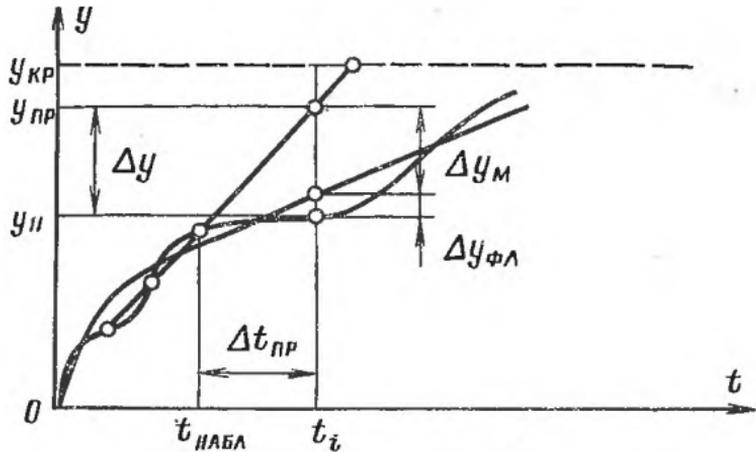


Рис. 8-8. К вопросу о постановках задач оценки достоверности индивидуального прогнозирования.

а — значения определяющего параметра; *б* — выработка до наступления параметрического отказа; $y_{кр}$ — критическое значение определяющего параметра; $t_{пр}$, $y_{пр}$ — предсказанные значения; $t_{н}$, $y_{н}$ — истинные значения; $\Delta y_{м}$, $\Delta t_{м}$ — методические составляющие погрешности предсказания; $\Delta y_{фл}$, $\Delta t_{фл}$ — флуктуационные составляющие погрешности предсказания; Δy , Δt — общая погрешность предсказания; $(0, t_{набл})$ — период предварительного наблюдения за процессом; $\Delta t_{пр}$ — интервал прогнозирования значений параметра.

Принципы построения автоматизированной системы, осуществляющей индивидуальное прогнозирование безотказной работы электронных систем — граничный контроль, изложены в [16].

8-5. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Линеаризация случайного процесса изменения определяющего параметра элемента может производиться при разном уровне информации о процессе. Обычно из-

мерения параметров одинаковых объектов производятся при фиксированных наработках [иногда говорят: в сечениях случайного процесса $\eta(t)$].

Характеристики линейного случайного процесса изнашивания могут быть определены, если известны статистические данные о значениях параметров объектов по крайней мере в двух моментах времени: t_i и t_{i+1} .

Тогда по экспериментальным данным вычисляются при помощи известных формул теории вероятностей математические ожидания $m_\eta(t_i)$, $m_\eta(t_{i+1})$, дисперсии $D_\eta(t_i)$, $D_\eta(t_{i+1})$ значений определяющего параметра при t_i и t_{i+1} и момент связи этих сечений $k_\eta(t_i, t_{i+1})$. По этим данным находятся числовые характеристики случайных величин A и B :

$$m_a = \frac{t_{i+1}m_\eta(t_i) - t_i m_\eta(t_{i+1})}{t_{i+1} - t_i}; \quad (8-18)$$

$$m_b = \frac{m_\eta(t_{i+1}) - m_\eta(t_i)}{t_{i+1} - t_i}; \quad (8-19)$$

$$k_{ab} = \frac{(t_{i+1} - t_i)k_\eta(t_i, t_{i+1}) - t_{i+1}D_\eta(t_i) - t_i D_\eta(t_{i+1})}{(t_{i+1} - t_i)^2}; \quad (8-20)$$

$$D_b = \frac{D_\eta(t_{i+1}) + D_\eta(t_i) - 2k_\eta(t_i, t_{i+1})}{(t_{i+1} - t_i)^2}; \quad (8-21)$$

$$D_a = \frac{t_{i+1}^2 D_\eta(t_i) - 2t_i t_{i+1} k_\eta(t_i, t_{i+1}) + t_i^2 D_\eta(t_{i+1})}{(t_{i+1} - t_i)^2}. \quad (8-22)$$

Формулы (8-18) — (8-22) получены из выражений:

$$A = \frac{t_{i+1}\eta(t_i) - t_i\eta(t_{i+1})}{t_{i+1} - t_i};$$

$$B = \frac{\eta(t_{i+1}) - \eta(t_i)}{t_{i+1} - t_i}.$$

Иногда по условиям задачи может оказаться целесообразным измерение значений различных реализаций случайной функции $\eta(t)$ в различные моменты времени или наработки. Если известно начальное значение a_j конкретной реализации, то нужно произвести еще одно измерение в любой, достаточно удаленный от начала работы или хранения момент времени. При таком способе измерения начальное значение a и скорость изменения параметра b вычисляются для каждой реали-

зации отдельно. Полученные данные дают возможность вычислить числовые характеристики линейной случайной функции по известным формулам теории вероятностей.

Линеаризация случайного процесса износа по числовым характеристикам значений параметров изделий в два момента времени иногда является довольно приближенной. Но в инженерной практике часто именно эти приближенные данные оказываются наиболее ценными, так как они являются своевременными, вычисляются в тот момент, когда они наиболее нужны.

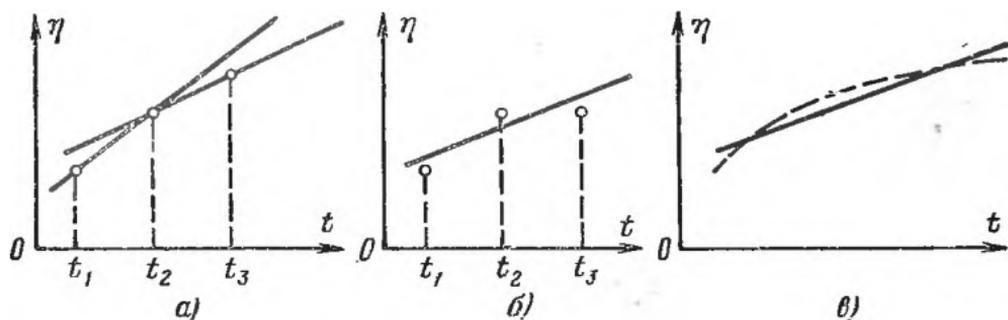


Рис. 8-9. К вопросу об уточнении числовых характеристик линейных случайных процессов.

a — последовательная линеаризация; *б* — линеаризация по трем точкам; *в* — использование сведений о форме реализаций случайного процесса изнашивания.

Для более точного определения числовых характеристик случайных величин A и B нужна добавочная информация об изменении определяющего параметра группы однотипных элементов. Эту добавочную информацию можно использовать тремя путями.

Первый путь состоит в многократном применении статистической линеаризации по двум точкам (рис. 8-9, *a*). Этот путь целесообразно применять в случае, если отсутствуют предварительные сведения о виде реализаций случайного процесса изнашивания и ожидается поступление сведений о значениях определяющего параметра. В начале эксплуатации по значениям определяющего параметра в два момента времени t_1 и t_2 вычисляются характеристики линейного случайного процесса изнашивания. Эти характеристики используются для определения надежности. Полученные значения показателей надежности иногда являются довольно приближенными. Но в начале эксплуатации системы вероятность отказа из-за износа мала и поэтому точность предсказания не имеет существенного значения. Если

в процессе эксплуатации провести измерения значений параметров одинаковых объектов в момент времени t_3 , то можно вновь вычислить характеристики линейного случайного процесса изнашивания по значениям определяющего параметра в моменты времени t_2 и t_3 . При этом каждая реализация заменяется новой секущей прямой, пересекающей эту реализацию в точках с абсциссами t_2 и t_3 (рис. 8-9,а). Так как реализации процесса изменения параметра обычно монотонны и через некоторое время эксплуатации обычно устанавливается стационарная скорость изменения параметра, то при вторичной линейризации происходит уточненная аппроксимация процесса.

При измерениях определяющего параметра в последующие моменты времени эксплуатации все более точно экстраполируется случайный процесс изменения параметра. Этот факт очень важен, так как с течением времени эксплуатации растет интенсивность отказов объектов из-за их износа.

Остальные два пути повышения точности числовых характеристик процесса изменения параметра могут применяться в случаях, когда не ожидается поступления новых сведений о ходе процесса изнашивания при эксплуатации объекта.

Второй путь уточнения числовых характеристик линейного случайного процесса изнашивания состоит в том, что используются данные о значениях параметра для трех (и более) моментов времени эксплуатации (рис. 8-9,б). При этом можно ставить вопрос о том, чтобы находимые в процессе линейризации числовые характеристики наилучшим образом соответствовали экспериментальным данным. Практически имеет смысл применить метод наименьших квадратов. В соответствии с этим методом числовые характеристики линейной случайной функции наилучшим образом соответствуют экспериментальным, если минимизируются суммы:

$$I_1 = \sum_{i=0}^k [m_a + m_b t_i - m_{\eta}(t_i)]^2 = \min; \quad (8-23)$$

$$I_2 = \sum_{i=0}^k [D_a + 2k_{ab} t_i + D_b t_i^2 - D_{\eta}(t_i)]^2 = \min \quad (8-24)$$

где $i=0, 1, \dots, k$ — номер соответствующего момента времени t_i , когда проводятся очередные измерения определяющих параметров однотипных объектов.

Приравняв нулю частные производные сумм I_1 и I_2 по соответствующим числовым характеристикам, получим две системы уравнений для определения этих числовых характеристик:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I_1}{\partial m_a} &= \sum_{i=0}^k [m_a + m_b t_i - m_\eta(t_i)] = 0; \\ \frac{\partial I_1}{\partial m_b} &= \sum_{i=0}^k [m_a + m_b t_i - m_\eta(t_i)] t_i = 0; \end{aligned} \right\} (8-25)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I_2}{\partial D_a} &= \sum_{i=0}^k [D_a + 2k_{ab} t_i + D_b t_i^2 - D_\eta(t_i)] = 0; \\ \frac{\partial I_2}{\partial k_{ab}} &= \sum_{i=0}^k [D_a + 2k_{ab} t_i + D_b t_i^2 - D_\eta(t_i)] t_i = 0; \\ \frac{\partial I_2}{\partial D_b} &= \sum_{i=0}^k [D_a + 2k_{ab} t_i + D_b t_i^2 - D_\eta(t_i)] t_i^2 = 0. \end{aligned} \right\} (8-26)$$

Третий путь уточнения числовых характеристик случайных величин A и B состоит в предварительном определении вида реализаций (класса кривых) процесса изнашивания (рис. 8-9, в). Это может быть сделано на основании физических соображений с учетом интуиции и научного опыта исследователя. Если заранее известен вид реализаций полуслучайной функции (случайными величинами являются лишь некоторые параметры кривых определенного вида), то можно по данным ограниченного числа сечений найти характеристики этой случайной функции $Y(t)$. При линейзации случайной функции $Y(t)$ ставится требование, чтобы погрешности от замены ее математического ожидания и дисперсии соответствующими характеристиками линейной случайной функции были минимальными. Практически имеет смысл применить метод наименьших квадратов. В соответствии с этим методом математическое ожидание $m_\eta(t)$ и дисперсия $D_\eta(t)$ линейной случайной функ-

ции $\eta(t)$ наилучшим образом согласуются на интервале (t_1, t_2) с математическим ожиданием $m_y(t)$ и дисперсией $D_y(t)$ случайной функции $Y(t)$ при выполнении условий:

$$I_3 = \int_{t_1}^{t_2} [m_a + m_b t - m_y(t)]^2 dt = \min; \quad (8-27)$$

$$I_4 = \int_{t_1}^{t_2} [D_a + 2k_{ab}t + D_b t^2 - D_y(t)]^2 dt = \min. \quad (8-28)$$

Приравняв нулю частные производные интеграла I_3 по m_a и m_b и интеграла I_4 по D_a , k_{ab} , D_b , получим две системы уравнений первой степени для определения этих числовых характеристик.

Можно проводить линейризацию с выравниванием, т. е. с использованием равномерной линейной случайной функции (см. § 8-3). Так как для равномерной линейной случайной функции

$$D_\eta = D_a + 2k_{ab}t + D_b t^2 = D_a = \text{const},$$

то, подставив это значение D_η в формулу (8-28) и приравняв нулю частную производную до D_a , получим:

$$D_a = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} D_y(t) dt. \quad (8-29)$$

Таким образом, при линейризации с выравниванием дисперсия берется средним значением на интервале линейризации.

В изложенных ниже методах не применяются корреляционные функции случайных функций. Если возникнет необходимость в использовании этих характеристик, то следует учесть, что корреляционная функция линейной случайной функции для каждого определенного момента времени является линейной функцией разности аргументов.

Так как производная дисперсии

$$\frac{dD_\eta(t)}{dt} = 2(k_{ab} + D_b t),$$

то найденные приведенным выше способом числовые характеристики D_a , k_{ab} , D_b определяют и корреляционную функцию линейризованной случайной функции. Для по-

Вышения точности приближения можно, кроме выполнения условия (8-28), потребовать еще выполнения условия

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{dD_{\eta}(t)}{dt} - \frac{dD_{\psi}(t)}{dt} \right]^2 dt = \min.$$

Найдя удовлетворяющие этому условию числовые характеристики k_{ab} и D_b , определяем D_a из условия (8-28). Возможны и другие варианты определения числовых характеристик D_a , k_{ab} , D_b по приведенным условиям. Выбор варианта зависит от особенностей конкретной задачи.

8-6. О ПЕРЕСЧЕТЕ ЗНАЧЕНИЙ СКОРОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ НА РАЗЛИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Скорость изнашивания зависит от двух групп независимых факторов: характеристик качества объектов и характеристик режима работы или хранения (нагрузок).

При изменяющемся неслучайном внешнем воздействии скорость изнашивания можно рассматривать как случайную функцию нагрузки $V(x)$. Однотипные объекты дают близкие по форме кривые $b(x)$. Поэтому можно предположить, что $V(x)$ имеет реализации характерного вида, т. е. является полуслучайной функцией.

Чтобы учесть случайный режим работы объекта и его случайную реакцию на режим работы, воспользуемся понятием случайной функции случайного аргумента. Ограничимся рассмотрением случая, когда одна из нагрузок оказывает преобладающее действие на изнашивание или разрегулирование объекта. При этом скорость V изнашивания или разрегулирования будет полуслучайной функцией случайной нагрузки X :

$$V = \Phi(X).$$

Как и в § 1-6, представим случайную нагрузку в виде суммы стандартной неслучайной нагрузки x_0 и случайного отклонения ΔX нагрузки от стандартного значения.

Статистические экспериментальные исследования процессов изнашивания сложны, трудоемки и ранее почти не проводились. Практическое значение имеют

лишь такие характеристики этих процессов, которые можно найти при небольшом объеме экспериментальных данных. Поэтому желательно ограничить вначале возможные реализации случайной функции $B(x)$ линейными функциями. По мере накопления статистической информации об изнашивании класс возможных реализаций случайной функции может быть расширен.

Разложим функцию $b = \varphi(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 и сохраним в разложении первые два члена:

$$b = \varphi(x) \approx b_0 + u \Delta x, \quad (8-30)$$

где $u = (d\varphi/dx)_{x=x_0}$; b_0 — скорость изменения определяющего параметра при $x = x_0$; $\Delta x = x - x_0$.

Аналогично (8-30) имеем приближенную зависимость между случайными величинами:

$$B \approx B_0 + U \Delta X, \quad (8-31)$$

где $U = (d\Phi/dx)_{x_0}$ — чувствительность к нагрузке.

Линеаризация функции $\varphi_j(x)$ путем разложения в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 с сохранением в разложении двух первых членов означает замену кривой, соответствующей функции $\varphi_j(x)$, касательной к ней в точке с координатами x_0 и $\varphi_j(x_0)$.

Однако эту схему редко удастся применить при экспериментальных исследованиях. Обычно вид функции $\varphi(x)$ экспериментатору неизвестен, так что заменить эту функцию касательной в точке $[x_0, \varphi_j(x_0)]$ невозможно. Обычно известно лишь несколько значений $b_{ji} = \varphi_j(x'_i)$, $i \geq 2$, по которым можно определить положение секущей прямой. Поэтому при вычислении характеристик функции $b_j = \varphi_j(x)$ [и тем более случайной функции $B(x)$] по ограниченными экспериментальными данными каж-

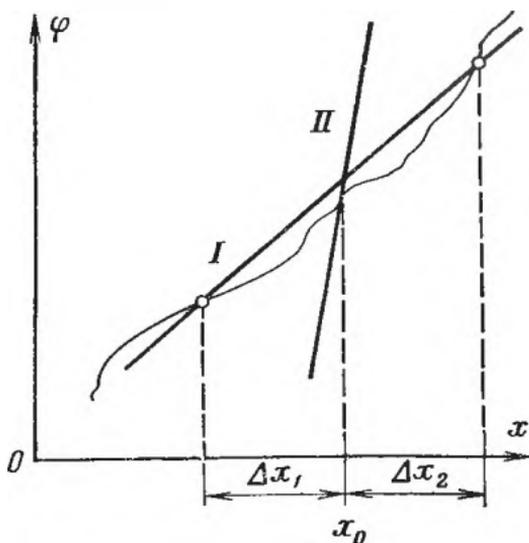


Рис. 8-10. К вопросу о линеаризации функции $\varphi_j(x)$.

дая полная реализация заменяется секущей прямой, благодаря чему сглаживаются мелкие, не типичные изменения функции $\varphi(x)$. Это иллюстрирует рис. 8-10, где положение секущей определяется двумя точками. Из рис. 8-10 следует, что реализуемая на практике секущая I при довольно значительных отклонениях аргумента от x_0 более или менее точно аппроксимирует функцию $\varphi_j(x)$, тогда как теоретическая касательная II в точке x_0 передавала бы лишь мелкие, часто не характерные для функции в целом колебания. Поэтому аппроксимирующая случайную функцию случайного аргумента линейная функция на практике может применяться в довольно большом диапазоне значений ΔX .

В соответствии с (8-31) объект приближенно характеризуется случайными величинами B_0 и U , независимыми от ΔX . Случайная величина U характеризует среднее (по нагрузке) изменение скорости износа или разрегулирования при единичном отклонении нагрузки от стандартного значения (например, при изменении температуры на 1°C).

При практических исследованиях износа технических устройств обычно достаточно знать математическое ожидание m_b и дисперсию D_b скорости изнашивания или разрегулирования. Формулы для их определения получим, применив к выражению (8-31) теоремы о числовых характеристиках случайных величин:

$$m_b = m_{b_0} + m_u m_{\Delta x}; \quad (8-32)$$

$$D_b = D_{b_0} + (D_x + m_{\Delta x}^2) D_u + m_{\Delta x}^2 D_x + 2m_{\Delta x} k_{b_0 u}, \quad (8-33)$$

где $D_x = D_{\Delta x}$.

В формулах (8-32), (8-33) m_{b_0} и D_{b_0} — математическое ожидание и дисперсия изнашивания при стандартной нагрузке x_0 ; m_u и D_u — математическое ожидание и дисперсия изменения скорости изнашивания при единичном изменении нагрузки; $k_{b_0 u}$ — момент связи случайных величин B_0 и U ; $m_{\Delta x}$ и D_x — математическое ожидание и дисперсия отклонения нагрузки от x_0 .

Числовые характеристики случайных величин B_0 и U находятся по экспериментальным данным. Если группа однотипных объектов испытывается в двух режимах, то могут быть измерены возможные значения отклонений нагрузок ΔX_1 и ΔX_2 от стандартных и соответствующие

значения скорости вращения (разрегулирования) B_1 и B_2 . Согласно (8-31) в каждом из двух экспериментов случайные величины связаны соотношениями:

$$B_1 = B_0 + U \Delta X_1; \quad (8-34)$$

$$B_2 = B_0 + U \Delta X_2. \quad (8-35)$$

По полученным в результате проведения экспериментов статистическим данным можно вычислить: математические ожидания

$$m_{\Delta x_1}, m_{\Delta x_2}, m_{b_1}, m_{b_2};$$

дисперсии

$$D_{x_1}, D_{x_2}, D_{b_1}, D_{b_2};$$

моменты связи

$$k_{x_1 x_2}, k_{b_1 b_2}.$$

Это дает возможность найти числовые характеристики, определяющие свойства объектов:

$$m_{b_0}, m_u, D_{b_0}, D_u, k_{b_0 u}.$$

Для этого применим операцию математического ожидания к обеим частям равенств (8-34) и (8-35). Тогда, учитывая независимость случайных величин B_0 и U от ΔX , можно найти:

$$m_u = \frac{m_{b_2} - m_{b_1}}{m_{\Delta x_2} - m_{\Delta x_1}}; \quad (8-36)$$

$$m_{b_0} = \frac{m_{\Delta x_2} m_{b_1} - m_{b_2} m_{\Delta x_1}}{m_{\Delta x_2} - m_{\Delta x_1}}. \quad (8-37)$$

Числовые характеристики $D_{b_0}, D_u, k_{b_0 u}$ можно найти из системы линейных уравнений, которая получается путем применения теорем о числовых характеристиках случайных величин к формулам (8-34) и (8-35):

$$\left. \begin{aligned} D_{b_1} &= D_{b_0} + (m_{\Delta x_1}^2 + D_{x_1}) D_u + 2m_{\Delta x_1} k_{b_0 u} + m_u^2 D_{x_1}; \\ D_{b_2} &= D_{b_0} + (m_{\Delta x_2}^2 + D_{x_2}) D_u + 2m_{\Delta x_2} k_{b_0 u} + m_u^2 D_{x_2}; \\ k_{b_1 b_2} &= D_{b_0} + (m_{\Delta x_1} m_{\Delta x_2} + k_{x_1 x_2}) D_u + (m_{\Delta x_1} + \\ &\quad + m_{\Delta x_2}) k_{b_0 u} + m_u^2 k_{x_1 x_2}. \end{aligned} \right\} \quad (8-38)$$

Введем обозначения:

$$\delta_1 = D_{b_1} - m_{\Delta x_1}^2 D_u; \quad \delta_2 = D_{b_2} - m_{\Delta x_2}^2 D_u; \quad \delta_3 = k_{b_1 b_2} - m_{\Delta x_1}^2 k_{x_1 x_2};$$

$$\gamma_1 = D_{x_1} + m_{\Delta x_1}^2; \quad \gamma_2 = D_{x_2} + m_{\Delta x_2}^2; \quad \gamma_3 = k_{x_1 x_2} + m_{\Delta x_1} m_{\Delta x_2},$$

запишем решения системы (8-38) в виде

$$D_{b_0} = \frac{m_{\Delta x_2} (\delta_1 \gamma_2 + 2\delta_3 \gamma_1 - 2\delta_1 \delta_3 - \delta_2 \delta_1) + m_{\Delta x_1} (\delta_1 \gamma_2 + 2\delta_2 \gamma_3 - 2\delta_3 \gamma_2 - \delta_2 \gamma_1)}{(m_{\Delta x_2} - m_{\Delta x_1}) (\gamma_1 + \gamma_2 - 2\gamma_3)}; \quad (8-39)$$

$$k_{b_0 u} = \frac{\delta_1 (\gamma_3 - \gamma_2) + \delta_2 (\gamma_1 - \gamma_3) + \delta_3 (\gamma_2 - \gamma_1)}{(m_{\Delta x_2} - m_{\Delta x_1}) (\gamma_1 + \gamma_2 - 2\gamma_3)}; \quad (8-40)$$

$$D_u = \frac{\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_3}{\gamma_1 + \gamma_2 - 2\gamma_3}. \quad (8-41)$$

Приведенные выше формулы дают возможность пересчитывать экспериментальные данные о скорости износа или разрегулирования объектов на различные условия их применения. Общий путь решения данной задачи состоит в следующем: по экспериментальным данным о скоростях изнашивания или старения объектов определенного типа при двух нагрузках находятся по формулам (8-36), (8-37) математические ожидания и по формулам (8-39) — (8-41) вторые центральные моменты случайных величин B_0 и U . Используя эти числовые характеристики, можно по формулам (8-32) — (8-33) найти математическое ожидание и дисперсию скорости изнашивания (разрегулирования) объектов данного типа для любых условий применения.

Для более точного определения числовых характеристик случайных величин B_0 и U необходимо получить статистические данные о скоростях изменения одних и тех же объектов в трех и более режимах (нагрузка в каждом режиме может быть случайной величиной). Если удастся получить такие данные, то в соответствии с методом наименьших квадратов характеристики зависимости (8-31) должны удовлетворять условиям:

$$I_5 = \sum_{v=1}^k [m_{b_0} + m_u m_{\Delta x_v} - m_{b_v}]^2 = \min; \quad (8-42)$$

$$I_6 = \sum_{u, v=1}^k [D_{b_0} + (k_{x_v x_u} + m_{\Delta x_v} m_{\Delta x_u}) D_u + (m_{\Delta x_v} + m_{\Delta x_u}) k_{b_0 u} + m_{\Delta x_v}^2 k_{x_v x_u} - k_{b_v b_u}]^2 = \min. \quad (8-43)$$

В формулах (8-42) — (8-43) $v = 1, \dots, k$ — номер эксперимента при соответствующей нагрузке; знак $\mu \leq v$ означает, что суммирование распространяется на все возможные попарные сочетания случайных величин B_1, \dots, B_k и X_1, \dots, X_k ; $m_{\Delta x_v}$ — математическое ожидание отклонения нагрузки ΔX_v от стандартного значения x_0 ; m_b — математическое ожидание скорости изнашивания при отклонении нагрузки ΔX_v ; $k_{b_{\mu b_v}}$ и $k_{x_{\mu} x_v}$ — соответствующие моменты связи случайных величин B_{μ} и B_v ; ΔX_{μ} и ΔX_v .

Приравняв нулю частные производные суммы I_6 по m_b и m_{μ} , получим систему уравнений для определения этих числовых характеристик. Систему уравнений для определения числовых характеристик D_{b_0} , D_{μ} , $k_{b_0 \mu}$ получим, приравняв нулю частные производные суммы I_6 по этим характеристикам.

Таким образом, для использования экспериментальных данных об изнашивании (разрегулировании) объектов при любых условиях их применения необходимо измерения скорости изнашивания (разрегулирования) этих объектов проводить не менее чем в двух различных режимах.

Если зависимости $b(x)$ существенно нелинейны, то в некоторых задачах целесообразно их аппроксимировать квадратичными трехчленами. В каждой конкретной задаче можно из физических соображений внести упрощающие предположения. При этом формулы для вычисления m_b и σ_b могут быть получены аналогично случаю линейной зависимости $b(x)$. В общем виде эти формулы получаются довольно громоздкими.

а) Использование результатов лабораторных испытаний

При лабораторных испытаниях обычно условия работы всех исследуемых объектов практически одинаковы. Поэтому формулы для вычисления числовых характеристик качеств объектов существенно упрощаются (дисперсии и моменты связи нагрузок равны нулю). Пусть, например, имеются статистические данные двух лабораторных испытаний при неслучайных нагрузках Δx_1 и Δx_2 . Расчетные формулы можно получить из формул (8-36), (8-37), (8-39) — (8-41), если учесть, что

в данном случае

$$m_{\Delta x_1} = \Delta x_1; m_{\Delta x_2} = \Delta x_2; D_{x_1} = D_{x_2} = k_{x_1 x_2} = 0.$$

Числовые характеристики m_u , m_{b_0} , D_{b_0} , D_u , $k_{b_0 u}$ могут быть также вычислены по статистическим данным о скоростях изнашивания объектов при лабораторном и эксплуатационном режимах работы или хранения. Соответствующие расчетные формулы можно получить из формул (8-36), (8-37), (8-39)—(8-41), положив в них для лабораторного режима $m_{\Delta x_1} = \Delta x_1$, $D_{x_1} = 0$, $k_{x_1 x_2} = 0$. Когда лабораторные испытания проводятся в стандартных условиях, то

$$m_{\Delta x_1} = \Delta x_1 = 0; m_{b_0} = m_{b_1}; D_{b_0} = D_{b_1}; D_{x_1} = 0; k_{x_1 x_2} = 0.$$

Если для повышения точности результатов лабораторные испытания проводятся в трех и более режимах, то числовые характеристики случайных величин B_0 и U можно найти из систем уравнений, которые получаются из условий (8-42), (8-43), если в этих уравнениях положить:

$$m_{\Delta x_\nu} = \Delta x_\nu; D_{x_\nu} = 0; k_{x_\mu x_\nu} = 0,$$

где $\mu, \nu = 1, \dots, k$ — номера соответствующих лабораторных испытаний.

б) Скорость изнашивания при векторной случайной нагрузке

Изложенные выше применительно к скалярной случайной нагрузке положения легко распространить на общий случай векторной неслучайной нагрузки. В этом случае скорость изнашивания или разрегулирования будет векторной полуслучайной функцией вектора нагрузки:

$$B = \Phi(X_1, \dots, X_n). \quad (8-44)$$

Каждую из составляющих нагрузки можно считать состоящей из стандартной неслучайной нагрузки $x_{0\epsilon}$ и случайного отклонения нагрузки ΔX_ϵ от стандартного значения. Так как стандартная нагрузка примерно соответствует назначению объекта, то отклонения составляю-

щих нагрузки от стандартных значений обычно сравнительно невелики. Поэтому, утя приведенные в начале предыдущего параграфа замечания, можно заменить точную зависимость (8-44) приближенной зависимостью

$$B \approx B_0 + \sum_{\xi=1}^r \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_{\xi}} \right)_{x_{0\xi}} \Delta X_{\xi}, \quad (8-45)$$

где B_0 —скорость изнашивания при стандартных условиях, когда все составляющие нагрузки x_{01}, \dots, x_{0r} являются неслучайными стандартными; ΔX_{ξ} при $\xi = 1, \dots, r$ — значения отклонений составляющих нагрузки от стандартных значений $x_{0\xi}$.

Частные производные в (8-45) являются случайными величинами, независимыми от ΔX . Обозначив

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_{\xi}} \right)_{x_{0\xi}} = U_{\xi}, \quad \xi = 1, \dots, r,$$

запишем формулу (8-45) в виде

$$B \approx B_0 + \sum_{\xi=1}^r U_{\xi} \Delta X_{\xi}. \quad (8-46)$$

Сохраним принятые выше допущения о характере износа. Применяя к (8-46) теоремы о числовых характеристиках, можно получить формулы для математического ожидания и дисперсии скорости изнашивания.

Определение числовых характеристик случайных величин B_0 и U_1, \dots, U_n по экспериментальным данным ведется теми же способами, что и при скалярных случайных нагрузках. При этом должны иметься статистические характеристики скорости изнашивания или разрегулирования объектов при $r+1$ различных нагрузках. Выводить в общем виде соответствующие формулы нецелесообразно из-за их громоздкости. Кроме того, при практическом рассмотрении влияния векторной случайной нагрузки на скорость изнашивания или разрегулирования объектов обычно на основании физических соображений можно пренебречь многими корреляционными связями. Благодаря этому в каждом отдельном случае сильно упрощаются соответствующие выкладки.

Аналогичные суждения можно высказать в отношении определения числовых характеристик случайных величин V_0, U_1, \dots, U_n по способу наименьших квадратов при увеличенном объеме информации об изнашивании или старении объектов.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ

9-1. СВЯЗЬ ДОПУСКОВ НА ПАРАМЕТРЫ ОБЪЕКТОВ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ

Параметрическую надежность характеризует распределение наработки до отказа — выхода из рабочей области $\omega(t)$ определяющего параметра $\eta(t)$.

Граница рабочей области может быть неслучайной величиной или неслучайным процессом, случайной величиной или случайным процессом. Эта граница обычно задается постоянным предельно допустимым значением (граница допуска).

При рассмотрении вопроса о пересечении границы допуска случайным процессом изменения определяющего параметра могут вычисляться показатели двух типов:

1) вероятность G_i нахождения объекта в работоспособном состоянии (доля годных изделий) в фиксированный момент времени или наработки t_i . При этом рассматривается случайная величина — значение определяющего параметра объекта в момент времени или наработки t_i ;

2) показатели наработки (времени) до появления параметрического отказа — пересечения определяющим параметром границы допуска. При этом для оценки параметрической надежности могут использоваться рассмотренные в гл. 1 показатели: плотность распределения наработки до отказа $f(t)$, функция надежности $p(t)$, интенсивность отказов $\lambda(t)$. Для ремонтируемых (по параметрическим отказам) объектов рассматриваются потоки параметрических отказов или условные распределения наработки между очередными отказами.

а) Вычисление вероятности нахождения в работоспособном состоянии

Пусть для определенности объект считается работоспособным, если значения его определяющего параметра больше границы допуска ω . Тогда для фиксированного момента времени или наработки t_i вероятность того, что объект работоспособен, равна:

$$G_{\omega i} = \int_{\omega}^{\infty} f_i(\eta) d\eta, \quad (9-1)$$

где $f_i(\eta)$ — плотность распределения значений определяющего параметра при $t=t_i$.

При двух границах допуска ω_1 и ω_2

$$G_{\omega i} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} f_i(\eta) d\eta. \quad (9-2)$$

В гл. 8 уже говорилось, что обычно определяющий параметр можно считать распределенным нормально, точнее имеющим усеченное нормальное распределение

$$\bar{f}_i(\eta) = \frac{c}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta_i}} \exp\left[-\frac{(\eta - m_{\eta_i})^2}{2\sigma_{\eta_i}^2}\right],$$

где m_{η_i} , σ_{η_i} — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение значений определяющего параметра в момент наработки (времени) t_i .

Нормирующий множитель c находится из условия

$$c \int_{\eta_1}^{\eta_2} f_i(\eta) d\eta = 1,$$

где (η_1, η_2) — диапазон возможных значений определяющего параметра.

По аналогии с (1-17) получим:

$$c = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)},$$

где

$$u_1 = \frac{\eta_1 - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}; \quad u_2 = \frac{\eta_2 - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}};$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv.$$

(Таблица значений этой функции приведена в приложении II.)

При усеченном нормальном распределении значений определяющего параметра из (9-1) имеем:

$$G_{\omega i} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_i}}} \exp \left[-\frac{(\eta - m_{\eta_i})^2}{2\sigma^2_{\eta_i}} \right] d\eta$$

или

$$G_{\omega i} = c [0,5 - \Phi(u_i)], \quad (9-3)$$

где

$$u_i = \frac{\omega - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}. \quad (9-4)$$

Обычная ошибка в использовании вероятности $G_{\omega i}$ состоит в том, что ее смешивают с вероятностью безотказной работы $P(t_1, t_2)$. Величина $G_{\omega i}$ характеризует долю объектов, работоспособных в момент наработки t_i , тогда как вероятность безотказной работы $P(t_1, t_2)$ характеризует способность объектов к безотказной работе в течение заданного периода наработки (t_1, t_2) .

Вероятность $G_{\omega i}$ можно использовать в качестве показателя статистической точности изделий. Иногда $G_{\omega i}$ называют показателем серийноспособности.

б) Вычисление плотности распределения наработки до параметрического отказа

При полуслучайном процессе изменения параметра, имеющем монотонные реализации, плотность распределения $f(t)$ наработки до отказа равна:

$$f(t_i) = - \left. \frac{dG(\omega, t)}{dt} \right|_{t=t_i} = \left. \frac{dS(\omega, t)}{dt} \right|_{t=t_i}. \quad (9-5)$$

В (9-5) $S=1-G$ — вероятность того, что изделие находится в неработоспособном состоянии.

Связь распределений $f(\eta)$ и $f(t)$ иллюстрирует рис. 9-1, где изображена нормально распределенная равномерная линейная случайная функция $\eta(t)$. На рис. 9-1 вероятности $S_{\omega i} = 1 - G_{\omega i}$ того, что объект при наработке t_i находится в неработоспособном состоянии

при границе, равной ω соответствует заштрихованная площадь под кривой распределения $f_i(\eta)$. Приращение этой площади за период наработки (t_i, t_{i+1}) пропорционально вероятности отказа объекта за этот период.

Практическое вычисление плотности вероятности наработки до отказа изделий можно вести двумя путями.

1. Для каждого интервала наработки $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ находить среднее на этом интервале значение плотности распределения наработки до отказа, деля приращение вероятности того, что объект находится в неработоспособном состоянии, на длину интервала

$$[f_i]_{\text{cp}} = \frac{G_{\omega i} - G_{\omega(i+1)}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{S_{\omega(i+1)} - S_{\omega i}}{t_{i+1} - t_i}. \quad (9-6)$$

При нормальном распределении ординат случайного процесса $\eta(t)$ формулу (9-6) в соответствии с (9-3), (9-4) можно выразить через нормированную функцию Лапласа:

$$[f_i]_{\text{cp}} = \frac{c [\Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i)]}{t_{i+1} - t_i}. \quad (9-7)$$

По полученным значениям $[t_i]_{\text{cp}}$ строится гистограмма, которая сглаживается непрерывной кривой.

Таким образом, для вычисления среднего значения $[f_i]_{\text{cp}}$, соответствующего интервалу Δt_i , необходимо знать законы распределения определяющего параметра объекта в начале и в конце этого интервала. Для нормально распределенной случайной функции $\eta(t)$ достаточно знать лишь ее характеристики $m_\eta(t)$ и $\sigma_\eta(t)$, по которым находятся значения m_η и σ_η соответствующие началу и концу каждого из интервалов Δt_i .

2. Для линейных случайных процессов определенного вида законы распределения наработки до параметрического отказа можно получить аналитически путем использования формулы (9-5). Для нормально распре-

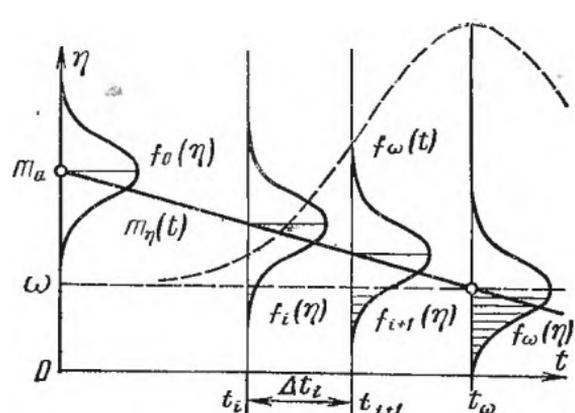


Рис. 9-1. Получение нормального распределения наработки до отказа при равномерной случайной функции $\eta(t)$.

деленной случайной функции, когда G_{ω_i} определено согласно (9-1), применяя обозначения гл. 8, имеем:

$$f_{\omega}(t) = \frac{d\sigma_{\eta}(t)}{dt} \int_{\omega}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{[\eta - m_{\eta}(t)]^2}{2\sigma_{\eta}^2(t)} \right\} d\eta +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta}(t)} \int_{\omega}^{\infty} \left\{ \frac{[\eta - m_{\eta}(t)] \frac{dm_{\eta}(t)}{dt}}{\sigma_{\eta}^2(t)} + \right.$$

$$\left. + \frac{[\eta - m_{\eta}(t)]^2 \frac{d\sigma_{\eta}(t)}{dt}}{\sigma_{\eta}^3(t)} \right\} \exp \left\{ -\frac{[\eta - m_{\eta}(t)]^2}{2\sigma_{\eta}^2(t)} \right\} d\eta. \quad (9-8)$$

Применяя замену переменной

$$u = \frac{\eta - m_{\eta}(t)}{\sigma_{\eta}(t)},$$

после преобразований получаем:

$$f_{\omega}(t) = \frac{-\sigma_{\eta}(t) m_a + \frac{d\sigma_{\eta}(t)}{dt} [m_{\eta}(t) - \omega]}{\sigma_{\eta}^2(t) \sqrt{2\pi}} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{[\omega - m_{\eta}(t)]^2}{2\sigma_{\eta}^2(t)} \right\}. \quad (9-9)$$

Подставив в (9-9) выражения для $m_{\eta}(t)$, $\sigma_{\eta}(t)$, можно найти распределение наработки до отказа для различных видов нормально распределенных линейных случайных процессов изменения определяющих параметров. Например, для равномерной линейной случайной функции (см. гл. 8) в случае одной границы поля допуска получим после преобразований как при ограниченном сверху, так и при ограниченном снизу поле допуска нормальный закон распределения наработки до отказа:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2} \right], \quad (9-10)$$

где

$$m_t = \frac{\omega - m_a}{b}; \quad \sigma_t = \frac{\sigma_a}{|b|}.$$

Таким образом, когда нормально распределенная линейная случайная функция $\eta(t)$ равномерна, вычисление плотности распределения наработки до отказа сводится к определению m_t и σ_t по очень простым формулам. Поэтому иногда можно ставить вопрос о замене имеющейся нормально распределенной линейной случайной функции $\eta(t)$ равноценной ей равномерной линейной функции $\eta_*(t)$. Такую замену условно назовем выравниванием линейной случайной функции $\eta(t)$.

При замене линейной случайной функции $\eta(t)$ равномерной случайной функцией $\eta_*(t)$ возникает погрешность в вычислении плотности распределения наработки до отказа. Необходимо подобрать параметры равномерной случайной функции $\eta_*(t)$ так, чтобы эта погрешность была минимальной.

Когда не требуется особой точности или когда линейная случайная функция $\eta(t)$ близка к равномерной $\eta_*(t)$, т. е. дисперсия $\sigma_\eta^2(t)$ изменяется мало, можно принять:

$$\left. \begin{aligned} b_* &= m_b; \\ m_{a_*} &= m_a. \end{aligned} \right\} \quad (9-11)$$

а дисперсию σ_η^2 определяющего параметра изделия считать постоянной и равной полусумме начального значения дисперсии σ_a^2 и ее значения σ_ω^2 при $t = m_t$:

$$[\sigma_{\eta_*}^2]_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (\sigma_a^2 + \sigma_\omega^2). \quad (9-12)$$

При этом числовые характеристики m_t и σ_t нормального распределения наработки до отказа можно приближенно определить по двум измерениям значений параметра η в процессе эксплуатации. Значение m_t находится из уравнения

$$\omega = m_{a_*} + b_* m_t. \quad (9-13)$$

Подставив значения b_* и m_{a_*} согласно (8-18) в (8-19) и (9-11) в (9-13), получим:

$$m_t = \frac{(t_{i+1} - t_i) \omega - t_{i+1} m_{\eta_i} + t_i m_{\eta_{i+1}}}{m_{\eta_{i+1}} - m_{\eta_i}}, \quad (9-14)$$

где m_{η_i} , $m_{\eta_{i+1}}$ — средние значения определяющего параметра изделия в моменты времени или наработки t_i , t_{i+1} .

Экстраполируя линейно дисперсию σ^2_{η} определяющего параметра до ее значения при $t = m_t$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2_{\omega} &= \frac{\sigma^2_{\eta_{i+1}} - \sigma^2_{\eta_i}}{t_{i+1} - t_i} m_t + \frac{t_{i+1} \sigma^2_{\eta_i} - t_i \sigma^2_{\eta_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i}; \\ \sigma^2_a &= \frac{t_{i+1} \sigma^2_{\eta_i} - t_i \sigma^2_{\eta_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i}. \end{aligned} \right\} \quad (9-15)$$

Подставляя значения σ^2_a и σ^2_{ω} согласно (9-15) в (9-12) с учетом (8-11), получаем:

$$\sigma_t = \frac{\sqrt{(t_{i+1} - t_i) \left[\frac{1}{2} (\sigma^2_{\eta_{i+1}} - \sigma^2_{\eta_i}) m_t + t_{i+1} \sigma^2_{\eta_i} - t_i \sigma^2_{\eta_{i+1}} \right]}}{m_{\eta_{i+1}} - m_{\eta_i}} \quad (9-16)$$

Вычислив по формулам (9-14) и (9-16) значения m_t и σ_t , можно найти вероятность безотказной работы p изделия за время $(0, t_i)$:

$$p = 0,5 - \Phi \left(\frac{t - m_t}{\sigma_t} \right),$$

где $\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа.

Задаваясь несколькими значениями t , можно вычислить и построить функцию надежности $p(t)$.

Если в процессе работы или хранения имеется возможность повторять измерения значений параметров объектов, то изложенный выше способ можно применить многократно. При этом путем последовательных приближений можно получать все более точные результаты вычислений.

Следует заметить, что в литературе встречаются утверждения о том, что отказы за счет износа дают, как правило, нормальное распределение наработки до отказа.

Однако экспериментальные данные или хотя бы физические соображения при этом не приводятся. По-видимому, эти утверждения справедливы далеко не всегда. Более того, опубликованные экспериментальные распределения наработки до отказа изнашивающихся деталей обычно бывают асимметричными модальными.

в) Особенности вычисления показателей надежности объектов с векторными определяющими параметрами

В момент времени t_i объект с векторным определяющим параметром характеризуется системой случайных величин $\eta_{1i}, \eta_{2i}, \dots, \eta_{hi}$. Обозначим независимые между собой критические значения параметров, при которых объект считается вышедшим из строя (границы допусков), через $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_h$. Тогда вероятность G_i того, что в момент времени t_i объект будет работоспособен, равна вероятности совместного выполнения неравенств $\eta_{1i} > \omega_1, \eta_{2i} > \omega_2, \dots, \eta_{hi} > \omega_h$, т. е.

$$G_i = \int_{\omega_1}^{\infty} \int_{\omega_2}^{\infty} \dots \int_{\omega_h}^{\infty} f_i(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_h) d\eta_1 d\eta_2 \dots d\eta_h, \quad (9-17)$$

где $f_i(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_h)$ — плотность распределения случайного вектора η_i с составляющими $\eta_{1i}, \eta_{2i}, \dots, \eta_{hi}$.

На практике трудно ожидать, что будет рассматриваться векторный определяющий параметр более чем с тремя составляющими. Это определяется математическими трудностями исследования и тем фактом, что объект обычно достаточно полно характеризуется векторной случайной функцией с малым числом составляющих.

В некоторых задачах составляющие нормально распределенного векторного линейного случайного процесса $\eta(t)$ коррелированы столь слабо, что их можно считать несвязанными и соответственно независимыми. Тогда интеграл (9-17) распадается на произведение интегралов:

$$G_i = G_{1i} G_{2i} \dots G_{hi} = \int_{\omega_1}^{\infty} f_{1i}(\eta_1) d\eta_1 \int_{\omega_2}^{\infty} f_{2i}(\eta_2) d\eta_2 \dots \int_{\omega_h}^{\infty} f_{hi}(\eta_h) d\eta_h, \quad (9-18)$$

где $f_{1i}(\eta_1), \dots, f_{hi}(\eta_h)$ — плотности нормального распределения составляющих случайного вектора η_i :

$$f_{vi}(\eta_v) = \frac{1}{\sigma_{\eta_{vi}} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\eta_v - m_{\eta_{vi}})^2}{2\sigma_{\eta_{vi}}^2} \right]; \quad (9-19)$$

здесь $m_{\eta_{vi}}$ — математическое ожидание v -го определяющего параметра объекта в момент времени или наработки t_i ; $\sigma_{\eta_{vi}}$ — среднее квадратическое отклонение v -го определяющего параметра в момент времени или наработки t_i .

При нормальных законах распределения $f_{vi}(\eta_v)$ формулу (9-18) можно переписать в виде

$$G_i = [0,5 - \Phi(u_{1i})] \dots [0,5 - \Phi(u_{hi})], \quad (9-20)$$

где

$$u_{vi} = \frac{\omega_v - m_{\eta_{vi}}}{\sigma_{\eta_{vi}}}. \quad (9-21)$$

Для векторного определяющего параметра с независимыми составляющими плотность распределения наработки до отказа в соответствии с (9-5)

$$f_{\omega}(t_i) = - \left[\frac{dG_1}{dt} G_2 \dots G_h + \frac{dG_2}{dt} G_1 G_3 \dots G_h + \dots + \frac{dG_h}{dt} G_1 G_2 \dots G_{h-1} \right]_{t=t_i}. \quad (9-22)$$

Так как обычно для изделий с не очень большим сроком службы значения G_1, \dots, G_h мало отличаются от единицы, то

$$f_{\omega}(t_i) \approx - \sum_{v=1}^h \frac{dG_v}{dt} \Big|_{t=t_i}. \quad (9-23)$$

Используя (9-23), можно в принципе получить аналитическое выражение для закона распределения наработки до отказа. Однако в общем случае это выражение будет очень громоздким. Поэтому плотность распределения наработки до отказа иногда удобно определять средним значением $[f_i]_{cp}$ на каждом из интервалов (t_i, t_{i+1}) . В соответствии с (9-23)

$$f_i \approx \sum_{v=1}^h \frac{G_{vi} - G_{v(i+1)}}{t_{i+1} - t_i}. \quad (9-24)$$

Для нормально распределенного векторного определяющего параметра формулу (9-24) удобно выразить

через нормированную функцию Лапласа:

$$f_i = \sum_{v=1}^h \frac{\Phi(u_{v(i+1)}) - \Phi(u_{vi})}{t_{i+1} - t_i}, \quad (9-25)$$

где u_v определяется согласно (9-21).

Таким образом, для получения закона распределения наработки до отказа $f(t)$ изделия с нормально распределенным векторным определяющим параметром, имеющим независимые составляющие, необходимо найти характеристики $m_{\eta_v}(t)$ и $\sigma_{\eta_v}(t)$ векторной линейной случайной функции $\eta(t)$, затем найти по формулам (9-21), (9-25) значения f_i для различных интервалов наработки (t_i, t_{i+1}) . По вычисленным значениям f_i строится гистограмма, которая сглаживается непрерывной кривой.

Вопрос о корреляции между составляющими векторного случайного процесса изменения определяющего параметра в настоящее время исследован недостаточно. Согласно экспериментальным данным ряда исследователей между значениями параметров электрических элементов могут иметься значительные коэффициенты корреляции.

При наличии корреляции между составляющими векторного случайного процесса $\eta(t)$ аналитические методы вычисления закона распределения наработки до отказа объектов становятся сложными. В этом случае целесообразно применять метод вероятностного моделирования.

9-2. ОСОБЕННОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПРИ РАЗРЕГУЛИРОВАНИИ И ОДНОЙ ГРАНИЦЕ ДОПУСКА

В некоторых объектах имеются характеристики, которые можно и желательно периодически устанавливать равными номинальным значениям. Это можно производить как использованием специальных регулировочных приспособлений, так и заменой отдельных деталей. Наличие двух видов характеристик (нерегулируемые и регулируемые) определяют два вида профилактических воздействий на объекты в процессе их эксплуатации:

1) профилактические осмотры с целью предсказания безотказной работы до следующего профилактического

осмотра; при этом должна получаться информация о состоянии объектов и ожидаемом изменении их нерегулируемых характеристик;

2) профилактические работы с целью повышения надежности объектов; эти работы состоят в проверке состояния объектов и регулировке их характеристик.

При назначении сроков проведения профилактических работ приходится учитывать много различных факторов: наличие и квалификацию специалистов, экономическую целесообразность проведения этих работ и т. д.

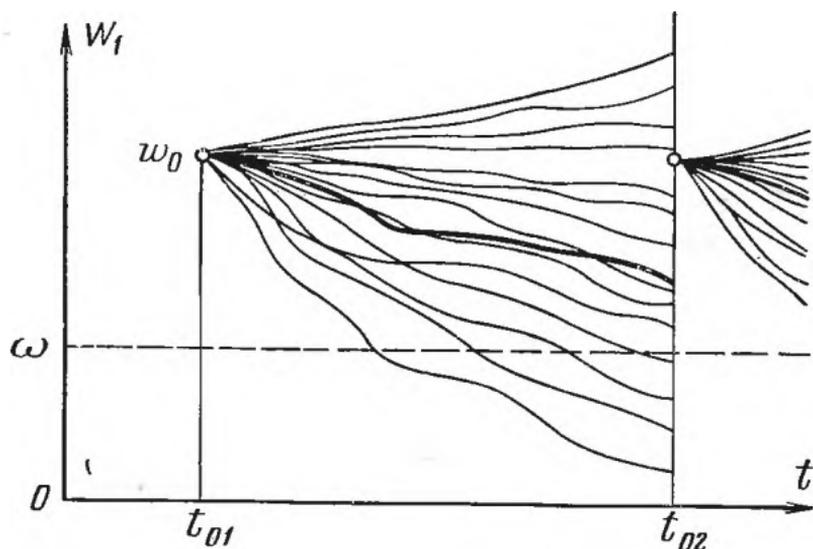


Рис. 9-2. Реализации случайного процесса разрегулирования объектов.

Поэтому проблема алгоритмизации назначения сроков проведения профилактических работ является весьма сложной и может рассматриваться в различных аспектах. Однако при любом рассмотрении этой проблемы всегда необходимо учитывать надежность объекта и влияние на нее профилактических работ.

Будем рассматривать лишь ход и результаты процесса разрегулирования, отвлекаясь от причин и физической сущности процесса. Среди нескольких регулируемых характеристик объекта обычно можно выбрать основную характеристику, которая в основном определяет необходимость проведения профилактической работы. Назовем эту характеристику регулируемым определяющим параметром. Примеры регулируемых определяющих параметров: точность, быстроедействие,

чувствительность, натяжение пружины, чистота масляного фильтра, острота лезвия ножа и т. д.

При проведении профилактической работы регулируемый определяющий параметр объекта в момент t_{01} (рис. 9-2) устанавливается равным некоторому неслучайному номинальному значению ω_0 . При дальнейшей эксплуатации объекта этот параметр случайно изменяется. Таким образом, регулируемый определяющий параметр является полюсной случайной функцией наработки $W_1(t)$, все реализации которой проходят через одну неслучайную точку — полюс (ω_0, t_{01}) (рис. 9-2). При следующей профилактической работе, при достижении наработки t_{02} во всех эксплуатируемых объектах опять устанавливается начальное значение параметра ω_0 и случайный процесс разрегулирования повторяется вновь.

К рассмотрению этого предельного случая могут быть сведены различные частные задачи, связанные или с неточной регулировкой значения ω_0 , или регулировкой значений определяющих параметров только тех изделий, у которых эти значения выходят за назначенный уровень, и т. д.

При нахождении распределения наработки до отказа $f(t)$ по характеристикам процесса разрегулирования удобно аппроксимировать полюсную случайную функцию $W_1(t)$ веерной случайной функцией $W(t)$ вида

$$W(t) = \omega_0 + Bt, \quad (9-26)$$

где скорость разрегулирования B является случайной величиной, а t отсчитывается от момента проведения профилактической работы.

Линеаризация случайного процесса разрегулирования изделий осуществляется так же, как для процесса изнашивания изделий. Для определения числовых характеристик m_b и σ_b , приближенно описывающих процесс разрегулирования, необходимо хотя бы при одном значении наработки измерить значения регулируемого определяющего параметра у многих однотипных изделий. Кроме того, при этом надо знать момент проведения (t_0) и результат (ω_0) предыдущей профилактической работы.

Обычно значения скорости изменения параметра ограничены нижним b_1 и верхним b_2 пределами. Поэтому приходится рассматривать усеченное нормальное

распределение скорости изменения параметра

$$\bar{f}(b) = cf(b) = \frac{c}{\sigma_b \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(b - m_b)^2}{2\sigma_b^2} \right] \quad (9-27)$$

при $b_1 \leq b \leq b_2$.

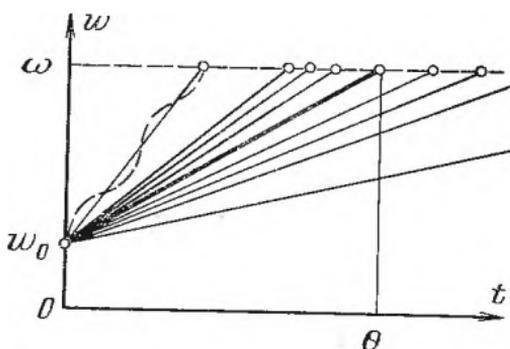
В (9-27) нормирующий множитель

$$c = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)}, \quad (9-28)$$

где

$$u_1 = \frac{b_1 - m_b}{\sigma_b}; \quad u_2 = \frac{b_2 - m_b}{\sigma_b}. \quad (9-29)$$

Регулируемый определяющий параметр может достигнуть критического значения (границы) ω , при котором объект считается неработоспособным. Точки пересечения реализаций $w(t)$ случайного процесса с линией



$w = \omega$ соответствуют отказам объектов. Часто встречается случай, когда все реализации полуслучайного процесса $W(t)$ стремятся к границе поля допуска. Очевидно, что распределение наработки до отказа при ограниченном сверху поле допуска (рис. 9-3), и при ограниченном снизу поле допуска совпадают, если запас параметра в обоих случаях одинаков и полуслучайные процессы изменения определяющего параметра одинаково распределены. Поэтому будем в дальнейшем понимать под B абсолютную величину скорости изменения параметра. Рассмотрим при этих условиях распределение величины

Рис. 9-3. К вопросу о возникновении отказов изделий из-за разрегулирования при одной неслучайной границе поля допуска.

$$T = \frac{|\omega - w_0|}{B}. \quad (9-30)$$

Случайная величина T является функцией случайной величины B , имеющей усеченное нормальное распределение. Применив правило получения законов распределения функций случайных аргументов, получим плотность распределения T :

$$f(t) = \frac{|\omega - w_0| c}{\sigma_b t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{|\omega - w_0|}{\sigma_b t} - \frac{m_b}{\sigma_b} \right)^2 \right] \quad (9-31)$$

при $t_1 \leq t \leq t_2$, где

$$t_1 = \frac{|\omega - \omega_0|}{b_2}; \quad t_2 = \frac{|\omega - \omega_1|}{b_1}.$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{|\omega - \omega_0|}{\sigma_b}; \\ \alpha &= \frac{|mb|}{\sigma_b}. \end{aligned} \right\} \quad (9-32)$$

При обозначениях (9-32) распределение (9-31) имеет вид:

$$f(t) = \frac{c\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right], \quad (9-33)$$

где β называется относительным запасом долговечности, а α — относительной средней скоростью изменения параметра или коэффициентом однородности скорости изменения параметра. Параметр β имеет размерность наработки (времени), параметр α безразмерен.

Нормирующий множитель c в формуле (9-33) определяется согласно (9-28). При этом

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{\beta}{t_2} - \alpha; \\ u_2 &= \frac{\beta}{t_1} - \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9-34)$$

Распределение (9-33) будем для краткости условно называть альфа-распределением.

Периоды проведения профилактических работ зависят не только от надежности. При их назначении приходится учитывать организационные и другие соображения. При этом имеет смысл ограничить из соображений надежности диапазон возможных значений периодов наработки между профилактическими работами.

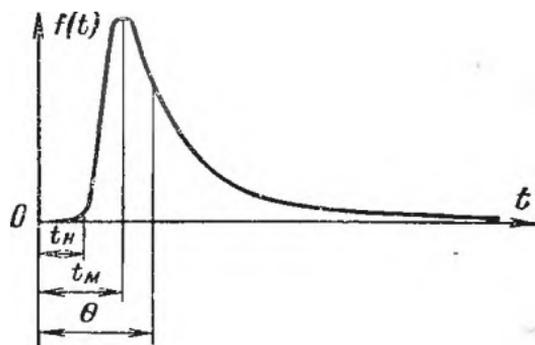


Рис. 9-4. Типичная кривая альфа-распределения.

t_H — наработка до начала массовых отказов; t_M — мода; θ — характеристическое время изменения параметра.

На рис. 9-4 изображена кривая альфа-распределения. На этой кривой указаны характерные точки альфа-распределения, к числу которых относится наработка до начала массовых отказов t_H . При $t=t_H$ начинается быстрый рост плотности распределения наработки до отказа. Поэтому целесообразно, чтобы период наработки между профилактиками не превышал t_H .

В § 1-2 уже говорилось, что возможны два вида определений t_H . Согласно одному из них величина t_H равна суммарной наработке с начала эксплуатации, при которой плотность распределения $f(t_H) \approx \lambda(t_H)$ впервые достигает критического значения $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$. Это критическое значение удобно задавать в долях δ от значения плотности распределения в точке моды $\delta f(t_M)$. При этом величину t_H для альфа-распределения можно найти из уравнения

$$f(t_H) = \delta f(t_M), \quad (9-35)$$

где t_M — мода.

Введем обозначение $g_H = t_H/\beta$. При этом может быть найдена зависимость $g_H(\alpha)$ в виде графика или аналитического выражения. Нарботка до начала массовых отказов

$$t_H = \beta g_H(\alpha). \quad (9-36)$$

Второй вид определений величины t_H не связан с достижением определенного значения плотности распределения $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$, а учитывает лишь особенности левой ветви альфа-распределения. Здесь также возможны два определения t_H . Во-первых, наработку t_H можно определить как точку, в которой ускорение изменения плотности распределения максимально. При этом значение t_H можно найти как наименьший положительный корень уравнения

$$\frac{d^3 f(t)}{dt^3} = 0. \quad (9-37)$$

Уравнение (9-37) сводится к алгебраическому уравнению шестой степени. В результате его решения получена кривая $g_H(\alpha)$ (рис. 9-5), которая мо-

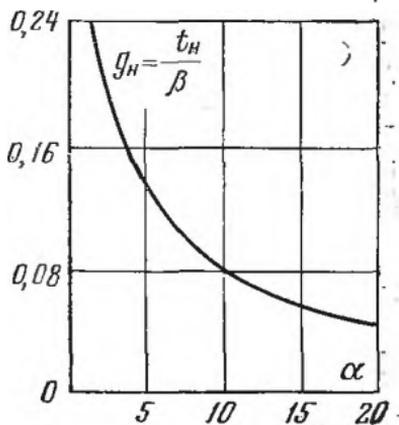


Рис. 9-5. Зависимость $g_H(\alpha)$.

жет быть приближенно описана формулой

$$g_H \approx 0,51 / \alpha.$$

Значения t_H можно также найти другим путем. Из уравнения

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 0 \quad (9-38)$$

находим ближайшую к началу координат точку перегиба t_H кривой $f(t)$ (рис. 9-6). Уравнение (9-38) сводится к алгебраическому уравнению четвертой степени. Далее находим угловой коэффициент касательной в точке перегиба t_H . Для этого вычисляем:

$$\gamma = \operatorname{tg} \xi = \left[\frac{df(t)}{dt} \right]_{t=t_H}$$

Точку t_H найдем как пересечение касательной к кривой $f(t)$ в точке t_H с осью абсцисс (рис. 9-6). При этом

$$t_H = t_H - \frac{f(t_H)}{\gamma}, \quad (9-39)$$

где $f(t_H)$ — значение плотности распределения $f(t)$ при $t=t_H$.

Найденные таким путем зависимости значений t_H от числовых характеристик α , β при $\alpha > 1,5$ практически совпадают со значениями, вычисленными по уравнению (9-37).

Таким образом, измерив в момент проведения профилактической работы значения регулируемого определяющего параметра однотипных объектов, можно проверить, не превышает ли период наработки до проведения следующей профилактики значения t_H . Для этого вычисляются значения m_b , σ_b , затем значения α , β и по формуле (9-36) и графику рис. 9-5 находятся значения t_H .

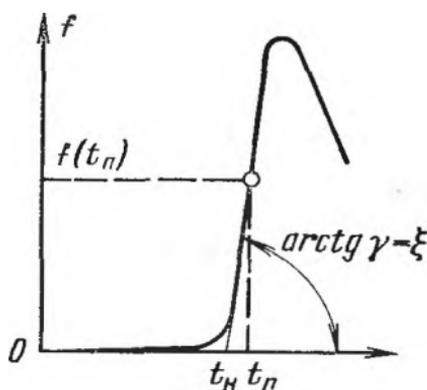


Рис. 9-6. К вопросу о вычислении значений наработки до начала массовых отказов.

9.3. СВОЙСТВА АЛЬФА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Альфа-распределение характерно не только для отказов из-за разрегулирования объектов. Часто можно пренебречь разбросом начальных значений параметра и

считать случайной величиной лишь среднюю (по времени или наработке) скорость изменения этого параметра. При одной границе поля допуска такая модель приводит к альфа-распределению наработки до отказа. Это распределение удобно использовать также в тех инженерных исследованиях, в которых рассматривается время прихода в определенное состояние.

Альфа-распределение отличается от описанных в гл. 1 теоретических распределений тем, что его параметры α , β характеризуют процесс приближения к рассматриваемому состоянию (например, состоянию достижения определяющим параметром границы поля допуска).

Значение функции надежности, соответствующее наработке t_i , при альфа-распределении наработки до отказа будет:

$$p(t_i) = 1 - c \int_{t_i}^{t_i} f(t) dt = 1 - \frac{c\beta}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{t_i}^{t_i} \frac{1}{t^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right] dt. \quad (9-40)$$

Применив подстановку

$$z = \frac{\beta}{t} - \alpha, \quad (9-41)$$

после преобразований получим:

$$p(t_i) = \frac{\Phi(z_i) - \Phi(u_1)}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)} = c [\Phi(z_i) - \Phi(u_1)], \quad (9-42)$$

где u_1 , u_2 определены согласно (9-29) или (9-34).

Значение функции распределения (функции ненадежности) можно найти по формуле

$$q(t_i) = \frac{\Phi(u_2) - \Phi(z_i)}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)} = c [\Phi(u_2) - \Phi(z_i)], \quad (9-43)$$

вытекающей из (9-42).

Наиболее часто встречается случай, когда возможны любые положительные либо любые отрицательные значения скорости изменения параметра. При этом зависимости отношений \bar{m}_b/m_b , $\bar{\sigma}_b/\sigma_b$ и c от α аналогичны соответствующим зависимостям, приведенным на рис. 1-7.

Из рис. 1-7 следует, что при $\alpha \geq 2$ значение c мало отличается от единицы, и можно считать, что $\bar{m}_b \sim m_b$, $\bar{\sigma}_b \sim \sigma_b$. При $b_1=0$, $b_2=\infty$ формула (9-42) имеет вид:

$$P(t_i) = \frac{\Phi(z_i) + \Phi(\alpha)}{0,5 + \Phi(\alpha)}. \quad (9-44)$$

Для $\alpha \geq 2$ обычно можно считать:

$$P(t_i) \approx 0,5 + \Phi(z_i) \quad (9-45)$$

и соответственно

$$q(t_i) \approx \frac{1}{2} - \Phi(z_i). \quad (9-46)$$

Может встречаться симметричное усечение с размахом $2\Delta b$.

Таблица 9-1

$\Delta b/\sigma_b$	1	1,5	2	2,5	3
c_1	1,465	1,154	1,047	1,013	1,003
$\bar{\sigma}_b/\sigma_b$	0,539	0,743	0,880	0,955	0,986

В табл. 9-1 приведены зависимости нормирующего множителя c_1 при симметричном усечении и отношения средних квадратических отклонений $\bar{\sigma}_b/\sigma_b$ от относительного размаха усечения $\Delta b/\sigma_b$.

На практике обычно $\Delta b/\sigma_b > 2,5$. При этом можно полагать $c_1 \approx 1$, $\bar{\sigma}_b \approx \sigma_b$.

Таким образом, обычно можно считать $c=1$ и применять альфа-распределение вида

$$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right].$$

В ряде случаев может оказаться удобной другая форма записи альфа-распределения:

$$f(t) = \frac{\theta \alpha}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\theta \alpha^2}{2} \left(\frac{\theta}{t} - 1 \right)^2 \right] \quad (9-47)$$

где

$$\theta = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{|\omega - \omega_0|}{m_b}. \quad (9-48)$$

Значение величины θ , которую назовем характеристической наработкой или характеристическим временем изменения параметра, приближенно равно значению медианы альфа-распределения. Из рис. 9-3 следует, что θ является абсциссой точки пересечения прямых $m_w(t)$ и $\omega = \text{const}$. При $t = \theta$ имеем $z = 0$. На основании (9-47) при $\alpha \geq 2$ можно считать, что $q(\theta) \approx 0,5$, т. е. θ является медианой альфа-распределения.

При $t = 0$ плотность распределения $f(t) = 0$; при $t = \infty$ также $f(t) = 0$.

Из уравнения

$$\frac{df(t)}{dt} = 0$$

находим моду t_M , т. е. значение t , при котором плотность распределения максимальна:

$$t_M = \frac{\beta}{4} (\sqrt{\alpha^2 + 8} - \alpha). \quad (9-49)$$

Согласно (9-49)

$$\alpha = \frac{\beta}{t_M} - 2 \frac{t_M}{\beta}.$$

При $\alpha \geq 2$ существует приближенная зависимость

$$t_M f(t_M) \approx 0,4\alpha. \quad (9-50)$$

При $t = \theta$ плотность распределения равна:

$$f(\theta) = \frac{\alpha}{\theta \sqrt{2\pi}},$$

поэтому

$$\theta f(\theta) = 0,3989\alpha \approx 0,4\alpha. \quad (9-51)$$

Так как при любых α

$$\frac{t_M}{\theta} = \frac{\alpha}{4} (\sqrt{\alpha^2 + 8} - \alpha) < 1,$$

то всегда $t_M < \theta$.

Зависимости (9-50) и (9-51) во многих случаях облегчают выравнивание статистических распределений.

Иногда удобно пользоваться относительными характеристиками

$$g_n = \frac{t_n}{\beta}; \quad g_M = \frac{t_M}{\beta}; \quad g_\theta = \frac{\theta}{\beta} = \frac{1}{\alpha}.$$

Эти относительные характеристики зависят лишь от α (рис. 9-5 и 9-7).

Параметрическую надежность в ряде случаев целесообразно характеризовать не параметрами α , β , а другими числовыми характеристиками альфа-распределения.

При исследовании надежности очень часто интересуются лишь левой ветвью кривой распределения наработки до отказа. Поэтому в качестве характеристик параметрической надежности часто удобно применять время t_H , прошедшее до начала массовых отказов, и среднюю скорость γ роста плотности распределения наработки до отказа после t_H (рис. 9-6). Эти числовые характеристики имеют ясный физический смысл и легко определяются по экспериментальным данным.

Существует приближенное соотношение

$$\gamma \approx \frac{\varphi(\alpha)}{\beta^2}.$$

Зависимость $\varphi(\alpha)$ приведена на рис. 9-8,а. Учитывая (9-36), имеем:

$$t_H^2 \gamma \approx g^2_H(\alpha) \varphi(\alpha), \quad (9-52)$$

т. е. произведение $t_H^2 \gamma$ зависит лишь от α . Эта зависимость изображена на рис. 9-8,б. Для грубо приближенных расчетов можно принять:

$$t_H^2 \gamma \approx 0,2\alpha^2. \quad (9-53)$$

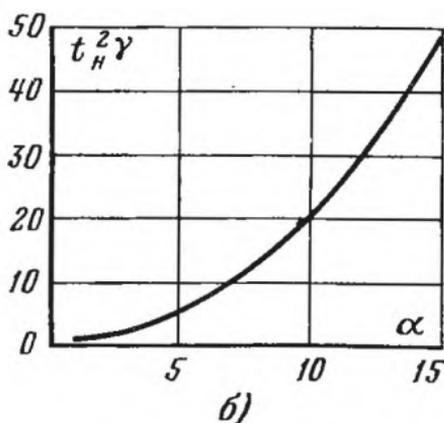
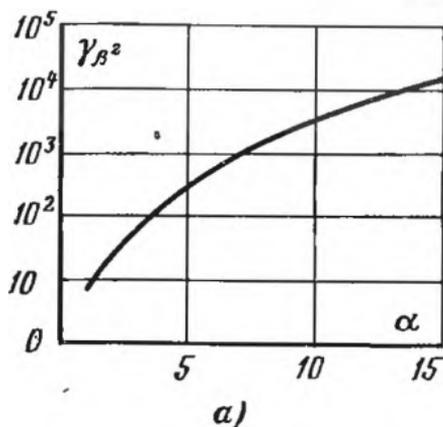


Рис. 9-8. Графики зависимости произведений $\gamma\beta^2$ и γt_H^2 от α .

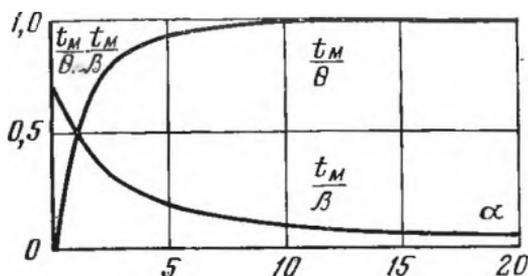


Рис. 9-7. Графики зависимости от отношений t_M/θ и t_M/β от α .

Рисунок 9-9 показывает влияние параметров α и β на вид кривой распределения. При увеличении β и при уменьшении α кривая распределения становится более пологой и асимметричной.

Для составления таблиц альфа-распределения можно воспользоваться подстановкой $y=t/\beta$. При этом альфа-распределение записывается в виде

$$f(t) = \frac{\varphi(y)}{\beta};$$

$$\varphi(y) = \frac{1}{y^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{y} - \alpha \right)^2 \right]. \quad (9-54)$$

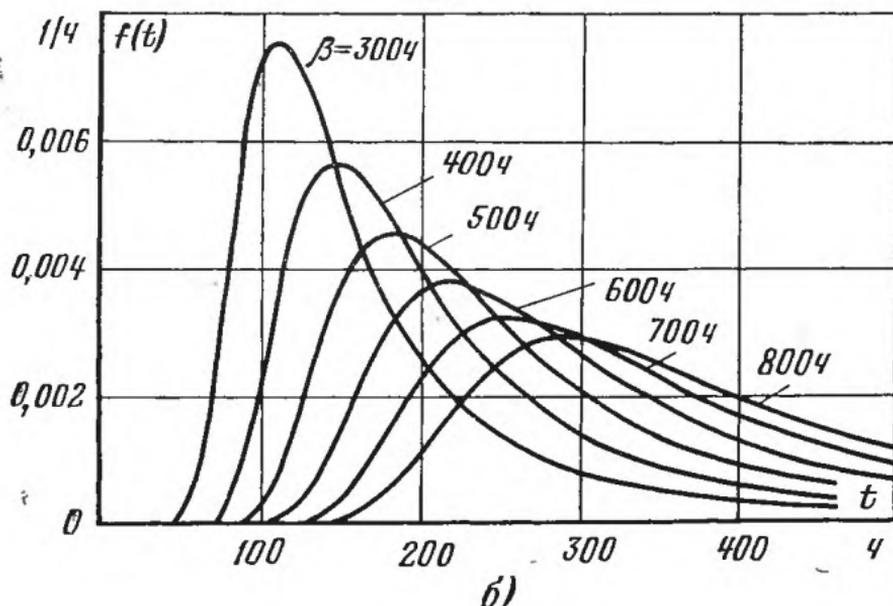
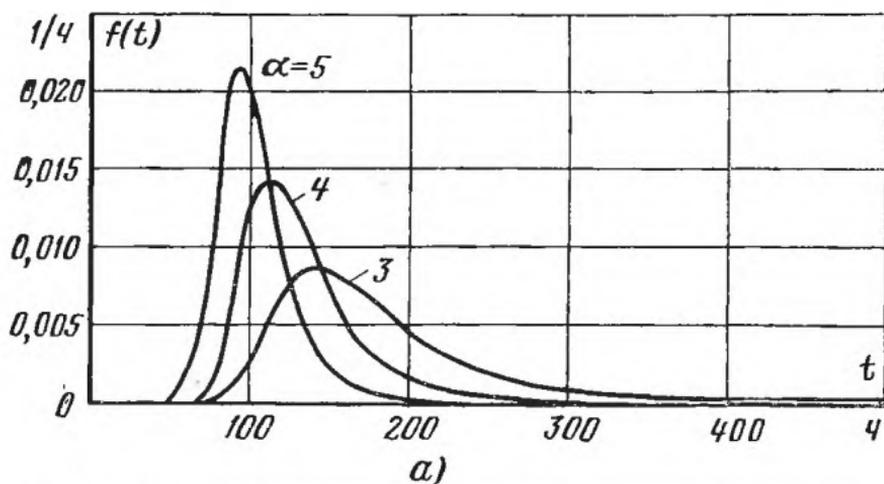


Рис. 9-9. Кривые альфа-распределения.

a — при $\beta=500$ ч и различных α ; b — при $\alpha=2$ и различных β .

Для функции $\varphi(y)$ составлены таблицы с двумя входами (y, α) [18]. Практически эти таблицы используются следующим образом: для определения плотности альфа-распределения при $t=t_i$ делим значение t_i на β и со значением $y=t_i/\beta$ входим в таблицу $\varphi(y)$. Полученное из таблицы значение $\varphi(y)$ опять делим на β .

При практическом применении альфа-распределения часто возникает необходимость в определении квантили t_q , соответствующей заданному значению q функции распределения:

$$\text{Вер}\{t < t_q\} = q.$$

Таблица квантилей альфа-распределения для случая, когда возможны любые положительные значения случайной величины, приведена в приложении IV, где даны значения $y_q = t_q/\beta$, соответствующие заданным значениям q и α .

Таким образом, для получения квантили t_q найденное из таблицы значение y_q необходимо умножить на β .

Таблица составлена следующим образом. Для области возможных значений $(0, \infty)$ случайной величины T формула (9-43) имеет вид:

$$q(t_i) = \frac{0,5 - \Phi(z_i)}{0,5 + \Phi(\alpha)}. \quad (9-55)$$

Из (9-55) имеем:

$$\Phi(z_i) = 0,5(1 - q_i) - q_i\Phi(\alpha). \quad (9-56)$$

По формуле (9-56) находились значения z , соответствующие заданным q . Затем вычислялись значения y_q по формуле

$$y_q = \frac{1}{z_q + \alpha},$$

вытекающей из (9-41).

В заключение укажем, что три характерные точки альфа-распределения (t_H, t_M, θ) обладают следующими общими свойствами:

- 1) значения t_H, t_M, θ линейно зависят от β ;
- 2) произведение каждой из этих характеристик на значение соответствующей плотности распределения зависит только от α ;
- 3) если возможны любые (одного знака) значения скорости изменения параметра, то значения функции надежности в точках t_H, t_M, θ не зависят от β .

Таким образом, свойства рассматриваемого распределения во многом зависят от α — коэффициента однородности скорости изменения параметра. Отсюда альфа-распределение и получило свое название.

Найдем приближенные выражения для математического ожидания и дисперсии альфа-распределения. Для этого заменим зависимость (9-30) приближенной зависимостью

$$T \approx \frac{|\omega - \omega_0|}{\bar{m}_b} - \frac{|\omega - \omega_0| (B - \bar{m}_b)}{\bar{m}_b^2} + \frac{|\omega - \omega_0| (B - \bar{m}_b)^2}{\bar{m}_b^3} - \frac{|\omega - \omega_0| (B - \bar{m}_b)^3}{\bar{m}_b^4}, \quad (9-57)$$

получающейся, если в разложении функции $t = |\omega - \omega_0|/b$ в ряд Тейлора оставить первые четыре члена. Применяя к зависимости (9-57) теоремы о числовых характеристиках случайных величин, получаем:

$$\bar{m}_t \approx \frac{\bar{\beta}}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right); \quad (9-58)$$

$$\bar{\sigma}_t^2 \approx \frac{\bar{\beta}^2}{\alpha^4} \left(1 + \frac{8}{\alpha^2} \right) \quad (9-59)$$

или

$$\bar{\sigma}_t \approx \frac{\sqrt{\alpha^2 + 8}}{\alpha^3} \bar{\beta}. \quad (9-60)$$

Формулами (9-58) — (9-60) можно пользоваться лишь при значительных α . При малых α ($\alpha < 4$) формулы дают сильно заниженные значения \bar{m}_t и $\bar{\sigma}_t^2$. Черточки над $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ означают, что при вычислении этих характеристик использованы значения \bar{m}_b , $\bar{\sigma}_b$.

Из (9-58) и (9-60) имеем приближенное соотношение

$$\frac{\bar{m}_t}{\bar{\sigma}_t} \approx \frac{\alpha^2 + 1}{\sqrt{\alpha^2 + 8}}. \quad (9-61)$$

Точность формул (9-58) — (9-60) зависит от диапазона $(0, t_m)$ возможных значений T . На рис. 9-10 приведены зависимости от α относительных погрешностей при вычислении математического ожидания \bar{m}_t и среднего квадратического отклонения $\bar{\sigma}_t$ по приближенным фор-

мулам (9-58), (9-60) при различных $t_m = t_{\max}$. Для построения графиков рис. 9-10 вычислялись «точные» значения \bar{m}_t , σ_t , приближенные значения \bar{m}_t^* , σ_t^* и находились относительные погрешности

$$\frac{\Delta \bar{m}_t}{\bar{m}_t} = \frac{\bar{m}_t^* - \bar{m}_t}{\bar{m}_t}; \quad \frac{\Delta \sigma_t}{\sigma_t} = \frac{\sigma_t^* - \sigma_t}{\sigma_t}$$

при различных α для нескольких значений t_{\max} .

«Точные» значения \bar{m}_t и σ_t находились численным методом.

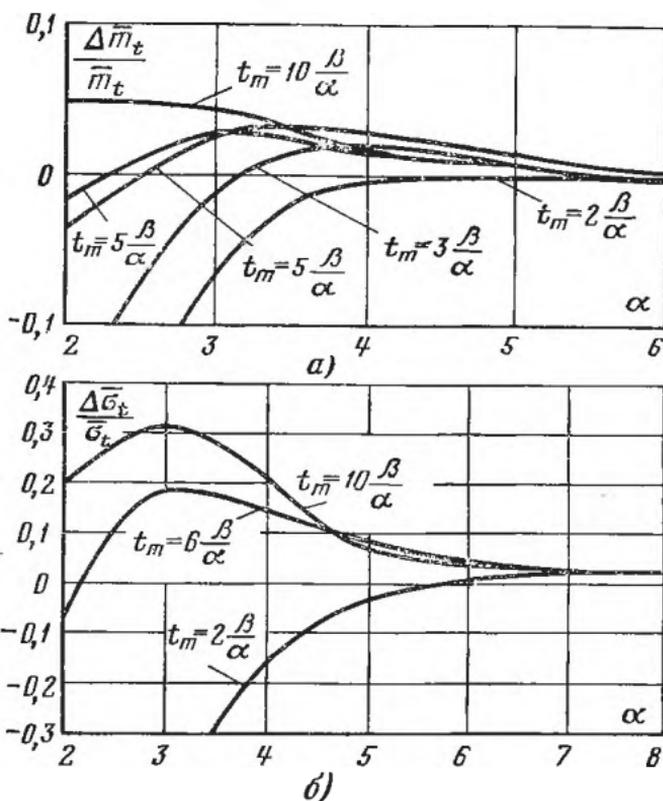


Рис. 9-10. Относительные ошибки при вычислении моментов усеченного на интервале $(0, t_{\max})$ альфа-распределения по приближенным формулам.

а — при вычислении математического ожидания по формуле (9-58); б — при вычислении среднего квадратического отклонения по формуле (9-60).

На рис. 9-11 изображены зависимости отношения \bar{m}_t / σ_t от α при $t_{\min} = 0$ и различных значениях t_{\max} . Пунктиром показана соответствующая приближенная зависимость, вычисленная по формуле (9-61).

Чтобы приближенно (т. е. по небольшому числу точек) построить альфа-распределение, необходимо найти

характерные точки этого распределения и значения плотности или функции распределения в этих точках. Кроме указанных выше трех характеристик положения t_H , t_M , θ , для приближенного построения альфа-распределения можно использовать также точки 2θ и иногда 3θ . При вычислении этих характеристик положения применяются формулы (9-33), (9-48), (9-50), (9-51) и соответствующие

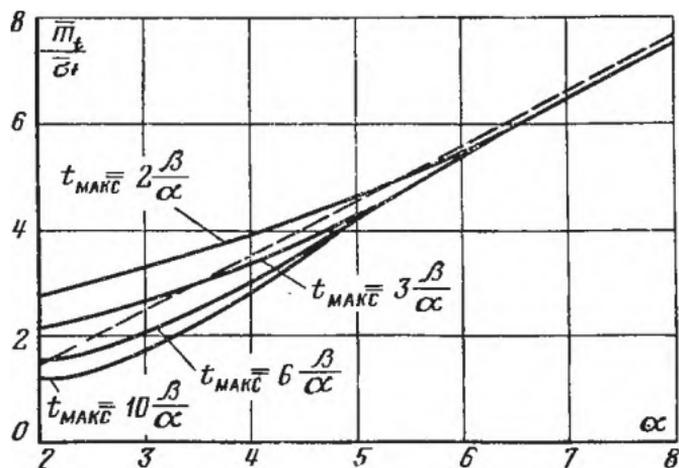


Рис. 9-11. Значения отношения $\bar{m}_t/\bar{\sigma}_t$ при различных α для усеченного на интервале $(0, t_{\max})$ альфа-распределения.

щие графики. Значения плотности распределения в указанных точках равны:

$$f(t_H) \approx 0;$$

$$f(t_M) \approx \frac{0,4\alpha}{t_M} \text{ при } \alpha > 2;$$

$$f(\theta) \approx \frac{0,4\alpha}{\theta};$$

$$f(2\theta) \approx \frac{0,1}{\theta} \alpha \exp(-0,125\alpha^2);$$

$$f(3\theta) \approx \frac{1}{\theta} \cdot 0,044\alpha \exp\left(-\frac{2}{9}\alpha^2\right).$$

Вычисленные по этим формулам ординаты кривой распределения умножаются на нормирующий множитель c , вычисляемый согласно (9-28). Как уже указывалось выше, при $\alpha > 2$, $t_1=0$ $t_2=\infty$ можно считать $c \approx 1$.

Плотность распределения при $t=2\theta$ и тем более при $t=3\theta$ очень быстро падает с ростом α . Уже при $\alpha=4$ плотность распределения $f(2\theta)$ почти в 30 раз меньше,

чем $f(\theta)$, при $\alpha=5$ — более чем в 80 раз меньше и т. д. Поэтому при $\alpha > 5$ обычно можно считать $f(2\theta) \approx 0$.

Для приближенного построения функции надежности примем, что $p(t_n) = 1 - q(t_n) \approx 1$. Значения функции надежности в остальных точках можно найти по (9-42) при

$$z_m = \frac{4}{\sqrt{\alpha^2 + 8}} - \alpha;$$

$$z_\theta \approx 0;$$

$$z_{20} = -0,5\alpha;$$

$$z_{30} = -\frac{2}{3}\alpha.$$

На рис. 9-12 приведены зависимости от α значений функции распределения в точках $t=\theta$ (кривая 1) и $t=t_m$

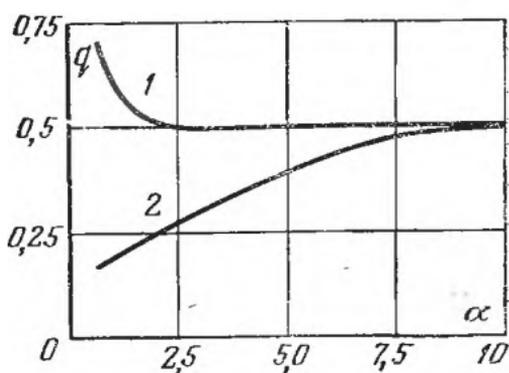


Рис. 9-12. Зависимость от α значений функции распределения $q(t)$ при $t=\theta$ (кривая 1) и при $t=t_m$ (кривая 2).

$t=t_m$ (кривая 2) при любых возможных (положительных) значениях скорости изменения параметра (т. е. $t_1=0$, $t_2=\infty$).

9-4. НАДЕЖНОСТЬ ОБЪЕКТОВ С РЕГУЛИРУЕМЫМ ОПРЕДЕЛЯЮЩИМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ ДВУХ ГРАНИЦАХ ПОЛЯ ДОПУСКА

При двух границах поля допуска ω_1 и ω_2 объект остается работоспособным в течение наработки t_i , если за это время определяющий параметр остается в пределах поля допуска. (Наработка отсчитывается от момента t_0 установки номинального значения ω_0). Если пренебречь усеченностью нормального распределения значений регулируемого определяющего параметра, то при линейном случайном процессе $\eta(t)$ вероятность $G_\omega(t_i)$ того, что объект в момент времени t_i работоспособен,

т. е. значения параметра лежит в пределах (ω_1, ω_2) , будет по аналогии с (9-2):

$$G_{\omega}(t_i) = - \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{V 2\pi \sigma_{\omega}(t_i)} \exp \left\{ - \frac{[\omega - m_{\omega}(t_i)]^2}{2\sigma_{\omega}^2(t_i)} \right\} d\omega. \quad (9-62)$$

Подставив в (9-62) значения $m_{\omega}(t)$ и $\sigma_{\omega}(t)$ веерного случайного процесса, дифференцируя полученное выражение по времени и учитывая, что $\omega_1 < \omega_0$, $\omega_2 > \omega_0$, получаем после преобразований распределение наработки до отказа:

$$f(t) = \frac{1}{t^2 V 2\pi} \left\{ \beta_2 \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_2}{t} - \alpha \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \beta_1 \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_1}{t} + \alpha \right)^2 \right] \right\}, \quad (9-63)$$

где обозначено

$$\alpha = \frac{m_b}{\sigma_b}; \quad \beta_1 = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\sigma_b}; \quad \beta_2 = \frac{\omega_2 - \omega_0}{\sigma_b}.$$

В § 9-4 под m_b и σ_b понимаются числовые характеристики скорости изменения параметра с учетом знака скорости (m_b может быть отрицательным).

Учитывая практически возможные случаи разрегулирования (рис. 9-13), можно записать распределение наработки до отказа так:

$$f(t) = \frac{1}{t^2 V 2\pi} \left\{ \alpha \theta_2 \exp \left[- \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{\theta_2}{t} - 1 \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \alpha \theta_1 \exp \left[- \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{\theta_1}{t} - 1 \right)^2 \right] \right\}, \quad (9-64)$$

где

$$\theta_1 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{m_b} = - \frac{\beta_1}{\alpha}; \quad \theta_2 = \frac{\omega_2 - \omega_0}{m_b} = \frac{\beta_2}{\alpha}.$$

В (9-64) всегда (кроме случая $m_b = 0$) одно из характеристических времен разрегулирования θ_1 и θ_2 отрицательно, т. е. является условным (рис. 9-13). Знак α совпадает со знаком θ_2 и противоположен знаку θ_1 . Когда средняя скорость разрегулирования $m_b = 0$, тогда $\alpha = 0$ и используется формула (9-63).

Кривая распределения наработки до отказа объектов при двух границах поля допуска похожа на кривую альфа-распределения. Ее положение и форма в основном определяются величиной положительного характеристического времени разрегулирования и значением α .

Кривую распределения наработки до отказа изделий при двух границах поля допуска удобно строить при помощи таблицы функции $\varphi(y)$. Используя подстановки

$$y_1 = \frac{t}{\beta_1}; \quad y_2 = \frac{t}{\beta_2}, \quad (9-65)$$

формулу (9-63) можно представить в виде

$$f(t) = \frac{\varphi(y_2)}{\beta_2} + \frac{\varphi_*(y_1)}{\beta_1},$$

где y_1 и y_2 определены согласно (9-65), а $\varphi_*(y_1)$ — значение функции $\varphi(y_1)$, определенной согласно (9-54), при обратном знаке α .

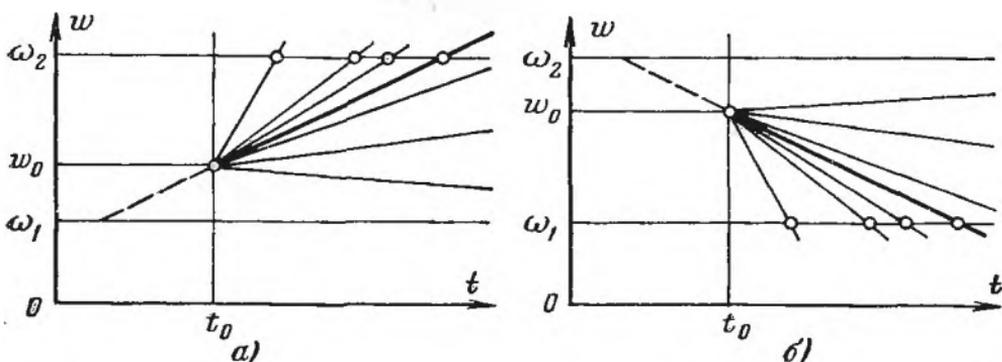


Рис. 9-13. Возможные случаи появления отказов из-за разрегулирования изделий при двух границах поля допуска.

a — при $m_b > 0$; b — при $m_b < 0$.

При двух границах поля допуска также существует наработка t_H , при достижении которой резко увеличивается плотность распределения наработки до отказа. Эту наработку можно найти, подставив в уравнение (9-37) выражение $f(t)$ согласно (9-63). Результаты расчета значений t_H при $\alpha=0$ приведены в табл. 9-2. Размерности t_H и β одинаковы.

Таблица 9-2

β_1	β_2				
	5	25	100	500	1000
5	1,525	1,525	1,525	1,525	1,525
25	1,525	7,62	7,62	7,62	7,62
100	1,525	7,62	30,5	30,5	30,5
500	1,525	7,62	30,5	152,5	152,5
1000	1,525	7,62	30,5	152,5	305,0

Функция надежности при двух границах поля допуска

$$p(t) = \Phi(z_1) + \Phi(z_2), \quad (9-66)$$

где

$$z_1 = \frac{\beta_1}{t} - \alpha = \left(\frac{\theta_1}{t} - 1 \right) \alpha; \quad (9-67)$$

$$z_2 = \frac{\beta_2}{t} - \alpha = \left(\frac{\theta_2}{t} - 1 \right) \alpha; \quad (9-68)$$

$\Phi(z)$ — нормированная функция Лапласа.

Распределение наработки до отказа объектов зависит от устанавливаемого при регулировке начального значения ω_0 определяющего параметра $W(t)$. При двух границах поля допуска может существовать оптимальное начальное значение ω^*_0 , для которого вероятность нахождения объектов в работоспособном состоянии в течение заданной наработки будет наибольшей.

Рассмотрим зависимость $p(z_1, z_2)$ согласно (9-66), где z_1 и z_2 определены согласно (9-67) и (9-68). Для фиксированного t значения z_1 и z_2 зависят от одной переменной ω_0 . Сумма $z_1 + z_2$ не зависит от ω_0 и равна:

$$z_1 + z_2 = \frac{\Delta\omega}{\sigma_b t} = c, \quad (9-69)$$

где через $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ обозначена разность границ поля допуска.

При условии (9-69) справедливо неравенство

$$2\Phi\left(\frac{c}{2}\right) \geq \Phi(z_1) + \Phi(z_2). \quad (9-70)$$

Справедливость неравенства (9-70) при условии (9-69) становится очевидной, если его переписать в виде

$$\Phi\left(\frac{c}{2}\right) - \Phi(z_1) \geq \Phi(z_2) - \Phi\left(\frac{c}{2}\right).$$

Применив неравенство (9-70) при условии (9-69) к (9-66), получим необходимое условие максимума функции $p(z_1, z_2)$:

$$z^*_1 = z^*_2 = \frac{\Delta\omega}{2\sigma_b t}. \quad (9-71)$$

Подставив в (9-71) значения z^*_1 и z^*_2 согласно (9-67), (9-68) и значения α и β , получим:

$$\omega^*_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) - m_b t. \quad (9-72)$$

Очевидно, что оптимальное начальное значение ω^*_0 имеет смысл устанавливать лишь при $\omega_2 > \omega_0 > \omega_1$. При этом в случае, когда \bar{m}_b положительно, $\omega^*_0 > \omega_1$, что дает

$$\frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1) - m_b t > \omega_1$$

или

$$t < \frac{\omega_2 - \omega_1}{2m_b} = \frac{\Delta\omega}{2m_b}$$

Аналогичное неравенство получим при отрицательном m_b . Объединяя эти два случая, имеем:

$$t < \frac{\Delta\omega}{2|m_b|} \quad (9-73)$$

В случае

$$t \geq \frac{\Delta\omega}{2|m_b|}$$

необходимо устанавливать ω_0 возможно ближе к ω_1 при положительной скорости разрегулирования m_b и возможно ближе к ω_2 при отрицательных значениях m_b . Однако при этом значение ω_0 выбирается таким образом, чтобы при возможном появлении кратковременных обратимых изменений параметра из-за изменений условий эксплуатации рассматриваемый объект оставался работоспособным.

Когда в процессе проведения предыдущей профилактической работы установлено оптимальное значение определяющего параметра ω^*_0 , то формула (9-66) принимает вид:

$$p(t_i) = 2\Phi(z^*), \quad (9-74)$$

где z^* определено согласно (9-71).

Таким образом, измерив в один из моментов времени или наработки значения регулируемого определяющего параметра группы одинаковых изделий, можно назначить время или наработку до проведения следующей профилактической работы и найти оптимальное значение определяющего параметра, устанавливаемое в процессе этой работы.

9-5. ОСОБЫЕ СЛУЧАИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ ДО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОТКАЗА

В ряде случаев условия применения объектов таковы, что трудно установить заранее, при каком значении границы допуска объект следует считать неработоспособным. При этом граница поля допуска является случайной величиной. Например, такая ситуация может иметь место в случае, когда допустимые пределы изменения параметра объекта зависят от состояния других объектов, с которыми он работает совместно.

В рассматриваемом случае значения наработки до появления отказов объектов соответствуют точкам пересечения реализаций случайного процесса разрегулирования с возможными значениями границы поля допуска. При этом кривая распределения наработки до отказа по своей форме похожа на кривую альфа-распределения, и значения моды и медианы обоих распределений близки по значению. Поэтому во многих задачах целесообразно использовать более простое альфа-распределение даже при случайной границе поля допуска.

Представляют также практический интерес два вида моделей разрегулирования и изнашивания с переменной скоростью.

1. Скорость изменения параметра уменьшается с течением времени или наработки и стремится к стационарному значению

$$B(t) = B_0 \left(k + e^{-\frac{t}{\tau_{\text{п}}}} \right), \quad (9-75)$$

где B_0 — случайная величина; $\tau_{\text{п}}$ — среднее время приработки (средняя приработка); k — коэффициент стационарности. Этот случай соответствует периодам приработки и стационарного износа.

2. Скорость изменения параметра увеличивается с течением времени (наработки) и стремится к стационарному значению:

$$B(t) = B_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{в}}}} \right), \quad (9-76)$$

где B_0 — случайная величина; $\tau_{\text{в}}$ — среднее время (наработка) возрастания скорости.

В обоих случаях имеет место асимметричное модальное распределение наработки до отказа, сходное по форме с альфа-распределением. Поэтому, как и при случай-

ной границе допуска, может оказаться целесообразным использование эквивалентного альфа-распределения, параметры которого подобраны так, чтобы оно возможно более точно совпадало с первоначальным распределением. Замена имеющегося распределения наработки до отказа эквивалентным соответствует замене имеющегося в действительности случайного процесса изменения параметра эквивалентным веерным случайным процессом.

Когда статистические данные об отказах объектов описываются при помощи альфа-распределения, то практически речь идет о вычислении параметров $\alpha_э$ и $\beta_э$ эквивалентного альфа-распределения. Вместе с тем представляет интерес применение эквивалентного альфа-распределения для замены другого теоретического распределения (модального асимметричного). При этом возможны следующие способы вычисления значений $\alpha_э$, $\beta_э$:

1) при $\alpha > 4$ можно воспользоваться методом моментов, согласно которому параметры $\alpha_э$, $\beta_э$ находятся из условия совпадения математического ожидания и дисперсии первоначального и эквивалентного распределений;

2) находятся характеристики положения: мода t_M и медиана Me имеющегося распределения — и предполагается, что эти числовые характеристики равны соответственно моде и медиане эквивалентного распределения:

$$t_M = t_{M,э}; Me = Me_э.$$

Иногда целесообразно определять $\alpha_э$ и $\beta_э$ с учетом значений плотности распределения в некоторых точках.

Возможны, например, следующие варианты определения $\alpha_э$, $\beta_э$:

1) находятся медиана Me первоначально имевшегося распределения, значение его плотности $f(Me)$ и предполагается, что

$$Me = Me_э; f(Me) = f_э(Me_э);$$

2) находятся мода t_M и максимальное значение плотности первоначального имевшегося распределения $f(t_M)$; предполагается, что $t_M = t_{M,э}$; $f(t_M) = f_э(t_{M,э})$.

При подборе параметров $\alpha_э$ и $\beta_э$ желательно, чтобы эквивалентное распределение в некотором смысле наилучшим образом совпадало с исходным. Для этого необходимо иметь меру рассогласования распределений. Например, в качестве меры рассогласования может использоваться максимальное значение модуля разности

между эквивалентной и исходной функциями распределения

$$\xi = \max |q_0(t) - q(t)|.$$

Достоинством этой меры рассогласования является простота ее вычисления.

В различных задачах могут применяться разные меры рассогласования или вводиться какие-либо добавочные условия их применения.

9-6. О ПОЯВЛЕНИИ ПЕРЕМЕЖАЮЩИХСЯ ОТКАЗОВ

Выше рассматривались в основном окончательные отказы из-за необратимых изменений свойств объектов. Как уже упоминалось в § 3-2, кроме этих изменений, иногда целесообразно рассматривать обратимые, обычно кратковременные, случайные процессы изменения параметров объектов при колебаниях температуры, влажности, давления, напряжения питания и других условий работы (внешних воздействий). Эти процессы приводят к перемежающимся (то появляющимся, то исчезающим) отказам.

Обратимые изменения параметров объектов следуют за колебаниями параметров режимов работы (нагрузок). Нагрузки случайно изменяются в процессе эксплуатации. Когда значение нагрузки (например, температуры, напряжения питания и т. д.) выходит за допустимые для данного объекта пределы, наступает перемежающийся отказ. При возвращении режима работы в допустимые пределы объект возвращается в работоспособное состояние.

При рассмотрении надежности по перемежающимся отказам определяется вероятность того, что за промежуток времени $(t_0, t_0 + t)$ не произойдет ни одного выброса стационарного случайного процесса $\xi(t)$ за заданные уровни u_1 и u_2 .

Необходимо, однако, учитывать, что процессы появления перемежающихся отказов имеют довольно сложную природу. Внешние нагрузки одновременно действуют на многие элементы системы. Так как элементы работают совместно, то для каждого элемента границы допустимого изменения параметра все время тоже изменяются, т. е. для каждого элемента заданные уровни u_1 и u_2 , о которых шла речь выше, являются функциями случайных процессов изменения параметров других элементов. По-

этому определению закона распределения времени или наработки между перемежающимися отказами системы является весьма сложной задачей, правильность решения которой проверить очень трудно. Целесообразно использовать экспериментальный путь исследования. Моделирующий стенд для исследования перемежающихся отказов систем описан в § 10-4.

9-7. РАСЧЕТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ НА ПРИМЕРЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Изменения определяющих параметров происходят довольно медленно, длятся годы. Поэтому параметрическую надежность почти всегда приходится предсказывать, определять ее до изготовления серии объектов.

Предсказание параметрической надежности системы может быть осуществлено тремя путями:

- 1) применением расчетов;
- 2) вероятностным моделированием на цифровых ЭВМ;
- 3) вероятностным физическим моделированием на специальных установках.

Значения показателей параметрической надежности схемы зависят от вида связей между элементами (структуры схемы), характеристик нестационарных случайных процессов $X_j(t)$ изменения параметров элементов и допусков на отклонения определяющего параметра схемы. Структура схемы определяет вид зависимости φ определяющего параметра $Y(t)$ от параметров элементов:

$$Y(t) = \varphi[X_1(t), \dots, X_n(t)]. \quad (9-77)$$

Уравнения связи $Y(t)$ с параметрами элементов могут быть заданы и в неявном виде или в виде системы дифференциальных уравнений.

Рабочая область задается с учетом назначения и условий работы системы. Обычно рабочая область неслучайна и не меняется в течение ресурса (срока службы), т. е. рассматривают постоянные границы ω_1, ω_2 рабочей области.

Для фиксированного момента наработки t_i имеем зависимость между случайными величинами:

$$Y_i = \varphi(X_{1i}, \dots, X_{ni}).$$

Линеаризируем зависимость φ , разложив ее в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий значений

параметров элементов и оставив два члена разложения. При этом получим выражения для математического ожидания и дисперсии случайной величины Y_i :

$$m_{y_i} \approx \varphi(m_{x_{1i}}, \dots, m_{x_{ni}}); \quad (9-78)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_i}^2 \approx & \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_{m_i} \sigma_{x_{ji}}^2 + \\ & + 2 \sum_{v < j} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_v} \right)_{m_i} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_{m_i} \sigma_{x_{vi}} \sigma_{x_{ji}} r_{vj}, \end{aligned} \quad (9-79)$$

где $m_{x_{ji}}$, $\sigma_{x_{ji}}$ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение значений параметра j -го элемента при $t = t_i$; $(\partial \varphi / \partial x_j)_{m_i}$ — значение частной производной по параметру x_j при значениях параметров элементов, равных математическим ожиданиям в момент $t = t_i$; r_{vj} — коэффициент корреляции случайных величин X_{vi} и X_{ji} .

Когда случайные величины X_1, \dots, X_n некоррелированы,

$$\sigma_{y_i}^2 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_{m_i} \sigma_{x_{ji}}^2 \quad (9-80)$$

Когда у отдельных элементов (электронных ламп, аккумуляторов, транзисторов и т. д.) имеется несколько первичных параметров, то они обычно сильно коррелированы (например, емкость и внутреннее сопротивление аккумуляторов).

Когда рассматриваемая схема состоит из отдельных элементов, то параметры разных элементов обычно некоррелированы.

По значениям m_{y_i} , σ_{y_i} , соответствующим наработке $t = t_i$, можно по формуле (9-1) вычислить вероятность G_i того, что значения определяющего параметра Y_i в i -м сечении случайного процесса $Y(t)$ находятся в границах допуска.

Обычно предполагается нормальное распределение случайной величины Y_i . Необходимо, однако, учитывать, что при существенно нелинейных зависимостях φ распределение Y_i может значительно отличаться от нормаль-

ного при усеченных нормальных распределениях случайных величин X_{1i}, \dots, X_{ni} .

При предсказании параметрической надежности схемы обычно предполагают, что процессы изменения определяющих параметров элементов являются полуслучайными. На практике используют лишь линейные случайные процессы $X_j(t)$.

Зависимости параметров системы от параметров элементов рассматриваются также при исследовании точности систем. Однако если при исследовании точности учитываются лишь значения параметров элементов, то при исследовании надежности необходимо учитывать также изменения этих параметров. В известном смысле надежность — это динамика точности элементов или систем.

Расчеты параметрической надежности схем обычно являются приближенными. Они могут быть выполнены двумя путями.

1. Сначала вычисляют значения вероятностей нахождения в работоспособном состоянии для нескольких (от 10 до 20) фиксированных значений наработки t_1, \dots, t_n , обычно равномерно распределенных в течение технического ресурса. Далее, предполагая, что все реализации полуслучайного процесса изменения определяющего параметра системы являются гладкими монотонными, находят средние для интервалов $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ значения плотности распределения наработки до отказа:

$$[f_i]_{\text{ср}} = \frac{G_i - G_{i+1}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{S_{i+1} - S_i}{t_{i+1} - t_i}. \quad (9-81)$$

2. Второй путь расчета параметрической надежности схемы состоит в том, что сначала вычисляют для немногих значений наработки значения m_{y_i}, σ_{y_i} , затем вычисляют по методу наименьших квадратов значения числовых характеристик полуслучайного процесса, аппроксимирующего процесс изменения определяющего параметра схемы. В простейшем случае используются равномерный линейный случайный процесс с числовыми характеристиками m_{y_0}, σ_{y_0}, b . При нормальном распределении значений параметра Y распределение наработки до отказа (выхода за границу допуска) также является нормаль-

ным с параметрами

$$m_t = \frac{\omega - m_{y_0}}{b}; \quad (9-82)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{y_0}}{|b|}. \quad (9-83)$$

При этом функция надежности

$$P(t) = c \left[0,5 - \Phi \left(\frac{t - m_t}{\sigma_t} \right) \right],$$

где нормирующий множитель

$$c = \frac{1}{\Phi \left(\frac{t_{\text{мин}} - m_t}{\sigma_t} \right) - \Phi \left(\frac{t_{\text{макс}} - m_t}{\sigma_t} \right)};$$

$\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа (приложение II);

$$t_{\text{мин}} = \frac{y_{\text{мин}}}{b}; \quad t_{\text{макс}} = \frac{y_{\text{макс}}}{b}$$

— диапазон возможных значений наработки до отказа (выхода определяющего параметра за границу допуска).

Расчеты параметрической надежности начали проводиться недавно, еще не накоплено достаточных исходных данных для расчета сложных электронных систем. Поэтому ниже приведен пример по расчету простейшей электрической цепи. При наличии исходных данных легко провести соответствующие аналогии со сложными системами.

Пример 9-1. Расчет параметрической надежности схемы. Вычислить и построить график интенсивности параметрических отказов ненагруженного делителя напряжения (рис. 9-14,а) в течение наработки 9000 ч с начала эксплуатации. Процессы старения резисторов R_1 и R_2 являются равномерными линейными случайными процессами:

$$R_1(t) = R_{01} + b_1 t;$$

$$R_2(t) = R_{02} + b_2 t,$$

где R_{01} , R_{02} — случайные величины.

Случайные величины R_{01} , R_{02} распределены нормально с математическими ожиданиями $m_{01} = 4,3$ кОм, $m_{02} = 6,2$ кОм и средними квадратическими отклонениями $\sigma_{01} = 0,3$ кОм, $\sigma_{02} = 0,4$ кОм. Скорости старения b_1 и b_2 можно считать неслучайными, равными $b_1 = 0,4$ Ом/ч, $b_2 = 0,025$ Ом/ч. Критерий отказа — изменение напряжения на выходе делителя на 18,7% (изменение коэффициента деления на $\pm 0,11$).

Решение. Определяющим параметром схемы является коэффициент передачи

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Математическое ожидание определяющего параметра

$$m_{K_i} = \frac{m_{02} + b_2 t_i}{m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i}$$

Значения частных производных

$$\left(\frac{\partial K}{\partial R_{01}} \right)_{m_i} = - \frac{m_{02} + b_2 t_i}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^2};$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial R_{02}} \right)_{m_i} = \frac{m_{01} + b_1 t_i}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^2}.$$

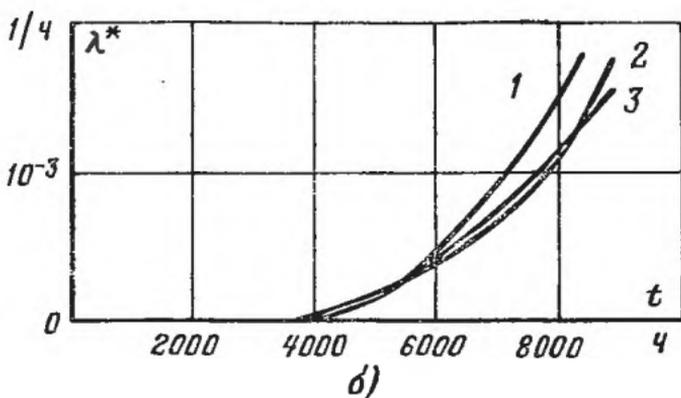
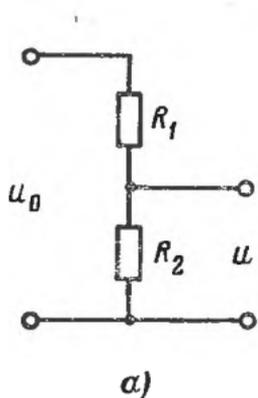


Рис. 9-14. Схема делителя напряжения (а) и зависимости интенсивности параметрических отказов этой схемы от времени (б), полученные различными способами.

Дисперсия определяющего параметра

$$\sigma^2_{K_i} = \frac{(m_{02} + b_2 t_i)^2 \sigma^2_{01} + (m_{01} + b_1 t_i)^2 \sigma^2_{02}}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^4}.$$

Для 10 точек интервала 0 — 9 000 ч вычисляем значения m_{K_i} и σ_{K_i} (табл. 9-3).

Далее расчет ведется двумя путями.

1. Для каждого из подынтервалов $\Delta t_i = 1000$ ч, где $i = 1, \dots, 9$, вычисляем по формуле (9-81) среднее значение плотности распределения наработки до отказа f^*_{i} , затем p^*_{i} и λ^*_{i} . Вычисленным значениям $\lambda^*(t)$ соответствует кривая 2 на рис. 9-14,б.

2. Аппроксимируем случайный процесс изменения определяющего параметра $K(t)$ равномерным линейным случайным процессом $K(t) = K_0 + bt$. Находя m_{K_i} (см. табл. 9-3), вычисляем по методу

№ п.п.	Значение наработки, ч	Среднее значение определяющего параметра m_{K_i}	Среднее квадратическое отклонение определяющего параметра σ_{K_i}
0	0	0,591	0,023
1	1000	0,570	0,0221
2	2000	0,551	0,0215
3	3000	0,534	0,0209
4	4000	0,517	0,0202
5	5000	0,504	0,0197
6	6000	0,487	0,0193
7	7000	0,474	0,0189
8	8000	0,461	0,0184
9	9000	0,448	0,0179

наименьших квадратов значение b . В соответствии с этим методом необходимо минимизировать сумму

$$J_1 = \sum_{i=1}^9 [m_{K_0} + bt_i - m_{K_i}]^2 = \min.$$

Приравняв нулю частную производную суммы J_1 по b , получим уравнение для определения значения b :

$$\frac{\partial J_1}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^9 [m_{K_0} + bt_i - m_{K_i}] t_i = 0,$$

откуда

$$b = \frac{\sum_{i=1}^9 m_{K_i} t_i - m_{K_0} \sum_{i=1}^9 t_i}{\sum_{i=1}^9 t_i^2} \approx -1,7 \cdot 10^{-5} \text{ КОм/ч.}$$

Аналогично найдем среднее на интервале 0—9000 ч значение среднего квадратического отклонения

$$\sigma_{K_{\text{ср}}} = \frac{1}{10} \sum_{i=0}^9 \sigma_{K_i} \approx 2,02 \cdot 10^{-2}.$$

По значениям m_{K_0} , b и $\sigma_{K_{\text{ср}}}$ по формулам (9-82) и (9-83) найдем числовые характеристики m_t , σ_t нормального распределения наработки до отказа и вычислим интенсивность отказов $\lambda(t)$ (кривая 1 на рис. 9-14,б).

Кривая 3 на рис. 9-14,б получена при физическом вероятностном моделировании процессов старения резисторов делителя на специализированной моделирующей установке, описанной в гл. 10.

9-8. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПРИ ПОМОЩИ ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЦИФРОВЫХ ЭВМ

В ходе такого моделирования воспроизводят нестационарные случайные процессы приближения систем к отказам. При этом вычисляют по зависимости (9-77) множество реализаций случайного процесса изменения определяющего параметра системы $Y(t)$ по реализациям случайных процессов $X_1(t), \dots, X_n(t)$ изменения параметров элементов. Далее находят распределение наработки до пересечения $Y(t)$ границы допуска.

Таким образом, для осуществления моделирования необходимо иметь математическую модель системы в виде уравнения связи (9-77) и характеристики случайных процессов изменения параметров элементов. Обычно принимается, что процессы изменения параметров элементов являются полуслучайными (см. гл. 8), причем до настоящего времени практически использовались только линейные случайные процессы

$$X_j(t) = A_j + B_j t.$$

Вероятностное моделирование процессов возникновения параметрических отказов систем можно провести двумя методами: по реализациям полуслучайного процесса изменения определяющего параметра системы или по сечениям этого процесса.

Первый (общий) метод состоит в том, что в дискретных точках через шаг Δt вычисляются значения каждой реализации $y_v(t)$ случайного процесса изменения определяющего параметра системы и находится наработка t_{vi} до пересечения этой реализацией границы поля допуска. По множеству значений $\{t_{vi}\}$ строится гистограмма распределения наработки до параметрического отказа или находится другой показатель надежности.

Блок-схема алгоритма вычислений на цифровой ЭВМ по методу реализаций приведена на рис. 9-15.

В качестве исходных данных необходимо иметь информацию о законах распределения и процессах изменения параметров элементов. Обычно законы распределения параметров элементов являются усеченными нормальными. При линейных случайных процессах изменения параметров элементов задаются математические

ожидания, средние квадратические отклонения и области возможных значений случайных величин: начальных значений A_j , скоростей B_j изменения параметров. При распределениях параметров элементов, отличающихся от нормальных, и нелинейных полуслучайных процессах изменения параметров, требуются другие характеристики.

Вычисление каждой реализации $y_v(t)$ процесса изменения определяющего параметра системы производится в следующей последовательности. После формирования очередного v -го номера реализации его сравнивают с заданным числом реализаций N . При $v \leq N$ находят с помощью стандартных программ или датчиков случайных чисел для каждого из n элементов возможные значения $a_{vj}, b_{vj} \dots (j=1, 2, \dots, n)$. Эти значения запоминаются. Затем последовательно, начиная с $t_0=0$, вычисляются значения t_i . Для каждого t_i вычисляют и запоминают соответствующие значения параметров элементов $x_{vj}(t_i)$, используя которые, вычисляют значения

$$y_v(t_i) = \varphi [x_{v1}(t_i), \dots, x_{vn}(t_i)].$$

Полученные значения $y_v(t_i)$ сравнивают с границами ω_1 и ω_2 поля допуска. Если $y_v(t_i)$ находится в рабочей области, то к t_i добавляют интервал Δt и снова вычисляют значения $x_{vj}(t_i)$ и $y_v(t_i)$. Если значение $y_v(t_i)$ выходит из границ поля допуска, фиксируют соответствующее значение наработки до отказа $t_{\text{отк}}$ и подсчитывают количество δ_i попаданий $t_{\text{отк}}$ в каждый i -й интервал Δt_i . В соответствующей ячейке памяти прибавляется единица и начинается вычисление новой реализации $y(t)$. Как только номер очередной реализации станет $v > N$, управление передается оператору, вычисляющему ординату гистограммы распределения

$$f^*_i = \frac{\delta_i}{N \Delta t},$$

где δ_i — число попаданий $t_{\text{отк}}$ в i -й интервал.

Вычисленные значения f^*_i выдаются на печать.

Чтобы получить достаточно точные результаты моделирования, необходимо, чтобы шаг квантования Δt был достаточно малым по сравнению с наработкой до выхода за границу допуска. При этом объем вычислений очень

велик за счёт большого количества сечений t_i случайного процесса изменения определяющего параметра системы.

Пока значение $y_i(t)$ далеко от границ допуска, такой малый шаг квантования времени не требуется. Поэтому целесообразно определять время достижения $y_i(t)$ границы поля допуска одним из итерационных методов. Однако даже при использовании итерационных методов затраты машинного времени на расчет одной реализации значительны. В случае неявного вида уравнений связи между определяющим параметром системы и параметрами элементов машинное время возрастает настолько, что использование метода вероятностного моделирования становится невозможным. Поэтому для практического осуществления оценки параметрической надежности систем путем применения вероятностного моделирования на цифровой ЭВМ необходимо принять меры для сокращения объема вычислений.

Один из возможных путей сокращения вычислений основан на следующих соображениях. Если все $X_j(t)$ являются полуслучайными функциями определенного вида, то $Y(t)$ также является полуслучайным процессом, имеющим типичные реализации $y(t)$. Поэтому можно вначале вычислить ограниченное число реализаций $y(t)$ и определить их типичный вид. Далее находится зависимость случайных параметров кривых $y(t)$ от соответствующих показателей элементов.

При втором методе вероятностного моделирования статистические данные о состояниях системы группируются по сечениям случайного процесса изменения определяющего параметра. Метод можно применять, если заранее известно, что все реализации случайного процесса $Y(t)$ являются монотонными. В этом случае количество реализаций, пересекающих в интервале $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ границы поля допуска, пропорционально изменению вероятности нахождения параметра Y в границах поля допуска в течение наработки Δt_i .

Блок-схема алгоритма вычислений на цифровой ЭВМ по методу сечений приведена на рис. 9-16. Отличие от соответствующего алгоритма вычислений по методу реализаций состоит в том, что для каждого из последовательных значений наработки t_1, t_2, \dots, t_k (сечений) через шаг Δt_i подсчитывается число δ_i выходов значений определяющего параметра $y_i(t_i)$ за границы (ω_1, ω_2) допуска

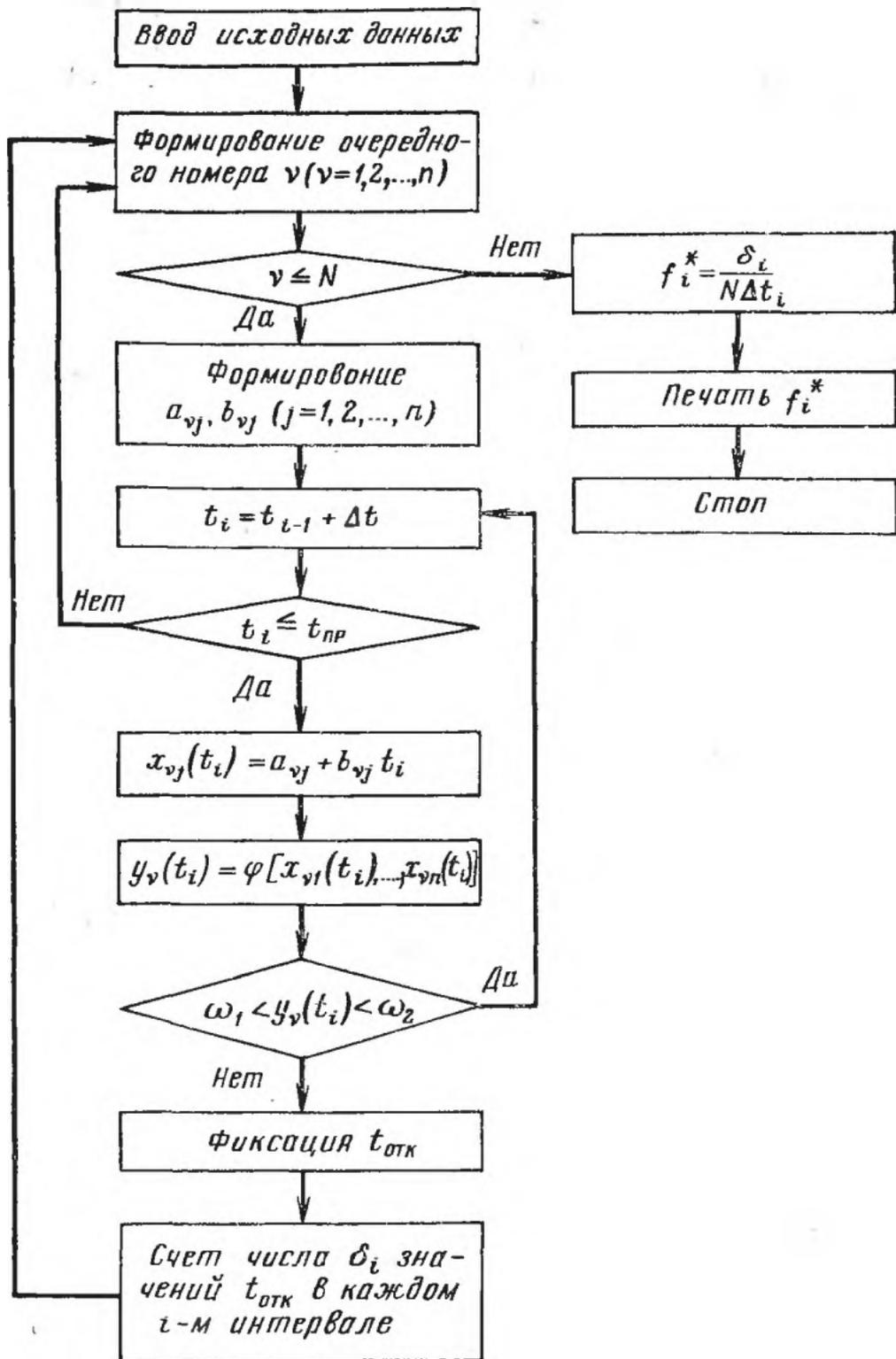


Рис. 9-15. Блок-схема алгоритма вычисления цифровой ЭВМ плотности распределения наработки до параметрического отказа системы (по реализациям процесса изменения определяющего параметра).

и вычисляется частота $G^*(t_i) = \delta_i / N$, оценивающая вероятность нахождения в работоспособном состоянии. Затем вычисляется плотность распределения наработки до выхода определяющего параметра за границы допуска

$$f^*_i = \frac{G^*(t_i) - G^*(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}.$$

Для метода сечений существуют те же трудности, что и для метода реализации. Возможности сокращения объема вычислений ограничены тем, что заранее не известны значения наработки, при которых начинается быстрый рост числа выходов значений определяющего параметра за границы поля допуска.

Оценка параметрической надежности ремонтируемых систем отличается тем, что в процессе моделирования необходимо выделить аварийный элемент, из-за которого в основном произошел отказ. Восстановление работоспособности системы осуществляется мгновенной заменой этого элемента. Затем вычисляется значение наработки до следующего отказа и т. д., пока система не проработает заданное время t_3 . Затем повторяется вся цепь операций для 2, 3, ..., N реализаций потока отказов системы.

Важно установить критерий выбора аварийного элемента. Одно из возможных решений состоит в выборе такого элемента, который обеспечит максимальное время функционирования системы до следующего пересечения реализацией изменения определяющего параметра границы допуска.

Таким образом, как при расчетах, так и при вероятностном моделировании на цифровой ЭВМ необходимо иметь зависимость (9-77). При ее составлении обычно вводятся допущения, которые могут явиться причиной неточностей.

Если при исследовании точности систем удавалось в какой-то мере проверить результаты расчета или моделирования, то при исследовании надежности систем это сделать очень трудно. Для проведения статистического эксперимента нужны сотни систем. Если ведутся наблюдения в условиях эксплуатации или хранения, то придется ждать годы, пока откажут все (или многие) системы. За это время системы морально устареют, и сведения о них будут представлять лишь исторический интерес. Ускоренные испытания весьма дороги и могут проводиться лишь для изделий, выпускаемых крупными сериями.

Кроме того, не всегда удается точно пересчитать результаты ускоренных испытаний на условия эксплуатации.

Поэтому на современном этапе развития теории надежности желательно, чтобы не было необходимости в составлении зависимости параметров системы от параметров элементов.

Такой способ моделирования описан в гл. 10. Этот способ является своеобразным сочетанием натурального эксперимента, статистических испытаний и электрического моделирования на аналоговых машинах. При использовании моделирования легко преодолеваются перечисленные выше трудности исследования надежности систем по данным об изменении свойств элементов.

Возможны также полужэкспериментальные способы расчета надежности систем по данным об изменении свойств элементов, например способ статистической границы. Этот способ расчета применим для систем, состоящих из элементов немногих типов. Если выбрать наугад один элемент из группы одинаковых, то для этого элемента значения определяющего параметра и границы поля допуска $\eta(t)$ и $\omega(t)$ являются случайными функциями времени эксплуатации. Точки первого пересечения реализаций этих процессов соответствуют моментам времени появления отказов. Таким образом, при учете статистических границ элементов система делится на две взаимодействующие части: рассматриваемый элемент характеризуется случайным процессом $\eta(t)$, и вся остальная система характеризуется случайным процессом $\omega(t)$. Характеристики случайных процессов $\omega(t)$ находятся путем проведения граничных испытаний.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПУТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТКАЗОВ

10-1. ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ

Моделирование процессов возникновения отказов элементов и систем проводится с целью прогнозирования надежности. Моделирование всегда желательнее испытаний на безотказную работу, так как эти испытания обычно

продолжаются очень долго, стоят дорого, требуют значительного количества специального оборудования и связаны с уничтожением значительного количества иногда дефицитных объектов. Испытаниям подвергаются лишь серийно выпускаемые объекты, тогда как часто желательно иметь хотя бы некоторую информацию о проектируемых объектах.

При моделировании возникновения отказов элементов воспроизводится случайный процесс изменения определяющего параметра элемента и находится распределение моментов времени пересечения реализациями этого процесса границы рабочей области. Моделирование возникновения отказов систем отличается тем, что случайный процесс изменения определяющего параметра системы воспроизводится в эксперименте по случайным процессам изменения определяющих параметров элементов. В общем случае все случайные процессы могут быть векторными. Ниже рассмотрены принципы моделирования процессов возникновения отказов [19, 20], соответствующие технические средства и методика их применения.

а) Генератор линейных случайных процессов

Для моделирования процессов появления отказов элементов и систем из-за изнашивания и разрегулирования необходимо генерировать полуслучайные процессы изменения напряжений, моделирующие изменения определяющих параметров элементов и границы допусков. При генерировании полуслучайных процессов приходится генерировать множество реализаций, так как эти процессы неэргодичны. Для генерирования каждой реализации линейного случайного процесса необходимо иметь возможные значения двух коррелированных случайных величин. Эти значения могут заготавливаться заранее или задаваться автоматически.

В первом случае составляется с помощью таблицы случайных чисел библиотека пар возможных значений случайных величин A и B .

Рассмотрим способ автоматического генерирования линейных случайных процессов изменения напряжений. Сущность способа состоит в том, что для генерирования реализации линейного случайного процесса фиксируются два отстоящих друг от друга на заданное время значения мгновенных случайных напряжений от генератора

стационарных случайных напряжений (шумов) инфразвуковой частоты, причем одно из этих напряжений используется для задания начального условия интегрирования, а второе интегрируется. Время между фиксированными значениями случайного напряжения, определяющее момент связи $k_{ав}$ между начальным значением A и скоростью износа B , регулируется. Изменением закона распределения $f(u)$ значений стационарного случайного напряжения, вырабатываемого генератором, можно устанавливать требуемый одномерный закон распределения линейного случайного процесса (этот процесс обычно бывает гауссовским).

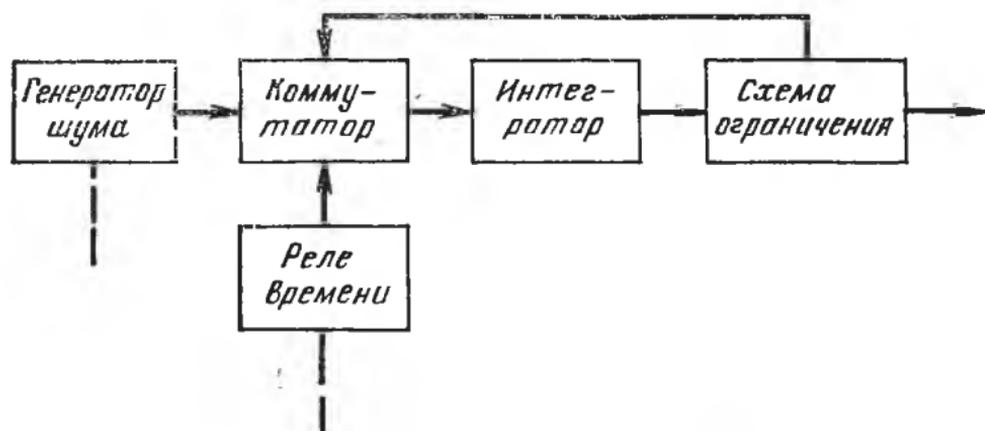


Рис. 10-1. Структурная схема генератора линейных случайных процессов.

На рис. 10-1 приведена структурная схема электронного устройства для генерирования линейных случайных процессов. Выработанное генератором шума стационарное случайное напряжение поступает на коммутатор, который периодически переключается то в подготовительное, то в рабочее положение, соответствующее двум тактам работы прибора. Во время подготовительного такта происходят безынерционный ввод случайного начального условия на интегратор и подготовка схемы к рабочему такту. Интегратор может быть электронным или электро-механическим. Рабочий такт начинается с момента отключения схемы безынерционного ввода начальных условий на интегратор. Затем через заданное время специальный коммутатор фиксирует мгновенное значение поступающего с генератора шума случайного напряжения и подключает это напряжение ко входу интегратора.

Происходит генерирование реализации линейного случайного процесса, которое прекращается с помощью схемы ограничения по достижении предельного уровня напряжения или через заданное время.

На рис. 10-2 изображена схема, коммутируемая при подготовительном такте. Случайное напряжение от генератора шума 1 суммируется на усилителе E_1 с постоянным напряжением, пропорциональным математическому ожиданию m_a начального значения A линейной случайной функции $\eta(t)$, и подается на конденсатор C_1 . Таким образом, на конденсаторе C_1 оказывается случайное напряжение, пропорциональное начальному значению линейного случайного процесса. Математическое ожидание начального значения регулируется потенциометром Π_1 , среднее квадратическое отклонение начального значения — сопротивлением резистора R_1 . Одновременно случайное напряжение суммируется на усилителе E_2 с постоянным напряжением, пропорциональным среднему значению m_b скорости износа B линейного случайного процесса, и подается через цепь ввода начальных условий на конденсатор C_2 усилителя 4 . Среднее значение m_b этого напряжения можно регулировать потенциометром

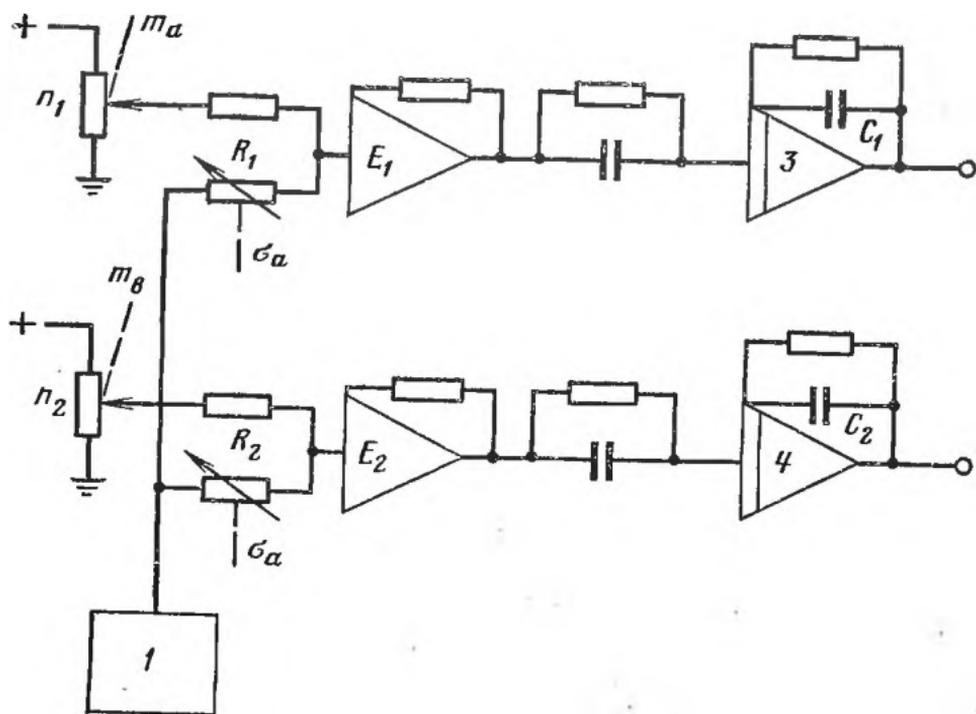


Рис. 10-2. Схема, коммутируемая при подготовительном такте работы генератора линейных случайных процессов.

P_2 , среднее квадратическое отклонение σ_b — изменением сопротивления резистора R_2 .

С началом рабочего такта изображенная на рис. 10-2 схема подачи случайного напряжения на конденсатор C_1 выключается, и на этом конденсаторе сохраняется напряжение, которое было на нем в момент отключения схемы. Ввод случайного напряжения на конденсатор C_2 продолжается. Через заданное время конденсатор C_2 также отключается, и на нем сохраняется мгновенное значение напряжения, которое было в момент отключения. При этом конденсаторы C_1 и C_2 подключаются к интегратору.

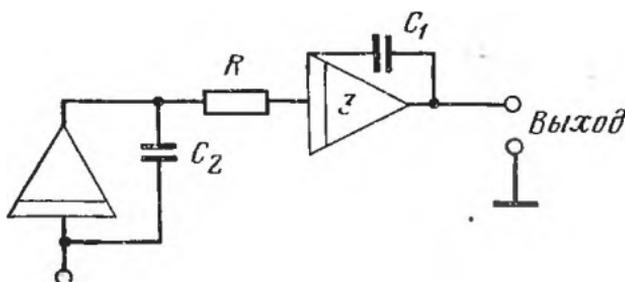


Рис. 10-3. Схема при рабочем такте генератора линейных случайных процессов.

Если применяется электронный интегратор, то конденсатор C_1 остается в цепи обратной связи операционного усилителя Z , а конденсатор C_2 подключается к входу этого усилителя (рис. 10-3).

Если применяется электромеханический интегратор, то вначале на вход подключается конденсатор C_1 и устанавливается начальное отклонение выходного вала интегратора (отработка по углу), затем подключается конденсатор C_2 и начинается генерирование реализации линейного случайного процесса (отработка по скорости).

Самым сложным элементом описанной схемы генерирования линейных случайных процессов является генератор шума. В тех случаях, когда необходимо одновременно генерировать несколько линейных случайных процессов, можно использовать один генератор шума для генерирования всех случайных процессов. Для этого несколько пар мгновенных значений шумовых напряжений запоминается с помощью соответствующего числа пар конденсаторов. При этом можно использовать соответствующие серийные установки. Если нужно обеспечить не-

зависимость пар напряжений, то запись шумовых напряжений на конденсаторы нужно производить через периоды времени, существенно большие периода корреляции шумового напряжения. После того как все значения случайных напряжений записаны, все конденсаторы одновременно подключаются к своим интеграторам и начинается рабочий такт генерирования многих реализаций.

Предварительную запись на конденсаторы значений напряжений, пропорциональных возможным значениям A и B , целесообразно проводить и при генерировании векторных линейных случайных процессов с коррелированными составляющими. Необходимость в воспроизведении таких процессов возникает в тех случаях, когда элемент приходится характеризовать несколькими определяющими параметрами.

б) Моделирование процессов появления отказов элементов

Вероятностное (статистическое) моделирование процесса возникновения отказов—это моделирование достижения границы (постоянной или статистической) реализациями случайного процесса изменения определяющего параметра. При осуществлении моделирования эти случайные процессы удобно задавать в виде электрических напряжений.

Рассмотрим способ моделирования процесса проявления отказов изделий из-за их износа. Сущность способа [30] состоит в том, что монотонные случайные процессы изменения параметров и границ поля допуска изделий представляются в виде последовательно генерируемых многих реализаций полуслучайных напряжений $u_{\eta}(t)$. Эти моделирующие изменения параметра реализации полуслучайного процесса сравниваются с моделирующими границу допуска напряжениями u_{ω} . Напряжения u_{ω} могут быть неслучайными постоянными, возможными значениями случайных величин, реализациями случайных процессов. При сравнении напряжений $u_{\eta}(t)$ и u_{ω} фиксируются моменты совпадений значений напряжений, соответствующие моментам появления отказов изделий.

На рис. 10-4 приведена структурная схема устройства для осуществления этого способа моделирования. При-

бор служит для получения закона распределения работки до отказа изделий.

В приборе имеется генератор линейных или других полуслучайных напряжений. Выработанное генератором напряжение, меняющееся по заданному закону, моделирует изменение параметра изделия. Это случайное напряжение и напряжение, моделирующее границу поля

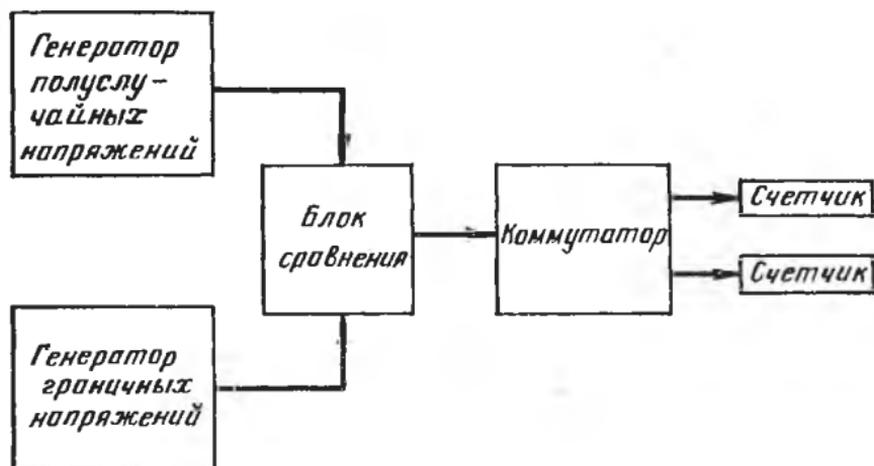


Рис. 10-4. Структурная схема устройства для моделирования процесса появления отказов объектов.

допуска (постоянное или случайное с генератора случайных напряжений), поступают в блок сравнения. В момент совпадения значений этих напряжений в блоке сравнения генерируется импульс. Так как в течение такта работы прибора коммутатор поочередно подключает на заданное время к блоку сравнения счетчики, то полученный в блоке сравнения импульс учитывается счетчиком соответствующего временного интервала. После многих n тактов работы прибора на каждом из счетчиков будет значение Δn_i , пропорциональное ординате соответ-

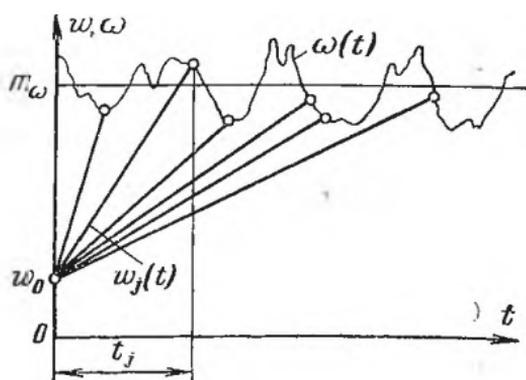


Рис. 10-5. Реализации веерного случайного процесса изменения определяющего параметра и стационарного случайного процесса изменения границы поля допуска.

ствующего i -го временного интервала гистограммы распределения. Эта ордината равна $\Delta n_i / n \Delta t_i$.

Возможны различные варианты изложенного выше способа моделирования. Например, в процессе эксплуатации могут изменяться требования к допустимым значениям параметров изделий. Поэтому может возникнуть необходимость рассмотрения границы поля допуска как стационарной случайной функции времени или наработки. В качестве примера на рис. 10-5 приведены реализации веерного случайного процесса изменения определяющего параметра $\omega(t)$ и стационарного случайного процесса изменения границы поля допуска $\omega(t)$. Каких-либо изменений в рассмотренный способ моделирования при этом не вносится.

Моделирующее границу допуска шумовое напряжение $u_\omega(t)$ [реализация стационарного случайного процесса изменения границы $\omega(t)$] сравнивается с напряжением $u_\eta(t)$, моделирующим изменение параметра.

С помощью стенда (рис. 10-4) одновременно с постепенными отказами может моделироваться появление внезапных отказов изделий. Для этого стенд снабжается датчиком внезапных отказов (реле случайного времени), выдающим сигнал через случайные промежутки времени, распределенные по заданному закону, и дополнительным коммутатором, прекращающим генерирование реализации $u_\eta(t)$ и включающим соответствующее крайнее значение напряжения u_η . Таким образом, генерирование плавных реализаций случайных процессов изменения параметра будет прерываться в случайные моменты времени или наработки, распределенные по заданному закону.

Моделирование перемежающихся отказов элементов может осуществляться примерно аналогичным путем. Генератор шума воспроизводит реализацию стационарного случайного процесса в виде шумового напряжения, которое сравнивается с напряжением, моделирующим границы допуска. Моменты времени выхода шумового напряжения за границу допуска соответствуют моментам времени появления отказов. Для осуществления такого моделирования необходимо генерировать шумы с неусеченным распределением амплитуд (имеются редкие выбросы значительной амплитуды).

в) Моделирование влияния случайных нагрузок на скорость изменения параметров

Электрическое моделирование влияния случайных нагрузок на скорость изменения параметра сводится к воспроизведению случайной функции случайного аргумента (см. § 8-5). При этом зависимость скорости изменения параметра от нагрузки изображается в виде линейного случайного процесса изменения электрического напряжения. Случайной нагрузке соответствует время генерирования реализации линейного случайного процесса. Таким образом, время генерирования используется в качестве вспомогательной переменной. Это время затем исключается и не влияет на результат моделирования.

Основную идею способа моделирования поясняет рис. 10-6,а, где изображена структурная схема моделирующей установки. При каждом такте работы схемы генератор линейного случайного процесса вырабатывает реализацию этого процесса в виде линейно-изменяющегося со временем напряжения

$$U_b(t) = U_{b_0}' + U_u t.$$

Генератор воспроизводит свойства изделий. В начале такта реле времени разомкнуто и выход схемы отключен от генератора. Одновременно с началом работы генератора линейных случайных процессов начинается выдержка времени в реле.

Через время $t_{всп}$, моделирующее возможное значение нагрузки, реле времени срабатывает, приостанавливая работу генератора и подключая его к выходу схемы. Таким образом, на выходе схемы появляется возможное значение случайного напряжения $U_{вых}$, моделирующее возможное значение скорости изменения параметра. На рис. 10-6,б приведены графики изменения соответствующих напряжений.

В генераторе (рис. 10-6,а) задаются характеристики свойств изделий. В принципе моделирование может производиться при любых распределениях этих свойств. Поскольку экспериментальные данные свидетельствуют о нормальном распределении параметров технических устройств, то задаются следующие числовые характеристики: m_{b_0} , $\sigma_{b_0}^2$ — среднее значение и дисперсия скорости изменения параметра при стандартных условиях; m_u , σ_u^2 — среднее значение и дисперсия чувствительности

к нагрузке (внешнему воздействию); k_{b_0} — момент связи случайных величин B_0 и U .

В реле со случайной выдержкой времени задаются числовые характеристики нагрузки: среднее значение m_x и дисперсия σ_x^2 .

Реле со случайной выдержкой времени состоит из замедляющего и коммутационного элементов. Замедляю-

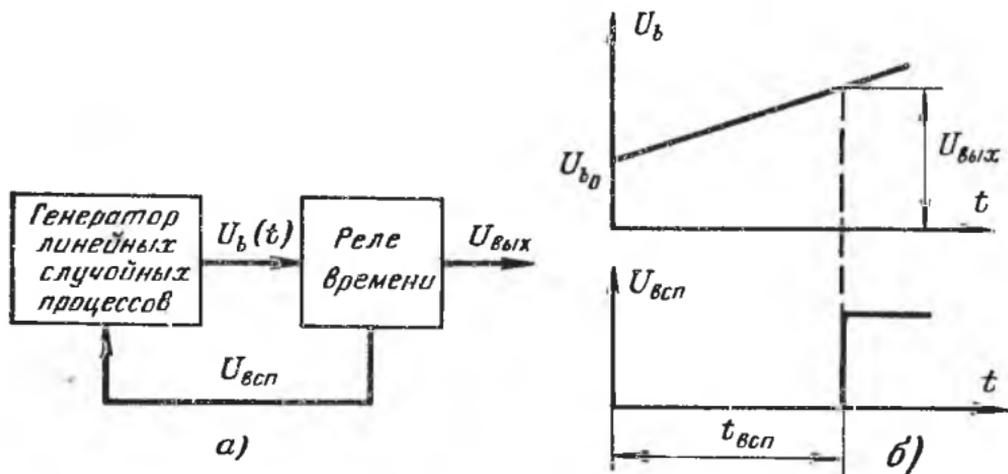


Рис. 10-6. К вопросу о моделировании влияния случайных нагрузок на скорость изменения параметра.
а — структурная схема моделирующей установки; б — графики изменения напряжений.

щий элемент создает случайную выдержку времени, распределенную по нормальному закону. Один из возможных принципов получения регулируемого случайного замедления состоит в фиксировании времени достижения заданного уровня напряжения линейно-меняющимся напряжением, у которого начальное значение является случайной величиной, а скорость изменения постоянна.

10-2. ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА МОДЕЛИРУЮЩЕЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Этот вид моделирования является наиболее важным и перспективным. Здесь так же, как и для элементов, моделируется достижение границы поля допуска реализациями случайного процесса (в общем случае — векторного) изменения определяющего параметра системы. Для моделирования случайного процесса изменения парамет-

ра системы служат моделирующие установки, имеющиеся в своем составе макеты систем [19]. Макет системы представляет собой исследуемую систему, в которой все (или некоторые) элементы, влияющие на параметр системы, заменяются простейшими моделирующими ячейками. Каждая из этих ячеек имитирует в течение очень короткого времени медленный случайный процесс (в общем случае векторный) изменения определяющего параметра элемента (блока). Эта ячейка состоит из генератора линейных случайных процессов, макета элемента и иногда следящего устройства, которое осуществляет изменение определяющего параметра макета элемента в соответствии с реализацией случайного процесса изменения напряжения, выработанной генератором.

Макет элемента (блока) представляет собой тот же элемент, но с регулируемым определяющим параметром. Например, когда исследуемая система состоит из немногих электронных ламп и резисторов, то элементами считаются отдельные электронные лампы и резисторы. При этом макет резистора — это переменное сопротивление. Следящее устройство вводится в моделирующую ячейку лишь в отдельных случаях, когда воспроизведение изменений параметров элементов связано с механическими перемещениями. Таким образом, с помощью моделирующей ячейки воспроизводится случайный процесс изменения параметров элементов при их эксплуатации (при соответствующем масштабе времени).

В ряде случаев удобно объединить генератор случайных процессов и следящее устройство в один узел, используя для этой цели электромеханический интегратор. При линейном случайном процессе изменения параметра элемента на вход электромеханического интегратора после установки начального значения подается напряжение, пропорциональное скорости изменения определяющего параметра, и к выходу подсоединяются подвижные детали макета элемента (например, движок потенциометра). В описанном выше генераторе линейных случайных процессов между генерированием начального значения напряжения и генерированием реализации случайного процесса изменения этого напряжения проходит некоторое время. За это время можно установить случайное начальное значение параметра макета элемента. Регулируя характеристики случайного процесса изменения напряжения, можно получить нужные характе-

ристики случайного процесса изменений параметра макета элемента.

Примеры некоторых макетов элементов приведены на рис. 10-7.

Когда исследуемая система является целым комплексом сложных устройств (блоков), то в качестве элементов рассматриваются отдельные крупные блоки. В каждом из блоков сравнительно нетрудно выделить места регулировок, которые позволяют изменять определяю-

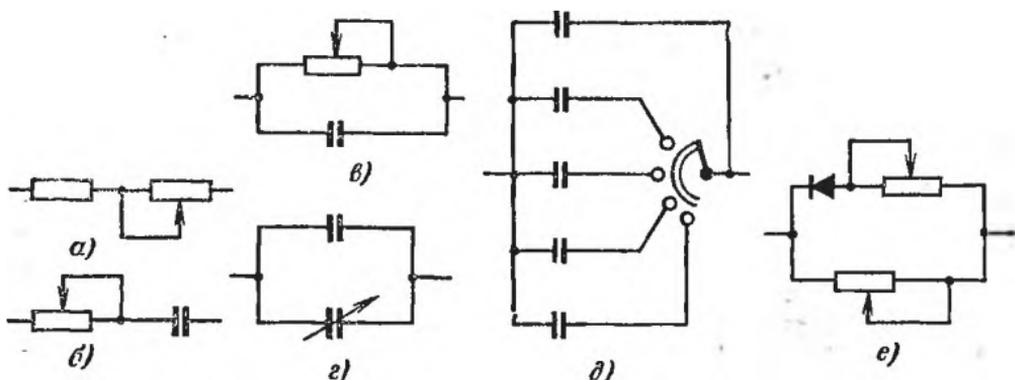


Рис. 10-7. Макеты элементов.

a — для резистора; *б, в* — для конденсаторов с потерями; *г, д* — для конденсаторов с изменением емкости; *е* — для диодов.

щий параметр блока (например, его чувствительность, точность, быстродействие и т. д.). При этом в электронных блоках можно найти напряжение, изменение которого вызывает изменение определяющего параметра блока. Если такое напряжение найдено, то отпадает надобность в следящем устройстве и генератор полуслучайных процессов непосредственно подключается к макету элемента (т. е. к блоку).

Обычно при осуществлении моделирования нет необходимости в замене всех элементов системы простейшими моделирующими ячейками. В ходе подготовки к моделированию выявляются элементы, изменения которых существенно влияют на определяющий параметр системы. Для этого перед моделированием проводятся граничные испытания (см. [16]), в ходе которых изменяют параметры отдельных элементов и наблюдают за выходным параметром системы. Таким путем удастся резко сократить число применяемых простейших моделирующих ячеек, т. е. число воспроизводимых случайных процессов изменения определяющих параметров.

Имея простейшие моделирующие ячейки для соответствующих элементов системы, можно построить моделирующий стенд, установив макеты элементов на их места в схеме системы. Структурная схема стенда для моделирования износа и разрегулирования систем изображена на рис. 10-8. Стенд работает следующим образом. Мгновенные значения напряжения шума с генератора шума 1 фиксируется на запоминающих устройствах 3 и с началом рабочего такта подаются на интеграторы 4, которые одновременно изменяют определяющие параметры всех макетов элементов системы.

Моделирующие ячейки, как и обычные элементы (блоки), соединены в функциональную схему системы и образуют макет системы. В течение заданного времени моделирования (такта работы макета системы) в результате взаимного влияния ячеек (т. е. макетов элементов) моделируется процесс изменения определяющего параметра системы. Этот процесс может записываться (непрерывно или в отдельных точках). При этом после многих тактов работы моделирующей установки накопится множество реализаций случайного процесса изменения определяющего параметра системы. По этим данным находятся числовые характеристики процесса изменения параметра системы.

Во многих случаях нет необходимости записывать реализации случайного процесса изменения параметра системы. Можно прямо получать гистограмму времени безотказной работы способом, описанным в § 10-1.

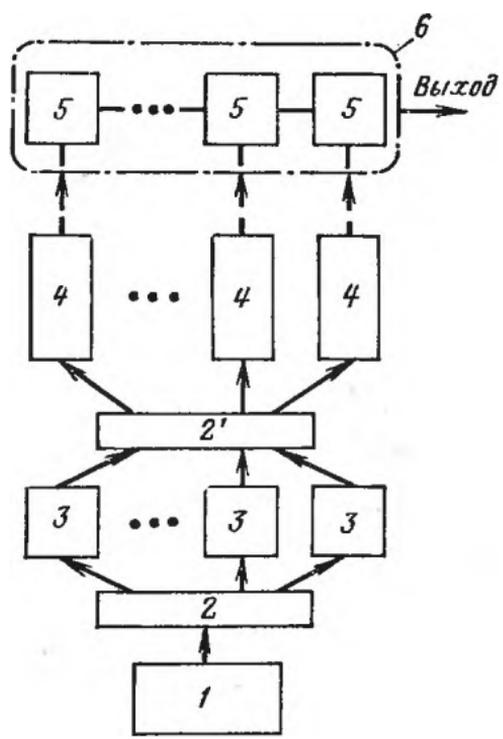


Рис. 10-8. Структурная схема установки для моделирования процессов появления отказов электронных схем.

1 — генератор шума; 2 — цепи коммутатора; 3 — запоминающие устройства; 4 — интеграторы со следящими устройствами; 5 — макеты элементов; 6 — система.

Рассмотрим особенности моделирования процессов появления отказов систем из-за обратимых изменений параметров элементов. Для осуществления такого моделирования каждый элемент (блок) сложной системы заменяется соответствующей моделирующей ячейкой, содержащей модель элемента, генератор стационарных случайных процессов (шумовых напряжений) и при необходимости следящую систему. На полученный таким образом макет системы непрерывно или периодически подается тестовый сигнал и непрерывно осуществляется

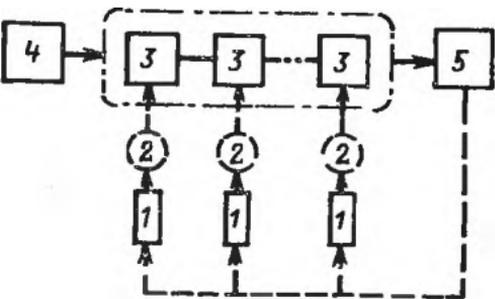


Рис. 10-9. Структурная схема стенда для моделирования процессов появления перемежающихся отказов.

1 — генераторы шума; 2 — следящие устройства; 3 — макеты элементов; 4 — блок тестовых сигналов; 5 — контрольно-измерительное устройство.

контроль выходного сигнала системы. В момент появления отказа системы приостанавливаются изменения параметров макетов элементов и фиксируются достигнутые значения этих параметров.

Каждая моделирующая ячейка воспроизводит стационарный случайный процесс изменения значений параметра элемента (блока). Как и при моделировании износа и разрегулирования, эта ячейка по своим характеристикам равноценна элементу, но отличается от обычного элемента тем, что имеет определяющий параметр, изменяющийся в соответствии с реализацией стационарного случайного процесса, вырабатываемого генератором.

В макете системы (рис. 10-9) модели элементов соединяются в функциональную схему исследуемой системы. При этом получается аналог исследуемой системы, в котором параметры элементов испытывают стационарные случайные изменения. Корреляционные функции этих случайных процессов аналогичны корреляционным функциям реальных флуктуаций параметров элементов, но имеют другой масштаб времени. В процессе моделирования макет системы сравнительно быстро (не более нескольких десятков секунд) имитирует длительный период эксплуатации.

На рис. 10-9 блок тестовых сигналов 4 и контрольно-

измерительное устройство 5 служит для обнаружения отказов и фиксирования сочетаний параметров элементов, при котором происходит отказ. Контрольно-измерительное устройство 5 оценивает реакцию системы на непрерывно поступающие контрольные входные сигналы. Как только обнаружится нарушение работы системы, выдается сигнал на фиксирование состояния моделирующих ячеек. Сочетание значений параметров элементов при отказе необходимо знать для разработки мероприятий по борьбе с отказами.

Стационарные случайные процессы в моделирующих ячейках могут быть как скалярными, так и векторными.

Конструкция и опыт применения моделирующих установок для предсказания параметрической надежности электронных устройств описаны в [16].

10-3. ПОВЫШЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ПУТЕМ ПОДБОРА НОМИНАЛОВ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ

Поскольку при проектировании схем из дискретных элементов используются уже существующие элементы с известными свойствами, то при заданной структуре схемы можно повысить ее параметрическую надежность путем подбора оптимальных начальных значений параметров элементов. Так как начальные значения параметров элементов являются случайными величинами, то в принципе можно изменять средние значения и средние квадратические отклонения параметров элементов (распределения параметров обычно близки к нормальным). Однако средние квадратические отклонения значений параметров изменять трудно, так как для этого необходимо перестраивать производство этих элементов. Гораздо проще подбирать средние начальные значения параметров. Для простоты будем предполагать, что средние начальные и номинальные значения параметров элементов совпадают.

Таким образом, необходимо подобрать оптимальные средние начальные значения (номиналы) параметров элементов схемы так, чтобы в течение заданного времени эксплуатации или наработки вероятность безотказной работы (отсутствия параметрических отказов) была бы максимальной. Можно учитывать и другие показатели надежности (например, интенсивность отказов).

Чтобы осуществить такую оптимизацию, необходимо уметь предсказывать параметрическую надежность проектируемых электронных схем. Такое прогнозирование осуществляется путем описанного выше вероятностного моделирования процессов возникновения отказов.

Оптимизацию номиналов параметров элементов схемы можно вести различными методами. Очевидно, что ее придется осуществлять по шагам. На каждом шаге оптимизации изменяют параметр одного элемента, оказывающего наибольшее влияние на определяющий параметр схемы. При этом значение, на которое изменяется параметр, целесообразно принять постоянным и установить заранее (шаг параметра).

Затем находят соответствующее значение показателя надежности и принимают решения о дальнейшем ходе работ по оптимизации (возможные решения: продолжать изменять параметр данного элемента, вернуться назад, начать изменять параметр другого элемента и др.).

Возможности практического осуществления подбора оптимальных номиналов параметров элементов схем ограничены необходимостью воспроизведения значительного количества реализаций случайных процессов изменения параметров элементов. При каждом шаге оптимизации необходимо оценивать влияние изменения номинала элемента на закон распределения наработки схемы до отказа. Чтобы получить экспериментальный закон распределения наработки до отказа, необходимо воспроизвести сотни реализаций случайных процессов изменения определяющего параметра схемы при каждом шаге оптимизации. Это существенно затрудняет подбор номиналов элементов для повышения надежности схем.

Можно значительно сократить объем моделирования, если при определении эффективности мероприятий по повышению надежности на каждом шаге оптимизации отказаться от нахождения законов распределения наработки до отказа и вычислять наработку (время) до начала массовых отказов t_n или другую характеристику положения (мода, медиана, среднее значение).

Существуют и другие приемы сокращения времени выполнения работ по оптимизации номиналов параметров элементов схем. Например, можно учесть, что существует оптимальный объем выборки (число тактов моделирования) $n_{\text{опт}}$ для определения значений показателей надежности схемы при каждом шаге оптимизации.

При оптимальном объеме выборки обеспечивается минимальное среднее время выполнения работ по оптимизации номиналов параметров элементов схемы. Это связано с тем, что, во-первых, при очень малых выборках из-за неточности статистических оценок показателей надежности часто возникают ошибки в принятии решений о дальнейших шагах оптимизации. Это ведет к потерям времени на исправление ошибок. Во-вторых, при больших объемах выборок, когда статистические оценки показателей надежности становятся более точными и потери времени из-за ошибок уменьшаются, также увеличивается время выполнения работы по оптимизации.

Исследование этого вопроса показало, что оптимальный объем выборки, обеспечивающий минимизацию среднего времени выполнения работ по оптимизации номиналов параметров элементов, находится в диапазоне 30—50 тактов моделирования.

Периодически, по заранее установленному правилу, должны осуществляться проверочные увеличенные выборки (сотни тактов моделирования) для построения экспериментального закона распределения наработки до отказа или экспериментального графика параметра потока отказов.

10-4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотренные выше принципы моделирования процессов возникновения отказов можно применять как к электрическим, так и механическим, гидравлическим и другим неэлектрическим системам. Однако в неэлектрических системах часто более трудно создать макеты элементов, чем в электрических. Поэтому в ряде случаев целесообразно вначале создать электронную схему, моделирующую свойства неэлектрической системы, и затем изменять характеристики полученной электронной схемы так, чтобы имитировать случайный процесс приближения неэлектрической системы к отказам.

Для моделирования необходимо так подобрать определяющие параметры элементов и системы, чтобы можно было легко создать электронный аналог механической системы. В ряде случаев в качестве таких определяющих параметров целесообразно принять динамические характеристики элементов. Динамические аналоги между элек-

гидравлическими и механическими, гидравлическими, тепловыми и другими системами изучены сравнительно хорошо.

Электрическую схему, динамические свойства которой аналогичны исследуемой неэлектрической системе, можно создать путем применения или моделей-аналогов, или структурных моделей.

Структурные модели строятся по типу счетно-решающих устройств, т. е. состоят из блоков, непрерывно выполняющих отдельные математические операции, необходимые для решения уравнений динамики системы. Для применения структурных моделей уравнения динамики необходимо привести к виду, удобному для набора задачи. При соответствующих преобразованиях коэффициенты (или функции) в уравнениях динамики обычно утрачивают явную связь с параметрами элементов исследуемой системы. Поэтому для моделирования процессов возникновения отказов систем структурные модели менее удобны, чем модели-аналоги.

В моделях-аналогах процесс моделирования расчленяется не на математические операции, а на физические элементы. При этом сохраняется непосредственное соответствие между элементами неэлектрической системы и элементами моделирующей электронной схемы. Каждому элементу исследуемой системы соответствует элемент моделирующей схемы. Если в исходной системе изменить параметры одного элемента, то и в моделирующей схеме необходимо изменить параметры только одного соответствующего элемента. При этом сохраняется возможность пользования физическими понятиями исследуемой неэлектрической системы, что очень важно для контроля хода и результатов эксперимента.

Кроме того, после установления аналогии между электрическими и неэлектрическими явлениями нет необходимости в математическом формулировании задачи, в составлении уравнений динамики.

Моделирующая электрическая схема собирается непосредственно по функциональной схеме исследуемой системы.

Погрешность результатов электрического моделирования обычно составляет несколько процентов от максимальных значений исследуемых величин.

Для механических устройств составление эквивалентных электрических схем может быть осуществлено по

Механическая система		Электрическая цепь	
Поступательная	Вращательная	Первая система аналогий	Вторая система аналогий
Масса m	Момент инерции I	Индуктивность L	Емкость C
Линейное перемещение x	Угловое перемещение φ	Электрический заряд q	Магнитное потокоцепление Φ
Линейная скорость v	Угловая скорость Ω	Ток i	Напряжение u
Сила Q	Крутящий момент M	Напряжение u	Ток i
Сопротивление трения (вязкого) S_{Π}	Сопротивление трения (вязкого) $S_{\text{в}}$	Омическое сопротивление R	Омическая проводимость g
Эластичность e_{Π}	Эластичность $e_{\text{в}}$	Емкость C	Индуктивность L
Кинетическая энергия $T = \frac{1}{2} m v^2$	Кинетическая энергия $T = \frac{1}{2} M \Omega^2$	Магнитная энергия $W_{\text{м}} = \frac{1}{2} L i^2$	Электрическая энергия $W_{\text{э}} = \frac{1}{2} C u^2$
Потенциальная энергия $V = \frac{1}{2} \frac{x^2}{e_{\Pi}}$	Потенциальная энергия $V = \frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{e_{\text{в}}}$	Электрическая энергия $W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$	Магнитная энергия $W_{\text{м}} = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L}$

двум системам электромеханических аналогий. В первой системе аналогий кинетической энергии соответствует энергия магнитного поля, а потенциальной — энергия электрического поля. Во второй системе кинетической энергии соответствует энергия электрического поля, а потенциальной — энергия магнитного поля. В табл. 10-1 сопоставляются механические и электрические величины по двум системам аналогий.

По первой системе аналогий равновесию сил (крутящих моментов) механической системы соответствует баланс напряжений замкнутого контура электрической схемы; по второй системе аналогий — баланс токов соответствующего узла электрической схемы.

При исследовании динамики механических устройств принято рассматривать прохождение сигнала (какого-либо перемещения или его производных) от входа к выходу устройства. Для этого необходимо проводить соответствующие измерения на модели. Так как измерения напряжений осуществлять проще, чем измерения токов, то вторая система аналогий более удобна. При второй системе аналогий электрическая схема модели повторяет структуру механической цепи рассматриваемого устройства.

При моделировании реальное механическое устройство сначала представляется в виде динамической системы, состоящей из идеализированных элементов (звеньев). Наиболее часто используются звенья трех типов:

- 1) упругие (идеализированные пружины — нет массы и трения);
- 2) инерционные (материальные точки — абсолютно жесткие тела);
- 3) фрикционные (элементы вязкого трения без массы и упругости).

Таблица 10-2

Идеализированные механические элементы	Элементы электрической цепи	
	Первая система аналогий	Вторая система аналогий
Упругий	Конденсатор	Индуктивность
Инерционный	Индуктивность	Конденсатор
Фрикционный	Резистор	Резистор

Для получения электрической схемы идеализированные механические элементы заменяются соответствующими пассивными электрическими элементами, приведенными в табл. 10-2. Внешние силы имитируются источниками напряжения (по первой системе аналогий) или источниками тока (по второй системе аналогий).

Рассмотренные выше модели-аналоги механических устройств с непосредственной реализацией прямой аналогии на пассивных электрических элементах просты и удобны в применении. Основным их недостатком является низкая точность. Поэтому часто применяют модели с косвенной реализацией прямой аналогии при помощи операционных усилителей. Последний путь сохраняет физическую наглядность метода прямой аналогии и вместе с тем дает возможность использовать при моделировании стандартные устройства промышленного изготовления, не прибегать к созданию специализированных установок. При этом удастся строить модели без применения индуктивностей, обходя при этом трудности обеспечения добротности указанных элементов.

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

**МЕРОПРИЯТИЯ ПО ПОВЫШЕНИЮ
НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПРИ ИХ
ПРОЕКТИРОВАНИИ И ИЗГОТОВЛЕНИИ****11-1. НЕКОТОРЫЕ ОПАСНЫЕ НАГРУЗКИ И СПОСОБЫ
ИХ УМЕНЬШЕНИЯ****а) Факторы, влияющие на надежность объектов
при их эксплуатации**

Технические объекты в процессе эксплуатации испытывают различные вредные внешние воздействия. Эти вредные воздействия могут быть субъективными или объективными.

Субъективные воздействия происходят из-за неправильных действий людей. Любое, даже полностью автоматизированное устройство требует периодического осмотра и ремонта, т. е. подвергается воздействию людей. При этом возможны приводящие к отказам неправильные действия людей, обусловленные недостатком знаний, опыта, небрежностью, а также плохой организацией работы. Например, к отказу технического объекта могут привести неправильная регулировка, нарушение правил включения и выключения, нарушения порядка, методики и объема профилактических работ и т. д.

Наряду с отрицательными субъективными факторами могут действовать и положительные, например деятельность изобретателей и рационализаторов.

Объективные воздействия можно разделить на две группы:

1) общие воздействия, которым подвергаются в той или иной мере все объекты данного типа;

2) частные воздействия, которые могут подвергаться отдельные конкретные образцы.

Как общие, так и частные воздействия могут быть постоянными или переменными.

К объективным воздействиям относятся (рис. 11-1):

- 1) специальные условия работы;
- 2) климатические воздействия;
- 3) биологические воздействия.

Специальные условия работы определяются назначением и типом технического объекта. Примеры специальных условий работы: тяжелый температурный режим, тяжелый ударно-вибрационный режим, агрессивная химическая среда, ядерная радиация и т. д.

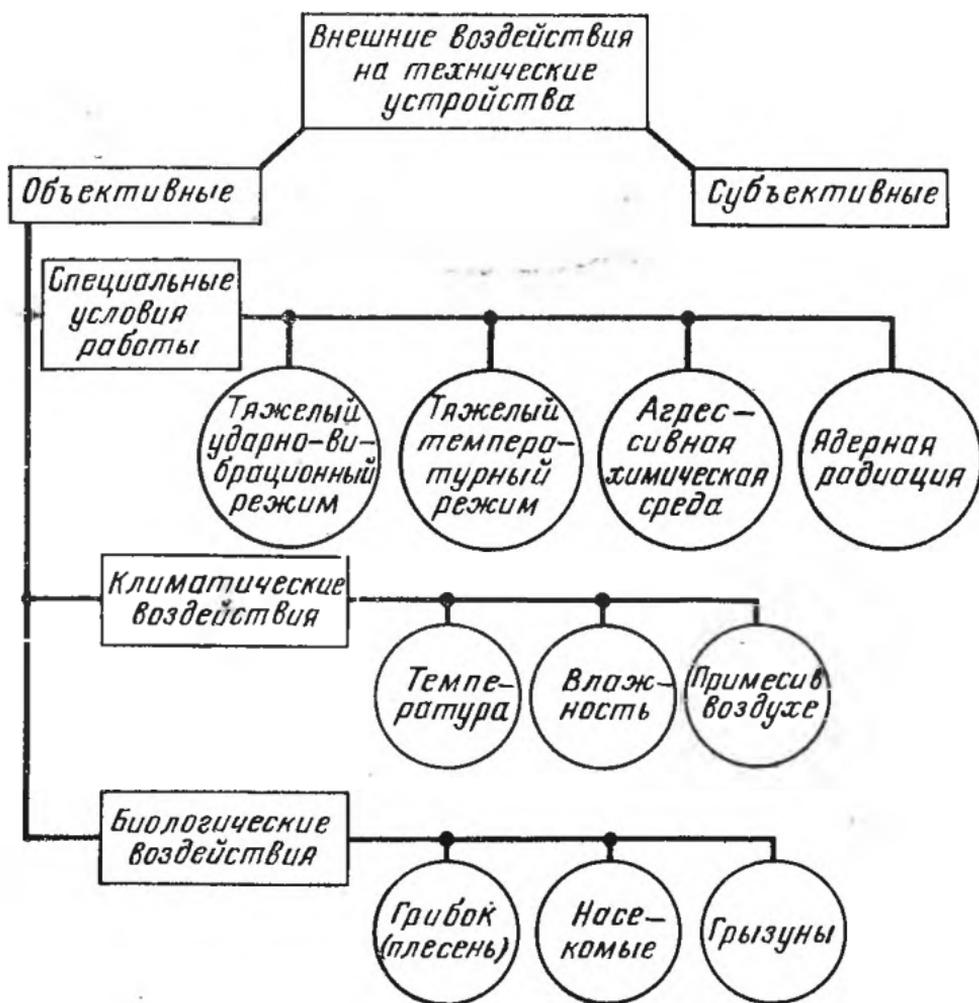


Рис. 11-1. Воздействия, снижающие надежность изделий при их эксплуатации.

Надежность всех объектов сильно зависит от температурного режима их работы. Особенно вредно сочетание тяжелого температурного режима с ударами и вибрациями. Эти первые два вида специальных условий работы являются основными факторами, определяющими более низкую, чем в других областях техники, надежность транспортируемых (на автомобилях, судах, самолетах и т. д.) устройств.

Существенное влияние на надежность электронной аппаратуры оказывает ядерная реакция. Элементы этой аппаратуры могут неудовлетворительно работать в поле радиации либо из-за непосредственного влияния поля, либо вследствие изнашивания элемента в поле, либо вследствие обеих причин.

Повреждения, вызванные радиацией, могут быть косвенными, т. е. радиация может создавать такие условия, при которых повреждения будут вызываться другими причинами. Например, конденсатор может повредиться при нагревании, если утечка усилилась вследствие ядерной радиации. Совместное действие многих факторов затрудняет изучение влияния ядерной радиации на надежность элементов электронной аппаратуры.

Вредное влияние климата может проявляться в основном за счет высокой или низкой температуры воздуха, повышенной влажности воздуха и различных примесей в нем.

Среди биологических факторов наибольшее значение имеет действие грибка (плесени), насекомых и грызунов.

Иногда резкое увеличение интенсивности отказов вызывается сочетанием двух внешних воздействий, каждое из которых по отдельности оказывает сравнительно небольшое влияние на надежность технического объекта. Более подробные сведения о факторах, влияющих на надежность технических объектов, имеются в [16].

б) Тепловые режимы и пути их облегчения

Тепло к техническому объекту может поступать двумя путями:

- 1) извне — от внешних по отношению к рассматриваемому устройству источников тепла;
- 2) изнутри — за счет внутренних источников тепла, например при трении механических деталей или из-за

нагревания элементов электронных схем (электронные лампы, резисторы и т. д.).

Значение внешнего нагрева может быть сведено к минимуму. В большинстве случаев тепло, нарушающее правильное действие аппаратуры, выделяется внутренними источниками за счет рассеяния мощности в термически активных элементах. Увеличение сложности и стремление к уменьшению размеров технических устройств ведет к концентрации высоких температур.

Большое значение имеет применение стойких к высоким температурам элементов. Однако возможности использования таких элементов ограничены. Все элементы становятся ненадежными или отказывают при некоторой чрезмерной температуре, и возникает вопрос о том, как понизить их температуру. Очевидно, что этот вопрос должен решаться в трех направлениях:

- сведение к минимуму выделения тепла;
- защита наиболее чувствительных элементов;
- эффективное удаление выделяемого тепла.

Сведение к минимуму выделения тепла в электронной аппаратуре означает одновременно повышение электрической эффективности схемы, так как энергия, рассеиваемая внутри аппаратуры в виде тепла, расходуется без пользы.

Защита наиболее чувствительных элементов состоит в предельном уменьшении возможностей теплообмена между активными элементами, рассеивающими тепло при работе, и термически пассивными элементами, которые тепла не рассеивают, но обычно чувствительны к температуре. Изоляция термически пассивных элементов от активных может быть осуществлена несколькими способами.

1) Пассивные элементы размещаются возможно дальше от активных. В идеальном случае активные элементы помещаются в один индивидуальный блок, а пассивные — в другой, находящийся на некотором расстоянии от первого. В электронных устройствах практическое решение вопроса обычно заключается в том, что активные элементы монтируются сверху шасси, а пассивные — внизу, на щитке субшасси.

2) Между термически активными и пассивными элементами помещаются экраны и перегородки.

3) При наличии локализованного рассеяния тепла в определенном месте иногда может быть применена

непосредственная теплопередача от активных элементов за пределы корпуса с помощью термических отводов. Они могут быть весьма разнообразными, начиная с простых медных массивных полос и кончая усовершенствованными трубками с охлаждающей жидкостью.

4) Охлаждающий воздух или жидкость направляется сначала через более холодные пассивные элементы, а затем через более нагретые активные.

Удаление выделяемого тепла совершается тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением (лучеиспусканием, радиацией).

в) Ударно-вибрационные режимы транспортируемой аппаратуры

К динамическим нагрузкам, испытываемым транспортируемой аппаратурой, относятся:

1) сильные удары в начале или в конце движения объекта: при маневрировании железнодорожных вагонов происходят удары с ускорением до 40g; сильные удары испытывает аппаратура самолетов во время взлета и посадки; значительные перегрузки испытывает аппаратура, установленная на автомобилях, при резком торможении;

2) умеренные или сильные периодические удары в процессе движения объекта, возникающие, например, при движении автомобилей по плохой дороге, в железнодорожных вагонах с плохой амортизацией, при пульсации тяги реактивных двигателей на самолетах и в ряде других случаев;

3) вибрация в определенном диапазоне частот, характерная для всех транспортируемых устройств.

Таблица 11-1

Вид движущегося объекта	Частота вибрации, Гц		Амплитуда при минимальной частоте, мм
	минимум	максимум	
Автомобили	0	15	75,0
Железнодорожный транспорт	1	3	35,0
Торговые суда (грузовые)	1	15	3,0
Боевые корабли	0	15	2,5
Вспомогательные суда ВМФ	0	50	25,0
Самолеты с поршневыми двигателями	10	150	0,25
Боевые самолеты (реактивные)	5	500	25,0

В табл. 11-1, составленной по данным [70], приведены частоты и максимальные амплитуды вибрации на движущихся объектах различных видов.

Измерения вибраций показывают, что они имеют составляющие с различными частотами, комбинированные произвольно. Такую вибрацию называют случайной и рассматривают как стационарный случайный процесс. Основной характеристикой случайной вибрации является спектральная характеристика — распределение дисперсии ускорения по частотам (спектральная плотность ускорения). На спектральной характеристике по вертикальной оси откладывается спектральная плотность ускорения, а по горизонтальной оси — частота вибрации f . Спектральная плотность ускорения измеряется в единицах $g^2/\text{Гц}$, где g — ускорение силы тяжести.

Защита аппаратуры от динамических воздействий осуществляется с помощью амортизаторов. Различают жесткие (противоударные) и мягкие (противовибрационные) амортизаторы.

В противоударных амортизаторах применяются работающие на сжатие упругие материалы (резина). Противоударные амортизаторы рассчитываются так, чтобы собственная частота объектов с этими амортизаторами была выше частоты возбуждающих колебаний. Опыт показывает, что применения только противоударных амортизаторов недостаточно для защиты от динамических воздействий. Вместе с тем устройства небольшой массы способны выдерживать значительные нагрузки без применения противоударных амортизаторов.

В противовибрационных амортизаторах упругий материал обычно работает на сдвиг. Собственная частота устройства с такими амортизаторами должна быть ниже частоты возбуждающих колебаний.

Тяжелый ударно-вибрационный режим работы объектов особенно вреден при наличии вращающихся деталей. В объектах с вращающимися деталями очень часто отказывают подшипники. Повреждения небольших шариковых и роликовых подшипников обычно возникают из-за действия ударной нагрузки, а не из-за усталости металла. Кратковременные ударные нагрузки особенно часто повреждают подшипник, когда он неподвижен или вращается медленно. При резком ударе деформация не успевает распространиться и может произойти вдавливание шариков в обойму; при этом срок службы подшип-

ников сильно снижается. Если в процессе действия кратковременной ударной нагрузки подшипник сделает несколько оборотов, то деформация успевает распространиться по всему подшипнику и вдавливания шариков не происходит. В этом случае допустимо превышение действующей нагрузки над статической грузоподъемностью, под которой понимается нагрузка на неподвижный подшипник при деформациях, меньших 0,0001 диаметра шарика. Подшипник может выдерживать без повреждения достаточно продолжительные нагрузки, в 6—10 раз превышающие его статическую грузоподъемность. Однако для надежной работы подшипника желательно, чтобы допустимая нагрузка не превышала половины статической грузоподъемности.

Борьбу с последствиями воздействия динамических нагрузок необходимо вести не только путем защиты от них, но и путем создания элементов и систем, стойких по отношению к динамическим воздействиям.

г) Воспроизведение вибрационных нагрузок в лабораторных условиях

Для воспроизведения вибрационных нагрузок могут применяться механические, электромеханические или электрогидравлические вибростенды.

В механических вибростендах вращения электродвигателя преобразуется в возвратно-поступательное движение вибрационного стола. Для этого используются кулачковые или кривошипно-шатунные механизмы.

В электродинамических и электрогидравлических вибростендах можно выделить генераторы колебаний, усилители, регуляторы и возбудители колебаний (вибраторы). Два указанных типа вибростендов различаются в первую очередь возбудителями колебаний. Генераторы колебаний обычно бывают электрическими.

В электродинамических вибраторах в поле постоянного магнита (электромагнита) помещается катушка, по которой протекает переменный ток. При взаимодействии тока в катушке с магнитным полем возникает выталкивающее усилие, пропорциональное току.

На электродинамических стендах можно создавать вибрацию в диапазоне 20—200 Гц. Диапазон рабочих частот электрогидравлических вибростендов — 0—500 Гц. В вибростендах этого типа имеются сервоклапаны, преобразующие электрические сигналы в колебания потока жидкости (масла), вызывающие движение вибрационного стола. Такие вибраторы дают возможность создавать большие перемещения (до 450 мм) очень тяжелых изделий (до 45 т) и позволяют воспроизводить любые инфранизкие частоты вибраций. Кроме того, электрогидравлические вибростенды невелики по размерам; стенды для испытаний крупных изделий гораздо дешевле соответствующих электродинамических стендов. Однако по ряду свойств электрогидравлические стенды уступают электродина-

мическим: например, в электрогидравлических стендах возможность создания высококачественных колебаний ограничена упругостью жидкости, имеются нелинейные искажения формы колебаний.

Для испытаний технических устройств на случайную вибрацию необходимы специальные стенды. Структурная схема такого стенда приведена на рис. 11-2. Стенд состоит из генератора шума, мощных электронных усилителей, регулировочного устройства, вибратора и схемы измерения характеристик вибрации.

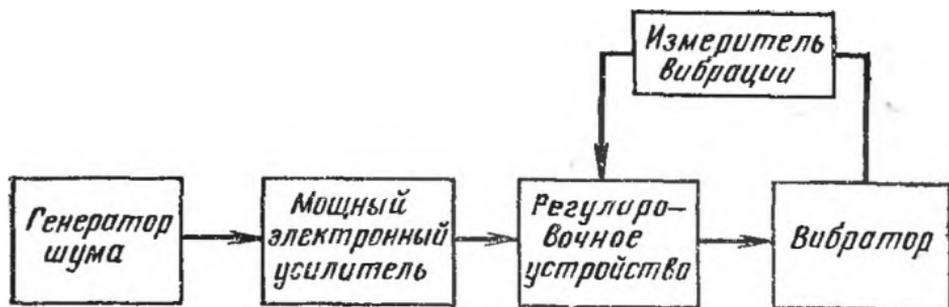


Рис. 11-2. Структурная схема стенда для испытаний на случайную вибрацию.

Для воспроизведения вибрационной нагрузки необходимо генерировать шумовое напряжение — реализацию стационарного эргодического случайного процесса. Обычно генерируется нормальный (гауссовский) шум, у которого мгновенные значения напряжения в каждый момент распределены по нормальному (гауссовому) закону. Принимаются специальные меры, чтобы мощность шума была определенным образом (обычно равномерно) распределена по области генерируемых частот (2—2000 Гц).

Напряжение шума усиливается мощными электронными усилителями и через регулировочное устройство поступает на вибратор. С подвижной частью вибратора соединен стол с приспособлениями для крепления испытуемых устройств.

На подвижной части вибратора установлен датчик акселерометра, измеряющий характеристики вибрации. Сигналы датчика усиливаются, преобразуются и могут использоваться при формировании заданных характеристик вибрации.

Описанный стенд может быть использован и для проведения лабораторных испытаний на синусоидальную вибрацию. При этом вместо генератора шума устанавливается генератор синусоидальных колебаний. Однако, как уже говорилось выше, в ряде случаев испытания на синусоидальную вибрацию могут привести к неточным суждениям о надежности испытываемой аппаратуры и свойствах антивибрационных приспособлений. Применение синусоидальной вибрации с плавно меняющейся частотой также неполно имитирует беспорядочную вибрацию, так как степень нагружения конструкции во многом определяется динамическими характеристиками ее элементов.

Принято считать, что достаточно близким приближением к действительности будут испытания на беспорядочную вибрацию при соблюдении следующих условий:

- 1) нормальное распределение вероятностей значений ускорений;

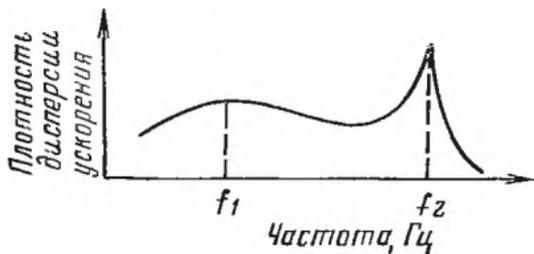


Рис. 11-3. Спектральная характеристика электромеханической системы, воспроизводящей случайную вибрацию.

имеет вид, изображенный на рис. 11-3, где f_1 и f_2 — соответственно частоты электрического и механического резонансов. Значения этих частот изменяются с изменением массы подвижной части вибростенда. Кроме того, при тяжелых испытуемых образцах могут возникать резонансы, существенным образом искажающие вид спектральной характеристики. Если некоторые пики искаженной характеристики совпадают с собственными частотами некоторых деталей испытываемого устройства, то эти детали окажутся под нагрузкой, значительно большей предполагаемой (иногда в 10—20 раз). Поэтому с помощью регулировочного устройства нужно настроить передающую систему вибростенда таким образом, чтобы обеспечить воспроизведение желаемой спектральной характеристики вибрации. Чтобы осуществить это, испытуемое устройство крепится на вибростенд и определяется первоначальный вид спектральной характеристики. Затем с помощью регулировочного устройства формируется желаемая спектральная характеристика.

На вибростенде практически невозможно воспроизводить все максимальные перегрузки, имеющие место при случайной вибрации. Технически осуществимо создание ускорений, превышающих в 3 раза расчетные средние квадратические ускорения вибрации. При этом воспроизводится 99,7% ускорений, подчиняющихся нормальному закону распределения.

11-2. МЕРОПРИЯТИЯ ПО ПОВЫШЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Можно выделить четыре группы мероприятий по повышению надежности объектов при их проектировании: системные методы, схемные методы, конструктивные методы и планирование эксплуатационных мероприятий.

К системным методам относятся организационно-экономические мероприятия по стимулированию повышения надежности и технические мероприятия, описанные в гл. 3.

Очень велико значение организационно-экономических мероприятий по стимулированию повышения надежности. Рассмотрим в качестве примера вопрос о гарантийном ремонте изделий.

2) постоянный уровень спектральной плотности ускорения при сравнительно широкой полосе частот.

Для получения случайной вибрации с желаемой спектральной характеристикой необходимо заново настраивать вибростенд для каждого испытания. Реальная спектральная характеристика электромеханической системы, воспроизводящей случайную вибрацию,

Когда цена изделия назначается без учета гарантийных затрат, разработчики и изготовители изделий стремятся обеспечить лишь минимально допустимый уровень надежности. Любые дополнительные расходы на повышение надежности сверх минимально необходимых уменьшают прибыль.

Положение меняется, если в стоимость изделий включатся затраты на гарантийный ремонт и обслуживание. При этом изготовитель учитывает, что при повышении надежности изделий уменьшаются затраты на гарантийный ремонт и обслуживание, т. е. прибыль становится наибольшей при определенном значении показателя надежности, превышающем минимально допустимый уровень. Разработчики и изготовители изделий стремятся узнать этот уровень и достигнуть его. Таким образом стимулируются точные оценки надежности и ее повышение.

В качестве второго примера организационно-экономического мероприятия по стимулированию повышения надежности можно привести подход к обеспечению надежности заказываемых изделий путем планирования расходов на весь срок службы. При этом заказчик не предъявляет количественные требования по надежности и не требует подтверждения надежности. Вместо этого заказчик задает общую сумму допустимых расходов на приобретение изделий и на их эксплуатацию в течение определенного периода, например 10 лет. В эту сумму входят затраты на разработку, изготовление, доставку потребителю и на все виды технического обслуживания.

Сам разработчик заинтересован в обеспечении высокой безотказности и эксплуатационной технологичности. При этом разработчик должен уметь точно рассчитать свои будущие расходы по обеспечению надежности и потери из-за недостаточной надежности. Доход разработчика зависит от точности его оценок надежности разрабатываемого изделия. Разработчику выгодно иметь достоверную информацию о надежности и выгодно своевременно внедрять мероприятия по повышению надежности при наименьших затратах.

По-видимому, можно разработать и осуществить и другие, более эффективные организационно-экономические мероприятия.

Технические мероприятия по формированию показателей надежности проектируемых изделий необходимы

при любой системе взаимоотношений заказчика и разработчика.

Схемные методы объединяют мероприятия по повышению надежности объектов путем совершенствования принципов построения этих объектов.

К конструктивным методам относятся мероприятия по созданию или подбору элементов, созданию благоприятных режимов работы, принятию мер по облегчению ремонта и т. д. Обычно оказываются более надежными те элементы, которые не имеют перемещающихся деталей, накаливаемых нитей и тонких обмоток.

Вновь создаваемые элементы обычно не сразу завоевывают признание. Также постепенно создается технология массового изготовления новых элементов. И лишь после того, как выявлены все свойства новых приборов, опробована работа в тяжелых условиях, эти приборы могут найти применение в серийной аппаратуре. Надежность элемента зависит от его конструкции, способа изготовления и условий применения.

При облегчении электрических, тепловых и вибрационных режимов работы элементов интенсивности их отказов значительно уменьшаются.

При конструировании транспортируемой электронной аппаратуры можно обеспечить защиту от ударов и вибраций. Правильная амортизация аппаратуры часто является основным фактором, определяющим ее надежность.

При оценке условий работы элементов особое внимание нужно обращать на переходные процессы, возникающие при включении и выключении, а также при других изменениях режима работы аппаратуры. Испытываемые элементом при переходных процессах перегрузки могут быть одной из причин пониженной надежности аппаратуры.

При проектировании должно учитываться изменение параметров материалов и деталей во времени («старение»). Учет старения необходим и для кратковременно работающих объектов, так как они могут применяться после долгого периода складского хранения. При этом целесообразно так подобрать номинальные значения параметров элементов, чтобы обеспечить максимальную параметрическую надежность системы (см. § 10-3).

Время устранения отказа можно уменьшить путем построения систем по блочно-узловому способу.

Вся система разбивается на отдельные функционально-законченные блоки и субпанели, которые в электронных системах соединяются между собой кабелями, а в механических системах связываются кинематически. Субпанели в свою очередь разбиваются на функционально законченные узлы, выполняемые в виде легко-съемных конструкций. При таком построении систем весь ремонт состоит в замене вышедших из строя блоков или узлов, что значительно ускоряет процесс ввода объектов в строй. Восстановление отказавших блоков производится в специальных ремонтных мастерских.

Осуществление блочно-узловых конструкций тесно связано с унификацией элементов и систем, которая производится на основе отбора наиболее надежных вариантов. При этом не только повышается надежность объектов, но и снижается их стоимость и упрощается изготовление. В ряде случаев удается создать очень сложные системы из элементов двух-трех типов.

Для облегчения ремонта отделенных от основной системы неисправных блоков также крайне необходима унификация блоков, деталей, напряжений и частот питания, разъемов и т. д. Унификация облегчает снабжение запасными частями и снижает стоимость эксплуатации и средних или капитальных ремонтов.

Планирование эксплуатационных мероприятий на стадии проектирования объектов состоит в разработке системы технического обслуживания, включающей подсистемы профилактики, восстановления, кадров и снабжения. Проектирование объекта должно осуществляться в соответствии с номенклатурой работ по техническому обслуживанию. Например, для планирования профилактического регулирования определяющих параметров устройств необходимо предусмотреть возможность контроля и прогнозирования значений этих параметров.

11-3. ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ОБЪЕКТОВ

Выше упоминалось, что отказы в основном являются следствием наличия «слабых» элементов со скрытыми пороками. Иначе говоря, одна из основных причин появления отказов состоит в разбросе значений качества элементов. Поэтому значительную часть производственных мероприятий по повышению надежности элементов

и систем составляют мероприятия по улучшению однородности выпускаемой продукции. Все эти мероприятия можно свести в четыре группы:

- 1) совершенствование технологии производства;
- 2) автоматизация производства;
- 3) технологические (тренировочные) прогоны;
- 4) статистическое регулирование качества продукции.

Все эти группы мероприятий взаимно связаны между собой.

Совершенствование технологии производства является одной из сторон общего прогресса науки и техники. В большинстве отраслей промышленности технический прогресс является сравнительно медленным, постепенным процессом. Все мероприятия в этой области опираются не только на последние достижения науки, но и в значительной мере на накопленный опыт производства продукции.

Борьба за совершенствование технологии производства с целью получения однородной (т. е. надежной) продукции может быть успешной только в том случае, если она охватывает все стадии производственного процесса от получения сырья до сборки и регулировки систем.

Автоматизация производства обеспечивает высокую степень однородности продукции, а следовательно, и высокую надежность изделий. Например, в изготовляемых вручную трансформаторах часто происходят обрывы тонких обмоток. Автоматизация этого процесса обеспечивает равномерное натяжение провода при намотке, из-за чего число обрывов резко падает.

Технологические (тренировочные) прогоны проводятся с целью выявления скрытых производственных дефектов и причин их возникновения. Кроме тренировочных прогонов в условиях, близких к эксплуатационным, могут применяться ускоренные прогоны с тяжелыми условиями работы. В последнем случае усложняется вопрос о выборе режима и длительности прогона, которые должны быть такими, чтобы полностью удалить «слабые» элементы и вместе с тем не ухудшать качество «нормальных» элементов. Такая жесткая тренировка применяется редко.

Выявлено, что в начальный период эксплуатации, характеризуемый повышенным числом отказов (период

приработки), в основном отказывают механические и электромеханические узлы, проявляются дефекты монтажа, сборки, регулировки. Эти отказы удается выявить в процессе прогона при вибрационных нагрузках на включенное под электрическую нагрузку изделие.

Введение тренировочных прогонов в технологический процесс производства позволяет сократить расходы заводов-изготовителей на гарантийные ремонты. Может быть установлена оптимальная продолжительность прогона из условия, чтобы суммарные затраты завода-изготовителя на проведение технологического прогона и на ремонты или замены в течение гарантийного срока были бы минимальными. Соответствующая методика расчета оптимальной продолжительности прогона описана в [43].

Статистическое регулирование качества продукции, иногда не совсем правильно называемое статистическим контролем качества, также значительно повышает однородность продукции. Основная идея статистического регулирования качества состоит в следующем. Причины, вызывающие отклонения качества продукции, разбиваются на две группы. Одна из них — группа случайных причин — считается недоступной воздействию человека вследствие многочисленных причин и ничтожности каждой из них.

Помимо случайных причин, которые всегда существуют в любом производстве, иногда могут появляться «определимые причины», которые могут быть устранены путем сознательного вмешательства в технологический процесс.

Если все определимые причины устранены и осталась только постоянная группа случайных причин, то дальнейшего даже незначительного повышения качества продукции можно добиться лишь путем полной перестройки производства, что, как правило, требует очень больших затрат. Поэтому в производстве допускается лишь постоянная система случайных причин, а всякого рода определимые причины устраняются. При этом определимые причины выявляются путем применения статистических методов оценки качества. Так как постоянная группа причин проявляется в постоянном разбросе характеристик качества, то все дело сводится к наблюдению за постоянством разброса значений показателей качества.

Инструментом статистического регулирования качества продукции является контрольная карта. С помощью контрольной карты выявляются определяемые причины, смещающие средний уровень характеристики качества или увеличивающие разброс ее значений.

Контрольная карта заполняется по результатам периодических выборочных проверок определяющих параметров (т. е. проверок качества) изделий. При каждой выборочной проверке контролируют 3—10 одинаковых изделий. В результате ряда выборочных проверок получается некоторая последовательность выборочных характеристик (медиан, средних значений, размахов или др.). По результатам проверок строятся контрольные диаграммы, по горизонтальной оси которых откладываются номера выборок. По вертикальной оси откладывают соответствующие выборочные характеристики.

Так как объемы выборок обычно малы, выборочные числовые характеристики качества продукции имеют случайные колебания. Колебания этих величин принимаются во внимание лишь тогда, когда они превышают некоторый назначенный уровень. Обычно используются два вида уровней: внешние (основные) и внутренние (предостерегающие) границы регулирования. Расположение точек относительно границ регулирования дает возможность оценивать устойчивость производственного процесса во времени и своевременно принимать соответствующие меры.

Контрольные карты иногда имеет смысл использовать для отдельных смен, бригад и даже рабочих.

Для планирования работ по повышению качества и надежности изделий при их производстве необходимо провести предварительное исследование производственного процесса. В ходе такого исследования изучается состояние вопроса, выявляются наиболее важные (проблемные) задачи, рассматриваются факторы, от которых зависит решение вопроса, связи между этими факторами. На втором этапе формулируются конкретные мероприятия по решению намеченного вопроса. В ходе выполнения мероприятий производятся контроль результатов и корректирование программы.

Рассмотрим приемы, применяемые в ходе предварительного исследования производственного процесса.

При изучении состояния вопроса перед началом составления программы работ по повышению качества и

надежности первичная информация может быть собрана в виде контрольных листков, на которые заносятся сведения, позволяющие выявить вид распределений случайных факторов, обследовать различные нарушения и неполадки, выявить их причины и т. д. Используются также различные виды отчетов, рапортов и другие документы. По сведениям о непрерывных случайных величинах строятся гистограммы.

Для выявления наиболее важных («проблемных») вопросов, на которых следует сосредоточить основное внимание, необходимо сравнить несколько факторов. Для этого могут быть использованы специальные графики видов брака и диаграммы относительной важности, получаемые методом экспертных оценок.

Графики видов брака часто называются диаграммами Парето по имени итальянского экономиста. Эти графики дают возможность объективно сравнить виды нарушений производственного процесса и наметить последовательность решения задач по его совершенствованию.

По горизонтальной оси этих графиков указывают виды брака, по вертикальной оси — число или долю случаев брака и чертят столбиковую диаграмму (рис. 11-4). На этом графике вычерчивают также кумулятивную кривую (ломаную), показывающую накопленный процент различных видов брака.

При рассмотрении графиков, приведенных на рис. 11-4, легко понять распределение основных видов брака. Из рис. 11-4 следует, что подавляющее большинство случаев брака происходит из-за первых трех причин.

Могут использоваться различные диаграммы вида рис. 11-4. По вертикальной оси могут откладываться материальные потери от брака или затраты времени на исправление брака. Можно построить диаграммы Парето, по горизонтальной оси которых откладываются ста-

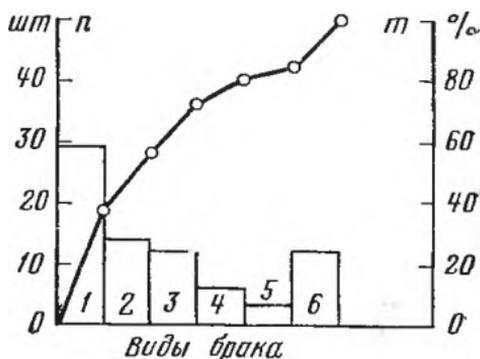


Рис. 11-4. Диаграмма видов брака.

- 1 — брак комплектующих изделий; 2 — некачественная пайка; 3 — плохое крепление электромеханических устройств; 4 — брак в отделке; 5 — неточное оформление документации; 6 — прочие виды брака.

дии технологического процесса, места появления дефектов в изделии, различные службы, бригады, причины нарушения производственного процесса, распределение нарушений по исполнителям, постам контроля и т. д.

После определения главных вопросов определяют связи между признаком качества и факторами, влияющими на этот показатель, т. е. между результатом и причинами. При этом установить истину довольно трудно. Обычно существует значительное количество субъективных мнений сотрудников, участвующих в обсуждении вопроса. Чтобы учесть и упорядочить все эти мнения, можно использовать схемы причинно-следственных связей.

Одна из форм построения таких схем была предложена в 1950 г. профессором Токийского университета Исикава Каору. В иностранной печати эти схемы часто называют схемами Исикава. Из-за внешней формы схем (рис. 11-5) их иногда называют также «рыбья кость», «рыбий скелет».

При построении схем причинно-следственных связей результат, называемый характеристикой, изображается центральной стрелкой схемы (рис. 11-5). Явления, прямо или косвенно влияющие на характеристику, называют факторами и изображают в виде стрелок, направленных острием на центральную линию (стрелку).

Для выявления факторов записывают мнения 5—10 сотрудников, занимающих различное служебное положение и имеющих различные интересы. При этом, как и при любой форме экспертной оценки, желательно избегать излишних вопросов и критики. Затем все записанные факторы классифицируют. Выделяют главные факторы («отцы»), которые делятся на все более конкретные («сыновья», «внуки», «правнуки» и т. д.). Деление продолжается до тех пор, пока не будет ясно, какие меры нужно принять для изменения исследуемой характеристики.

Чтобы установить подчиненность факторов, вначале обсуждают те из них, которые существенно влияют на характеристику. Такие факторы в перечне обводят красным кружком. Затем из выделенных факторов опять выделяют важнейшие и обводят их двойным кружком и т. д. При этом значения факторов, имеющих количественные показатели, можно анализировать с помощью диаграмм Парето.

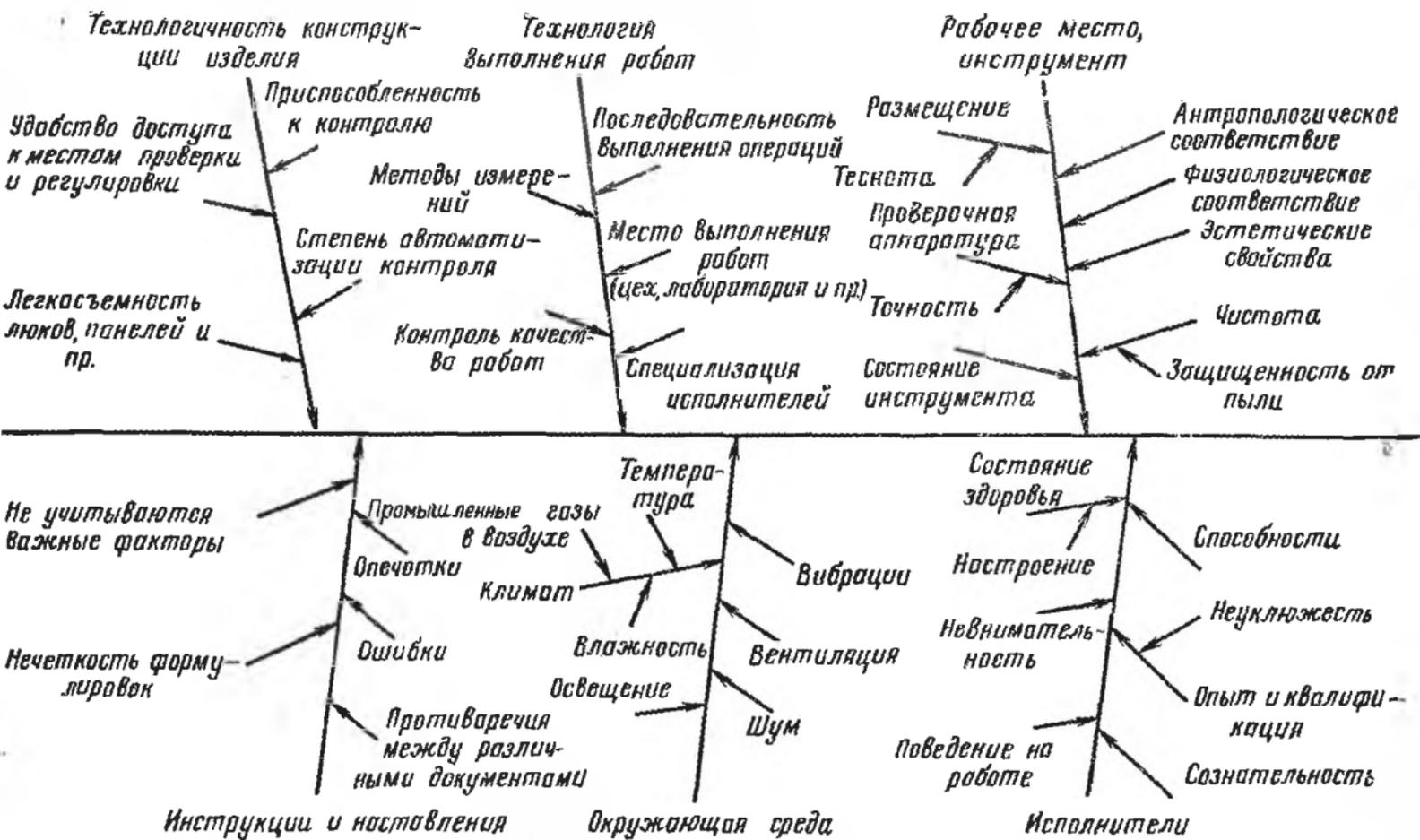


Рис. 11-5. Пример схемы причинно-следственных связей при анализе причин появления повышенного значения параметра потока отказов после профилактики.

Правильность выявления важнейших факторов, влияющих на характеристику, целесообразно проверить экспериментально.

При построении графика расположение стрелок, углы их наклона и другие формальные признаки значения не имеют. Важна лишь подчиненность факторов. Желательно возможно более подробное деление факторов, чтобы схема имела вид ветвистого дерева.

В специальной таблице или тетради, прилагаемой к схеме, записывают дополнительные сведения: уровень важности фактора, как контролировать данный фактор, имеются ли нормы для значений факторов, как влияет фактор на характеристику (вызывает систематическое смещение или разброс), если для характеристики применяются контрольные карты, то влияет ли фактор на колебания признака внутри пробы или от пробы к пробе и др.

После анализа факторов составляют перечень мероприятий в отношении наиболее важных из них.

При анализе связей причин (факторов) и следствий (характеристик) может применяться корреляционный анализ или прием, условно называемый расслоением.

Корреляционный анализ применяется, когда сравниваемые величины являются непрерывными. Вычисляются соответствующие коэффициенты корреляции, по которым судят о наличии и величине связи. Иногда для наглядности строят графики разброса, на которых изображают множество точек, соответствующих возможным значениям характеристики при соответствующем значении фактора. Результаты корреляционного анализа необходимо проверять и развивать другими методами. Корреляционная зависимость характеризует лишь внешнюю картину явления, косвенные признаки причинных зависимостей величин.

«Расслоение» применяется в случае, когда исследуемый фактор X можно разделить на несколько факторов (причин) X_1, X_2, \dots . Статистические данные о значениях характеристики Y делятся на группы, соответствующие X_1, X_2, \dots . По полученным данным для характеристики Y строят «расслоенные» гистограммы, контрольные карты, графики и т. д.

Для анализа связей характеристики и факторов могут использоваться и другие методы (факторный анализ, биномиальная вероятностная бумага и т. д.).

огда исследование путей повышения качества и надежности закончено и отработана соответствующая программа, главным становится вопрос о контроле результатов проведения намеченных мероприятий. При этом часто используют контрольные карты. Чтобы наглядно наблюдать изменения характеристики при проведении различных мероприятий, часто изображают на одном графике несколько контрольных карт.

11-4. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА ПОВРЕЖДАЮЩУЮ НАГРУЗКУ

Элементы со скрытыми пороками и дефектами обладают повышенной потенциальной возможностью отказа. Вероятность перехода этой возможности в действительность, т. е. вероятность отказа элемента, сильно зависит от режима работы этого элемента. Пусть, например, в определенном месте системы имеется флюктуация температуры в 300% номинала. Если случайно на этом месте окажется элемент с ослабленной способностью переносить высокую температуру, то вероятность отказа этого элемента будет большой.

Таким образом, существование объекта в каждый момент времени можно представить как результат борьбы вредной внешней нагрузки, стремящейся перевести его в неработоспособное состояние, и некоторой случайной характеристики качества, сопротивляемости объекта. Сопротивляемость (прочность) является внутренним свойством объекта наравне с массой, размерами, моментом инерции и т. д.

Для оценки стойкости объектов к внешним воздействиям проводятся испытания на повреждающую нагрузку. Для этого нагрузка постепенно увеличивается до тех пор, пока не откажет испытуемый объект. При этом не обязательно произойдет его разрушение. В ряде случаев после снятия нагрузки объект остается работоспособным. (Например, механическое устройство может заклинить из-за изменения размеров движущихся частей при повышении температуры, но это устройство может восстановить свою работоспособность при снижении температуры.) Значение повреждающей нагрузки фиксируется. Такие испытания проводятся для группы одинаковых объектов.

Результаты статистических испытаний на повреждающие нагрузки обрабатываются аналогично резуль-

татам испытаниям на время работы до отказа. Нарabотка до отказа при испытаниях на повреждающую нагрузку не учитывается. При испытаниях большой продолжительности могут быть получены искаженные результаты из-за износа испытываемых объектов при больших нагрузках. Чтобы исключить вредное влияние времени испытаний, его стараются свести к минимуму.

Испытания на повреждающую нагрузку особенно важны для объектов кратковременного действия. Обычно эти объекты работают в очень тяжелом режиме и за время работы не успевают износиться. Значительную часть отказов данных объектов составляют случайные внезапные отказы, возникающие из-за того, что элементы со скрытыми пороками не выдерживают тяжелых условий работы. Кроме того, для объектов кратковременного действия обычно можно пренебречь влиянием окружающих условий за время работы.

При испытаниях на поврежденную нагрузку выявляются «слабые» элементы со скрытыми пороками и получаются сведения о возможностях использования объекта в определенных условиях и о сравнительной надежности отдельных элементов. Определить характеристики надежности объектов по результатам испытаний на повреждающую нагрузку нельзя.

Испытаниям на повреждающую нагрузку могут подвергаться как отдельные детали, так и узлы. Испытания узлов целесообразно проводить лишь после того, как установлено, что примененные детали обладают высокой надежностью и что обеспечен достаточный запас стойкости. Иначе испытания усложняются и отказы, обусловленные несовершенством деталей, маскируют отказы из-за местных резонансов, температур и других недостатков конструкции узла.

Узлы, блоки и системы в целом обычно подвергаются комбинированному воздействию всех имеющих место при эксплуатации нагрузок. Это объясняется тем, что отказы, обусловленные одновременным действием ряда нагрузок, чаще возникают в собранной аппаратуре, чем при испытаниях отдельных элементов. Чем большее количество существенных нагрузок воспроизводится одновременно, тем ближе условия испытаний к действительности.

При комплексном воздействии нагрузок сначала все они устанавливаются на уровне максимальных эксплуа-

тационных нагрузок испытываемых объектов. Затем одна из нагрузок увеличивается до тех пор, пока не произойдет отказ. Примером комплексного воздействия нагрузок могут служить вибрационные испытания при одновременном воздействии ряда частот. Для транспортируемых устройств наиболее типичными факторами воздействия окружающей среды являются механические нагрузки (вибрация, удар), температура и электрическая нагрузка.

Для испытаний на повреждающую нагрузку автоматических регуляторов могут быть использованы моделирующие стенды. Обычно эти стенды состоят из двух основных частей: аналога регулируемого объекта и реального регулятора (рис. 11-6). При испытаниях на повреждающую нагрузку стенд, на котором и устанавливается реальный регулятор, снабжается имитаторами условий работы.

В качестве имитатора условий работы регулятора могут быть использованы вибростенд, термокамера и т. д. В первом блоке (аналоге регулируемого объекта) воспроизводятся отклонения параметров регулируемого объекта от заданного режима. Эти отклонения передаются на регулятор, который вырабатывает команды, передаваемые в первый блок.

Значение нагрузки, при которой регулятор начинает работать неудовлетворительно, фиксируется в качестве повреждающей нагрузки.

Аналог регулируемого объекта может быть физической моделью или же математической машиной. В настоящее время в моделирующих стендах обычно применяются аналоговые вычислительные машины.

Обычно в процессе испытаний на повреждающую нагрузку эта нагрузка увеличивается скачками (рис. 11-7). После скачкообразного изменения нагрузки она некоторое время (Δt на рис. 11-7) выдерживается неизменной. Время выдерживания Δt выбирается равным времени установления стационарного режима



Рис. 11-6. Структурная схема моделирующего стенда для проведения испытаний на повреждающую нагрузку.



Рис. 11-7. Программа испытаний на повреждающую нагрузку.

Значение скачка нагрузки (Δx на рис. 11-7) выбирается экспериментально. Значение Δx , с одной стороны, должно быть достаточно большим, чтобы быстро закончить испытания. С другой стороны, скачок нагрузки должен быть достаточно малым, чтобы не вызывать ошибок при построении статистического распределения повреждающих нагрузок. Число скачков нагрузки равно числу интервалов в гистограмме распределения повреждающей нагрузки.

Иногда находящиеся на испытаниях объекты выдерживают нагрузки, во много раз превосходящие максимальные из встречающихся в процессе эксплуатации. В этих случаях нецелесообразно повышать нагрузку до отказа всех объектов. Эмпирически установлено следующее правило сокращения времени испытаний: испытания прекращаются при четырехкратном превышении максимальной эксплуатационной нагрузки.

В некоторых случаях удастся поочередно испытывать на несколько разрушающих нагрузок одни и те же объекты. При этом сначала проводятся испытания на те нагрузки, которые вызывают наименьшее изменение свойств находящихся на испытании объектов.

Кривые вибрационных повреждений

При вибрационных испытаниях на повреждающую нагрузку могут быть построены кривые повреждающей нагрузки или, короче, кривые повреждений — геометри-

в испытуемом объекте. Если изменяющейся нагрузкой является электрическое напряжение, то значение Δt должно быть равно времени, достаточному для возможного появления пробоя. Когда изменяется температура, то величина Δt равна времени установления теплового равновесия системы. Если изменяющейся нагрузкой является вибрация, то время Δt равно времени воз-

ческие места точек отказа объекта, выражающие зависимость повреждающей перегрузки от частоты. На рис. 11-8 в качестве примера приведены кривые повреждений некоторых элементов по данным [78]. При комплексном воздействии тепловых, электрических, вибрационных и других нагрузок может быть построено семейство кривых повреждений.

Для получения кривых повреждений однотипные объекты (или одно изделие) подвергаются испытаниям на повреждающую вибрационную нагрузку (ускорение) при различных частотах. При этом обычно не учитывается разброс качества отдельных объектов.

С помощью кривых повреждений можно обнаружить конструктивные недостатки элементов (например, резонансы), выбрать стойкие к вибрации элементы.

Начертив на одном графике (наложив) кривые повреждений отдельных элементов, можно получить результирующую кривую, характеризующую стойкость данного объекта. Эта результирующая кривая проводится по минимальным значениям ординат наложенных кривых повреждения отдельных элементов. При построении результирующей кривой повреждений для системы необходимо, чтобы все кривые повреждений элементов были основаны на испытаниях, проводимых в одинаковых условиях.

Результирующая кривая повреждений сравнивается с условиями работы проектируемого объекта. Для этого на одном графике с кривой повреждений строится кривая нагрузки — зависимость ускорения от частоты вибрации, характеризующая воздействие окружающей среды на рассматриваемый объект. Значение ускорения определяется в точке присоединения рассматриваемого объекта к опоре или упругому креплению.

Ординаты кривой повреждений должны быть больше соответствующих ординат кривой нагрузки. Если отдельные участки кривой повреждений расположены ни-

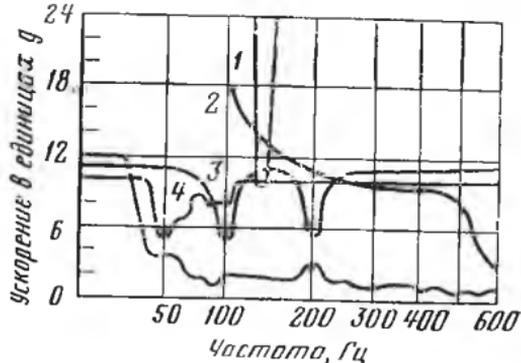


Рис. 11-8. Кривые повреждений некоторых элементов.

1 — провод; 2 — реле первого типа; 3 — электронная лампа; 4 — реле второго типа.

же кривой нагрузки, то принимаются меры для предотвращения возникновения отказов. Если общий уровень повреждений системы сильно снижается из-за одного элемента (нижняя кривая на рис. 11-8), то нужно заменить или изолировать от вибраций этот элемент. Другой путь предотвращения отказов состоит в уменьшении

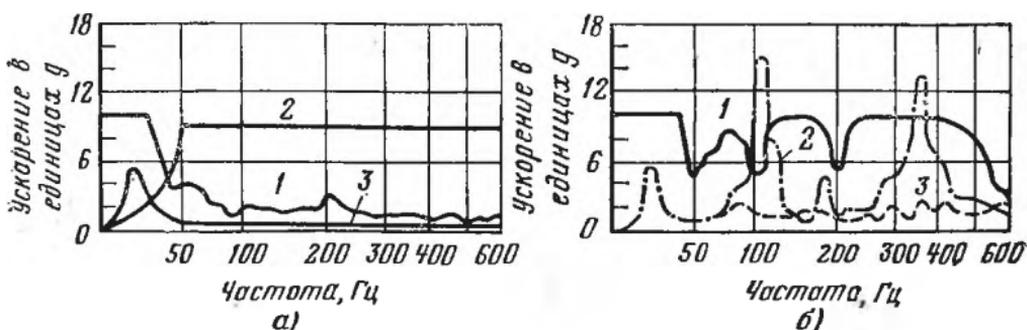


Рис. 11-9. Снижение вибрационных нагрузок.

а — влияние виброизоляции; *б* — влияние демпфирования; 1 — кривая поврежденный; 2 — кривая первоначальной нагрузки; 3 — кривая уменьшенной нагрузки.

действующих нагрузок путем применения амортизаторов и демпферов. Амортизаторы удобно применять там, где уровень нагрузки постоянен на всех частотах. Пример применения виброизоляции приведен на рис. 11-9, *а*.

Чтобы избежать резонансов, принимают ряд мер для обеспечения жесткости конструкции. Там, где это сделать не удастся и резонансы все же имеются, может быть использовано демпфирование. Применение демпферов дает возможность срезать пики на кривой нагрузки в точках резонансов (рис. 11-9, *б*). Применяя демпфирование, можно создавать легкие, удобные для осмотра конструкции.

Свойства объектов и действующие на них нагрузки могут изменяться с течением времени. При этом для исследования соотношения имеющейся и повреждающей нагрузки необходимо рассмотреть взаимное расположение поверхности повреждений и поверхности нагрузок (рис. 11-10).

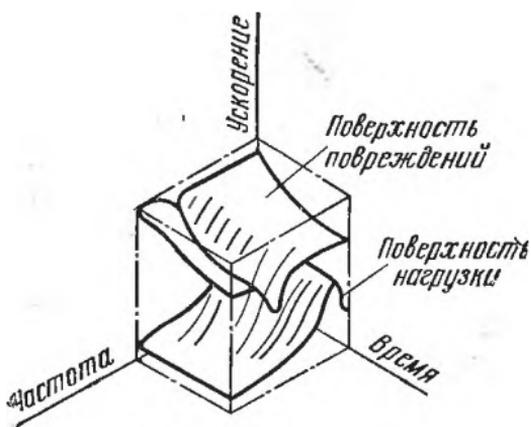


Рис. 11-10. Поверхность поврежденный и поверхности нагрузки.

11-5. ПРОГРАММЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ И ДРУГИХ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ОБЪЕКТОВ

В настоящее время становится общепризнанным, что нельзя добиться улучшения надежности и технологичности обслуживания отдельными разрозненными мероприятиями. Необходимы жесткие программы, включающие взаимно связанные мероприятия на всех этапах проектирования, изготовления и эксплуатации объектов. Такие программы составляются одновременно с техническим заданием на разработку объекта или на ранних этапах разработки.

В ходе проектирования программы уточняются и дополняются.

Обычно составляются отдельные программы обеспечения надежности и технологичности обслуживания.

Программы обеспечения надежности включают распределение требований надежности по системам, блокам и элементам, изучение условий работы объектов, различные виды расчетов надежности и испытаний, контроль на различных стадиях проектирования и изготовления и ряд других плановых мероприятий. По данным иностранной печати, расходы по программе надежности составляют 1—2% общей стоимости разработки и изготовления партии изделий. Эти расходы быстро компенсируются сокращением эксплуатационных затрат (расходы на поддержание в работоспособном состоянии составляют за год в среднем 6% стоимости техники).

Программа обеспечения технологичности обслуживания должна предусматривать наряду с совершенствованием конструкции объекта разработку планов и способов технического обслуживания параллельно с проектированием объекта. На возможно более ранних этапах проектирования должна производиться количественная оценка технологичности обслуживания (см. гл. 14).

По мере разработки конструкции должны постоянно уточняться первоначальные оценки и намечаться новые пути совершенствования объекта. Выполнение программы обеспечения технологичности обслуживания позволит значительно уменьшить эксплуатационные расходы.

Для эффективности программы необходимо, чтобы она была достаточно подробной уже на ранних этапах

проектирования объекта. Иначе говоря, нужно принять значительное количество правильных решений на ранних этапах разработки. Однако на этих этапах трудно получить полную информацию, которая давала бы возможность принять оптимальное решение. Поэтому очень важно изучить и проанализировать процессы разработки аналогичных объектов. Качество решений будет зависеть от полноты информации.

В каждой программе записываются мероприятия, сроки их проведения, должностные лица, ответственные за проведение мероприятий. Мероприятия формулируются так, чтобы заказчик мог легко контролировать их выполнение. В программе выделяются следующие разделы:

1) руководство программой, где записываются мероприятия по составлению рабочих документов, планов, обеспечению условий выполнения программы, организационным вопросам; приводятся систематизированные перечни задач, оценивается их важность; описывается система обобщения эксплуатационных данных и принятия мер по устранению повторяющихся отказов;

2) мероприятия при проектировании объектов, к которым относятся изучение условий применения объектов, учет квалификации операторов и исполнителей работ по техническому обслуживанию, анализ комплектующих элементов, создание конструкторской документации для этапов производства, испытаний, эксплуатации; рекомендации по схемным и конструктивным методам повышения надежности и др.;

3) мероприятия при изготовлении объектов, включающие контроль за рабочей документацией, за соответствием параметров продукции требованиям документации; способы входного контроля; мероприятия по статистическому регулированию качества продукции; внесение изменений в технологический процесс изготовления изделий; методы контроля производственных процессов; приемочный контроль, планы испытаний на безотказную работу, организация испытаний;

4) мероприятия при эксплуатации объектов, содержащие мероприятия по совершенствованию системы технического обслуживания (профилактические мероприятия, технология осмотра и поиска неисправностей, организация аварийных и профилактических замен и т. д.). Кроме того, описываются мероприятия по совер-

шенствованию сбора и обработки данных об отказах, связи с проектировщиками и изготовителями аппаратуры.

Примеры отдельных мероприятий:

1) в ходе проектирования объектов не менее 3 раз произвести расчеты их надежности; первый (приближенный) расчет произвести на стадии эскизного проекта;

2) при разработке электронных схем запретить применение элементов, нагрузки на которых превышают 20% номинала;

3) ввести текущий статистический контроль с помощью карты медиан и размахов для некоторых деталей;

4) внести в эксплуатационную документацию обязательное техническое обслуживание механических и электромеханических агрегатов через каждые 1000 ч работы объекта (проверка и регулировка зазоров, натяжения пружин, возобновление смазки и т. д.).

При составлении программ обеспечения надежности необходимо учитывать, что часто на заводских испытаниях, технологических прогонах, отработочных испытаниях недостатки изделий и их технического обслуживания не выявляются полностью. В результате на начальном участке эксплуатации наработка на отказ может составлять 10—30% прогнозируемого значения. Надежность изделий может быть доведена до планируемого уровня в результате интенсивных испытаний и доработок. Поэтому целесообразно тщательно продумать и хорошо организовать программу отработки изделия с целью обеспечения его надежности.

При планировании времени на выполнение программы отработки можно использовать экспериментальную зависимость [81]

$$\lg \tilde{m}_t = a \lg \frac{T_{\Sigma}}{100} + \lg \tilde{m}_{t_0},$$

где T_{Σ} — суммарная наработка изделия на испытаниях; \tilde{m}_{t_0} — начальное ($T_{\Sigma} = 0$) значение наработки на $\frac{1}{2}$ отказа; $a = 0,1 \div 0,5$, причем верхний предел соответствует наличию эффективной программы отработки изделия, нижний предел — отсутствию такой программы.

СВОЙСТВА РЕЗЕРВИРОВАННЫХ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

12-1. ВИДЫ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ

Резервированием называют метод повышения надежности объекта введением избыточности. В гл. 12 и 13 описаны особенности различных путей осуществления резервирования. Цель этих глав состоит в систематизации сведений о возможностях метода резервирования, о путях его сочетания с другими методами при системном подходе к повышению надежности объектов.

Расчеты надежности резервированных объектов проводятся методами, описанными в гл. 4—6. Целесообразно, применяя эти общие методы, выводить формулы, соответствующие решаемым задачам, а не пытаться сводить эти задачи к готовым расчетным формулам.

Ниже рассматривается в основном структурное резервирование, предусматривающее использование избыточных элементов структуры объекта.

К резервированию иногда относят задачи по отысканию рациональных способов организации технического обслуживания с учетом запаса (резерва) элементов. Общая схема такой задачи приведена на рис. 12-1. Элементы условно изображены кружками. При отказе установленного в работающей системе элемента он направляется в ремонт, а на его место устанавливается соответствующий элемент со склада и т. д. Задачи такого типа рассматриваются в гл. 14.

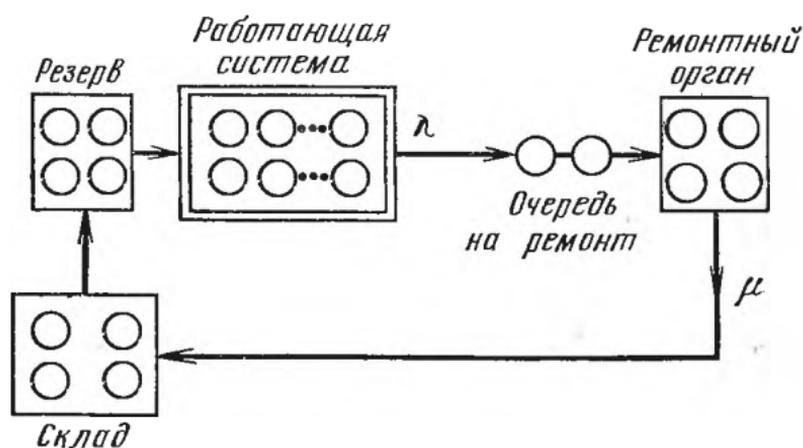


Рис. 12-1. Схема технического обслуживания.

Различные резервированные объекты отличаются друг от друга в первую очередь реакцией на появление отказа, т. е. динамическими свойствами. С этой точки зрения можно различать два пути создания резервированных объектов, т. е. два метода резервирования.

При одном из них структура объекта такова, что при появлении отказа она перестраивается и объект восстанавливает свою работоспособность, т. е. происходит саморемонт объекта. При этом объект активно реагирует на появление отказа, в силу чего данный метод будет в дальнейшем называться активным резервированием.

Частным случаем активного резервирования является резервирование замещением, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента.

В объектах с активным резервированием большое значение имеют условия работы резерва (нагрузки) до появления отказа, т. е. до перестроения структуры. Принято различать:

- 1) нагруженный резерв — резервные элементы находятся в том же режиме, что и основной элемент;
- 2) облегченный резерв — резервные элементы находятся в менее нагруженном режиме, чем основной;
- 3) ненагруженный резерв — резервные элементы практически не несут нагрузку.

В системах управления движущимися объектами обычно существуют условия работы первого вида, что объясняется двумя обстоятельствами:

- 1) значительную часть отказов составляют внезапные отказы из-за тяжелых динамических нагрузок, одинаковых для резервных и основных элементов (вибрация, удары и т. д.);
- 2) время включения резервного элемента после отказа работающего элемента при ненагруженном резерве часто недопустимо велико.

При пассивном резервировании объекта отказ одного или даже нескольких элементов не влияет на его работу. Элементы соединены постоянно, перестроения структуры не происходит. Объект как бы пассивно сопротивляется появлению отказов элементов. Если необходимо подчеркнуть, что резервные элементы участвуют в функционировании объекта наравне с основными, то такое резервирование называют постоянным.

Так как при пассивном резервировании отказавший элемент не отключается, то при создании систем с пассивным резервированием приходится учитывать различные последствия, к которым может привести отказ элемента.

При отказе хотя бы одного из элементов системы с пассивным резервированием может изменяться нагрузка, воспринимаемая элементами, оставшимися работоспособными. Поэтому в объектах с пассивным резервированием большое значение имеют условия работы элементов после появления отказа, т. е. стабильность нагрузки на элементы, оставшиеся работоспособными.

По этому признаку можно различать три вида объектов с пассивным резервированием:

1) системы с неизменной нагрузкой, в которых при отказе одного или нескольких элементов не меняется нагрузка на элементы, оставшиеся работоспособными;

2) системы с перераспределением нагрузки, в которых при отказе хотя бы одного элемента изменяется (обычно увеличивается) нагрузка на элементы, оставшиеся работоспособными;

3) системы с резервированием по нагрузке, в которых при отказе хотя бы одного элемента система выходит из строя, но интенсивность отказов элементов уменьшена за счет того, что нагрузка, которую должен был воспринимать один элемент, воспринимается несколькими элементами.

При пассивном резервировании наибольший выигрыш в надежности достигается в системах с неизменной нагрузкой, наименьший — в системах с резервированием по нагрузке.

Особенности пассивного резервирования подробнее рассмотрены в § 12-5.

В системах с активным резервированием происходит нарушение работы системы на время с момента отказа рабочего элемента (участка системы) до момента включения резервного. Там, где такой перерыв в работе недопустим принципиально, метод пассивного резервирования является единственно возможным.

Оба метода резервирования могут быть осуществлены путем применения различных видов резервных схем. Принято различать резервирование общее, автономное, раздельное, единичное, внутриэлементное, скользящее и

с избыточными схемами. Принципиального различия между видами резервных схем нет.

Рассмотрим коротко перечисленные выше виды резервных схем.

Общее резервирование состоит в резервировании объекта в целом. Благодаря своей простоте этот способ резервирования наиболее известен.

Автономное резервирование является одним из вариантов общего. Оно состоит в применении нескольких независимых объектов, выполняющих одну и ту же задачу. Каждый из этих объектов имеет свой вход и выход и обычно независимые источники питания. Примером системы с автономным резервированием может служить совокупность устройств телеизмерения, выполняющих одну и ту же задачу, если каждое устройство имеет свои входные датчики, записывающие (выходные) блоки и источники питания. Автономное резервирование обычно применяется при проведении ответственных экспериментов в системах ответственного назначения.

Если все другие способы резервирования могут применяться как при активном, так и при пассивном методах, то автономное резервирование всегда является пассивным.

Различие между общим и автономным резервированием поясняет рис. 12-2.

Раздельное резервирование состоит в резервировании объекта по отдельным участкам. Систему с активным общим резервированием можно считать частным случаем системы с раздельным резервированием при одном участке резервирования.

Единичное резервирование состоит в замене элементов объекта элементарными резервированными схемами (обычно пассивными). В сложных системах очень трудно найти рациональную схему раздельного резервирования. Кроме того, схемы резервирования различных объектов каждый раз приходится проектировать заново, что требует иногда довольно значительных материальных затрат и времени. Поэтому можно ожидать, что единичное резервирование, при котором простейшие резервированные схемы типовых элементов могут выполняться в виде готовых блоков (ячеек), найдет широкое применение из-за простоты построения сложных резервированных систем. При единичном резервировании не нужно составлять специальных схем, а можно просто

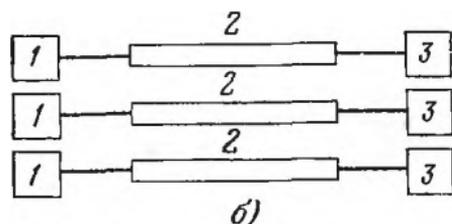
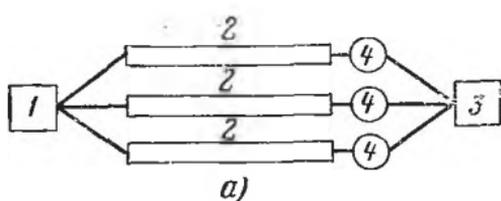


Рис. 12-2. Различные варианты общего резервирования.

а — схема общего активного резервирования; *б* — схема автономного резервирования; 1 — входной элемент (блок); 2 — рабочая цепь; 3 — выходной элемент (блок); 4 — цепи переключателя.

применение внутриэлементного резервирования связано с изменением конструкции элементов. Примером применения внутриэлементного резервирования может служить резервированное реле [16].

Скользящее резервирование применяется в системах из одинаковых элементов. Оно состоит в том, что используется небольшое число резервных элементов, которые могут подключаться взамен любого из отказавших элементов основной системы (см. § 12-4).

При резервировании с избирательной схемой сравниваются сигналы на выходе нечетного числа параллельно работающих устройств и во внешнюю цепь выдается сигнал, имеющийся на выходе большинства устройств (см. § 12-4). Избирательные схемы применяются в тех случаях, когда трудно установить, отказали или нет отдельные устройства.

Резервированные объекты целесообразно различать также по принципам обслуживания:

без профилактики — работоспособность основных и резервных элементов не контролируется, система используется до момента отказа из-за выхода из строя всех резервных элементов;

с периодической профилактикой — контроль и восстановление работоспособности проводятся

ставить на место каждого элемента в функциональной схеме объекта его аналог — типовую резервированную ячейку.

Наиболее просто осуществляется единичное пассивное резервирование, при котором отдельные элементы заменяются пассивными резервированными схемами (см. § 12-5).

Внутриэлементное резервирование состоит в резервировании внутренних связей элемента (вплоть до молекулярных). Если при единичном резервировании используются схемы из существующих элементов (ячейки), то

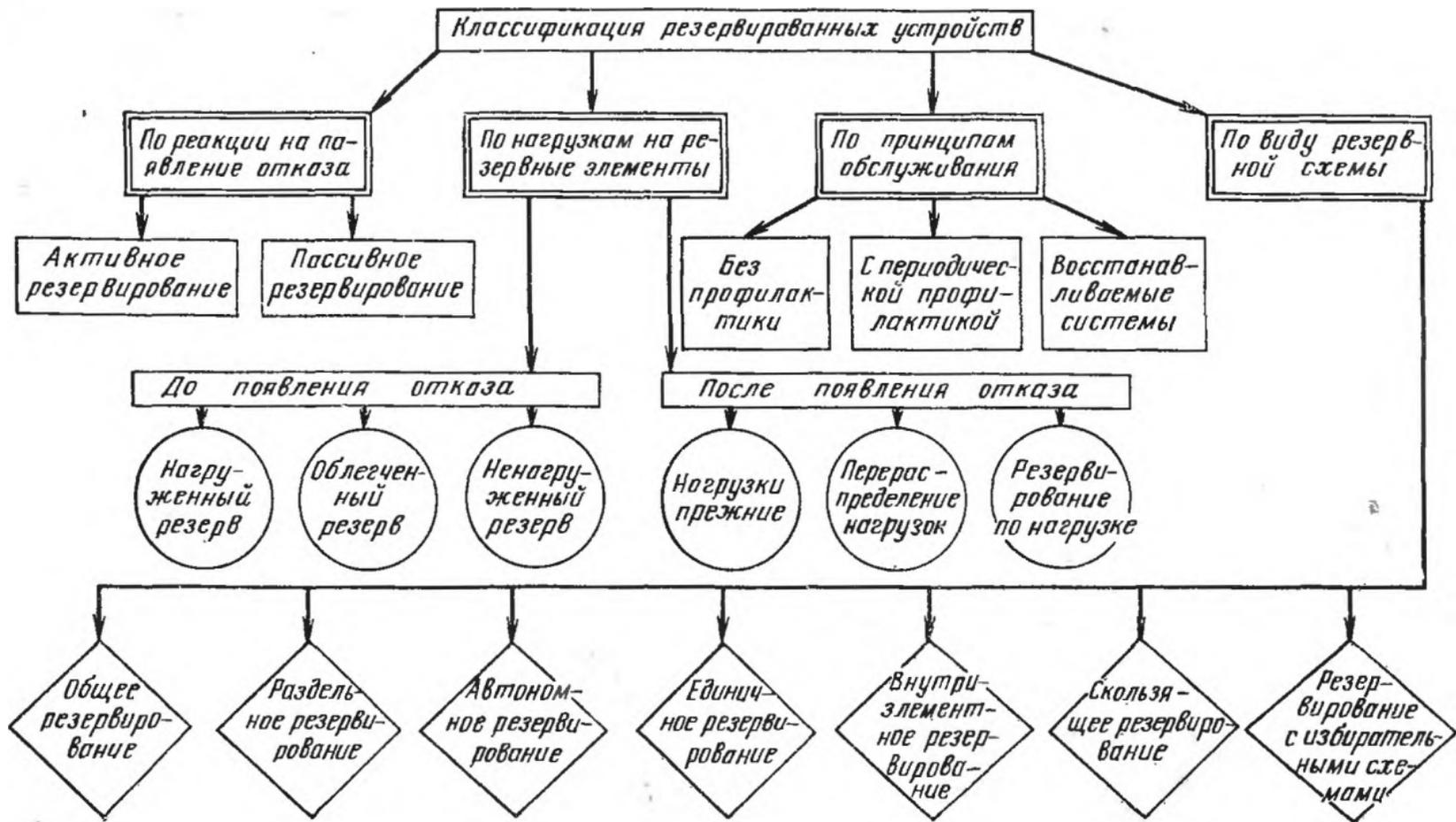


Рис. 12-3. Общая схема классификации резервированных технических систем.

периодически; в течение времени (цикла) работы системы нельзя проводить профилактические мероприятия;

восстанавливаемые объекты — в процессе работы объекта можно восстанавливать отказавшие элементы.

Общая схема классификации резервированных систем приведена на рис. 12-3.

12-2. ПАССИВНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ С НЕИЗМЕННОЙ НАГРУЗКОЙ И НАГРУЖЕННОЕ АКТИВНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ С ОЧЕНЬ НАДЕЖНЫМИ ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИМИ УСТРОЙСТВАМИ

При любой попытке исследования или практического осуществления активного резервирования приходится сталкиваться с вопросом о переключающем устройстве, которое для краткости будем в дальнейшем часто называть просто переключателем. Вообще говоря, переключение может осуществляться вручную или автоматически. В современных автоматизированных системах приходится применять в основном автоматические переключатели, так как на обнаружение факта отказа системы и ручное включение резервных элементов требуется столь значительное время, что резервирование при ручном включении часто теряет смысл.

Для указанных в заглавии параграфа случаев резервирования формулы расчета надежности одинаковы. Это происходит потому, что как при активном резервировании с пренебрежимо малой вероятностью отказа переключателей, так и при пассивном резервировании с неизменной нагрузкой элементы находятся в одинаковых условиях, которые не изменяются после появления отказа.

Пассивное резервирование с неизменной нагрузкой иногда удается осуществить путем параллельного (функционального, а не логического!) подключения к основной системе одной или нескольких резервных систем, которые можно считать в рассматриваемом случае элементами резервированной системы. Эти системы соединяются параллельно так, чтобы отказавшие системы не влияли на оставшиеся работоспособными. Для этого вводятся ограничивающие сопротивления, раздельные обмотки трансформаторов, специальные схемы

и цели обратной связи и т. п. Например, иногда могут быть соединены параллельно два электронных усилителя с достаточным диапазоном автоматической регулировки усиления. Так как в рассматриваемом случае резервирование состоит в параллельном соединении устройств, то функциональная схема системы часто совпадает с ее логической моделью. Однако это бывает далеко не всегда. Если представить себе полупроводниковый диод, отказ которого состоит в появлении пробоя (обрывы отсутствуют) и при изменении напряжения на диоде интенсивность его отказов не изменяется, то параллельному соединению таких диодов на логической схеме соответствует последовательное электрическое (т. е. функциональное) соединение.

При расчете надежности резервированных систем часто стараются найти функцию резервирования $R(Q_0)$, выражающую зависимость вероятности отказа R резервированной системы от первоначальной вероятности отказа Q_0 нерезервированной системы и характеристик схемы. Рассмотрим вначале систему с периодической профилактикой, проводимой через заданную наработку (например, для самолетных систем заданная наработка — время полета самолета).

Для вычисления функции резервирования необходимо предварительно составить логическую (математическую) модель резервированной системы.

Система делится на элементы, которые могут соединяться последовательно или параллельно. Последовательным соединением считается такое, когда отказ хотя бы одного элемента ведет к отказу всего соединения. При параллельном со-

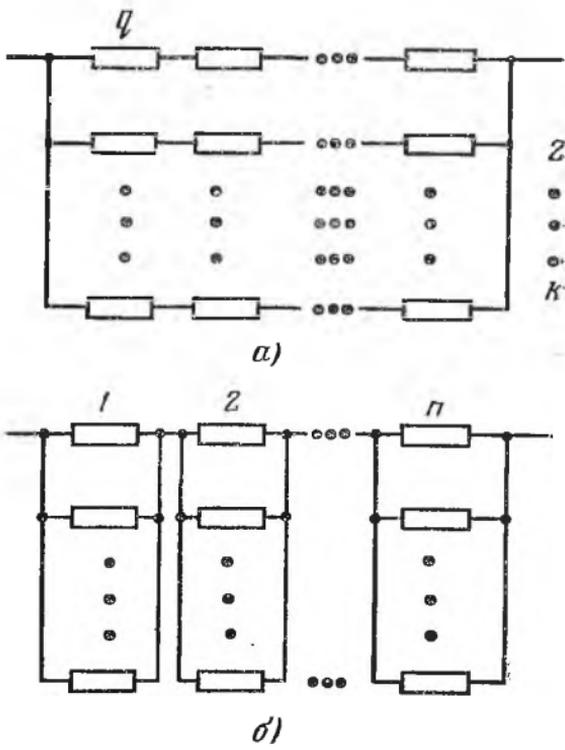


Рис. 12-4. Структурные схемы систем.

a — частный случай общего резервирования; *б* — частный случай раздельного резервирования.

единении только отказ всех элементов приводит к отказу этого соединения в целом. При вычислении функций надежности и ненадежности этих соединений элементов используются формулы (5-1) — (5-7).

В соответствии с формулой (5-4) функция резервирования системы с общим резервированием (рис. 12-4,а)

$$R_{\text{общ}} = \prod_{j=1}^k Q_{0j}, \quad (12-1)$$

где k — число соединенных параллельно элементов.

Для простоты рассуждений будем считать, что основные и резервные цепи имеют одинаковую надежность. Тогда

$$R_{\text{общ}} = Q_0^k. \quad (12-2)$$

Функция резервирования системы с отдельным резервированием (рис. 12-4,б) в рассматриваемом случае

$$R_{\text{разд}} = 1 - \{1 - [1 - (1 - Q_0)^{\frac{1}{n}}]^k\}^n, \quad (12-3)$$

где n — число участков резервирования.

Выразим формулы (12-2) и (12-3) через вероятность отказа q участка резервирования основной системы. Если учесть, что

$$Q_0 = 1 - (1 - q)^n,$$

то можно написать:

$$R_{\text{общ}} = [1 - (1 - q)^n]^k; \quad (12-4)$$

$$R_{\text{разд}} = 1 - (1 - q^k)^n. \quad (12-5)$$

Для систем кратковременного действия, у которых $Q_0 \approx nq \ll 1$, правые части формул (12-4) и (12-5) можно разложить в ряды по степеням n и, пренебрегая членами с q в степени выше первой, написать:

$$R_{\text{общ}} = n^k q^k; \quad (12-6)$$

$$R_{\text{разд}} = nq^k. \quad (12-7)$$

На основании формул (12-6) и (12-7) можно заключить, что в рассматриваемом случае применение отдельного резервирования взамен общего в системах кратковременного действия дает выигрыш в надежности

$$\frac{R_{\text{общ}}}{R_{\text{разд}}} = n^{k-1}. \quad (12-8)$$

Этот вывод справедлив лишь при условии, что периоды профилактики в обоих случаях одинаковы (см § 12-2).

Плотность распределения наработки до отказа системы с общим резервированием можно найти дифференцированием выражения для $R_{\text{общ}}$. Для дублированной системы

$$f(t) = \frac{dR_{\text{общ}}(t)}{dt} = Q_1(t) f_2(t) + Q_2(t) f_1(t),$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$ — плотности распределения наработки до отказа основного и резервного элементов; $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ — вероятности отказа этих элементов. При показательном распределении наработки до отказа обоих элементов

$$f(t) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} (1 - e^{-\lambda_2 t}).$$

Когда система с общим резервированием состоит из k равнонадежных элементов с показательными распределениями наработки от отказа, то

$$P_{\text{общ}}(t) = 1 - R_{\text{общ}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^k; \quad (12-9)$$

$$f_{\text{общ}}(t) = k \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^{k-1}; \quad (12-10)$$

$$\lambda_{\text{общ}}(t) = \frac{k \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^{k-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^k}, \quad (12-11)$$

где λ_0 — интенсивность отказов нерезервированного элемента.

Когда максимальное значение $\lambda_0 t \ll 1$, то в (12-11) можно положить:

$$e^{-\lambda_0 t} \approx 1 - \lambda_0 t.$$

При этом после преобразований получим:

$$\lambda_{\text{общ}}(t) \approx k \lambda_0^k t^{k-1}. \quad (12-12)$$

Таким образом, даже при постоянных интенсивностях отказов отдельных элементов интенсивность отказов резервированной системы является функцией наработки.

При $t=0$ значения $\lambda_{\text{общ}}(t)$ и $f_{\text{общ}}(t)$ всегда равны нулю. При $t \rightarrow \infty$ интенсивность отказов резервированной системы растет и стремится к пределу — интенсивности отказов λ_0 нерезервированного устройства. Интенсивность потока отказов $\omega(t)$ также стремится к пределу —

величине, обратной среднему времени безотказной работы резервированной системы. Зависимости относительной интенсивности отказов $\lambda_{\text{общ}}/\lambda_0$ и относительной интенсивности потока отказов $\omega_{\text{общ}}/\lambda_0$ от времени приведены на рис. 12-5.

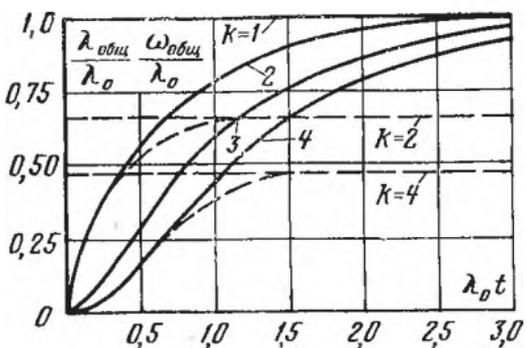


Рис. 12-5. Зависимость от времени относительной интенсивности отказов системы с общим резервированием при различном числе k устройств, соединенных параллельно на логической схеме. Пунктиром показаны соответствующие зависимости для параметра потока отказов.

Средняя наработка до отказа системы с общим резервированием вычисляется по формуле

$$m_t = \int_0^{\infty} [1 - R_{\text{общ}}(t)] dt.$$

При одинаковой надежности всех k соединенных параллельно на логической схеме элементов (устройств), имеющих показательное распределение наработки до отказа,

$$\begin{aligned} m_t &= \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^k] dt = \\ &= \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^k \frac{1}{j}. \end{aligned} \quad (12-13)$$

Приведенные в этом параграфе формулы справедливы для случая, когда резервированная система отказывает лишь при выходе из строя всех k параллельных элементов логической схемы. Возможны случаи, когда по условиям работы отказ наступает при выходе из строя $l > 1$ элементов логической схемы. Этот случай в литературе иногда называется резервированием с дробной кратностью.

Для вычисления вероятности безотказной работы или функции резервирования системы в рассматриваемом случае целесообразно воспользоваться известной в тео-

рии вероятностей теоремой о повторении опытов (теоремой о последовательности независимых испытаний). В соответствии с этой теоремой вероятности всех исходов работы системы с общим резервированием получаются с помощью разложения

$$\prod_{j=1}^k (P_{0j} + Q_{0j}) = 1, \quad (12-14)$$

где k — число параллельно соединенных элементов на логической схеме; P_{0j} и Q_{0j} — значения функции надежности и функции ненадежности отдельного элемента (устройства).

При равнонадежных устройствах рассматривается разложение бинома

$$(P_0 + Q_0)^k = 1.$$

Для вычисления вероятности безотказной работы нужно вычеркнуть слагаемые, соответствующие отказу системы.

При вычислении вероятности отказа резервированной системы нужно оставить лишь члены, соответствующие отказу системы. Из уравнения $P_{\text{общ}} = P_0$ можно найти критическое значение P_{0*} вероятности безотказной работы отдельного устройства, при котором надежности резервированной системы и отдельного устройства одинаковы. При $P_0 < P_{0*}$ резервирование с дробной кратностью приносит вред, снижая надежность.

а) Влияние периодического контроля работоспособности элементов на эффект от применения резервирования

Эффективность резервирования можно оценить по отношению характеристик надежности или по разности этих характеристик. Например, сравнив значения интенсивности отказов при $k=1$ и $k \geq 2$ на рис. 12-5, можно заключить, что применение резерва (нагруженного) дает возможность существенно повысить надежность кратко- временно работающих систем. Однако, чтобы эта возможность реализовалась в действительности, необходимо соответствующим образом организовать обслужива- ние резервированной системы. Заданная наработка — это наработка между профилактическими осмотрами, в ходе которых контролируется работоспособность всех

основных и резервных элементов. Чтобы получить наибольший эффект от применения резервирования, необходимо эту наработку всемерно уменьшать. Обычно существует некоторый минимальный цикл, в течение которого невозможно контролировать состояние элементов резервированной системы (например, время полета самолета). После каждого такого цикла целесообразно проводить профилактический осмотр, чтобы к началу следующего цикла быть уверенным в том, что все элементы резервированной системы работоспособны. Если проверка проводится через несколько циклов, эффективность резервирования значительно уменьшается. Это можно иллюстрировать следующим примером.

Пусть имеется система, логическая схема которой состоит из двух равнонадежных элементов с постоянной интенсивностью отказов $\lambda = 0,02$ 1/ч. Цикл применения системы $\Delta t = 5$ ч. Если профилактические осмотры проводятся после каждого цикла применения, то благодаря резервированию вероятность отказа снижается с $Q_0 = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \approx 0,095$ до $Q_2 = Q_0^2 \approx 0,0091$, т. е. более чем в 10 раз. Если же профилактические осмотры проводить через 10 циклов работы, то вероятность появления отказа уменьшается с $Q_0 \approx 0,63$ до $Q_2 \approx 0,40$, т. е. немногим более чем в 1,5 раза.

Если вообще не контролировать работоспособность системы с наруженным резервом и использовать ее до момента отказа всех резервных элементов, то эффект от применения резервирования существенно падает. Интенсивность отказов такой системы увеличивается и стремится в пределе к интенсивности отказов нерезервированной системы.

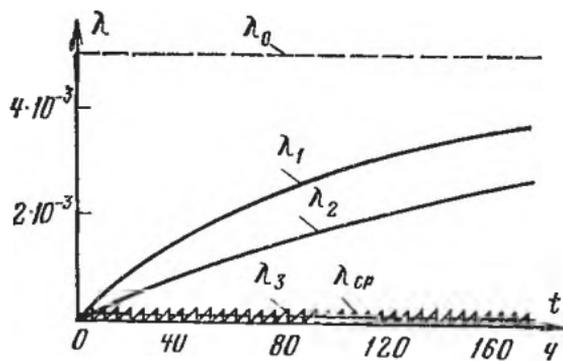


Рис. 12-6. Графики интенсивности отказов различных дублированных систем.

В качестве примера на рис. 12-6 приведены графики интенсивности отказов нерезервированной системы ($\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч) и соответствующих дублированных систем. При этом через λ_1 и λ_2 обозначены графики интенсивности отказов систем при отсутствии

профилактического контроля работоспособности каждого (основного и резервного) элементов. Кривая $\lambda_1(t)$ соответствует общему, а кривая $\lambda_2(t)$ — раздельному ($n=2$) дублированию.

График $\lambda_3(t)$ соответствует случаю, когда в системе с общим дублированием через 5 ч работы проверяется работоспособность основного и резервного элементов. Интенсивность отказов системы с общим дублированием в течение периода между профилактиками растет от 0 до $\lambda_{\text{макс}}$.

При $\lambda_0 t \ll 1$ согласно (12-12) имеем:

$$\lambda_{\text{макс}} \approx k \lambda_0^k t_{\text{пр}}^{k-1} > 1.$$

В рассматриваемом случае $k=2$ и соответственно $\lambda_{\text{макс}} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. В течение следующего периода между профилактиками этот процесс повторяется. Поэтому график интенсивности отказов резервированной системы имеет пилообразный вид. При $\lambda_0 t \ll 1$ среднее значение интенсивности отказов системы с общим дублированием

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{1}{t_{\text{пр}}} \int_0^{t_{\text{пр}}} k \lambda_0^k t^{k-1} dt = \lambda_0^k t_{\text{пр}}^{k-1}. \quad (12-15)$$

В рассматриваемом случае $\lambda_{\text{ср}} = 1,25 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Рассмотренный пример показывает, что вывод о том, что применение раздельного резервирования взамен общего дает значительный выигрыш в надежности, справедлив лишь при условии, что периоды профилактики в обоих случаях одинаковы.

Однако на практике часто оказывается, что при использовании раздельного резервирования теряется возможность профилактического контроля состояния элементов. Пусть, например, в автоматической системе имеется недостаточно надежный электронный блок ($\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч), состоящий из двух равнонадежных элементов. Необходимо решить вопрос, применять ли общее дублирование блока или раздельное дублирование его элементов. При общем дублировании можно перед каждым полетом ($t_{\text{пр}} = 5$ ч) проверять работоспособность основного и резервного блоков. При раздельном дублировании проверять работоспособность элементов перед каждым полетом практически невозможно.

В рассмотренной ситуации целесообразно применять общее резервирование. Из рис. 12-6 следует, что интенсивность отказов λ_2 блока с раздельным дублированием без профилактического контроля работоспособности элементов все время растет и через короткое время становится больше интенсивности отказов $\lambda_{\text{ср}}$ системы с общим дублированием и контролем.

Таким образом, резервирование создает некоторые дополнительные трудности в эксплуатации. Приходится проверять работоспособность в несколько раз большего числа устройств и устранять большее число отказов. Это ведет к увеличению расходов на эксплуатацию.

б) Резервирование изнашивающихся элементов

Предположим, что определяющий параметр системы не изменяется от присоединения или отключения резервных элементов.

Рассмотрим резервированную систему, логическая схема которой состоит из k параллельно соединенных равнонадежных элементов (общее резервирование). В соответствии с (12-2) при независимых отказах элементов плотность распределения наработки до отказа резервированной системы равна:

$$f_{\text{общ}}(t) = k[1 - p(t)]^{k-1} f(t),$$

где $f(t)$, $p(t)$ — плотность распределения наработки до отказа и функция надежности одного элемента.

В весьма распространенном (см. гл. 9) случае альфа-распределения наработки до отказа изнашивающихся элементов кривая распределения $f_{\text{общ}}(t)$ по своей форме близка к альфа-распределению и ее целесообразно заменять эквивалентным альфа-распределением с параметрами α_3 и β_3 .

Для кривых распределения $f_{\text{общ}}(t)$ можно найти те же характерные точки, что и для альфа-распределения $f(t)$. При этом оказывается, что для резервированной системы из одинаковых элементов относительные величины

$$g_n = \frac{t_n}{\beta_3}; \quad g_{1/2} = \frac{Me}{\beta_3}$$

зависят лишь от α_3 (здесь β_3 — запас параметра отдельного элемента).

На рис. 12-7 приведены соответствующие зависимости для дублированной системы. Пользуясь зависимостями вида рис. 12-7, легко найти наработку до начала массовых отказов t_H и медиану Me резервированной системы из одинаковых элементов с заданными характеристиками α_0, β_0 :

$$t_H = \beta_0 g_H(\alpha_0);$$

$$Me = \beta_0 g_{1/2}(\alpha_0).$$

Графики рис. 12-7 могут быть использованы при определении параметров α_0, β_0 эквивалентного альфа-распределения.

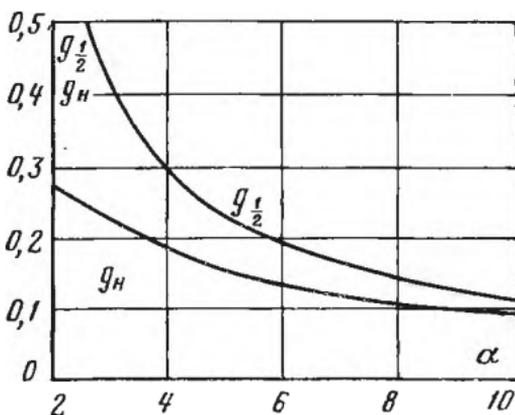


Рис. 12-7. Зависимости $g_H(\alpha)$ и $g_{0,5}(\alpha)$ для дублированной системы из одинаковых элементов, наработка до отказа которых подчинена альфа-распределению.

Необходимо еще раз отметить, что в приведенном примере резервирования изнашивающихся устройств рассматриваются лишь логические связи между элементами.

Некоторые соображения об учете функциональных связей между параметрами элементов в пассивных резервных схемах приведены в § 12-5.

12-3. ОБ УЧЕТЕ ЛИМИТИРУЮЩЕГО ФАКТОРА ПРИ РЕЗЕРВИРОВАНИИ

Применение резервирования обычно связано с увеличением веса, объема, стоимости изготовления и эксплуатации объектов. Часто один из этих факторов является лимитирующим, и необходимо подобрать оптимальный способ резервирования, наилучшим образом отвечающий поставленной задаче.

Когда в ходе творческого поиска выбраны определенная структура резервированной системы и способ об-

служивания системы, необходимо подобрать оптимальные характеристики этой системы. При этом составляются следующие зависимости:

$$V = \varphi_1(v_1, \dots, v_n); \quad (12-16)$$

$$\Lambda(t) = \varphi_2(\lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t)) \quad (12-17)$$

— характеристики резервированной системы и системы обслуживания, где V — лимитирующий фактор резервированной системы; v_j — лимитирующий фактор j -го элемента; $\lambda_j(t)$ — интенсивность отказов (или другая характеристика надежности) j -го элемента; $\Lambda(t)$ — интенсивность отказов (или другие характеристики надежности) резервированной системы; $j = 1, \dots, n$.

При решении задачи находят минимум V при ограничении $\Lambda(t) \leq \Lambda_{\text{зад}}$ или минимум $\Lambda(t)$ [или максимум $p(t)$] при ограничении $V \leq V_{\text{зад}}$.

Обе задачи могут быть решены различными методами: наискорейшего спуска, линейного программирования, с помощью неопределенных множителей Лагранжа и т. д. Попытки решения таких задач свидетельствуют о том, что целесообразно в каждом отдельном случае заново формулировать задачу и находить путь ее решения.

Необходимо еще раз подчеркнуть, что результаты решения указанных задач относятся лишь к определенному типу резервированной системы. Для резервированных систем различных типов необходимо использовать разные уравнения (12-16) и (12-17).

При резервировании с учетом лимитирующего фактора очень большое значение имеет постановка задачи. Это особенно проявляется при рассмотрении стоимости резервирования.

В настоящее время еще нет единого мнения о том, что понимать под общей стоимостью резервированной системы.

Если под стоимостью понимать затраты $C_{\text{и}}$ на проектирование и изготовление системы, то сравнительно нетрудно составить уравнение вида (12-16) и решить одну из двух указанных выше задач. Однако такое резервирование будет выгодным лишь с точки зрения изготовителя системы.

При включении в стоимость резервированной системы эксплуатационных расходов $C_a \gg C_{\text{и}}$ (на обслуживание, профилактику, ремонт и т. д.) уравнение (12-16) становится более сложным. Это связано с тем, что при применении резервирования увеличивается надежность системы, из-за чего эксплуатационные расходы должны уменьшиться. Вместе с тем, как уже говорилось выше, для того чтобы резервирование привело к существенному повышению надежности системы, необходимо увеличить эксплуатационные расходы. Упрощенные рассуждения о том, что с ростом надежности системы уменьшаются эксплуатационные расходы, в ряде случаев могут привести к неверным выводам.

По-видимому, нельзя ограничиться учетом лишь стоимости изготовления и эксплуатации резервированной системы. Как-то должен учитываться и ущерб, вызванный появлением отказов системы. Для промышленных установок в этот ущерб входят материальные потери из-за простоев оборудования и в результате снижения производительности труда.

12-4. ОСОБЕННОСТИ АКТИВНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

а) Оптимальное число участков резервирования

В общем случае автоматический переключатель состоит из трех основных звеньев: индикатора отказа, управляющего устройства и коммутатора (исполнительного устройства).

Звеном, определяющим конструкцию и надежность переключателя, является индикатор отказа. Он представляет собой контрольно-измерительное устройство, которое должно работать совместно с резервируемой системой и составлять с ней единое целое. Современные контрольно-измерительные устройства часто столь же сложны, как и системы, работу которых они проверяют. Это происходит из-за того, что контрольно-измерительное устройство должно проверять соответствие ряда параметров системы установленным нормам. Особенно велики трудности создания индикаторов отказа в информационных цепях. Если, например, в производящих одни и те же вычисления математических машинах получены разные ответы, то часто бывает трудно сразу выяснить, какой из них правилен. В таких случаях иногда применяются избирательные схемы.

На рис. 12-8 изображена в общем виде логическая схема системы с активным резервированием.

Пользуясь схемой на рис. 12-8, легко написать в общем виде функцию резервирования системы с равнонадежными участками активного резервирования. Будем считать, что основные и резервные цепи находятся в одинаковых рабочих условиях. Если нерезервированную основную систему условно разбить на n равнонадежных

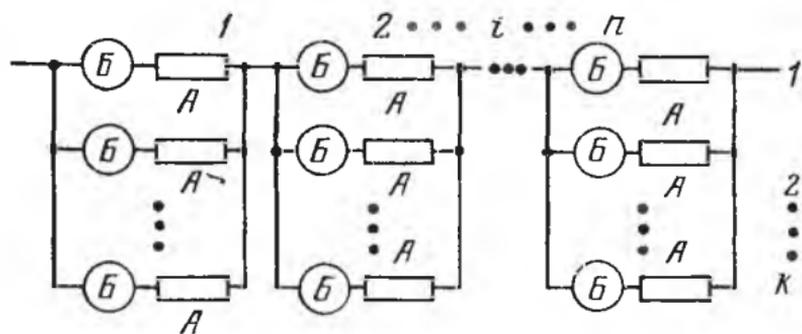


Рис. 12-8. Логическая схема системы с активным резервированием. A — основные и резервные блоки; B — цепи переключателя; n — число участков резервирования; k — число используемых комплектов устройств.

участков, то вероятность отказа q участка системы будет связана с вероятностью отказа Q_0 всей системы следующим соотношением:

$$1 - Q_0 = (1 - q)^n,$$

откуда

$$q = 1 - (1 - Q_0)^{\frac{1}{n}}.$$

Учитывая это значение q , можно написать выражение для вероятности отказа участка системы с обслуживающими этот участок цепями переключателя:

$$q_y = 1 - (1 - q_n) (1 - Q_0)^{\frac{1}{n}}, \quad (12-18)$$

где q_n — вероятность отказа цепей переключателя.

В соответствии с (12-18) вероятность отказа $q_{уз}$ резервированного узла (участка основной системы совместно с резервными элементами)

$$q_{уз} = [1 - (1 - q_n) (1 - Q_0)^{\frac{1}{n}}]^k.$$

Так как логическая модель резервированной системы состоит из n последовательно соединенных резервиро-

ванных узлов, то вероятность отказа всей резервированной системы за определенную наработку

$$R = 1 - \{1 - [1 - (1 - q_n)(1 - Q_0)^{\frac{1}{n}}]^k\}^n. \quad (12-19)$$

При увеличении числа участков резервирования вероятность отказа участка все время уменьшается из-за уменьшения количества элементов в нем. Вероятность отказа переключателя, определяемая количеством и качеством применяемых деталей, колеблется около какого-то среднего значения в зависимости от функциональной схемы и выходных данных участка резервирования. Поэтому при большом числе участков резервирования может оказаться, что система выходит из строя в основном из-за отказов переключателей. Таким образом, существует оптимальное число участков резервирования, при котором наиболее полно используются возможности резервированной системы, т. е. вероятность ее отказа является минимальной.

В общем случае надежность участков системы и обслуживающих их переключателей может меняться от участка к участку. Вместе с тем число участков резервирования определяется не только соображениями надежности, но и рядом конструктивных факторов, которые часто препятствуют точному осуществлению заранее вычисленного числа участков резервирования. Поэтому представляется целесообразным находить оптимальное число участков резервирования приближенно, считая, что система делится на равнонадежные участки резервирования и надежность всех переключателей также одинакова.

Число используемых комплектов аппаратуры обычно ограничивается соображениями стоимости, массы и объема. Таким образом, первый вопрос, с которым сталкивается конструктор резервированной системы, состоит в следующем: на сколько участков резервирования нужно разбить основную систему, имеющую вероятность отказа Q_0 , чтобы получить возможно более надежную резервированную систему, если известны вероятность отказа переключателей q_n и общее число k элементов в узле.

На рис. 12-9 приведена зависимость вероятности отказа резервированной системы R от числа участков резервирования n для $k=2$ и $q_n=0,01$.

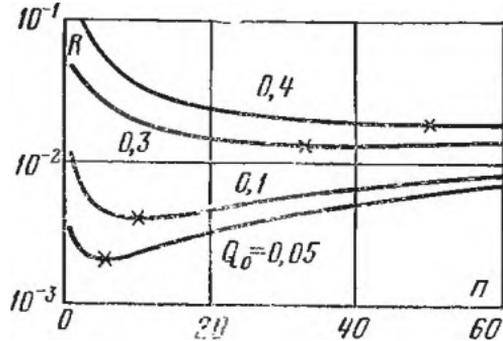


Рис. 12-9. Вероятность отказа резервированной системы при различном числе участков резервирования n для $k=2$ и $q_n=0,01$.

Зависимости $R(n)$ для различных Q_0 вычислены по формуле (12-19). Крестиками отмечены точки, в которых функция $R(n)$ имеет минимум.

Рассмотрим системы, у которых вероятности отказа $Q_0 \ll 1$ и $q_n \ll 1$ из-за небольшого времени работы системы.

Разложив правую часть выражения (12-19) в ряды по степеням $1/n$ и n , перемножив выражения в круглых скобках и отбросив члены высших порядков малости, получим:

$$R = n \left(q_n + \frac{Q_0}{n} \right)^k. \quad (12-20)$$

Исследуем выражаемую формулой (12-20) функцию на максимум и минимум (считаем, что n непрерывно).

Решение уравнения

$$\frac{dR}{dn} = \left[q_n + \frac{Q_0}{n} \right]^k - \frac{Q_0 k}{n^2} \left[q_n + \frac{Q_0}{n} \right]^{k-1} = 0$$

дает значение n_1 , при котором вероятность отказа R резервированной системы является экстремальной:

$$n_1 = \frac{Q_0}{q_n} (k - 1). \quad (12-21)$$

Подставляя это значение n_1 во вторую производную d^2R/dn^2 , можно убедиться, что в точке n_1 функция $R(n)$, выражаемая формулой (12-20), имеет минимум.

Таким образом, при малых значениях q_n и Q_0 наименьшая вероятность отказа резервированной системы, а следовательно, и наибольшая эффективность резервирования будут при числе участков резервирования n_1 , определяемом формулой (12-21). Значения n_1 следует округлять до ближайшего целого числа.

Подставив значение n_1 из (12-21) в формулу (12-20), получим выражение для минимальной вероятности отказа резервированной системы

$$R_{\text{мин}} = Q_0 q_n^{k-1} \frac{k^k}{(k-1)^{k-1}}. \quad (12-22)$$

Формула (12-22) позволяет оценить эффективность резервирования при заданных $Q_0, q_{\text{п}}, k$.

При $Q_0 \ll 1$ вероятность "отказа" участка основной системы

$$q = \frac{Q_0}{n}.$$

Подставив в эту формулу значение n_1 согласно (12-21), получим для системы с оптимальным числом участков резервирования:

$$q_{\text{п}} = (k-1)q. \quad (12-23)$$

Согласно соотношению (12-23) резервирование приносит наибольший эффект в случае, когда вероятность выхода из строя переключения $q_{\text{п}}$ пропорциональна вероятности отказа обслуживаемого этим переключателем участка схемы, а коэффициентом пропорциональности является число избыточных элементов $k-1$.

Приведенные выше расчетные формулы справедливы или для определенного периода наработки, или при соблюдении условия $Q_0/q_{\text{п}} = \text{const}$ для любого периода наработки резервированной системы. Если указанное условие не соблюдается, то вычисленное по формуле (12-21) оптимальное число участков резервирования n_1 может несколько меняться с накоплением наработки системы. В этом случае находится среднее значение n_1 . При выборе среднего значения следует учитывать, что при большом значении отношения $Q_0/q_{\text{п}}$ погрешность в значении n_1 незначительна, так как при этом функция $R(n)$ является очень пологой в области минимума.

б) Влияние надежности переключателей

Поскольку переключатели могут быть дополнительной причиной отказов систем с активным резервированием, вопрос об условиях, при которых целесообразно применять этот метод резервирования, требует дополнительного рассмотрения. Резервированная система характеризуется функцией резервирования $R(Q_0)$, показывающей, каким образом деформируется функция ненадежности $Q_0(t)$.

Рассмотрим полученную в предыдущем параграфе функцию резервирования (12-19) системы с активным резервированием равнонадежных участков с равнонадежными переключающими устройствами. На рис.

12-10—12-12 изображены вычисленные по этой формуле функции резервирования некоторых систем. Влияние надежности переключателя на вид функции $R(Q_0)$ оценивается посредством коэффициента $\rho = q_{п}/Q_0$. В целях простоты принято $\rho = \text{const}$. Так как Q_0 является монотонно возрастающей функцией времени работы, то ось абсцисс на графиках, показанных на рис. 12-10—12-12, можно рассматривать как ось наработки t .

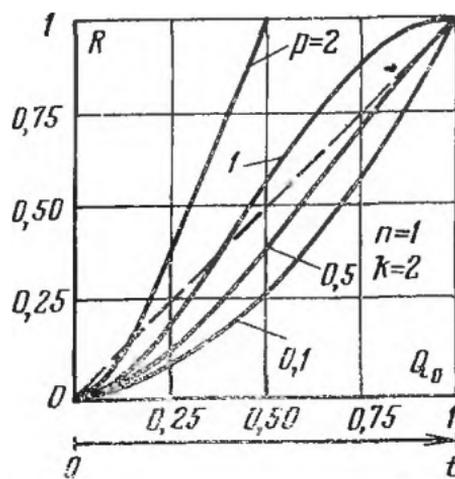
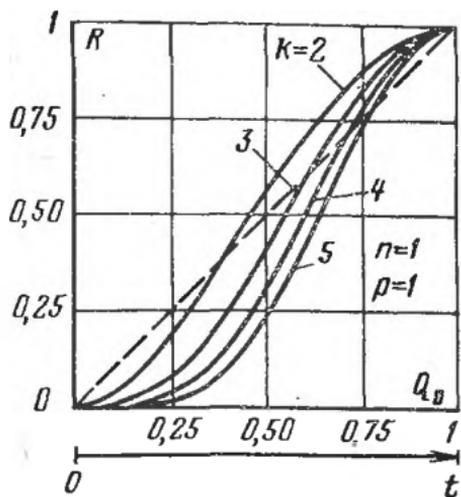


Рис. 12-10. Функция резервирования системы при различных k для $n=1$, $\rho=1$.

Рис. 12-11. Функция резервирования системы при различных ρ для $n=1$, $k=2$.

В данном случае наработка t отсчитывается с момента проведения последней проверки, в ходе которой была установлена работоспособность системы. При этом шкала t будет определяться видом функции ненадежности $Q_0(t)$, а саму функцию $Q_0(t)$ можно изобразить диагональю, проведенной на рис. 12-10—12-12 пунктиром.

Графики на рис. 12-10—12-12 показывают, каким образом при резервировании изменяется форма кривой $Q_0(t)$. При малых t ее наклон к оси абсцисс значительно уменьшается, т. е. резервирование оказывает такое же действие, как и повышение качества элементов системы. Поэтому резервирование является весьма эффективным способом повышения надежности систем с коротким периодом профилактики (систем, имеющих $Q_0 \ll 1$). Вместе с тем к системам кратковременного действия обычно предъявляются очень жесткие требования в отношении их надежности.

По мере увеличения наработки между профилактическими осмотрами эффект от применения резервирования снижается. Поэтому резервирование нельзя считать эффективным способом повышения надежности сложных систем длительного действия, т. е. систем, период профилактики которых столь велик, что ему соответствуют большие значения Q_0 . Для таких систем большое значение имеют другие способы повышения их надежности: применение элементов высокого качества, периодическая замена наиболее опасных элементов, предсказание приближающихся отказов и др. Значение Q_0 определяется не только наработкой системы, но и интенсивностью ее отказов, т. е. в конечном счете сложностью системы и качеством применяемых деталей. Поэтому чем сложнее основная система и чем ниже качество составляющих ее элементов, тем меньше накопленная наработка, в течение которой резервирование является эффективным средством повышения надежности.

Изложенное выше относится к резервированным системам, основные и резервные цепи которых находятся в одинаковых рабочих условиях. Эффект от применения резервирования некоторых систем длительного действия можно повысить, применяя ненагруженный резерв, при котором резервные элементы не расходуют свой ресурс до момента отказа работающего элемента.

Влияние надежности переключателей на эффективность применения резервированных систем с разными периодами профилактики проявляется различно. В системах кратковременного действия ($Q_0 \ll 1$) наличие переключателей лишь несколько снижает надежность резервированной системы. В системах с большими периодами действия между профилактическими осмотрами (большие Q_0) благодаря наличию переключателей вероятность выхода из строя резервированной системы R может стать больше Q_0 , т. е. резервирование может при-

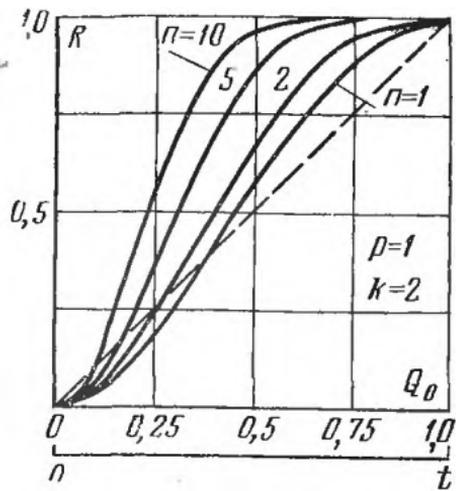


Рис. 12-12. Функция резервирования системы при различных n для $\rho=1$, $k=2$.

носить вред, снижая первоначальную надежность системы. Это иллюстрируют графики на рис. 12-10—12-12, где ряд кривых $R(Q_0)$ пересекает пунктирную диагональ, соответствующую Q_0 . Так как автоматические переключатели должны реагировать на самые различные отказы обслуживаемой ими цепи, то в общем случае они могут быть сравнительно сложными и оказывать существенное влияние на вид функции резервирования $R(Q_0)$. Поэтому описанное явление может иметь место в ряде реальных систем.

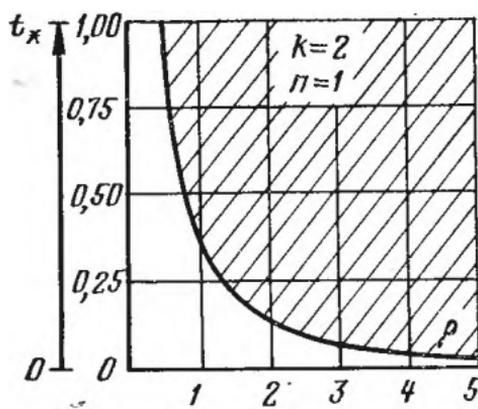
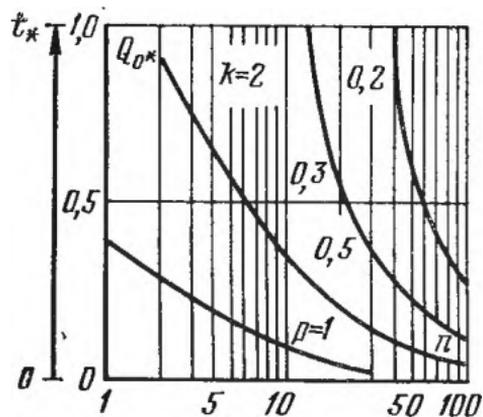


Рис. 12-13. Зависимость Q_{0*} от числа участков резервирования при $k=2$ и различных n .

Рис. 12-14. Влияние параметра ρ на величину Q_{0*} .

Таким образом, для многих систем существует критическая наработка t_* , при превышении которой резервирование начинает приносить вред, снижая первоначальную надежность системы. Критическому значению наработки соответствуют Q_{0*} и $q_{п*}$. В момент t_* имеет место равенство

$$R(Q_{0*}) = Q_{0*}. \quad (12-24)$$

На рис. 12-13—12-15 изображены рассчитанные по уравнению (12-24) зависимости Q_{0*} от k , n , ρ . На рис. 12-14 и 12-15 заштрихована область, в которой резервирование ухудшает первоначальную надежность системы. Кривые на рис. 12-10—12-15 позволяют высказать следующие соображения в отношении Q_{0*} (соответственно и t_*):

1. При увеличении числа используемых избыточных элементов $k-1$ увеличивается Q_{0*} . Поэтому критическое

значение Q_{0*} легче всего достигнуть в дублированной системе, у которой $k-1=1$. Вместе с тем такие системы в основном и применяются на практике, ибо являются выгодными с точки зрения ряда других лимитирующих факторов (масса, стоимость и т. д.).

2. Увеличение числа участков резервирования n ведет к уменьшению Q_{0*} (рис. 12-13). Таким образом, применение отдельного резервирования ($n > 1$) взамен общего ($n = 1$) хотя и повышает эффективность резервирования на короткий период времени, но вместе с тем существенно снижает эффективную наработку резервированной системы. Поэтому рекомендовать применение отдельного резервирования взамен общего можно лишь для систем кратковременного действия (систем с малыми Q_0).

Для многих систем с большим периодом действия между профилактическими осмотрами отдельное резервирование с большим числом участков может привести к ухудшению надежности системы.

Вероятность отказа резервированной системы может стать больше Q_0 в том случае, когда вероятность отказа переключателя достигает определенного значения.

Найдем $q_{п}$, при котором наблюдается это явление.

Функцию резервирования системы, показанной на рис. 12-8, можно переписать в виде

$$R(Q_0) = 1 - \{1 - [1 - (1 - \kappa q)(1 - q)]^k\}^n, \quad (12-25)$$

где q — вероятность отказа участка резервирования;

$$\kappa = \frac{q_{п}}{q}. \quad (12-26)$$

Выше предполагалось, что вероятность отказа переключателя неизменна по отношению к вероятности отказа всей нерезервированной системы ($\rho = \text{const}$). Введением коэффициента κ согласно (12-26) принимается косвенно допущение о том, что сложность переключате-

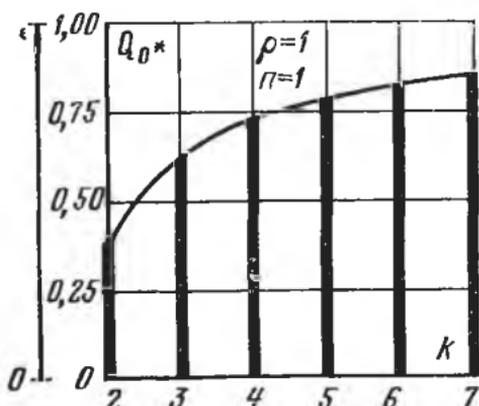


Рис. 12-15. Влияние общего количества элементов (основного и резервных) k на значение Q_{0*} .

ля пропорциональна сложности участка системы, который он обслуживает.

Уравнению (12-24) с помощью формул (12-25) и (12-26) можно придать вид:

$$q^{k-1} [1 + \kappa(1-q)]^k - 1 = 0. \quad (12-27)$$

Решив уравнение (12-27), можно найти q_* , соответствующее имеющимся κ и k . Зная q_* , можно определить

соответствующее ему t_* . Функции $q_*(\kappa)$ при $k \leq 5$ приведены на рис. 12-16. Для наиболее опасного и вместе с тем имеющего наибольшее распространение в практике случая $k=2$ (дублированная система) решение уравнения (12-27) имеет вид:

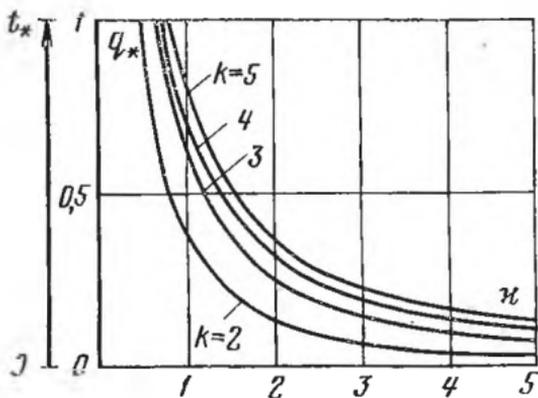


Рис. 12-16. Зависимости $q_*(\kappa)$ при различных k .

$$q_* = \frac{2 + \kappa - \sqrt{\kappa^2 + 4\kappa}}{2\kappa} \quad (12-28)$$

(корни $q_* > 1$ и $q_* = 1$ не удовлетворяют условиям задачи). Согласно (12-26) и (12-27) в момент времени t_* справедливо равенство

$$q_{пк*} = \frac{1 - q_*^{\frac{k-1}{k}}}{q_*^{\frac{1}{k}} (1 - q_*)}$$

Найдем предел, к которому стремится $q_{пк*}$ при $q_* \rightarrow 1$:

$$\lim_{q_* \rightarrow 1} q_{пк*} = 1 - \frac{1}{k}. \quad (12-29)$$

Согласно (12-29) при $\kappa = \text{const}$ появления значения наработки t_* можно не опасаться, если для заданного интервала наработки системы остается справедливым неравенство

$$q_{п} < 1 - \frac{1}{k}.$$

Читатель, вероятно, обратил внимание на то, что при рассмотрении вопросов активного резервирования не применялись законы распределения. Это делалось для того, чтобы выявить общие свойства и особенности резервированных систем, не зависящие от вида законов распределения наработки до отказа основной системы и переключателя.

в) Ненагруженный и облегченный резерв

Различие между системами с нагруженным и ненагруженным резервом поясняет рис. 12-17, где отрезки прямых изображают возможные значения времени безотказной работы основного и двух резервных устройств. При нагруженном резерве время T_0 безотказной работы равно максимальному значению из трех случайных величин — периодов наработки до отказа $T_1—T_3$ трех устройств: основного и двух резервных (рис. 12-17,а).

При ненагруженном резерве наработка T_0 до отказа системы равна сумме значений наработки до отказа T_j основного и резервных устройств. Очевидно, что при ненагруженном резерве или, как иногда говорят, при резервировании замещением наработка до отказа всегда

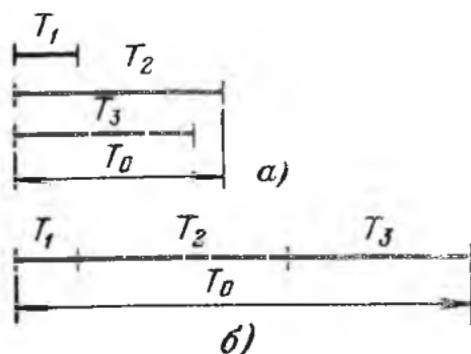


Рис. 12-17. Время T_0 безотказной работы системы из трех устройств при нагруженном (а) и ненагруженном (б) резервах.

больше, чем при нагруженном резерве. Иначе говоря, в идеальном случае ненагруженный резерв дает всегда больший выигрыш в надежности, чем нагруженный. Количественные значения выигрыша в надежности зависят от законов распределения наработки до отказа отдельных устройств, составляющих резервированную систему.

Рекуррентная формула для расчета надежности систем с ненагруженным резервом выведена в § 4-2. Там же приведены формулы для расчета надежности системы с ненагруженным резервом при показательных распределениях наработки до отказа элементов.

Следует отметить, что при ненагруженном резерве в системах без профилактики допущение $\lambda = \text{const}$ яв-

ляется довольно грубым, так как очередной работающий элемент часто работает до полного износа и поэтому его интенсивность отказов не может быть постоянной.

Ненагруженный резерв желателен, но не всегда осуществим. Например, в самолетных и судовых системах как основные, так и резервные элементы подвержены вибрации, ударам, повторно-статическим нагрузкам, высокой температуре и т. д. Поэтому невключенные в работу резервные элементы будут также иметь некоторую интенсивность отказов.

Формулы для вычисления вероятности безотказной работы при облегченном резерве можно получить путем следующих рассуждений. Пусть имеются равнонадежные основной и резервный элементы, которые в процессе выполнения работы не могут ремонтироваться. Резервированная система будет безотказно работать в течение наработки $(0, t)$ при следующих возможных событиях:

1) основной элемент не отказал;

2) основной элемент отказал в момент $\tau < t$, работоспособный резервный включился и безотказно работал на интервале $(t - \tau)$.

Вероятность безотказной работы рассматриваемой системы равна сумме двух вероятностей:

1) вероятности $p_0(t) = p_1(t)$ безотказной работы основного элемента в течение наработки $(0, t)$;

2) вероятности $p_{p|o}(t)$ безотказной работы резервного элемента в течение наработки $(0, t)$ при условии, что основной элемент отказал.

Рассмотрим малый интервал наработки $(\tau, \tau + d\tau)$. Вероятность появления отказа основного элемента в этом интервале равна $f_0(\tau) d\tau = f_1(\tau) d\tau$. Вероятность безотказной работы системы при условии, что при наработке τ произошел отказ основного элемента, равна произведению вероятности $p_x(\tau)$ безотказной работы резервного элемента до момента его включения в работу на вероятность $p_y(t - \tau)$ безотказной работы резервного элемента от момента включения в работу до наработки t :

$$p_x(\tau) p_y(t - \tau).$$

Согласно теореме умножения вероятностей вероятность безотказной работы системы в течение наработки $(\tau, \tau + d\tau)$ при условии, что основной элемент отказал,

равна $p_x(\tau)p_y(t-\tau)f_1(\tau)d\tau$. Интегрируя по всем τ от 0 до t_1 , имеем:

$$p_{p10}(t) = \int_0^t p_x(\tau) p_y(t-\tau) f_1(\tau) d\tau.$$

Вероятность безотказной работы p_c дублированной системы с облегченным резервом

$$p_c(t) = p_2(t) = p_1(t) + \int_0^t p_x(\tau) p_y(t-\tau) f_1(\tau) d\tau. \quad (12-30)$$

Проводя аналогичные рассуждения для системы, в которой применяется k равнонадежных элементов, получаем рекуррентную формулу

$$p_c = p_k(t) = p_{k-1}(t) + \int_0^t p_x(\tau) p_y(t-\tau) f_{k-1}(\tau) d\tau. \quad (12-31)$$

Индекс $k-1$ означает, что соответствующие характеристики относятся к резервированной системе, при отказе которой включается рассматриваемый, k -й элемент.

В общем случае вычисления по формуле (12-31) являются довольно громоздкими. Вычисления упрощаются при показательном распределении наработки до отказа элементов. В этом случае

$$\begin{aligned} p_x(\tau) &= e^{-\lambda_{\text{рез}}\tau}; \\ p_y(t-\tau) &= e^{-\lambda_{\text{раб}}(t-\tau)}; \\ f_1(\tau) &= \lambda_{\text{раб}} e^{-\lambda_{\text{раб}}\tau}; \\ p_1(t) &= e^{-\lambda_{\text{раб}}t}, \end{aligned}$$

где $\lambda_{\text{раб}}$ — интенсивность отказов элементов в рабочем режиме; $\lambda_{\text{рез}}$ — интенсивность отказов элементов в режиме резерва.

При $k=2$ имеем:

$$p_2(t) = e^{-\lambda_{\text{раб}}t} \left[1 + \frac{\lambda_{\text{раб}}}{\lambda_{\text{рез}}} (1 - e^{-\lambda_{\text{рез}}t}) \right].$$

Произведя последовательные вычисления по формуле (12-31), получим рекуррентную формулу для функции надежности резервированной системы, в которой исполь-

зуются k элементов (устройств), имеющих показательные распределения наработки до отказа:

$$p_k(t) = p_{k-1} + \frac{C_{k-1}(t)}{(k-1)!} e^{-\lambda_{\text{раб}} t} (1 - e^{-\lambda_{\text{рез}} t})^{k-1}, \quad (12-32)$$

где

$$C_{k-1}(t) = \prod_{j=0}^{k-2} \left(j + \frac{\lambda_{\text{раб}}}{\lambda_{\text{рез}}} \right).$$

Из (12-32) можно получить формулу для средней наработки до отказа:

$$m_{tk} = \frac{1}{\lambda_{\text{раб}}} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{1 + j \frac{\lambda_{\text{рез}}}{\lambda_{\text{раб}}}}. \quad (12-33)$$

Вычисление показателей надежности систем с облегченным резервом на практике встречает значительные трудности. Необходимые для проведения расчетов экспериментальные данные (влияние нагрузок на характеристики надежности и пр.) являются весьма приближенными. Поэтому имеет смысл проводить приближенные расчеты, находя промежуточные значения между соответствующими характеристиками надежности при нагруженном и ненагруженном резерве.

г) Скользящее резервирование

Для резервирования систем, состоящих из одинаковых элементов, можно использовать сравнительно небольшое число резервных элементов, которые подключаются взамен любых отказавших основных. Отказ системы наступает лишь в случае, когда число отказавших основных элементов превысит число резервных. Такое резервирование называется скользящим из-за того, что резервный элемент может быть включен взамен любого из элементов основной системы. Поскольку число резервных элементов обычно меньше числа основных, этот вид резервирования можно назвать также активным резервированием с дробной кратностью. Примером скользящего резервирования может служить одна резервная линия связи на три основных. Скользящее резервирование всегда является активным, всегда имеется переключающее устройство, определяющее наличие отказа и включающее резервный элемент (рис. 12-18).

Формулы для расчета надежности системы со скользящим резервированием можно получить, выделив возможные состояния системы, при которых она продолжает безотказно работать, и вычислив вероятности этих состояний. Если применяется нагруженный резерв, то при расчете надежности резервированной системы можно использовать теорему о повторении опытов. В § 12-2 это сделано для случая пренебрежимо малой надежности переключателя. При ненагруженном и облегченном резерве формулы для расчета надежности системы можно получить путем рассуждений, аналогичных при-

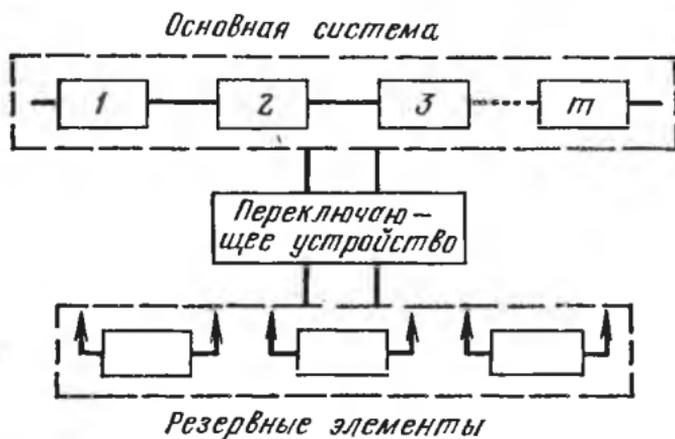


Рис. 12-18. Схема скользящего резервирования.

менным выше для облегченного резерва. В качестве примера выведем формулу для случая, когда применяется один резервный элемент на m одинаковых элементов основной системы.

Пусть резервный элемент и все элементы основной системы равнонадежны и применяется ненагруженный резерв, т. е. резервный элемент не может отказать до момента его включения в работу.

Рассматриваемая система будет безотказно работать в течение наработки $(0, t)$ при следующих несовместных событиях:

- 1) все элементы основной системы работают безотказно;
- 2) отказал один элемент из общего числа $m+1$ основных и резервных элементов в системе, причем переключающее устройство работоспособно.

Вероятность первого из этих событий равна:

$$p_1(t) = p^m(t),$$

где $p(t)$ — вероятность безотказной работы одного элемента.

Чтобы вычислить вероятность второго события, рассмотрим малый интервал $(\tau, \tau + d\tau)$, лежащий внутри периода $(0, t)$. Выделим один (например, первый) элемент основной системы и рассмотрим его работу на интервале $(\tau, \tau + d\tau)$. Вероятность появления отказа этого элемента в течение наработки $(\tau, \tau + d\tau)$ равна $f(\tau)d\tau$. Вероятность того, что в течение наработки $(\tau, \tau + d\tau)$ система не откажет из-за отказа рассматриваемого элемента, равна:

$$f(\tau) d\tau p_{\Pi}(\tau) p(t - \tau),$$

где $p_{\Pi}(\tau)$ — вероятность безотказной работы переключающего устройства до наработки τ ; $p(t - \tau)$ — вероятность безотказной работы резервного элемента, начиная с момента τ его включения.

Интегрируя по всем τ от 0 до t , получаем вероятность того, что в течение наработки $(0, t)$ система не откажет из-за рассматриваемого элемента:

$$\int_0^t p_{\Pi}(\tau) p(t - \tau) f(\tau) d\tau.$$

Учитывая, что такие рассуждения можно провести для каждого из m элементов основной системы и что после отказа одного из элементов основной системы $m - 1$ элементов должны остаться работоспособными, получаем выражение для вероятности второго из указанных выше двух несовместных событий:

$$p_2(t) = m p^{m-1}(t) \int_0^t p_{\Pi}(\tau) p(t - \tau) f(\tau) d\tau.$$

Вероятность безотказной работы рассматриваемой системы со скользящим резервом

$$\begin{aligned} p(t) &= p_1(t) + p_2(t) = \\ &= p^{m-1}(t) \left[p(t) + m \int_0^t p_{\Pi}(\tau) p(t - \tau) f(\tau) d\tau \right]. \end{aligned} \quad (12-34)$$

При показательном распределении основных и резервного элементов и переключающего устройства имеем согласно (12-34):

$$p(t) = \left[1 + m \frac{\lambda_0}{\lambda_{\Pi}} (1 - e^{-\lambda_{\Pi} t}) \right] e^{-m\lambda_0 t}, \quad (12-35)$$

где λ_0 — интенсивность отказов работающего (основного или резервного) элемента; λ_{Π} — интенсивность отказов переключающего устройства.

Разделив полученное значение $p(t)$ на вероятность безотказной работы нерезервированной основной системы, получим выигрыш в надежности по вероятности безотказной работы:

$$\frac{p(t)}{p_0(t)} = 1 + m \frac{\lambda_0}{\lambda_{\Pi}} (1 - e^{-\lambda_{\Pi} t}).$$

При двух резервных элементах рассматриваются четыре несовместных события, при которых возможна безотказная работа системы, и т. д.

д) Резервирование с избирательными схемами

Избирательные схемы могут применяться в информационных системах с нагруженным резервом. В таких системах трудно выделить ложные сигналы, вызванные отказами отдельных элементов, особенно если возможны перемежающиеся отказы.

При использовании избирательных схем сигналы на входе параллельно работающих устройств сравниваются и во внешнюю цепь выдается сигнал, соответствующий большинству сигналов, поступивших на схему. Поэтому применение избирательных схем иногда называется «способом сличения голо-

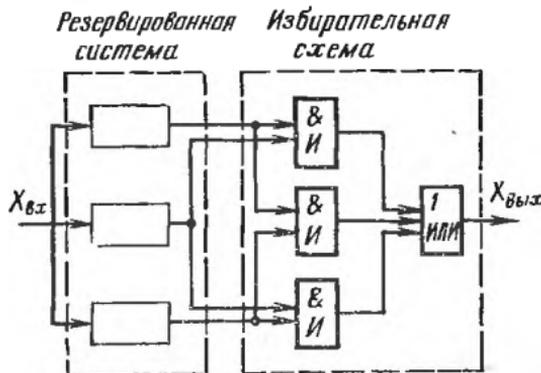


Рис. 12-19. Пример применения избирательной схемы.

сов» или «кворум-методом». Очевидно, что для срабатывания избирательной схемы по большинству входных сигналов число обслуживаемых этой схемой параллельно работающих цепей должно быть не менее трех. На рис. 12-19 приведен пример избирательной схемы, на выходе которой появляется сигнал при совпадении сигналов от двух до трех резервных устройств. Эта избирательная схема собрана из логических элементов типа И и ИЛИ.

В принципе можно создать избирательные схемы, обеспечивающие коррекцию входных сигналов, перераспределение функций элементов, изменение параметров элементов и выполнение других функций.

12-5. ОСОБЕННОСТИ ПАССИВНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

а) Резервирование с перераспределением нагрузки

При пассивном резервировании логическая схема для расчета надежности обычно составляется путем рассмотрения изменений характеристик функциональной (принципиальной) схемы системы при появлении отказов элементов. Наиболее просто это делать в случае, когда при появлении отказов нагрузка на оставшихся работоспособными элементах остается неизменной. Расчет надежности этих систем изложен в § 12-2.

Резервирование с перераспределением нагрузки отличается тем, что система хотя и продолжает работать при отказе одного или нескольких элементов, но при этом меняются режимы работы элементов системы. Иначе говоря, при резервировании с перераспределением нагрузки надежность резервированной системы повышается частично за счет того, что при отказе одного или нескольких элементов системы функции этих элементов будут выполнять оставшиеся элементы частично за счет того, что действующая нагрузка (например, электрическая) распределяется между всеми элементами системы и они работают в облегченном режиме. Аналогичные соображения можно высказать для механических, гидравлических, пневматических и других систем. В этом параграфе речь пойдет об электрической нагрузке и электрических элементах ввиду наибольшей их распространенности в автоматизированных системах.

Особенности расчета надежности систем в случае пассивного резервирования с перераспределением нагрузки вначале рассмотрим на примере простейшей ячейки из двух параллельно соединенных резисторов (рис. 12-20,а). Предполагается, что система, в которой стоит ячейка, допускает изменение ее сопротивления вдвое. Возможный отказ резистора состоит в его обрыве.

При обрыве одного из резисторов оставшийся исправным воспринимает полную (хотя и изменившуюся) электрическую нагрузку, т. е. рассеивает большую мощность. Если оба резистора при параллельной работе имеют

одинаковую интенсивность отказов λ_1 , то после отказа одного из них оставшийся работоспособным будет иметь интенсивность отказов $\lambda_2 > \lambda_1$. Поэтому при расчете надежности ячейки на рис. 12-20,а представим ее как систему с ненагруженным резервом, у которой основной элемент имеет интенсивность отказов $2\lambda_1$; резервный элемент включается в работу после отказа основного и

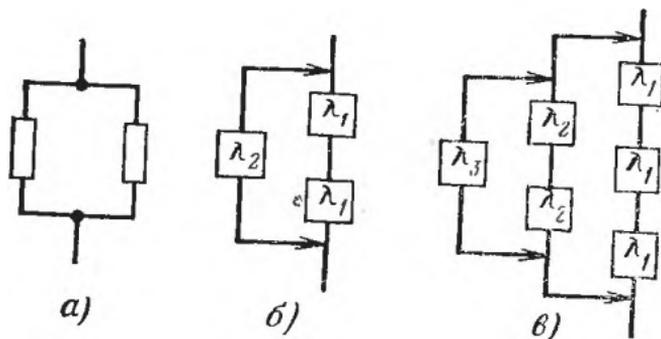


Рис. 12-20. Резервирование резисторов.

а — функциональная схема из двух параллельно соединенных резисторов; б — логическая схема для расчета надежности двух параллельно соединенных резисторов; в — логическая схема для расчета надежности трех параллельно соединенных одинаковых резисторов, когда допустимо изменение общего сопротивления на $2/3R$.

имеет интенсивность отказов λ_2 (рис. 12-20,б). Тогда в соответствии с (4-8) схема рис. 12-20,а будет иметь функцию надежности

$$p(t) = e^{-2\lambda_1 t} + \frac{2\lambda_1}{\lambda_2 - 2\lambda_1} (e^{-2\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

Аналогичным путем можно рассчитать надежность для более сложных случаев пассивного резервирования. При расчете надежности ячейки из трех параллельно соединенных резисторов с сопротивлениями R (предполагается, что при изменении сопротивления на $2/3R$ ячейка остается работоспособной) придется рассматривать систему с двумя ненагруженными резервными элементами (рис. 12-20,в). Основной элемент имеет интенсивность отказов $3\lambda_1$, первый резервный элемент — интенсивность отказов $2\lambda_2$, второй резервный элемент — интенсивность отказов λ_3 , причем $\lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_1$. Формулу надежности в этом случае можно вывести, используя формулы § 4-2.

Перед расчетом надежности систем в случае пассивного резервирования с перераспределением нагрузки необходимо установить границу допустимого изменения

функциональных характеристик системы. Эта граница определяет ход расчета.

Таким образом, расчет надежности при пассивном резервировании с перераспределением нагрузки сводится к расчету эквивалентной системы с ненагруженным резервом. В этой эквивалентной системе работающий элемент имеет интенсивность отказов, равную сумме интенсивностей отказов работающих элементов, а очередные резервные элементы имеют интенсивности отказов, равные сумме интенсивностей отказов элементов, оставшихся работоспособными.

Более сложным примером системы с перераспределением нагрузки может служить ветвь (секция) выпрямительного тиристорного блока (ВТБ), состоящая из N силовых тиристорных ячеек (обычно несколько десятков).

В секции силовые тиристорные ячейки соединены последовательно. При отказе ячейки происходит пробой (закорачивание ее зажимов), из-за чего напряжение на оставшихся работоспособными ячейках увеличивается. В результате увеличивается интенсивность отказов работоспособных ячеек. Отказ ветви (секции) ВТБ наступает, когда число работоспособных силовых тиристорных ячеек станет меньше критического $N_{кр}$.

Логическая схема для расчета надежности ветви ВТБ приведена на рис. 12-21, где обозначено: λ_1 — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном u/N ; λ_2 — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном $u/(N-1)$, т. е. в $N(N-1)$ раз больше первоначального; λ_k — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном $u/N_{кр}$, т. е. в $N/N_{кр}$ раз больше первоначального.

С увеличением номера j состояния на логической схеме рис. 12-21 уменьшается число силовых ячеек, соединенных последовательно, и увеличивается интенсивность отказов каждой ячейки.

Зависимость интенсивности отказов ячейки от напряжения на ней должна быть найдена экспериментально. Если приближенно принять, что интенсивность отказов в рабочей области пропорциональна приложенному напряжению, то

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_1} = \frac{N}{N-j+1},$$

где $j=1, 2, \dots, k$.

Интенсивность отказов для j -го состояния

$$\Lambda_j = (N - j + 1) \lambda_j.$$

Подставляя значение λ_j , получаем:

$$\Lambda_j = (N - j + 1) \frac{N}{N - j + 1} \lambda_1 = N \lambda_1,$$

т. е. интенсивность отказов для любого из состояний схемы, показанной на рис. 12-21, постоянна.

В соответствии с логической схемой (рис. 12-21) время работы до отказа ветви ВТБ равно сумме случайных величин τ_1, \dots, τ_k пребывания ветви ВТБ в состояниях $1, \dots, k$. Предположим, что τ_1, \dots, τ_k взаимно

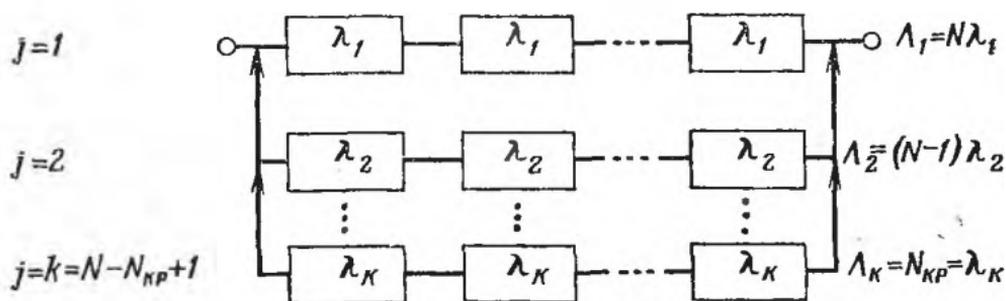


Рис. 12-21. Логическая схема для расчета надежности выпрямительного тиристорного блока.

независимы. При этом распределение времени безотказной работы ветви при значительных k ($k > 5$) является практически нормальным с математическим ожиданием

$$m_t = \sum_{j=1}^k \frac{1}{\Lambda_j}$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\Lambda_j^2}}.$$

Учитывая допущение о пропорциональности интенсивности отказов приложенному напряжению, получаем:

$$m_t = \frac{k}{N \lambda_1} = \frac{k}{N} m_1 = \left(1 - \frac{N_{кр} - 1}{N}\right) m_1,$$

где $m_1 = 1/\lambda_1$ — математическое ожидание времени безотказной работы одной ячейки.

Соответственно среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы ветви

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{k}{N^2 \lambda_1^2}} = \frac{\sqrt{N - N_{кр} + 1}}{N \lambda_1} = \frac{\sqrt{N - N_{кр} + 1}}{N} m_1.$$

Формулу для математического ожидания времени безотказной работы ветви ВТБ иногда удобнее использовать в виде

$$\frac{m_t}{m_1} = 1 - \frac{1}{\frac{N}{N_{кр} - 1}}.$$

Вероятность отказа ветви

$$Q(t) = \frac{1}{2} + \Phi(u),$$

где

$$u = \frac{t - m_t}{\sigma_t}; \quad \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{v^2}{2}\right] dv$$

— нормированная функция Лапласа.

б) Резервирование по нагрузке

Резервирование отдельных элементов электронных схем почти всегда является пассивным, т. е. при появлении отказа не происходит перестроения схемы. При этом приходится учитывать различные последствия, к которым может привести отказ элемента резервированной схемы. При резервировании по нагрузке резервированная схема, заменяющая нерезервированный элемент, составлена так, что электрическая нагрузка, которую должен был испытывать один нерезервированный элемент, распределяется между всеми элементами схемы, а при отказе одного из ее элементов выходит из строя вся схема. Например, для резервирования по нагрузке проволочных резисторов вместо одного резистора с сопротивлением R применяют два соединенных параллельно резистора по $2R$. При резервировании по нагрузке конденсаторов вместо одного конденсатора с емкостью C применяются соединенные последовательно два конденсатора по $2C$. В обоих случаях при любом виде отказа (обрыв или короткое замыкание) одного из элементов

отказывает вся схема из-за недопустимого изменения емкости или сопротивления.

При резервировании по нагрузке интенсивность отказов каждого элемента резервированного узла значительно снижается за счет уменьшения электрической нагрузки, которая распределяется между всеми элементами схемы. Например, каждый из последовательно соединенных конденсаторов находится под половинным напряжением, а на каждом из двух параллельно соединенных резисторов рассеивается половина мощности, которая предназначалась для одного нерезервированного элемента.

С другой стороны, интенсивность отказов резервированной схемы равна сумме интенсивностей отказов элементов. Резервирование по нагрузке приносит пользу, если интенсивность отказов резервированной схемы снижается за счет уменьшения нагрузки на большую величину, чем повышается за счет увеличения числа работающих элементов.

На рис. 3-5 приведен пример экспериментальной зависимости интенсивности отказов элемента электронной схемы от условий применения. Интенсивность отказов зависит от коэффициента электрической нагрузки γ и температуры окружающей среды t° . В качестве электрической нагрузки обычно принимается мощность для резисторов, рабочее напряжение для конденсаторов и т. д. Электрическая нагрузка X задается в долях номинальной нагрузки X_H :

$$\gamma = \frac{X}{X_H}.$$

Экспериментальные зависимости интенсивности отказов от условий работы элементов

$$\lambda = \varphi(\gamma, t^\circ) \quad (12-36)$$

обычно приводятся в виде графиков. На рис. 12-22 приведена зависимость вида (12-36) для керамических конденсаторов. Зависимости, показанные на рис. 12-22, аналогичны показанным на рис. 3-5, только для удобства дальнейшего рассмотрения зависимость $\lambda = \varphi(t^\circ)$ при параметре γ перестроена как $\lambda(\gamma)$ при параметре t° .

Если температура и коэффициент электрической нагрузки примут значения t_1° , γ_1 , интенсивность отказов элемента будет равна:

$$\lambda_1 = \varphi(\gamma_1, t_1^\circ).$$

Когда проводится резервирование по нагрузке, данный элемент заменяется соответствующей схемой, состоящей из нескольких элементов того же типа. При этом интенсивность отказов резервированной схемы, в которой нагрузка $\gamma = \gamma_1$, приходящаяся на один нерезервированный элемент, распределяется между k элементами, равна:

$$\lambda_2 = k\varphi\left(\frac{\gamma_1}{k}, t^\circ\right). \quad (12-37)$$

Рассмотрим в качестве примера резервирование по нагрузке керамических конденсаторов путем их последовательного соединения. Резервированная схема выходит из строя при любом виде отказа одного из элементов.

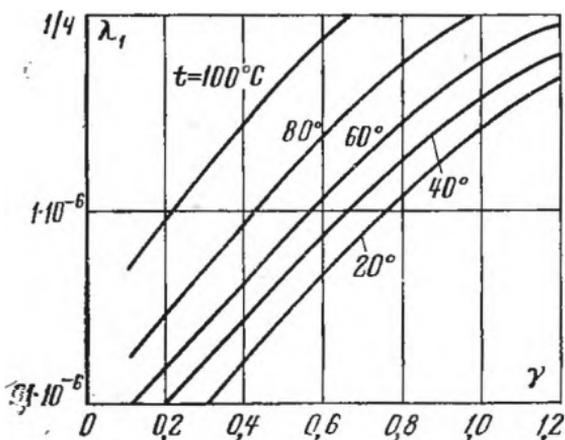


Рис. 12-22. Зависимость интенсивности отказов керамических конденсаторов от относительного рабочего напряжения $\gamma = u_{\text{раб}}/u_{\text{ном}}$ и температуры окружающей среды t° .

На рис. 12-23 приведены найденные с помощью графиков рис. 12-22 зависимости отношения интенсивностей отказов λ_1 нерезервированного керамического конденсатора и λ_2 резервированной схемы при различном количестве k элементов в резервированной схеме. Графики на рис. 12-23 соответствуют температуре окружающей среды $t^\circ = 60^\circ\text{C}$. При изменении t° кривые на рис. 12-23 смещаются незначительно. В данном случае это объясняется тем, что кривые на рис. 12-22 примерно эквидистантны. Характер кривых на рис. 12-23 показывает, что для рассматриваемых чисел элементов резервированной схемы при разных γ наибольший выигрыш в надежности достигается при различном количестве k последовательно соединенных конденсаторов. Значения k , при которых достигается наибольший выигрыш в надежности, показаны на рис. 12-23 под графиком. Можно поставить и решить экстремальную задачу по определению оптимального

значения k , обеспечивающего наибольший выигрыш надежности (в том числе и при наличии лимитирующего фактора). Однако практическое значение этого исследования будет невелико, так как при этом считается уже решенным основной вопрос о целесообразности использования резервирования по нагрузке.

Резервирование элементов по нагрузке повышает надежность при заданных нагрузках γ_1 , t°_1 , если при этом выполняется условие

$$\lambda_1 - \lambda_2 > 0. \quad (12-38)$$

Это условие согласно (12-36) и (12-37) можно записать в виде

$$\varphi(\gamma_1, t^{\circ}_1) - k\varphi\left(\frac{\gamma_1}{k}, t^{\circ}_1\right) > 0. \quad (12-39)$$

При этом предполагается, что температура окружающей среды одинакова для всех элементов данного типа и не меняется при изменении числа элементов в резервированной схеме. Последнее допущение важно лишь для термических активных элементов (резисторы, электронные лампы и т. д.).

Неравенство (12-39) удовлетворяется не при всяком сочетании k и γ . Так как при фиксированных γ и t° увеличение числа применяемых элементов, с одной стороны, ведет к уменьшению интенсивности отказов резервированной схемы за счет уменьшения нагрузки каждого из элементов, а с другой стороны, ведет к увеличению интенсивности отказов схемы из-за увеличения числа элементов, то существует критическое число элементов, при превышении которого резервирование начинает приносить вред, снижая надежность. Решая уравнение

$$k\varphi\left(\frac{\gamma}{k}, t^{\circ}\right) - \varphi(\gamma, t^{\circ}) = 0 \quad (12-40)$$

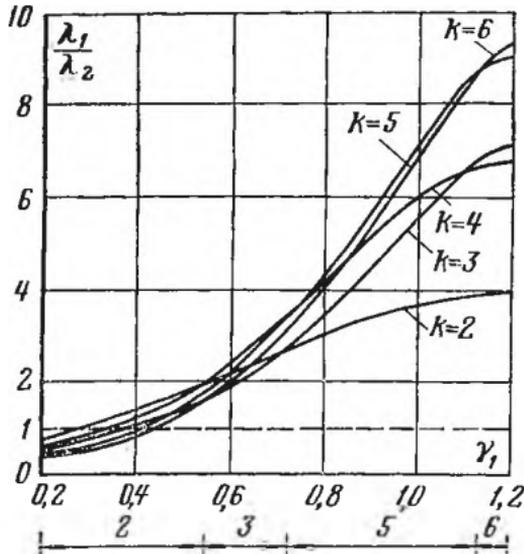


Рис. 12-23. Зависимость отношения интенсивностей отказов нерезервированного керамического конденсатора (λ_1) и резервированной схемы (λ_2) от нагрузки (относительного рабочего напряжения) γ_1 при различном числе k элементов в схеме и температуре окружающей среды $t = 60^{\circ}\text{C}$.

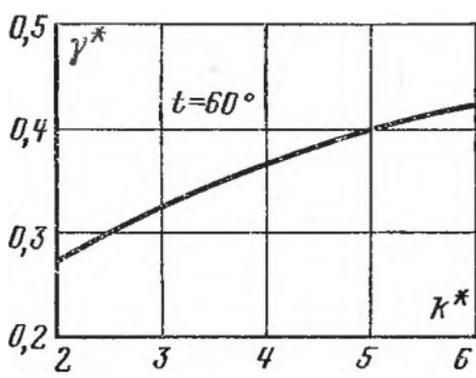


Рис. 12-24. Граница полезности применения резервирования по нагрузке керамических конденсаторов. В нижней зоне резервирование по нагрузке снижает надежность.

Для рассмотренного выше примера резервирования по нагрузке керамических конденсаторов влияние изменения температуры окружающей среды невелико. Поэтому на рис. 12-24 изображена одна кривая $\gamma^* = f_{21}(k^*)$, ограничивающая нижнюю область, в которой нельзя повысить надежность керамических конденсаторов путем применения резервирования по нагрузке. При $\gamma < 0,275$ резервирование по нагрузке керамических конденсаторов, имеющих изображенную на рис. 12-22 зависимость $\lambda_1 = \varphi(\gamma, t^\circ)$, всегда ведет к снижению их надежности.

Таким образом, резервирование по нагрузке может служить средством повышения надежности сильно нагружаемых элементов или элементов невысокого качества, имеющих низкие номинальные нагрузки.

в) Условия, при которых целесообразно применять резервирование по нагрузке

Этот вопрос неизбежно встает перед инженером при выборе одного из двух простейших путей достижения высокой надежности элементов: применять ли высококачественные нерезервированные элементы с повышенными значениями номинальных нагрузок или же использовать резервирование элементов по нагрузке? Применение нерезервированных элементов с повышенной номинальной нагрузкой X_n при неизменной рабочей нагрузке X соответствует уменьшению относительной электрической нагрузки γ и ведет к снижению интенсивности отказов элементов. Например, если в низковольтных цепях стоят конденсаторы, рассчитанные на высокое рабочее напряжение, то они редко отказывают. Резервирование по

при различных фиксированных значениях γ, t° , можно найти зависимость $k^* = f_1(\gamma^*, t^{\circ*})$ или $\gamma^* = f_2(k^*, t^{\circ*})$. Соответствующая определенному значению $t^{\circ*}_1$ кривая $\gamma^* = f_{21}(k^*)$ разделяет плоскость (k^*, γ^*) на две области. Выше кривой резервирование по нагрузке повышает надежность элемента. В области ниже кривой резервирование по нагрузке приносит вред, т. е. интенсивность отказов резервирующей схемы больше, чем у нерезервированного

нагрузке дает возможность при определенных условиях добиться повышения надежности путем увеличения количества применяемых элементов пониженного качества. При выборе пути обеспечения высокой надежности элементов обычно приходится учитывать лимитирующий фактор (стоимость, масса, объем и т. д.). При этом можно проводить два вида расчетов.

1. Расчет на минимум лимитирующего фактора C при заданном предельном значении интенсивности отказов $\lambda_{\text{пр}}$. При этом вычисляются и сравниваются значения лимитирующего фактора C , соответствующие двум вышеуказанным путям обеспечения требуемой надежности для определенных значений X , t° . Чтобы интенсивность отказов не превышала заданного предельного значения $\lambda_{\text{пр}}$, необходимо, чтобы номинальная электрическая нагрузка применяемого элемента была больше предельной, определяемой формулой

$$X_{\text{н.пр}} = \frac{X}{\gamma_{\text{пр}}} \quad (12-41)$$

Величины, относящиеся к нерезервированным элементам с повышенными значениями номинальных нагрузок, будем обозначать индексом 3, а относящиеся к резервированию по нагрузке, — индексом 4.

При использовании нерезервированных элементов с повышенными номинальными нагрузками по графику $\lambda = \varphi(\gamma, t)$ находится значение $\gamma_{\text{зпр}}$, соответствующее заданному предельному значению $\lambda_{\text{пр}}$ и определенному t° . Далее, по формуле (12-41) вычисляется значение $X_{\text{зн.пр}}$. По полученному значению $X_{\text{зн.пр}}$ в каталоге выпускаемых промышленностью изделий находятся элементы с ближайшим большим значением номинальной электрической нагрузки. Из этих элементов выбирается элемент с минимальным значением лимитирующего фактора C_3 .

При использовании резервирования по нагрузке относительная электрическая нагрузка на каждый элемент резервированной схемы должна быть больше предельной $\gamma_{4\text{пр}}$, которая находится из соотношения

$$\lambda_{\text{пр}} = k\varphi\left(\frac{\gamma_{4\text{пр}}}{k}, t^\circ\right) \quad (12-42)$$

Расчет ведется при помощи графика $\lambda = \varphi(\gamma, t^\circ)$. Для этого уравнение (12-42) переписывается в виде

$$\frac{\lambda_{\text{пр}}}{k} = \varphi\left(\frac{\gamma_{4\text{пр}}}{k}, t^\circ_1\right) \quad (12-43)$$

Согласно (12-43) по графику $\lambda = \varphi(\gamma, t^\circ)$ можно найти значение $\gamma_{4\text{пр}}/k$, соответствующее $\lambda_{\text{пр}}/k$ при фиксированных температуре t° и числе k элементов резервированной схемы. Далее, по формуле (12-41) вычисляется $X_{4\text{н.пр}}$, после чего по каталогу подбирается элемент с ближайшим минимальным значением C'_4 , соответствующим $X_{4\text{н.пр}}$, и значением параметра (емкости, сопротивления, крутизны и т. п.), соответствующим k . Подобные расчеты проводятся при нескольких реальных значениях k . Сравнивая C_3 и $C_4 = kC'_4$, можно решить вопрос о целесообразности применения одного из рассмотренных выше путей повышения надежности элементов.

2. Расчет на максимальную надежность при заданной предельной величине лимитирующего фактора $C_{\text{пр}}$. При этом вычисляются и сравниваются значения интенсивности отказов λ , соответствующие двум путям повышения надежности, при наличии лимитирующего фактора $C_{\text{пр}}$ и условиях работы X, t° .

При использовании элементов с повышенными номинальными нагрузками выбирается элемент с ближайшим к $C_{\text{пр}}$ значением лимитирующего фактора C_3 , удовлетворяющим условию $C_3 < C_{\text{пр}}$. По значению номинальной электрической нагрузки $X_{3н}$ этого элемента и условиям работы X_3, t° находится по графику $\lambda = \varphi(\gamma, t^\circ)$ значение λ_3 .

При резервировании элемента по нагрузке выбирается в каталоге элемент резервированной схемы с значением лимитирующего фактора, равным C'_4 (вначале можно взять любой). Далее, задавшись k так, чтобы выполнялось неравенство

$$kC'_4 \leq C_{\text{пр}}, \quad (12-44)$$

можно найти интенсивность отказов резервированной схемы при определенных условиях работы X, t° . Для этого по номинальной нагрузке $X_{4н}$ выбранного элемента и значениям γ, t°, k по графику $\lambda = \varphi(\gamma, t^\circ)$ находится значение λ'_5 и вычисляется значение

$$\lambda_5 = k\lambda'_5 = k\varphi\left(\frac{X}{kX_{4н}}, t^\circ\right).$$

Значение λ_5 сравнивается с λ_3 для определения целесообразности применения того или иного пути достижения надежности. Выбирая различные величины k и C'_4 , удовлетворяющие условию (12-44), можно выбрать из вариантов резервирования оптимальный вариант, обеспечивающий наивысшую надежность. Когда число возможных вариантов резервирования окажется большим, целесообразно в процессе расчета составить график или таблицу зависимости $X_{4н} = f_1(k)$, а по окончании расчета — график $\lambda_5 = f_2(k)$.

г) Об учете изменений параметров элементов при пассивном резервировании

В системах длительного использования (или хранящихся долгое время) возможны отказы из-за накопления необратимых изменений параметров пассивных резервированных схем. Это необходимо учитывать при решении вопроса о применении пассивного резервирования в таких системах.

Случайный процесс $Y(t)$ изменения определяющего параметра резервной схемы является функцией случайных процессов $X_1(t), \dots, X_k(t)$ изменения определяющих параметров элементов:

$$Y(t) = \varphi[X_1(t), \dots, X_k(t)]. \quad (12-45)$$

Вид функции (12-45) зависит от способа соединения элементов пассивной резервной схемы. При последова-

тельных или параллельных функциональных соединениях осуществляется одна из двух зависимостей

$$Y(t) = \sum_{j=1}^k X_j(t), \quad (12-46)$$

или

$$Y(t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{X_j(t)}}, \quad (12-47)$$

где $X_j(t)$ — случайный процесс изменения определяющего параметра j -го элемента.

Например, зависимость (12-46) имеет место для последовательно соединенных резисторов, зависимость (12-47) — для параллельно соединенных резисторов.

Если отказ наступает при увеличении определяющего параметра $Y(t)$, то для увеличения надежности по постепенным отказам целесообразно применять схему, обеспечивающую зависимость (12-47). Если отказ наступает при уменьшении параметра, целесообразно применять схему, обеспечивающую зависимость (12-46).

Кратко рассмотрим особенности пассивного резервирования изнашивающихся элементов при использовании зависимостей (12-46), (12-47). Сохраним предположение о том, что случайные процессы изменения параметров элементов являются независимыми и линейными:

$$Y_j(t) = A_j + B_j t.$$

Когда значения параметров элементов суммируются, согласно (12-46) имеем:

$$Y_c(t) = A_c + B_c t, \quad (12-48)$$

где начальное значение параметра резервной схемы

$$A_c = \sum_{j=1}^k A_j$$

и скорость изменения параметра резервной схемы

$$B_c = \sum_{j=1}^k B_j.$$

Когда A_j , B_j являются нормально распределенными случайными величинами, распределения начального зна-

чения A_c параметра пассивной резервной схемы и скорости B_c изменения параметра схемы будут также нормальными. Математические ожидания случайных величин A_c и B_c :

$$m_{ac} = \sum_{j=1}^k m_{aj},$$

$$m_{bc} = \sum_{j=1}^k m_{bj}$$

и их средние квадратические отклонения:

$$\sigma_{ac} = \sqrt{\sum_{j=1}^k \sigma_{aj}^2},$$

$$\sigma_{bc} = \sqrt{\sum_{j=1}^k \sigma_{bj}^2}.$$

Наиболее часто пассивные резервные схемы состоят из однотипных элементов. При этом, когда значения параметров элементов суммируются, имеем:

$$m_{ac} = km_a; \quad m_{bc} = km_b;$$

$$\sigma_{ac} = \sigma_a \sqrt{k}; \quad \sigma_{bc} = \sigma_b \sqrt{k},$$

где m_a , m_b , σ_a , σ_b — соответствующие числовые характеристики параметра элемента.

В практически важном случае, когда начальные значения определяющих параметров элементов неслучайны, т. е. при веерных случайных процессах изменения этих параметров, время достижения границы рабочей области подчинено альфа-распределению с параметрами

$$\alpha_c = \frac{m_{bc}}{\sigma_{bc}}; \quad \beta_c = \frac{\omega - \sum_{j=1}^k a_j}{\sigma_{bc}},$$

где ω — граница рабочей области; a_j — начальное значение параметра j -го элемента схемы.

Рассмотрим схему, определяющий параметр которой зависит от параметров элементов согласно (12-47). Приближенные формулы для вычисления математического ожидания m_y и среднего квадратического отклонения σ_y значений параметра этой схемы можно получить, линей-

ризируют (заменяя линейной функцией) зависимость (12-47) в области практически возможных параметров элементов (случайных величин X_{ji} , соответствующих моменту t_i времени эксплуатации).

Применим общепринятый способ линеаризации, состоящий в замене нелинейной функции такой линейной функцией, которая при математических ожиданиях аргументов имеет одинаковые с нелинейной функцией значения самой функции и ее первой производной. При этом получим приближенную зависимость

$$Y_i \approx \varphi(m_{x_{1i}}, \dots, m_{x_{ki}}) + \sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ji}} \right]_m (X_{ji} - m_{x_{ji}}), \quad (12-49)$$

где φ в рассматриваемом случае соответствует зависимости (12-47).

В соответствии с (12-49) математическое ожидание определяющего параметра схемы

$$m_{y_i} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \frac{1}{m_{x_{ji}}}$$

Для схемы из однотипных элементов

$$m_{y_i} = \frac{m_{x_i}}{k}$$

Дисперсия определяющего параметра схемы

$$\sigma^2_{y_i} = \sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ji}} \right)^2_m \sigma^2_{x_{ji}}$$

где $\sigma^2_{x_{ji}}$ — дисперсия определяющего параметра одного элемента. Для зависимости (12-47) значение частной производной

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ji}} \right)_m = \frac{1}{m^2 x_{ji} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{m_{x_{ji}}} \right)^2}$$

Для схемы из k однотипных элементов

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ji}} \right)_m = \frac{1}{k^2}$$

Поэтому дисперсия определяющего параметра схемы из однотипных элементов

$$\sigma^2 y_i = \frac{\sigma^2 x_i}{k^2}.$$

Таким образом, в последовательно-параллельных пассивных резервированных схемах при зависимости (12-46) разброс значений параметра резервированной схемы значительно больше разброса значений параметров элементов; при зависимости (12-47) пассивное резервирование уменьшает разброс значений параметров.

Для зависимости (12-47) при линейных случайных процессах изменения определяющих параметров одинаковых элементов получаем приближенные выражения

$$m_y(t) = \frac{1}{k} (m_a + m_b t);$$

$$\sigma_y(t) = \sqrt{\frac{1}{k^2} (\sigma_a^2 + 2k_{ab}t + \sigma_b^2 t^2)}, \quad (12-50)$$

где m_a , m_b — математические ожидания; σ_a^2 , σ_b^2 , k_{ab} — дисперсии и момент связи начального значения A и скорости B изменения параметра элемента схемы.

При веерных случайных процессах изменения параметров элементов

$$\sigma_y(t) = \frac{\sigma_b t}{k \sqrt{k}}.$$

При резервировании изнашивающихся элементов с двумя границами поля допуска целесообразность применения той или иной резервной схемы зависит от положения начального значения параметра схемы относительно границ поля допуска ω_1 , ω_2 и знака среднего значения скорости изменения параметра. Ограничимся рассмотрением схем из элементов с веерными случайными процессами изменения параметров. Процесс $Y(t)$ для зависимости (12-46) будет веерным, а для (12-47) процесс можно считать веерным лишь приближенно. Для схем из одинаковых элементов в табл. 12-1 приведены коэффициенты, на которые нужно умножить начальное значение $a = \omega_0$ параметра элемента, среднее значение m_b и среднее квадратическое отклонение σ_b скорости изменения параметра элемента, чтобы получить соответствующие характеристики для схемы (a_c , m_{bc} , σ_{bc}).

Способ определения значения параметров схемы	$a = \omega_0$	m_b	σ_b
Значения параметров элементов суммируются	k	k	\sqrt{k}
Значения параметров схемы вычисляются по формуле (12-47)	$\frac{1}{k}$	$\frac{1}{k}$	$\frac{1}{k\sqrt{k}}$

Поскольку в последовательно-параллельных пассивных резервированных схемах при изменении числа элементов одновременно изменяются значения a_c , m_{bc} , σ_{bc} , то при двух границах поля допуска существует оптимальное число k_* элементов, обеспечивающее минимальную вероятность выхода параметра схемы из рабочей области.

Согласно § 9-4 при двух границах допуска наименьшая вероятность выхода параметра из рабочей области обеспечивается, если выполняется соотношение

$$a_c = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) - m_{bc}t, \quad (12-51)$$

где t — заданное время работы.

Соответствующее максимальное значение вероятности нахождения параметра в границах рабочей области

$$p(t) = 2\Phi\left(\frac{\omega_2 - \omega_1^k}{2\sigma_{bc}t}\right),$$

где $\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа.

Подставив в (12-51) выражения для a_c , m_{bc} , σ_{bc} через характеристики процессов изменения свойств элементов и число элементов, можно найти k_* . Например, для схемы, в которой значения параметров элементов суммируются, имеем:

$$k_* = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2(a + m_b t)}.$$

Когда значения параметра схемы вычисляются по формуле (12-47), получаем приближенную формулу

$$k_* \approx \frac{2(a + m_b t)}{\omega_1 + \omega_2}.$$

д) Резервирование элементов с двумя видами отказов

Отказы элементов по своим внешним проявлениям, т. е. по степени влияния на систему, могут быть весьма разнообразными. Однако для большинства электрических элементов можно выделить предельные случаи возможных внешних проявлений отказов, а именно — обрыв и короткое замыкание. Рассмотрим, например, возможные внешние проявления отказов конденсаторов. В большинстве схем незначительные колебания емкости конденсаторов не вызывают отказа схемы. Обычно схема выходит из строя при следующих видах отказа конденсатора:

- 1) при значительном уменьшении емкости конденсатора; предельным случаем является уменьшение емкости до нуля в результате обрыва проводников к обкладкам;
- 2) при значительном увеличении тока утечки конденсатора; предельным случаем является короткое замыкание (пробой) конденсатора.

Для релейно-контактных элементов и разного вида бесконтактных реле обрыв и короткое замыкание являются не предельными, а единственно возможными видами внешнего проявления отказов. Эти элементы применяются очень широко и обладают сравнительно невысокой надежностью.

Внешние проявления отказов, аналогичные обрыву и короткому замыканию электрических элементов, можно выделить и у элементов других типов:

для элементов гидравлических, пневматических систем можно различать открывание и отсечку;

для некоторых элементов кинематических схем можно различать проскальзывание и заедание и т. д.

Если рассматривать гидравлические, пневматические, кинематические и другие системы, то аналогами контактных элементов являются краны, вентили, подвижные муфты и другие прерыватели потока энергии, при отказе которых или поток энергии не прерывается (замыкание), или энергия не передается (обрыв).

Ниже речь будет идти о контактных элементах, но изложенные в этом параграфе результаты можно применять и для соответствующих элементов гидравлических, пневматических и других систем.

Контактный элемент может находиться в трех состояниях:

- 1) быть исправным (работоспособным);

2) иметь отказ типа обрыв (элемент не замыкает цепь);

3) иметь отказ типа замыкание (элемент не размыкает цепь).

Эти три состояния образуют полную группу событий, т. е.

$$p + q_0 + q_3 = 1,$$

где p — вероятность безотказной работы элемента; q_0 — вероятность отказа типа обрыв; q_3 — вероятность отказа типа замыкание.

Соответственно полная вероятность отказа контактного элемента

$$Q = q_0 + q_3.$$

Наиболее общий путь вычисления полной вероятности отказа схемы по вероятностям q_0 и q_3 отказов элементов заключается в исследовании возможных комбинаций состояний элементов схемы. С этой целью составляется таблица всех возможных вариантов состояний элементов схемы, выбираются комбинации, при которых схема не работает, и вычисляются вероятности появления этих комбинаций.

Для схем из N однотипных элементов вероятности появления отдельных комбинаций состояний элементов можно найти из равенства

$$(p + q_0 + q_3)^N = 1.$$

Члены разложения этого равенства равны вероятностям появления отдельных комбинаций состояний элементов. Показатели степени при p , q_0 и q_3 соответствуют числу исправных элементов или имеющих тот или иной отказ. Коэффициенты при отдельных членах означают число таких комбинаций. Суммируя вероятности появления комбинаций состояний элементов, при которых схема не работает, получаем выражение для вычисления вероятности ее отказа. Однако для решения инженерных задач этот путь неудобен в силу своей громоздкости даже при небольшом числе элементов в схеме, а в сложных схемах практически неприменим, так как число возможных вариантов состояний контактной схемы равно 3^N , где N — число элементов в схеме. В последовательно-параллельных схемах более удобен путь, основанный на следующих соображениях. В полученных любым способом зависимостях $R(q_0, q_3)$ отсутствуют члены, содержащие од-

новременно q_0 и q_3 , т. е. члены вида $Aq_0^a q_3^b$. Это является отражением того факта, что контактные схемы, так же как и составляющие их элементы, могут иметь два типа отказов: обрыв и замыкание, причем определенный тип отказа схемы может быть вызван лишь одноименным типом отказа элемента.

Поэтому вероятность отказа схемы можно записать в виде

$$R(q_0, q_3) = R_0(q_0) + R_3(q_3),$$

где $R_0(q_0)$ и $R_3(q_3)$ — вероятности отказа схемы соответственно из-за обрывов и из-за замыканий элементов. Выражения $R_0(q_0)$ и $R_3(q_3)$ можно находить, руководствуясь четырьмя правилами, являющимися следствиями теоремы умножения для независимых событий.

При вычислении $R_0(q_0)$ предполагается, что возможны отказы элементов схемы лишь типа обрыв. При этом предположении $R_0(q_0)$ можно найти, руководствуясь двумя правилами:

1. При отказах элементов типа обрыв вероятность безотказной работы $p_{0.c}$ схемы из последовательно соединенных элементов равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов:

$$p_{0.c} = 1 - R_{0.c} = \prod_{j=1}^n (1 - q_{0j})$$

и соответственно

$$R_{0.c} = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - q_{0j}).$$

2. При отказах элементов типа обрыв вероятность отказа R_0 схемы из параллельно соединенных k элементов равна произведению вероятностей отказа отдельных элементов:

$$R_{0.c} = \prod_{j=1}^k q_{0j}.$$

При вычислении $R_3(q_3)$ предполагается, что возможны отказы элементов схемы лишь типа замыкание.

При этом предположении $R_3(q_3)$ находится согласно следующим двум правилам:

1. При отказах элементов типа замыкание вероятность отказа $R_{3.c}$ схемы при последовательно соединен-

ных n элементов равна произведению вероятностей отказа отдельных элементов:

$$R_{з.с} = \prod_{j=1}^n q_{зj}.$$

2. При отказах элементов типа замыкание вероятность безотказной работы $p_{з.с}$ схемы из параллельно соединенных элементов равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов:

$$p_{з.с} = 1 - R_{з.с} \prod_{j=1}^k (1 - q_{зj})$$

и соответственно

$$R_{з.с} = 1 - \prod_{j=1}^k (1 - q_{зj}).$$

Пользуясь изложенным способом, можно сразу написать зависимость $R(q_0, q_з)$ для любой схемы, состоящей из элементов одинакового назначения.

Например, для схемы, состоящей из равнонадежных элементов (рис. 12-25), вероятность отказа

$$\begin{aligned} R &= [1 - (1 - q_0)^2]^2 + 1 - (1 - q_з^2)^2 = \\ &= q_0^2(2 - q_0)^2 + q_з^2(2 - q_з^2). \end{aligned} \quad (12-52)$$

Этот пример вычисления вероятности отказа схемы, показанной на рис. 12-25, выбран не случайно. При резервировании одного элемента, у которого могут быть отказы лишь типа замыкание, необходимо последовательно с этим элементом включить не менее одного резервного элемента. При резервировании одного элемента, дающего отказы лишь типа обрыв, необходимо резервные элементы включить параллельно с первоначально имеющимся элементом. Простейшая схема резервирования одного контактного элемента, имеющего оба типа отказов, показана на рис. 12-25. Эта схема в дальнейшем изложении будет называться элементарной резервированной ячейкой. Рассмотрим кратко ее свойства.

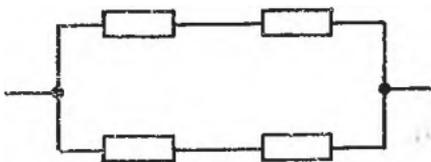


Рис. 12-25. Простейшая схема резервирования одного контактного элемента.

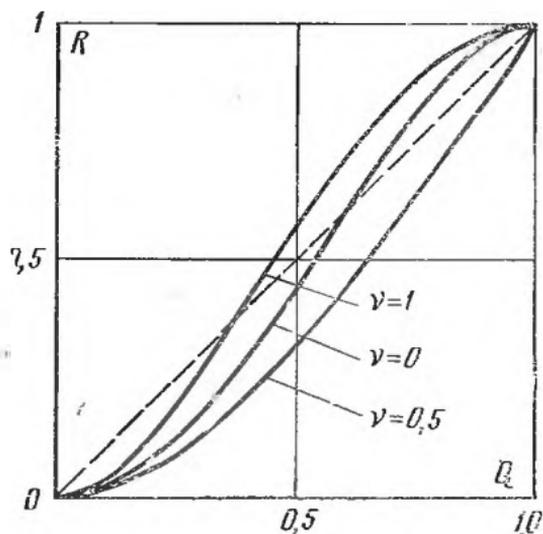
Для контактных элементов разных типов соотношения между вероятностями отказов типа обрыв и типа замыкание могут быть различными. В связи с этим введем коэффициент

$$v = \frac{q_0}{Q} = \frac{q_0}{q_0 + q_3}.$$

Тогда формула (12-52) примет вид:

$$R = 2(1 - 2v + 3v^2)Q^2 - 4v^3Q^3 + [v^4 - (1 - v)^4]Q^4. \quad (12-53)$$

На рис. 12-26 приведены зависимости $R(Q)$, вычисленные по формуле (12-53) для различных значений v . Так как вероятность отказа одного контактного элемента является монотонно возрастающей функцией времени работы t , то ось абсцисс на рис. 12-26 можно рассматривать как ось времени работы t . При этом шкала t будет определяться видом функции распределения $Q(t)$, а саму функцию $Q(t)$ можно изображать диагональю, проведенной на рис. 12-26 пунктиром.



Ряд кривых $R(Q)$ на рис. 12-26 пересекает пунктирную диагональ, соответствующую

Рис. 12-26. Зависимости вероятности отказа схемы рис. 12-25 от вероятности отказа одного контактного элемента.

Ряд кривых $R(Q)$ на рис. 12-26 пересекает пунктирную диагональ, соответствующую

Q . Абсцисса точки пересечения дает критическое значение Q_* (и соответственно t_*), при превышении которого элементарную резервированную ячейку применять нерационально, так как при этом $R > Q$. Критическое значение Q_* можно найти из уравнения

$$R(Q) = Q. \quad (12-54)$$

Исследование уравнения (12-54) позволило установить, что с достаточной для практических целей точностью зависимость $Q_*(v)$ можно аппроксимировать фор-

$$Q_* = 0,62 + 2,2v \text{ при } 0 \leq v \leq 0,172;$$

$$Q_* = 2,38 - 2,0v \text{ при } 0,69 \leq v \leq 1.$$

При $0,172 < v < 0,69$ элементарная ячейка всегда надежнее одного контактного элемента.

Таким образом, даже в самом неблагоприятном случае, при $v=1$, значение $Q_* > 0,38$. Так как согласно статистическим данным ряда авторов вероятность отказа при одном срабатывании различных контактных элементов не выходит за пределы $10^{-10} - 10^{-5}$, то крайне редко могут встретиться системы, время работы которых столь велико, что вероятность отказа одного контактного элемента будет более 0,38.

Поэтому можно считать, что практически при любом значении v элементарная резервированная ячейка всегда надежнее одного контактного элемента.

Так как на практике почти всегда $Q < 0,05$, то, пренебрегая в формуле (12-53) членами с Q в третьей и четвертой степенях, получаем:

$$R = 2(1 - 2v + 3v^2) Q^2,$$

или

$$R = LQ^2,$$

где $L = 2 - 4v + 6v^2$.

Зависимость $L(v)$ приведена на рис. 12-27. Так как точные значения v для различных контактных элементов, особенно вновь проектируемых, бывают известны далеко не всегда, то часто может оказаться целесообразным вычислять R при максимальном и минимальном значениях L : $L_{\text{мин}} = 4/3$ и $L_{\text{макс}} = 4$.

Элементарную резервированную ячейку удобно использовать при конструировании надежных контактных элементов. Принципиальные схемы систем, использующих контактные элементы, могут быть достаточно сложными и обычно содержат обратные связи. Из-за этого ча-

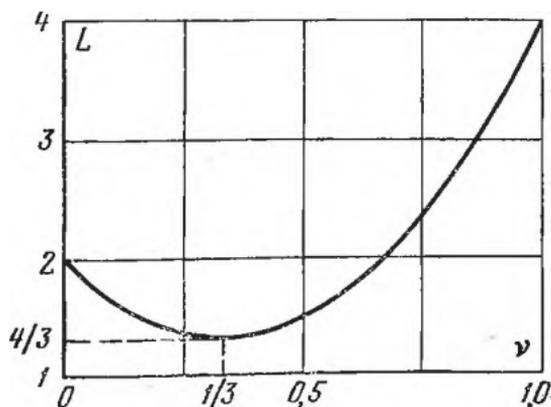


Рис. 12-27. Функция $L(v)$.

сто бывает трудно составить рациональную схему пассивного резервирования системы в целом. Поэтому часто может оказаться выгодным единичное резервирование, т. е. замена каждого элемента схемы соответствующими элементарными резервированными ячейками. Так как для включения резервированной ячейки не требуется никаких изменений функциональной схемы первоначальной системы, то это дает значительную экономию труда при проектировании новых систем. Кроме того, универсальность резервированных ячеек дает возможность изготавливать их заводским способом в виде отдельных блоков.

Во многих случаях целесообразно перейти от единичного резервирования к внутриэлементному, т. е. резервировать внутренние связи, изменяя при этом конструкцию элементов. Примеры внутреннего резервирования электромагнитных реле и путевых выключателей рассмотрены в [16].

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ

СВОЙСТВА РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

13-1. ВОССТАНОВЛЕНИЕ КАК ПУТЬ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Все рассуждения предыдущей главы относятся к случаю, когда работающую (включенную) резервированную систему нельзя ремонтировать. Когда в процессе работы системы можно восстанавливать некоторые из отказавших элементов, удастся добиться еще большего увеличения надежности.

Так как для ремонта элемента необходимо его отключить, восстановление используется при активном методе резервирования.

Для нерезервированных систем сокращение времени восстановления ведет к увеличению готовности и практически не влияет на безотказность системы. При наличии резервирования восстановление становится мощным средством повышения надежности. Сокращая время восстановления отказавших элементов резервированной системы, можно существенно повысить как готовность, так и безотказность системы. Для восстанавливаемых систем сочетание резервирования с восстановлением имеет столь

же большое значение, как для невозстанавливаемых систем сочетание резервирования с профилактическим контролем работоспособности всех элементов (раздельно каждого, см. § 12-2).

Особенности резервированных систем с восстановлением рассмотрим на примере дублированной системы, в которой имеются два одинаковых элемента: основной и резервный. Если переключатель абсолютно надежен, то, уменьшая время ремонта, можно добиться сколько угодно высокой надежности системы.

Предположим, что во время ремонта в элементах не могут возникнуть вторичные отказы.

Дублированная система может находиться в одном из трех состояний, которые обозначим цифрами: 0 — система работоспособна (оба элемента работоспособны); 1 — система работоспособна, но один из элементов отказал (система предрасположена к отказу); 2 — система неработоспособна (отказала).

Обозначим вероятности перечисленных выше состояний через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$. Эти вероятности зависят от начальных состояний системы, в которых она находилась при $t=0$.

В зависимости от назначения дублированной системы к ней могут предъявляться различные требования.

1. После включения система должна безотказно работать заданное время; перерывы в работе недопустимы. При этом необходимо знать вероятность непрерывной безотказной работы системы (вероятность первый раз не оказаться в состоянии 2). Иногда говорят, что для таких систем неработоспособное состояние является поглощающим. При этом вычисляют условные вероятности безотказной работы на интервале $(0, t)$ при условии, что при $t=0$ основной и резервный элементы работоспособны.

2. Необходимо застать систему работоспособной в заданный момент времени, но перерывы в работе системы не играют роли. При этом рассматриваются готовность системы и ее характеристики: функция готовности $\Gamma(t)$ или коэффициент готовности (см. § 1-5). Иначе говоря, находится вероятность не оказаться в состоянии 2. Этот случай отличается от предыдущего тем, что имеется возможность перехода из состояния 2 в состояние 1.

Найдем формулы для функции готовности и вероятности безотказной работы дублированной системы с восстановлением. Предположим, что основной и резерв-

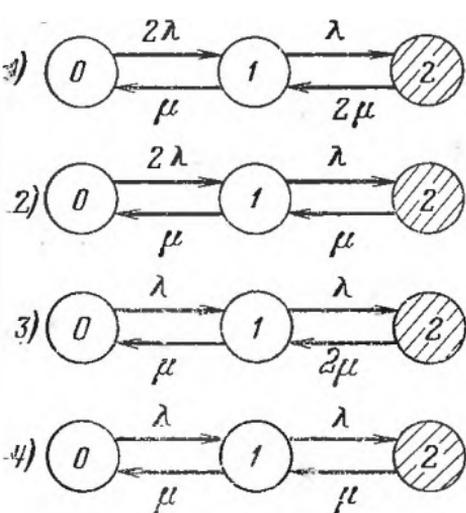


Рис. 13-1. Графы состояний различных вариантов дублированной системы.

ный элемент равнонадежны, имеют показательные распределения времени безотказной работы и времени восстановления: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, отказы неработающих элементов невозможны, отказы обнаруживаются мгновенно.

Вначале рассмотрим системы, в которых отказы допустимы. На рис. 13-1 приведены графы состояний четырех возможных вариантов дублированной системы с восстановлением:

1) нагруженный резерв; при отказах элементов они могут ремонтироваться как по одному, так и одновременно (восстановление без ограничений);

2) нагруженный резерв; отказавшие элементы могут ремонтироваться лишь по одному (ограниченное восстановление);

3) ненагруженный резерв; восстановление производится без ограничений;

4) ненагруженный резерв; восстановление по одному элементу.

Дифференциальные уравнения для вероятностей состояний в соответствии с графами состояний рис. 13-1 имеют вид:

для первого варианта

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t); \end{aligned} \right\} \quad (13-1)$$

для второго варианта

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + \mu P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t) - \mu P_2(t); \end{aligned} \right\} \quad (13-2)$$

для третьего варианта

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t); \end{aligned} \right\} \quad (13-3)$$

для четвертого варианта

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + \mu P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t) - \mu P_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (13-4)$$

Эти уравнения должны быть дополнены нормирующим условием

$$\sum_{i=0}^2 P_i(t) = 1. \quad (13-5)$$

В результате решения уравнений (13-1) — (13-5) при начальных условиях $P_0(0)=1$; $P_1(0)=P_2(0)=0$ найдем зависимости $P_i(t)$ для $i=0, 1, 2$.

Для рассматриваемых систем функция готовности

$$\Gamma(t) = P_0(t) + P_1(t) = 1 - P_2(t). \quad (13-6)$$

Функции готовности рассмотренных выше четырех вариантов резервированных систем с восстановлением имеют вид:

для первого варианта

$$\Gamma_1(t) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} \left[1 + \frac{1}{\lambda + \mu} (x_2 e^{x_1 t} - x_1 e^{x_2 t}) \right], \quad (13-7)$$

где $x_1 = -(\lambda + \mu)$; $x_2 = -2(\lambda + \mu)$;

для второго варианта

$$\Gamma_2(t) = 1 - \frac{2\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 + \lambda^2} \left[1 + \frac{1}{V\lambda^2 + 4\lambda\mu} (y_2 e^{y_1 t} - y_1 e^{y_2 t}) \right], \quad (13-8)$$

где

$$y_1 = -\frac{3\lambda + 2\mu - V\lambda^2 + 4\lambda\mu}{2};$$

$$y_2 = -\frac{3\lambda + 2\mu + V\lambda^2 + 4\lambda\mu}{2};$$

для третьего варианта

$$\Gamma_3(t) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 + \mu^2} \times \left[1 + \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 4\lambda\mu}} (z_2 e^{z_1 t} - z_1 e^{z_2 t}) \right], \quad (13-9)$$

где

$$z_1 = -\frac{2\lambda + 3\mu - \sqrt{\mu^2 + 4\lambda\mu}}{2};$$

$$z_2 = -\frac{2\lambda + 3\mu + \sqrt{\mu^2 + 4\lambda\mu}}{2};$$

для четвертого варианта

$$\Gamma_4(t) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 - \lambda\mu} \times \left[1 - \frac{1}{2\sqrt{\lambda\mu}} (\gamma_2 e^{\gamma_1 t} - \gamma_1 e^{\gamma_2 t}) \right], \quad (13-10)$$

где

$$\gamma_1 = -(\lambda + \mu - \sqrt{\lambda\mu});$$

$$\gamma_2 = -(\lambda + \mu + \sqrt{\lambda\mu}).$$

На рис. 13-2 приведены зависимости $\Gamma(t)$, вычисленные по формулам (13-7) — (13-10) для $\lambda=0,01$ 1/ч и $\mu=$

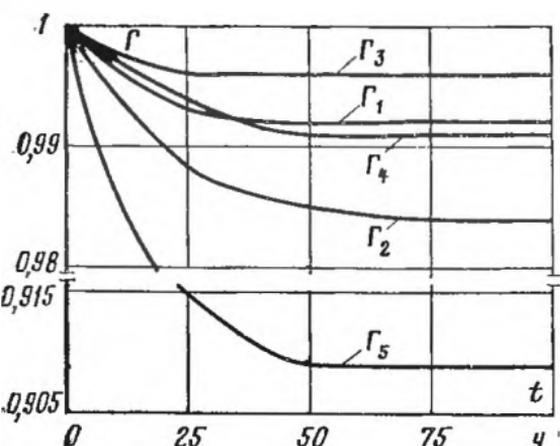


Рис. 13-2. Графики функций готовности при $\lambda=0,01$ 1/ч; $\mu=0,1$ 1/ч для четырех вариантов дублированной системы, графы состояний которых приведены на рис. 13-1.

$=0,1$ 1/ч. Для сравнения на графике показана функция готовности $\Gamma_5(t)$ нерезервированной системы с теми же значениями λ и μ .

Обозначив $\rho = \lambda/\mu$, из формул (13-7) — (13-10) получим:

$$k_{r1} = \frac{1 + 2\rho}{(1 + \rho)^2}; \quad (13-11)$$

$$k_{r2} = \frac{1 + 2\rho}{(1 + \rho)^2 + \rho^2}; \quad (13-12)$$

$$k_{r3} = \frac{2(1 + \rho)}{(1 + \rho)^2 + 1}; \quad (13-13)$$

$$k_{r4} = \frac{1 + \rho}{(1 + \rho)^2 - \rho}. \quad (13-14)$$

При $\rho = 0,1$ получаем: $k_{r1} = 0,992$; $k_{r2} = 0,984$; $k_{r3} = 0,995$; $k_{r4} = 0,991$.

Таким образом, для повышения готовности восстанавливаемой дублированной системы необходимо стремиться к созданию условий, обеспечивающих осуществление ненагруженного резерва и восстановления без ограничений. Это соответствует и интуитивным представлениям о данном вопросе.

Для определения условной вероятности безотказной работы составим системы дифференциальных уравнений при условии, что состояние 2 является поглощающим, т. е. отсутствуют переходы из состояния 2 в состояние 1. При этом в соответствии с графами состояний на рис. 13-1 получим:

для первого и второго вариантов

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t); \\ P'_2(t) &= 2\lambda P_1(t); \end{aligned} \right\} \quad (13-15)$$

для третьего и четвертого вариантов

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t). \end{aligned} \right\} \quad (13-16)$$

При начальных условиях $P_0(0) = 1$, $P_1(0) = P_2(0) = 0$ в результате решения систем уравнений (13-15) и (13-16) совместно с нормировочным условием (13-5) получим выражения для условной вероятности безотказной работы:

$$p(t) = \frac{1}{\beta_2 - \beta_1} (\beta_2 e^{\beta_1 t} - \beta_1 e^{\beta_2 t}), \quad (13-17)$$

где для первого и второго вариантов

$$\beta_{1,2} = -\frac{1}{2} [\mu + 3\lambda \mp \sqrt{\lambda^2 + 6\lambda\mu + \mu^2}]; \quad (13-18)$$

для третьего и четвертого вариантов

$$\beta_{1,2} = -\frac{1}{2} [\mu + 2\lambda \mp \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2}]. \quad (13-19)$$

Зависимости $p(t)$, вычисленные по формулам (13-17)—(13-19) для $\lambda=0,01$ 1/ч и $\mu=0,1$ 1/ч, приведе-

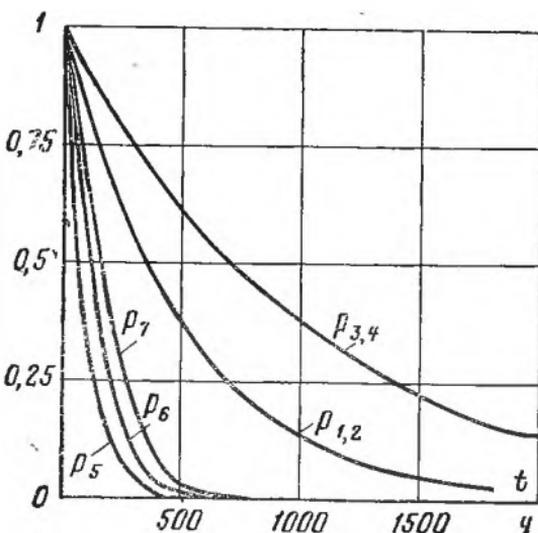


Рис. 13-3. Графики функций надежности различных систем при $\lambda=0,01$ 1/ч; $\mu=0,1$ 1/ч.

$p_{1,2}(t)$ — для первого и второго вариантов дублированной системы (графы состояний вариантов приведены на рис. 13-1); $p_{3,4}(t)$ — то же для третьего и четвертого вариантов; $p_5(t)$ — для резервированной системы; $p_6(t)$ — для нагруженного дублирования без восстановления; $p_7(t)$ — для ненагруженного дублирования без восстановления.

ны на рис. 13-3. Здесь же для сравнения приведены графики функций надежности невозстанавливаемых систем: нерезервированной, с нагруженным и ненагруженным дублированием.

Среднее время безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы

Если в начальный момент времени (при $t=0$) все элементы резервированной системы работоспособны, то среднее время безотказной работы есть время перехода из начального состояния в подмножество неработоспособных состояний.

Предположим, что нет ограничений на число ремонтных бригад, отказы обнаруживаются мгновенно, аппаратура контроля безотказна, основной и резервные элементы равнонадежны и имеют показательные распределения времени безотказной работы и времени восстановления. При этом, применяя методы гл. 4, можно получить сле-

дующие выражения для среднего времени безотказной работы системы с общим резервированием, состоящей из одного основного и $k-1$ резервных элементов:

при нагруженном резерве

$$m_{t_{c1}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{\left(1 + \frac{\mu}{\lambda}\right)^j}{1+j}, \quad (13-20)$$

в случае $\lambda/\mu \ll 1$

$$m_{t_{c1}} \approx \frac{\mu^{k-1}}{k\lambda^k}; \quad (13-21)$$

при ненагруженном резерве

$$m_{t_{c2}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{1+j} \frac{k!}{(k-j-1)!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j; \quad (13-22)$$

в случае $\lambda/\mu \ll 1$

$$m_{t_{c2}} \approx (k-1)! \frac{\mu^{k-1}}{\lambda^k}. \quad (13-23)$$

В реальных системах могут существовать ограничения по числу ремонтных бригад, общему допустимому

Таблица 13-1

Количество избыточных элементов	Вид резерва	Число ремонтных бригад	Выражение для m_{t_c}
Один ($k=2$)	Нагруженный	$r \geq 1$	$\frac{\mu + 3\lambda}{2\lambda^2}$
	Ненагруженный	$r \geq 1$	$\frac{\mu + 2\lambda}{\lambda^2}$
Два ($k=3$)	Нагруженный	$r = 1$	$\frac{2\mu^2 + 4\lambda\mu + 11\lambda^2}{6\lambda^2}$
		$r \geq 1$	$\frac{2\mu^2 + 7\lambda\mu + 3\lambda^2}{6\lambda^2}$
	Ненагруженный	$r = 1$	$\frac{\mu^2 + 2\lambda\mu + 3\lambda^2}{\lambda^3}$
		$r \geq 1$	$\frac{2\mu^2 + 3\lambda\mu + 3\lambda^2}{\lambda^3}$

числу восстановлений и пр. Поэтому значения m_{tc} , вычисленные по формулам (13-20) — (13-23), приходится считать верхним пределом среднего времени безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы. Значения m_{tc} для практически важных случаев резервирования приведены в табл. 13-1.

Выражения для m_{tc} при $r=1$ получены путем составления и решения системы дифференциальных уравнений, соответствующей графу состояний при $r=1$.

Сопоставив выражение для среднего времени безотказной работы дублированной восстанавливаемой системы с нагруженным резервом при идеальном контроле согласно (13-20) со значением среднего времени безотказной работы невозстанавливаемой системы с нагруженным резервом $m''_{tc}=3/2\lambda$, найдем:

$$\frac{m_{tc}}{m''_{tc}} = 1 + \frac{\mu}{3\lambda} = 1 + \frac{1}{3\rho}.$$

Таким образом, при $\rho=\lambda/\mu=0,01 \div 0,001$ применение восстановления повышает среднее время безотказной работы резервированной системы в 30—300 раз.

13-2. ЗНАЧЕНИЕ КОНТРОЛЯ ДЛЯ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

В восстанавливаемых системах для получения максимального эффекта от применения резервирования необходима идеальная система контроля, мгновенно обнаруживающая появление неработоспособного состояния любого элемента. В действительности обычно контролем охвачена лишь часть элементов (неполнота контроля) и возможны ложные сигналы о неработоспособности системы из-за отказов аппаратуры контроля или ошибок людей, неправильно оценивающих показания приборов (неидеальность контроля).

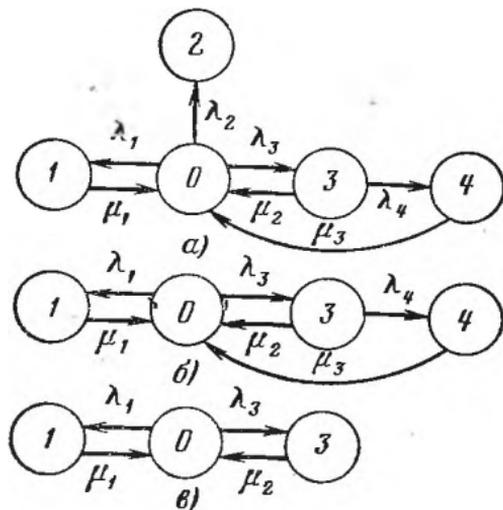
а) Значение контроля для объектов, допускающих перерывы в работе

Для нерезервированной восстанавливаемой системы аппаратура контроля влияет в основном на коэффициент готовности. Рассмотрим систему, находящуюся в дежурном режиме.

Предположим, что законы распределения времени безотказной работы и времени восстановления всех элементов являются показательными. Обозначим интенсивность отказов контролируемой части системы λ_1 , неконтролируемой части системы λ_2 , интенсивность ложных сигналов о неработоспособности системы λ_3 ; λ_4 — интенсивность отказов системы в ходе проверки по ложному сигналу (возможны условия проверки, при которых $\lambda_4 \neq \lambda_1 + \lambda_2$), интенсивность восстановления системы μ_1 , аппаратуры контроля μ_2 , интенсивность восстановления системы вместе с аппаратурой контроля μ_3 .

Рис. 13-4. Графы состояний восстанавливаемой нерезервированной находящейся в дежурном режиме системы с аппаратурой контроля.

а — общий случай; *б* — случай полного контроля ($\lambda_2=0$); *в* — случай полного контроля и отсутствия отказов во время проверки системы ($\lambda_2=0$; $\lambda_4=0$).



Рассматриваемая система может находиться в произвольный момент времени t в одном из следующих несовместимых состояний: 0 — система нормально функционирует; 1 — система неработоспособна, находится в ремонте; 2 — система неработоспособна, но аппаратура контроля этого не обнаружила; 3 — работоспособная система проверяется по ложному сигналу от аппаратуры контроля; 4 — неработоспособны и восстанавливаются система и аппаратура контроля.

Графы состояний восстанавливаемой системы с аппаратурой контроля приведены на рис. 13-4. По графу состояний может быть составлена система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний и получено выражение для функции готовности $\Gamma(t)$. Однако в общем случае для рис. 13-4,а получается громоздкое выражение.

В частном случае (рис. 13-4,б) полного контроля (все элементы охвачены контролем, $\lambda_2=0$) коэффициент го-

товности (стационарная вероятность нахождения в состоянии 0)

$$k_r = \frac{1 + \frac{\lambda_3}{\mu_2}}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_3}{\mu_2} \left(2 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_4}{\mu_3} \right)}.$$

Когда система не отказывает в течение проверки по ложному сигналу и осуществляется полный контроль ($\lambda_2=0$, $\lambda_4=0$), граф состояний имеет вид рис. 13-4,в. При этом коэффициент готовности

$$k_r = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_3}{\mu_2}}.$$

Для резервированных восстанавливаемых систем аппаратура контроля существенно влияет на все показатели надежности систем, в том числе на среднюю наработку до отказа, вероятность безотказной работы и др. Рассмотрение вопроса в общем случае является очень сложным. Чтобы выявить роль полноты охвата контролем, рассмотрим частный случай абсолютно надежной аппаратуры контроля ($\lambda_3=0$) в дублированной восстанавливаемой системе.

Рассматриваемая система может находиться в произвольный момент времени t в одном из следующих несовместимых состояний: 0 — оба элемента работоспособны; 11 — один из элементов отказал из-за отказа контролируемой части его; 12 — один из элементов отказал из-за отказа неконтролируемой части его; 2 — система неработоспособна.

Граф состояний системы приведен на рис. 13-5,а. Состояние 2 считается поглощающим, $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ — интенсивность отказов одного элемента. Применяя описанные в гл. 4 приемы, получаем выражение для среднего времени безотказной работы системы:

$$m_{t_c} = \frac{3\lambda^2 + \mu_1(\lambda + 2\lambda_2)}{2\lambda(\lambda^2 + \lambda_2\mu_1)}. \quad (13-24)$$

При полном контроле элементов $\lambda_2=0$ и среднее время безотказной работы системы

$$m'_{t_c} = \frac{3\lambda + \mu_1}{2\lambda^2}. \quad (13-25)$$

Сопоставив (13-24) и (13-25), получим, что из-за неполноты контроля среднее время безотказной работы уменьшается, составляя лишь долю v от возможного m'_{tc} :

$$v = \frac{m_{tc}}{m'_{tc}} = \frac{\rho + \frac{2\gamma\rho}{1+3\rho}}{\rho + \gamma} \approx 2\rho + \frac{\rho}{\gamma} \text{ при } \rho \ll \gamma, \quad (13-26)$$

где

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu_1}; \quad \gamma = \frac{\lambda_2}{\lambda}.$$

В реальных системах значения ρ обычно менее 0,01. Зависимости v от коэффициента γ при различных значениях ρ приведены на рис. 13-5,б.

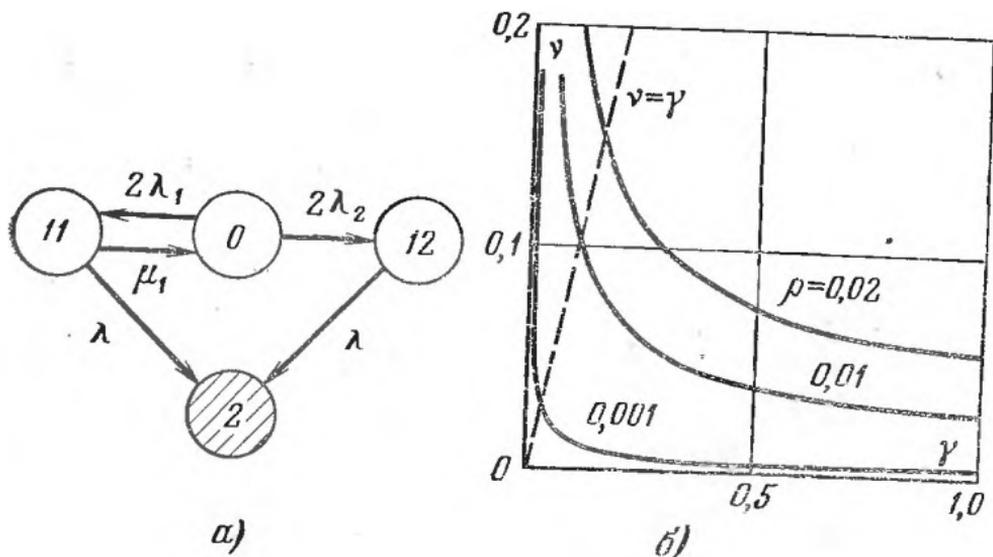


Рис. 13-5. К вопросу о влиянии полноты контроля на эффект от применения резервирования в восстанавливаемой системе, допускающей перерывы в работе.

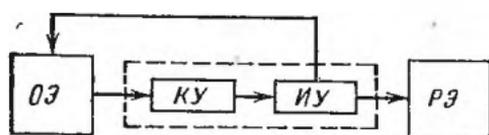
а — граф состояний дублированной системы при абсолютно надежной аппаратуре контроля ($\lambda_2=0$); б — зависимость отношения значений среднего времени безотказной работы при неполном и полном контроле от коэффициента $v = \lambda_2/\lambda$.

На рис. 13-5,б пунктиром проведена прямая $v = \gamma$. Точки ее пересечения с кривыми $v = \varphi(\gamma)$ дают характерное значение γ^* . При $\gamma < \gamma^*$ полнота охвата контролем существенно влияет на среднее время безотказной работы системы. В этой области даже небольшое уменьшение γ ведет к значительному увеличению среднего времени безотказной работы системы. При $\gamma > \gamma^*$ эффект от применения резервирования меньше в десятки раз, при этом значение полноты контроля уменьшается. Из графиче-

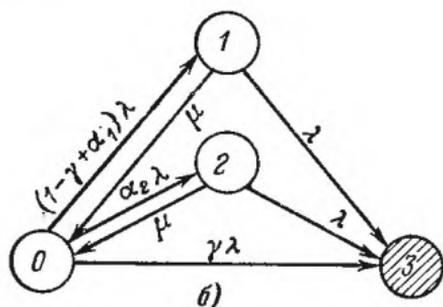
ка на рис. 13-5,б следует, что для наиболее часто встречающихся на практике значений $\rho=0,01-0,001$ значения γ^* лежат в диапазоне 0,03—0,11.

б) Значение контроля для объектов, не допускающих перерывов в работе

Рассмотрим восстанавливаемую систему с ненагруженным активным дублированием. Структурная схема системы изображена на рис. 13-6,а. В этой системе в переключающем устройстве можно выделить контролирующее (КУ) и исполнительное (ИУ) устройства. Надежность переключающего устройства определяется в ос-



а)



б)

Рис. 13-6. К вопросу о значении контроля в восстанавливаемой системе с ненагруженным активным дублированием.

а — блок-схема системы: ОЭ — основной (работающий) элемент; РЭ — резервный элемент; КУ — контролирующее устройство; ИУ — исполнительное устройство; б — граф состояний при безотказном исполнительном устройстве, двух видах отказов контролирующего устройства и неполном контроле.

новном контролирующим устройством, которое может иметь два типа отказов:

1) отказ типа «ложное переключение», при котором работоспособный основной элемент отключается и включается резервный;

2) отказ типа «отсутствие переключения», при котором не включается в работу резервный элемент, если откажет работающий.

Пусть интенсивность отказов переключателя (контролирующего устройства) пропорциональна интенсивности отказов λ работающего элемента $\alpha\lambda$, причем интенсивность отказов первого типа $\alpha_1\lambda$, второго типа $\alpha_2\lambda$, $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$.

Контролем охвачена лишь часть работающего элемента. Иначе говоря, на часть отказов работающего основного элемента переключающее устройство не реагирует. Обозначим, как и ранее, долю неконтролируемых отказов

основного элемента γ , т. е. неконтролируемые отказы имеют интенсивность $\gamma\lambda$.

Рассматриваемая система может находиться в произвольный момент времени в одном из несовместимых состояний: 0 — работает основной элемент; переключатель работоспособен; 1 — неработоспособна контролируемая часть основного элемента при работоспособном переключателе или произошло ложное срабатывание переключателя; работает резервный элемент; 2 — работоспособен основной элемент, произошел отказ переключающего устройства второго типа (переключение невозможно); 3 — подмножество состояний, соответствующих отказу системы.

Основную часть времени восстановления системы составляет время поиска неисправности. В первом приближении будем считать, что интенсивность восстановления одинакова для всех блоков системы и равна μ .

Граф состояний рассматриваемой системы приведен на рис. 13-6,б. Этому графу соответствует система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний:

$$P'_0(t) = -(1 + \alpha_1 + \alpha_2)\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) + \mu P_2(t);$$

$$P'_1(t) = (1 - \gamma + \alpha_1)\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t);$$

$$P'_2(t) = \alpha_2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_2(t)$$

с нормировочным условием

$$\sum_{i=0}^3 P_i(t) = 1.$$

Решив эту систему уравнений при начальных условиях

$$P_0(0) = 1; P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0,$$

можно найти вероятность безотказной работы системы в течение заданного интервала $(0, t_i)$:

$$p_c(t_i) = P_0(t_i) + P_1(t_i) + P_2(t_i).$$

Используя преобразование Лапласа, получаем:

$$p_c(t_i) = \left(\operatorname{ch} \sqrt{\Delta} t - \frac{a}{2\sqrt{\Delta}} \operatorname{sh} \sqrt{\Delta} t \right) \exp\left(-\frac{at}{2}\right) + (2\lambda + \mu - \gamma\lambda + \alpha\lambda) \left[\frac{1}{\sqrt{\Delta}} \operatorname{sh} \sqrt{\Delta} t \exp\left(-\frac{at}{2}\right) \right],$$

где

$$\Delta = (1 + \rho\alpha)^2 - 4\rho\gamma; \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}; \quad a = 2\lambda + \mu + \alpha\lambda.$$

Средняя наработка до отказа системы

$$m_t = \frac{2\lambda + \mu + \alpha\lambda - \gamma\lambda}{\lambda^2(1 + \alpha) + \mu\gamma\lambda}.$$

Учитывая, что обычно $\lambda \ll \mu$, получаем:

$$m_t \approx \frac{1}{\gamma\lambda}.$$

13-3. ОСОБЕННОСТИ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ, ДОПУСКАЮЩИХ ПЕРЕРЫВЫ В РАБОТЕ

а) Резервирование объектов, для которых отказы допустимы, но нет резерва времени на ремонт

Известно, что для таких объектов большое значение имеет готовность — способность находиться в работоспособном состоянии в произвольный момент времени. При сравнении различных способов повышения готовности объектов необходимо иметь зависимости показателя готовности от показателей безотказности λ и ремонтпригодности μ элементов, режима восстановления и других факторов. По этим зависимостям вычисляют значения показателей готовности различных вариантов резервирования при одинаковых исходных данных.

Возможна постановка задачи оптимизации структуры резервированной системы для достижения заданного уровня готовности при минимальных затратах. Однако попытки практического применения результатов решения таких задач оказались безуспешными из-за отсутствия устойчивых зависимостей между показателями готовности и затрат. Поэтому при выборе структуры резервированной системы целесообразно вычислять и сравнивать значения среднего времени безотказной работы и коэффициента готовности для различных способов резервирования при соответствующих стратегиях (режимах) восстановления.

Среди различных вариантов режимов восстановления особенно важны два предельных режима:

- 1) когда восстановление производится после отказа всей системы;
- 2) когда работоспособная система продолжает функционировать при восстановлении отказавших элементов.

Для первого режима восстановления влияния резервирования на коэффициент готовности системы можно оценить через значения среднего времени безотказной работы и среднего времени восстановления системы. При вычислении среднего времени безотказной работы резервированная система считается невозстанавливаемой.

Рассмотрим для первого предельного режима восстановления поведение функции готовности в начальном (нестационарном) периоде. При показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления основных и резервных элементов функция готовности монотонно уменьшается от 1 до k_r . Выражения для функций готовности могут быть выведены для каждого способа резервирования методом дифференциальных уравнений.

Когда распределения времени безотказной работы элементов отличаются от показательных, резервирование не только увеличивает стационарное значение функции готовности, но и уменьшает провал на нестационарном участке функции готовности. На рис. 13-7 приведен пример [5] влияния нагруженного резерва на функцию готовности системы, состоящей из аналогичных устройств (общее резервирование). Предполагается, что время безотказной работы каждого из устройств подчинено закону суперпозиции двух показательных распределений, а время восстановления имеет показательное распределение. Пунктирными линиями на рис. 13-7 показаны установившиеся значения $\Gamma(t)$ (коэффициенты готовности).

При втором предельном режиме восстановления обычно удается добиться значительно большего эффекта от применения резервирования, чем при первом режиме. Существенное влияние на возможность повышения готовности оказывают следующие факторы:

ограничение количества ремонтных бригад;

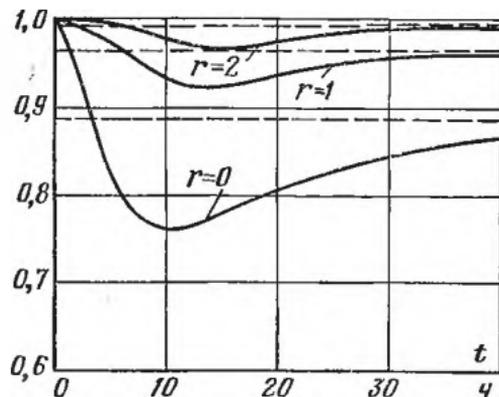


Рис. 13-7. Функции готовности системы с общим резервированием при различном числе r избыточных устройств.

ограничение числа восстановлений из-за малого количества запасных элементов;

наличие доли невосстанавливаемых элементов;

полнота охвата контролем и безотказность аппаратуры контроля.

Все эти ограничения обычно удается учесть при составлении математической модели, использующей математический аппарат теории марковских случайных процессов (см. § 4-3). Соответствующие примеры имеются в [28].

Режимы (стратегии) восстановления различают также по времени проведения работ по восстановлению:

восстановление проводится только после появления отказа;

восстановление проводится только в заранее назначенные моменты времени независимо от отказов системы;

восстановление проводится либо в момент появления отказа, либо в заранее назначенный момент времени (в зависимости от вида отказа).

В [3] кратко описаны математические модели технического обслуживания, связанные с перечисленными временными режимами восстановления.

б) Функционирование объектов, имеющих резервы времени на восстановление

При рассмотрении таких объектов часто говорят о наличии временного резервирования, т. е. об использовании избыточного времени. Различают два вида избыточности времени:

1) допустим перерыв в функционировании объекта после отказа на время, не превышающее значение величины $\tau_{\text{доп}}$, которая может быть постоянной или случайной с известным законом распределения;

2) допустимы перерывы в работе объекта, но имеется ограничение на суммарное время простоев.

Применение термина резервирование вряд ли оправдано. По-видимому, более правильно вести речь о своеобразных условиях применения объекта, когда допускаются простои на ограниченное время.

Ниже приведены расчетные формулы для рассматриваемых объектов. Вывод этих формул см. [28].

Пусть задано условие, что время простое после каждого отказа не должно превышать постоянного значения $\tau_{\text{доп}}$. При показательном распределении времени безотказной работы объекта и условия, что вероятность не отремонтировать объект при одном восстановлении стремится к нулю, т. е. $[1 - G(\tau_{\text{доп}})] \rightarrow 0$, где $G(x)$ — функция распределения времени восстановления, вероятность безотказной работы в течение времени $(0, t)$ равна:

$$p(t, \tau_{\text{доп}}) \approx \exp\{-\lambda t [1 - G(\tau_{\text{доп}})]\}, \quad (13-27)$$

т. е. асимптотическое распределение времени безотказного функционирования объекта, допускающего перерывы в работе на время, не превышающее $\tau_{\text{доп}}$, является показательным с параметром $[1 - G(\tau_{\text{доп}})]\lambda$.

При показательном распределении времени восстановления

$$p(t, \tau_{\text{доп}}) \approx \exp[-\lambda t \exp(-\mu \tau_{\text{доп}})]. \quad (13-28)$$

При наличии резерва времени на восстановление после отказа меняется определение функции готовности. В момент t к работоспособным состояниям дополнительно относят и то состояние, при котором объект не функционирует после отказа (при условии, что время, прошедшее с момента времени возникновения отказа до t , не превышает $\tau_{\text{доп}}$). Измененное значение функции готовности при показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления

$$\Gamma(t, \tau_{\text{доп}}) = \begin{cases} 1 & \text{при } t < \tau_{\text{доп}}; \\ 1 - \frac{\lambda e^{-\mu \tau_{\text{доп}}}}{\lambda + \mu} [1 - e^{-(\lambda + \mu)(t - \tau_{\text{доп}})}] & \text{при } t > \tau_{\text{доп}}. \end{cases} \quad (13-29)$$

Измененный коэффициент готовности

$$\tilde{k}_r(\tau_{\text{доп}}) = \Gamma(\infty, \tau_{\text{доп}}) = 1 - \frac{\lambda e^{-\mu \tau_{\text{доп}}}}{\lambda + \mu}. \quad (13-30)$$

Среднее время безотказного функционирования объекта при любых распределениях времени безотказной работы и времени восстановления

$$m_t(\tau_{\text{доп}}) = \frac{m_{t_0} + m_{t_B}}{1 - G(\tau_{\text{доп}})} = m_{t_B} + \tau_{\text{доп}}. \quad (13-31)$$

где m_{t_0} — среднее время безотказной работы объекта без учета резерва времени; m_{t_B} — среднее время восстановления объекта.

Учитывая, что почти всегда $m_{t_0} \gg m_{t_B}$ и $m_{t_0} \gg \tau_{\text{доп}}$ из (13-31) имеем:

$$m_t(\tau_{\text{доп}}) \approx \frac{m_{t_0}}{1 - G(\tau_{\text{доп}})}. \quad (13-32)$$

При показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления из (13-31) получим:

$$m_t(\tau_{\text{доп}}) = \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} \right) e^{\mu\tau_{\text{доп}}} - \frac{1}{\mu} + \tau_{\text{доп}} \approx \frac{1}{\lambda} e^{\mu\tau_{\text{доп}}}. \quad (13-33)$$

Поскольку формула (13-31) справедлива при любых распределениях времени безотказной работы и времени восстановления объекта, ее можно использовать для вычисления среднего времени безотказного функционирования резервированной (т. е. имеющей избыточные элементы) системы с резервом времени на восстановление после отказа. Для этого вместо m_{t_0} необходимо подставить среднее время безотказной работы системы без учета резерва времени (см. табл. 13-1).

Вычисление $p(t, \tau_{\text{доп}})$ для резервированной системы возможно численными методами (см. [28, 69]).

Выше рассматривались системы, имеющие резерв времени на восстановление после каждого отказа. Во многих случаях более важен общий резерв времени на выполнение задания. Этот случай отличается от рассмотренного тем, что ограничено лишь суммарное время простоев. В качестве показателя надежности здесь можно использовать вероятность $p(t, \tau)$ того, что за заданное время t будет выполнено задание, требующее при безотказной работе системы времени τ . При показательном распределении времени безотказной работы и постоянной длительности восстановления θ

$$p(t, \tau) = e^{-\lambda\tau} \sum_{j=0}^m \frac{(\lambda\tau)^j}{j!},$$

где m — целая часть дроби $(t - \tau) / \theta$.

В рассмотренном случае $\theta = \text{const}$ наличие избытка времени $t - \tau$ на выполнение задания эквивалентно введению нагруженного резерва (m избыточных элементов). О более сложных случаях расчета $p(t, \tau)$ см. [28, 69].

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

14-1. НАЗНАЧЕНИЕ НОРМ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

а) Назначение норм долговечности

Долговечность — свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов. Предельным называют состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация должна быть прекращена из-за неустранимого нарушения требований безопасности или неустранимого ухода заданных параметров за установленные пределы, или неустранимого снижения эффективности эксплуатации ниже допустимой, или необходимости проведения среднего или капитального ремонта. Признаки (критерии) предельного состояния устанавливаются нормативно-технической документацией на данный объект.

Для неремонтируемых объектов критериями предельного состояния могут быть: отказ объекта, повышенная опасность появления отказа или нарушение требований безопасности, достижение определенной наработки, обусловленной специальными условиями эксплуатации.

Для ремонтируемых объектов критериями предельного состояния могут являться необходимость проведения очередного капитального ремонта, недопустимое снижение эффективности или нарушение требований безопасности, которые не могут быть восстановлены в результате ремонта.

Некоторые системы практически никогда не достигают предельного состояния и снимаются с эксплуатации только в результате морального устаревания. Примером такой системы может служить городской транспорт.

В этих системах элементы заменяются новыми без ущерба для функционирования.

При оценке долговечности рассматривают технический ресурс и срок службы. Технический ресурс — наработка объекта от начала эксплуатации (или ее возобновления после среднего или капитального ремонта) до наступления предельного состояния. Срок службы — календарная продолжительность эксплуатации объекта от ее начала (или возобновления после среднего или капитального ремонта) до наступления предельного состояния.

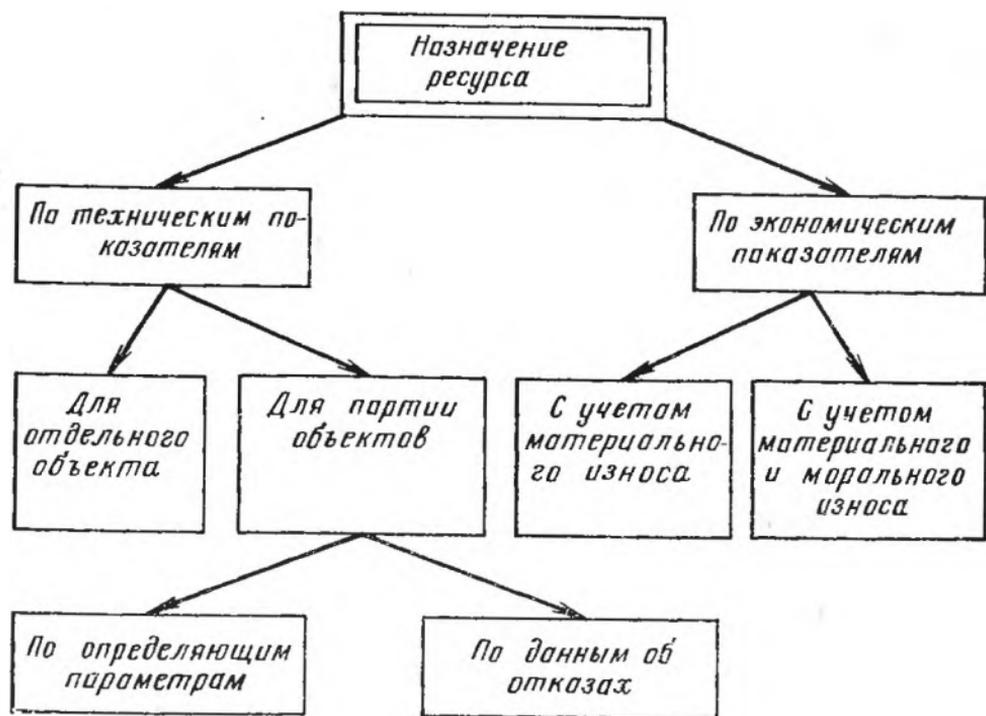


Рис. 14-1. Возможные пути назначения ресурса.

Назначение технического ресурса (срока службы) может производиться по техническим или экономическим показателям (рис. 14-1). Ниже будет говориться о назначенном ресурсе, но все сказанное приемлемо и для срока службы. (Назначенный ресурс — суммарная наработка объекта, при достижении которой эксплуатация должна быть прекращена независимо от состояния.)

При назначении ресурса по техническим показателям объектов учитываются их основное назначение и условия безопасности эксплуатации. Часто выделяется лидерная группа этих объектов, в результате наблюдения за которой устанавливают технический ресурс.

При рассмотрении отдельного объекта измеряются физические характеристики (определяющие параметры) и экстраполируется изменение их значений по наработке. При этом находят наработку (время) до достижения определяющим параметром предельного значения. В качестве определяющих параметров используются точность, производительность, запас прочности, герметичность и др. При таком назначении ресурса имеется опасность допустить к эксплуатации объект с повышенной интенсивностью отказов или повышенным значением другого статистического показателя.

При рассмотрении партии объектов можно использовать или физические характеристики объекта (производительность, герметичность, запас прочности и т. д.), или данные об отказах объектов.

В первом случае по характеристикам случайного процесса изменения определяющего параметра можно найти значение наработки [времени до начала массовых выходов определяющих параметров за предельное значение (см. гл. 9)].

При назначении ресурса по данным об отказах, полученным в результате наблюдения за лидерной группой объектов, строятся графики интенсивности отказов $\lambda(t)$ или параметра потока отказов $\omega(t)$ и находится наработка, начиная с которой значительно увеличивается значение λ или ω .

При проектировании промышленных объектов нормы долговечности часто назначаются из экономических соображений. При этом назначают оптимальную долговечность объектов, т. е. наивыгоднейший экономический ресурс и срок службы.

При назначении технического ресурса объектов по материальному износу [31] в качестве критерия оптимальности принимается достижение минимальной себестоимости единицы наработки, произведенной с помощью данного объекта за весь амортизационный период. За единицу наработки транспортных средств принимается 1 км пробега, 1 ч полета, 1 цикл (например, взлет и посадка самолета).

Все экономические расчеты ведутся при средних значениях случайных величин.

Себестоимость единицы наработки определяется как частное от деления накопленной суммы всех расходов, связанных с использованием и приобретением объекта (за вычетом ликвидационной его стоимости), на накопленное за это время количество работы (продукции).

Себестоимость z единицы наработки изменяется в зависимости от назначенного ресурса или срока службы объекта. Можно выделить три вида удельных затрат, составляющих в сумме удельную себестоимость (рис. 14-2).

1. Удельные амортизационные расходы уменьшаются по гиперболическому закону с увеличением ресурса объекта (кривая 1). Это объясняется тем, что сумма затрат на приобретение объекта распределяется на все большую наработку.

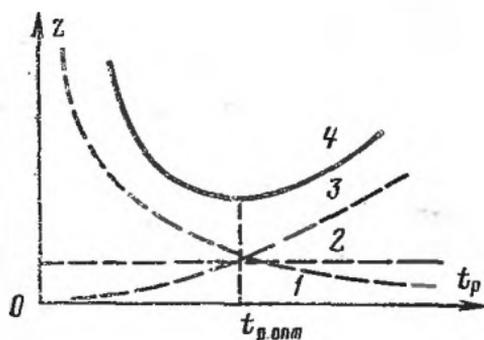


Рис. 14-2. К вопросу о назначении оптимальной долговечности.

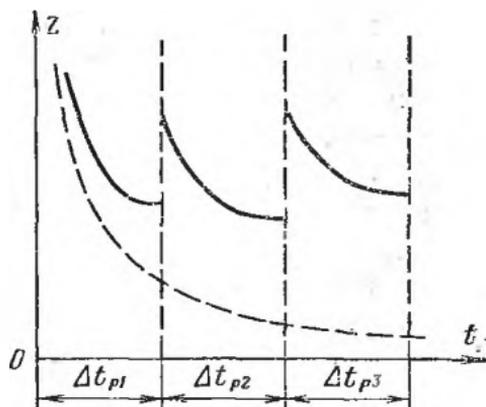


Рис. 14-3. Изменение себестоимости единицы наработки по межремонтным циклам.

2. Некоторые удельные эксплуатационные расходы остаются неизменными (например, основная зарплата) — прямая 2.

3. Некоторые удельные эксплуатационные расходы растут с увеличением ресурса или срока службы объектов (расходы на различные ремонты, убытки из-за простоев, расходы на профилактику и т. д. — кривая 3).

Если сложить эти составляющие, то получим кривую 4. Эта функция $z(t_p)$ имеет минимум, соответствующий оптимальному назначенному ресурсу $t_{p, опт}$, который можно найти графически или аналитически.

Чтобы более точно определить оптимальный ресурс, целесообразно учесть, что эксплуатационные расходы в действительности бывают скачкообразными, а не монотонными, как на рис. 14-2. В действительности суммарная себестоимость единицы наработки изменяется, как показано на рис. 14-3. В каждом цикле себестоимость меняется от максимальной величины в начале цикла до минимума в конце цикла или близко к концу цикла. Поэтому минимальной себестоимости единицы наработки можно достигнуть, выбирая назначенный ресурс равным целому числу циклов [31].

При этом формулы для расчета $z(\Delta t_p)$ по циклам можно получить путем простых рассуждений. Обозначим: A — стоимость приобретения объекта; E_i — сумма затрат на эксплуатацию объекта в i -м цикле; Δt_{pi} — значение i -го межремонтного цикла в единицах наработки.

Для одного межремонтного цикла

$$z_1 = \frac{A + E_1}{\Delta t_{p1}}$$

При двух межремонтных циклах

$$z_2 = \frac{A + E_1 + R_1 + E_2}{\Delta t_{p1} + \Delta t_{p2}},$$

где R_1 — стоимость первого ремонта.

При n межремонтных циклах

$$z_n = \frac{A + \sum_{i=1}^n E_i + \sum_{i=1}^{n-1} R_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_{pi}}. \quad (14-1)$$

Найденный по формуле (14-1) назначенный ресурс является наибольшим, верхним пределом назначенного ресурса. Он может быть сокращен при учете морального износа объекта.

Оптимальным назначенным ресурсом (сроком службы) объекта с учетом материального и морального износа можно считать такой ресурс, при котором последовательная эксплуатация стареющего объекта, а затем нового обеспечит максимальную рентабельность их использования за совокупный срок службы. Методика расчета оптимального ресурса изложена в [31].

При расчете оптимальной долговечности необходимо учитывать разновременность затрат аналогично тому, как это производится при уточнении норм надежности.

б) Назначение норм технологичности обслуживания

Под технологичностью обслуживания понимают совокупность свойств, характеризующих приспособленность объекта к техническому обслуживанию и ремонту. Часто применяют термин «эксплуатационная технологичность», что не совсем правильно, так как под эксплуатацией обычно понимается применение объектов по прямому назначению. Поэтому целесообразно различать технологичность обслуживания (общее эксплуатационное свойство) и технологичность применения (согласованность машины и оператора). Пока еще не установлены общие для всех объектов характеристики технологичности применения. Поэтому технологичность применения приходится считать частным свойством.

Можно выделить несколько этапов технического обслуживания:

- 1) заправочно-снаряжательные операции и операции по контролю состояния и работоспособности объектов, проводимые при подготовке к применению;
- 2) профилактические работы и осмотры объектов, проводимые для восстановления качества функционирования, повышения надежности и долговечности объектов;
- 3) ремонты объектов, проводимые для восстановления технического состояния объектов.

При рассмотрении технологичности обслуживания целесообразно различать три свойства объектов, каждое из которых соответствует определенному этапу технического обслуживания:

- 1) приспособленность к проведению заправочно-снаряжательных операций и к контролю состояния объекта перед использованием (подготовкопригодность);
- 2) приспособленность к проведению профилактических работ (профилактикопригодность);
- 3) приспособленность к выполнению ремонтов, к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов объекта и устранению их последствий (ремонтпригодность).

Для объектов различного назначения и устройства доминирующее значение имеют различные составные части технологичности обслуживания.

Подготовкопригодность является важнейшей составной частью технологичности обслуживания подвижных объектов: самолетов, автомобилей, поездов и др. Это свойство в основном зависит от удобства доступа к местам заправки, снаряжения, контроля работоспособности и от приспособленности объекта к механизации и автоматизации работ по подготовке к применению.

Профилактопригодность зависит от приспособленности объекта к автоматизированному контролю состояния, удобства доступа к местам выполнения профилактических работ, легкоъемности люков, панелей, блоков и т. д. При этом превалирующее значение имеет автоматизированный контроль. Например, удобство доступа к фильтрам гидросистемы самолета и их легкоъемность не будут иметь доминирующего значения, если имеется автоматизированный контроль перепада давления на фильтрах и сигнализация об отклонениях от нормальных значений.

Ремонтпригодность зависит от удобства доступа к местам ремонта, легкоъемности агрегатов, узлов, деталей, их взаимозаменяемости и унификации, наличия систем автоматического поиска неисправностей.

В настоящее время количественно оценивают лишь отдельные проявления технологичности обслуживания. Для этого используют соответствующие коэффициенты. Например, для оценки доступности, легкоъемности и взаимозаменяемости применяется коэффициент трудовых затрат k_T , равный средней доле трудоемкости на выполнение вспомогательных (подготовительно-заключительных) работ. Этот коэффициент вычисляется по формуле

$$k_T = \frac{T_{\text{всп}}}{T_{\text{осн}} + T_{\text{всп}}},$$

где $T_{\text{всп}}$ — трудоемкость подготовительно-заключительных работ, человеко-часы; $T_{\text{осн}} + T_{\text{всп}}$ — общая трудоемкость обслуживания и ремонта, человеко-часы.

Часто используют коэффициент основных работ

$$k_{\text{о.р}} = 1 - k_T = \frac{T_{\text{осн}}}{T_{\text{осн}} + T_{\text{всп}}}.$$

Значения k_T и $k_{o.p}$ могут вычисляться для отдельных операций, работ или сложных мероприятий (систем работы).

К подготовительно-заключительным работам относятся открывание и закрывание люков, горловин, капотов; присоединение и отсоединение шлангов, штепсельных разъемов; снятие и установка вновь деталей, мешающих выполнению основных операций, и др.

Существует ряд других коэффициентов (коэффициент совместимости операций, коэффициент степени автоматизации контроля и др.), характеризующих какую-либо одну сторону технологичности обслуживания.

Иногда для оценки технологичности обслуживания используются показатели, зависящие от безотказности объектов. Например, частично технологичность обслуживания характеризуют коэффициенты готовности и технического использования. Иногда в качестве показателя применяются средние трудовые затраты на техническое обслуживание и ремонты, приходящиеся на единицу продукции или час работы объекта. Эти показатели также не всегда можно использовать при сравнении технологичности обслуживания вариантов объектов. Например, малые трудозатраты на час работы объекта могут быть следствием улучшения технологичности обслуживания объекта или повышения его надежности.

Несколько более полной характеристикой технологичности обслуживания можно считать функцию технологичности обслуживания $L(\tau)$ — среднее значение доли L работ по техническому обслуживанию объекта, которую можно выполнить к рассматриваемому моменту времени τ , отсчитываемому от начала обслуживания.

Зависимость $L(\tau)$ характеризует приспособленность объекта к определенному этапу технического обслуживания или ремонта. Она показывает предельные возможности объекта при достаточном для выполнения работ количестве специалистов, материалов, деталей и правильном планировании работ.

Для вычисления функции технологичности обслуживания объекта по экспериментальным данным могут быть использованы линейные или сетевые графики, матрицы и другие способы описания системы типовых работ по техническому обслуживанию и ремонту [17].

При использовании сетевого графика для каждого j -го события находится ранний срок τ_{rj} свершения это-

го события и экспериментальное значение приращения доли выполненных работ

$$\Delta L^*_j = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} \tau_{kj}}{N \sum_{i=1} \tau_i} \quad (14.2)$$

В этой формуле в числителе указана сумма продолжительностей n_j работ, заканчивающихся рассматриваемым событием; в знаменателе — сумма продолжительностей всех N выполняемых работ. Значения ΔL^*_j могут быть также вычислены как отношения соответствующих трудозатрат.

В точках τ_{pj} экспериментальная функция технологичности $L^*(\tau)$ изменяется скачком на величину ΔL^*_j . Для построения $L^*(\tau)$ значения τ_{pj} располагаются в ряд

$$\tau_{p1} < \tau_{p2} < \dots < \tau_{pj} < \dots < \tau_{p(\mu-1)}.$$

где μ — число событий на сетевом графике.

Каждому члену этого ряда ставится в соответствие число

$$L^*(\tau_j) = \sum_{v=1}^j \Delta L_v \quad (14.3)$$

Аналогично строится график $L^*(\tau)$ при использовании линейного графика работ по техническому обслуживанию и ремонту. Примеры вычислений имеются в [17].

Технологичность обслуживания изделия тем лучше, чем быстрее растет зависимость $L^*(\tau)$. Для изделия с идеальной технологичностью обслуживания $L(\tau)$ представляет собой единичный скачок в начале координат.

Целесообразно рассматривать не только экспериментальные $L^*(\tau)$, но и теоретические $L(\tau)$ функции технологичности, соответствующие идеализированным объектам. Кроме указанной выше идеальной функции технологичности

$$L(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau = 0; \\ 1 & \text{при } \tau > 0, \end{cases} \quad (14.4)$$

может быть использована линейная:

$$L(\tau) = \begin{cases} a + b\tau & \text{при } 0 < \tau < \tau_k; \\ 1 & \text{при } \tau > \tau_k, \end{cases} \quad (14-5)$$

где τ_k — время завершения работ по техническому обслуживанию или ремонту объекта.

В ряде случаев удобно применять показательную функцию технологичности:

$$L(\tau) = 1 - \exp(-v\tau) = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{m}\right), \quad (14-6)$$

где v — показатель технологичности (относительная скорость изменения доли выполненных работ); m — среднее для различных работ время выполнения. Для показательной $L(\tau)$ за время завершения работ целесообразно условно принять время τ_k достижения $L(\tau_k) = 0,95-0,99$.

Могут оказаться удобными и другие теоретические $L(\tau)$.

При использовании теоретических $L(\tau)$ технологичность объекта характеризуется одним или несколькими числами, которые удобно задавать в техническом задании на проектируемые объекты. При этом кривая $L(\tau)$ является границей допустимых значений $L^*(\tau)$.

После накопления экспериментальных данных и построения типичных зависимостей $L(\tau)$ изделия можно будет классифицировать по виду функции технологичности.

Наряду с интегральной формой распределения относительной доли выполненных работ $L(\tau)$ может использоваться дифференциальная форма распределения — плотности технологичности обслуживания:

$$l(\tau) = \frac{dL(\tau)}{d\tau}$$

Произведение $l(\tau)d\tau$ характеризует относительную долю работ, для которых среднее время выполнения лежит в интервале $(\tau, \tau + d\tau)$.

Если отдельные объекты объединены в совместно эксплуатируемые системы, то функция технологичности системы объектов с независимым обслуживанием

$$L_{\text{сист}}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(\tau),$$

где N — число объектов; $L_i(\tau)$ — функция технологичности отдельного объекта.

Если при объединении объектов в систему происходит изменение количества работ и их продолжительности, $L_{\text{сист}}(\tau)$ находится по новому сетевому графику работ.

В качестве показателей технологичности обслуживания проектируемой системы целесообразно выбирать следующие показатели:

удельные трудовые затраты k_T на техническое обслуживание и ремонт в человеко-часах на 1 ч работы; параметры теоретических функций технологичности (подготовки к применению, ремонта или профилактики) или хотя бы несколько точек этих функций.

При составлении технического задания, когда еще недостаточно ясны конструктивные формы будущей системы, обосновать количественные требования по технологичности обслуживания можно лишь после рассмотрения соответствующих характеристик уже существующих аналогичных систем. При этом находятся зависимости показателей технологичности обслуживания аналогичных объектов от их конструктивных параметров. Эти зависимости проще всего изобразить графически подобно тому, как это было сделано при обосновании норм надежности в гл. 3. Через точки, соответствующие лучшим образцам, проводится прямая (или парабола, гипербола и пр.), показывающая тенденцию изменения характеристики (технологичности) обслуживания при изменении конструктивных параметров или эксплуатационных характеристик объектов. По этой зависимости находится ориентировочное значение выбранного показателя технологичности обслуживания для заказываемого объекта. Целесообразно иметь несколько зависимостей (от разных параметров), чтобы убедительнее обосновать значение показателя.

Полученное значение показателя технологичности обслуживания корректируется с учетом технического прогресса и других факторов.

14-2. СТРУКТУРА СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Система технического обслуживания обеспечивает работоспособность и качество функционирования комплекса технических средств (КТС) автоматизированной

системы путем проведения контрольных, восстановительных и профилактических работ соответствующими специалистами, использующими специальные технические средства. В этой системе можно выделить подсистемы контроля, восстановления и профилактики.

В процессе контроля производят сбор и обработку информации о работоспособности элементов КТС и оценивают соответствие КТС предъявляемым требованиям.

В процессе восстановления локализуют и устраняют отказы КТС.

Профилактическое (плановое) обслуживание проводится регулярно с целью восстановления качества функционирования объекта и предотвращения роста интенсивности потока отказов. Профилактические осмотры, работы и ремонты относятся к числу наиболее мощных способов поддержания надежности КТС в процессе эксплуатации.

а) Подсистема восстановления

Рассмотрим особенности структуры подсистемы восстановления КТС в системах управления технологическими объектами и предприятиями.

Для КТС, использующих ЭВМ второго поколения, восстановление работоспособности после отказа осуществлялось индивидуальными средствами обслуживания, приданными каждому комплексу. Применялась так называемая автономная система обслуживания (восстановления), при которой каждый КТС имел запасные элементы, контрольное и ремонтное оборудование и обслуживающий персонал. При эксплуатации таких систем оказалось, что затраты на восстановление КТС очень велики и соизмеримы со стоимостью самого КТС, а готовность КТС к применению является низкой.

Опыт эксплуатации вычислительной техники показал, что более эффективными являются централизованные системы технического обслуживания, имеющие несколько уровней. При использовании таких систем сокращаются затраты на эксплуатацию и на средства обслуживания, увеличивается готовность КТС.

Возможны различные варианты структуры многоуровневой системы технического обслуживания КТС. Например, возможна четырехуровневая система, в которой имеется:

ОТО — орган технического обслуживания при каждом КТС, осуществляющий контроль работоспособности и поиск неисправностей, простейшие работы (имеется склад запасных элементов немногих типов и необходимое оборудование);

УОТО — узловый орган технического обслуживания, осуществляющий централизованный контроль работоспособности КТС и восстановление работоспособности отказавших КТС (Периодически проводится профилактическое обслуживание КТС. Проверяются и отправляются в ремонт отказавшие элементы. В УОТО имеется обслуживающий персонал, транспортные средства доставки, склад запасных элементов, ремонтное и контрольно-профилактическое оборудование);

РОТО — районный орган технического обслуживания, производящий ремонт отказавших элементов, комплектуя склады элементов на всех ОТО и УОТО и осуществляющий восстановление КТС в особо сложных случаях (имеются обслуживающий персонал, склад запасных элементов, транспортные средства доставки, ремонтное оборудование);

ЦС — центральный склад запасных элементов практически неограниченного количества.

Подсистема восстановления при многоуровневом обслуживании должна обеспечить заданную высокую готовность КТС. Эффективность функционирования этой подсистемы зависит не только от структуры системы технического обслуживания, но и от количества специального оборудования, количества элементов на складах различных уровней, количества и состава бригад специалистов.

Разработка подсистемы восстановления производится после выбора структуры системы технического обслуживания. При разработке подсистемы восстановления необходимо найти оптимальное распределение запасных элементов по складам различных уровней, оптимальное количество и состав бригад специалистов, количество ремонтно-настроечных стендов и другие показатели.

Подсистема восстановления может быть исследована как многоканальная система массового обслуживания с входящими потоками требований (отказов КТС) и параметрами обслуживания.

При нахождении оптимальных решений могут быть поставлены задачи двух типов.

1. Найти экстремум экономического показателя (максимум экономического эффекта или минимум затрат на осуществление восстановления) при ограничениях на значения показателя надежности.

Например, когда критерием оптимизации являются затраты на восстановление C_1 , необходимо найти вектор параметров восстановления \bar{X} (количество n_{ij} запасных элементов на каждом складе, количество и состав бригад специалистов и другие показатели), при котором достигается

$$\min C_1(\bar{X}) \quad (14-7)$$

при ограничениях

$$k_{rj}(\bar{X}) \geq k^0_{rj}, \quad (14-8)$$

где $k_{rj}(\bar{X})$ — коэффициент готовности j -го КТС при обслуживании его подсистемой восстановления с параметрами, описываемыми вектором \bar{X} ; k^0_{rj} — заданный в технических требованиях коэффициент готовности j -го КТС.

2. Найти экстремум показателя надежности при ограничениях на экономические показатели.

Например,

$$\max k_r(\bar{X}) \quad (14-9)$$

при ограничениях

$$\sum_{\nu} \sum_{\mu} \sum_i C_{\nu\mu i} \leq C_{\text{доп}}, \quad (14-10)$$

где $C_{\text{доп}}$ — допустимые затраты на запасные элементы КТС, находящиеся на складах системы технического обслуживания; $C_{\nu\mu i}$ — составляющая затрат по i -му типу элементов КТС с учетом ν -го склада на μ -м уровне системы технического обслуживания.

При попытках оптимизации возникают трудности, связанные с многомерностью задач. Поэтому целесообразно вводить допущения, упрощающие задачу. Примеры возможных допущений:

- 1) задачи обслуживания, выполняемые ОТО, УОТО, РОТО, сводятся лишь к восстановлению работоспособности КТС;
- 2) пополнение складов РОТО (или других складов) происходит мгновенно;
- 3) количество линий обслуживания в ЦС не ограничено;

4) все РОТО функционируют независимо друг от друга;

5) подсистема восстановления состоит из нескольких независимо действующих подсистем: ОТО, УОТО, РОТО. Иначе говоря, каждый тип органа технического обслуживания устраняет отказы соответствующего типа;

6) восстановление работоспособности КТС осуществляется лишь путем замены отказавших элементов, взятых со склада соответствующего УОТО (или склада другого типа);

7) все КТС дают простейшие потоки отказов;

8) все КТС имеют одинаковые значения показателей надежности и др.

б) Подсистема профилактики

Различают несколько методов назначения сроков проведения профилактик: календарный, регламентный, комбинированный, по техническому состоянию объектов.

Календарный метод состоит в проведении профилактик в зависимости от срока службы объектов, т. е. календарного времени их эксплуатации. Интенсивность использования объектов при этом не учитывается. Этот метод применяется для объектов, подверженных старению, например топливных шлангов. Сезонные профилактики проводятся также по календарному методу.

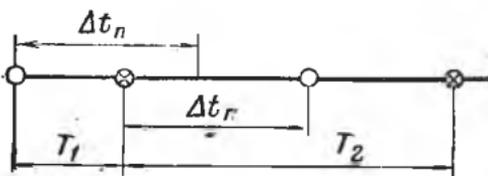
Регламентный метод состоит в проведении профилактик по достижении определенной наработки (километры пробега, часы полета, число посадок и т. д.). Этот метод широко применяется для подверженных износу объектов, работающих в тяжелых условиях.

Если объект одновременно подвергается износу и старению, применяется комбинированный метод назначения профилактики: если объект применяется, то сроки проведения профилактик назначают по наработке; если объект не применяется значительное время, то сроки проведения профилактик назначают по календарному методу.

При назначении сроков проведения профилактик изучаются различные планы их проведения. Эти планы получили условное название стратегии профилактик. Различают плановую и смешанную стратегии.

При плановой стратегии профилактики проводятся через равные периоды наработки (срока службы) независимо от количества происшедших за это время отказов.

При смешанной стратегии проводятся два вида профилактик: плановая и аварийная. Плановая проводится при отсутствии отказов через постоянное время $\Delta t_{п.}$



Если происходит отказ объекта, то он устраняется, и объект подвергается аварийной профилактике. Время до следующей очередной плановой профилактики отсчитывается от момента окончания предыдущей (плановой

или аварийной). На рис. 14-4 кружками показаны моменты времени выполнения профилактик, проводимых по смешанной стратегии, крестиками — отказы. Так как наработка до первого отказа T_1 меньше периода плановой профилактики $\Delta t_{п.}$, то при устранении отказа проводится аварийная профилактика. Так как наработка до второго отказа $T_2 > \Delta t_{п.}$, то при достижении наработки $T_1 + \Delta t_{п.}$ проводится плановая профилактика.

Рис. 14-4. К вопросу о смешанной стратегии профилактики.

При смешанной стратегии проводят замену агрегатов по выработке ресурса.

При плановой стратегии удобно планировать выполнение профилактик, обеспечивая равномерную загрузку личного состава. При смешанной стратегии моменты поступления объектов на профилактику заранее неизвестны, что создает трудности в планировании. Однако при такой стратегии увеличивается коэффициент использования техники, так как время простоя при устранении отказа используется для выполнения регламентных профилактических работ.

В настоящее время чаще всего применяется плановая стратегия профилактики из-за удобства ее планирования.

Профилактическое обслуживание может включать работы по регулированию определяющих параметров, устранению дефектов, контролю и восстановлению работоспособности.

Конечной целью любой профилактики является предупреждение отказов. При эксплуатации или хранения

объектов в материалах происходят необратимые изменения, которые приводят через некоторое время к отказам. Для каждого конкретного объекта из множества одинаковых процессы изменения свойств протекают различно. Для наугад выбранного объекта процесс изменения его свойств можно рассматривать как случайную функцию времени, т. е. функцию, значение которой в любой момент времени является случайной величиной. Для каждого конкретного объекта из множества одинаковых изменение свойств с течением времени эксплуатации является реализацией случайной функции $\eta(t)$.

Часто для объекта в целом или его отдельной части можно при проведении очередной профилактики измерить значения соответствующих параметров и установить их равными начальным значениям. При этом можно вычислять необходимую периодичность проведения профилактик и оптимальные начальные значения регулируемых параметров, обеспечивающие максимальную надежность (см. гл. 9). Для нерегулируемых параметров изделий также существуют статистические и конструктивные способы предсказания времени появления отказов по результатам профилактических осмотров.

В процессе эксплуатации часто не удается непрерывно следить за случайными изменениями свойств громадного количества деталей, поэтому в ряде случаев при периодических осмотрах проверяют, не вышли ли за границы предупреждающих допусков ω_1 значения параметров деталей и агрегатов (рис. 14-5). При этом возможная реализация случайного процесса изменения параметра объекта мысленно заменяется ступенчатой линией приближения к окончательному отказу (проведена на рис. 14-5 пунктиром). Детали и агрегаты, характеристики которых вышли за границу ω_1 предупреждающего допуска, регулируются или заменяются. В итоге благодаря профилактикам поток отказов объектов

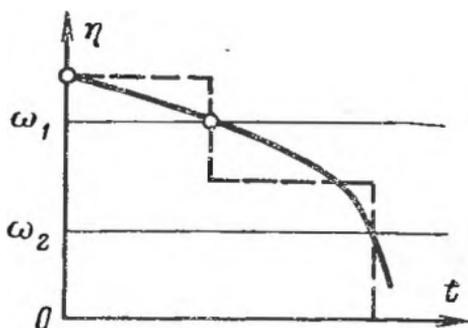


Рис. 14-5. К вопросу о приближении изделий к отказам.

$\eta(t)$ — реализация случайного процесса изменения параметра; ω_1 — граница предупреждающего допуска; ω_2 — граница отказа.

разрежается, параметр потока отказов значительно уменьшается. Соответствующие количественные соотношения рассмотрены в [59].

Таким образом, для обеспечения безотказной работы объектов необходимо хорошо изучить не только принципы их устройства, но возможности контроля параметров, характеризующие приближение к отказам. При осмотрах необходимо уметь выявлять все случаи выхода показателей качества деталей за границы предупреждающих допусков.

Профилактику можно сравнить с хирургической операцией — наряду с положительным действием часто имеются нежелательные последствия проникновения внутрь объекта. При проведении профилактических осмотров, работ и ремонтов иногда приходится осуществлять частичный демонтаж и монтаж объекта — отсоединять разъемы, снимать кожухи, открывать люки, менять фильтры и т. д. Кроме того, могут производиться зачистка, продувка, промывание и другие профилактические работы. В ходе всех этих мероприятий детали и узлы испытывают необычные механические нагрузки. Эти нагрузки изменяют распределение внутренних механических напряжений в деталях и узлах объекта, нарушают установившееся ранее, до профилактики, динамическое равновесие. В результате чаще, чем обычно, могут создаваться неблагоприятные для той или иной детали флюктуации нагрузок (напряжений), которые могут привести к отказу этой детали. Поэтому после профилактики часто наблюдается всплеск параметра потока отказов. Амплитуда этого всплеска зависит от технологичности обслуживания изделия и культуры технического обслуживания.

Если изделие не нужно разбирать при проведении профилактики, то послепрофилактическое увеличение параметра потока отказов обычно отсутствует.

Всплеск параметра потока отказов уменьшается, если профилактические мероприятия проводятся высококвалифицированным персоналом, имеющим хороший инструмент и технологические приспособления.

Учитывая наличие послепрофилактических отказов, можно назначать оптимальную периодичность профилактики. При этом можно ставить условие, чтобы среднее значение параметра потока отказов за время между профилактиками было минимальным.

При низкой культуре технического обслуживания профилактика может принести больше вреда, чем пользы.

14-3. РАСЧЕТЫ НОРМ ЗАПАСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Затраты на запасные элементы могут составлять значительную часть расходов на поддержание объектов в работоспособном состоянии. Соответствующий пример приведен в табл. 14-1, где показано распределение расходов за 10-летний срок службы радиолокаторов раннего обнаружения по данным [82].

Таблица 14-1

Стоимость приобретения 28%	Конструкция 12%	
	Производство 72%	
	Монтаж 14%	
	Документация 2%	
Расходы на эксплуатацию 12%	Оплата персонала 67%	
	Электроэнергия 32%	
	Горючее 0,4%	
Расходы на поддержание в работоспособном состоянии 50%	Первоначальные расходы 8%	Запасные части в начале срока службы 67,7%
		Старение 24,7%
		Начальная тренировка (прогон) 7,6%
	Текущие расходы 92%	Сменные запасные части 20%
		Материалы для ремонта 10%
		Стоимость ремонтных работ 70%

Кроме того, отсутствие запасных элементов или задержка с их доставкой ведут к потерям из-за простоя объекта и существенно увеличивают стоимость ремонтных работ.

При выполнении расчетов норм запасных элементов можно исходить из условий достаточности элементов или находить экономически оптимальное количество этих элементов, обеспечивающее максимальный экономический эффект.

а) Расчеты норм запасных элементов из условия достаточности

При таком расчете обычно задаются периодом обеспечения $T_{об}$ и вероятностью $p_{дост}$ того, что норма n_3 числа запасных элементов будет достаточна для замены отказавших элементов из общего числа n находящихся под наблюдением.

Поскольку запасные элементы образуют ненагруженный резерв, расчет запасных элементов аналогичен расчету соответствующей резервированной системы. Однако имеются некоторые отличия в постановке задач.

Пусть X — случайное число отказавших за период $T_{об}$ элементов определенного типа. Тогда вероятность отсутствия простоев из-за нехватки запасных элементов этого типа

$$p_{дост} = P\{X \leq n_3\} = \sum_{k=0}^{n_3} p(X=k), \quad (14-11)$$

где $P(X=k)$ — вероятность того, что число отказавших элементов равно k .

Обычно предполагают, что наработка элементов до отказа имеет показательное распределение ($\lambda = \text{const}$), а отказавший элемент мгновенно заменяется запасным. При этих допущениях случайная величина X распределена по закону Пуассона и уравнение (14-11) имеет вид:

$$p_{дост} = \sum_{k=0}^{n_3} \frac{a^k}{k!} e^{-a} = 1 - \sum_{k=n_3+1}^{\infty} \frac{a^k}{k!} e^{-a} = 1 - q(n_3+1), \quad (14-12)$$

где $a = k_{н.з} n T_{об} / m_t$ — средний расход элементов за период обеспечения $T_{об}$ при средней наработке до отказа

$m_t = 1/\lambda$; $k_{н.з}$ — коэффициент напрасных замен;

$$q(x) = \sum_{k=x}^{\infty} \frac{a^k}{k!} e^{-a} \quad (14-13)$$

— табулированная функция [65].

Входящий в формулу для вычисления a коэффициент напрасных замен равен отношению средних значений числа замененных и отказавших элементов. Обычно

$k_{н.з} = 1,1 - 1,5$. Значение определяют по экспериментальным данным или методом экспертных оценок. Этот коэффициент учитывает хорошо известный эксплуатационникам факт, что число замененных элементов всегда больше числа отказов (часть элементов меняют напрасно). Чем ниже квалификация специалистов, тем больше напрасных замен. Наличие напрасных замен приводит к тому, что имеющимися запасными элементами восстанавливают объекты при фиктивном потоке отказов, для которого интенсивность отказов равна $k_{н.з}\lambda$.

Расчет норм запасных элементов можно упростить, если функцию распределения $q(x)$ числа замен за заданный промежуток времени разложить в ряд по функциям распределения нормального закона и их производным (ряд Грама-Шарлье). При $a > 4$ можно с достаточной для инженерных расчетов точностью ограничиться первым членом разложения и считать, что

$$q(x) \approx \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{x - a - 0,5}{\sqrt{a}}\right), \quad (14-14)$$

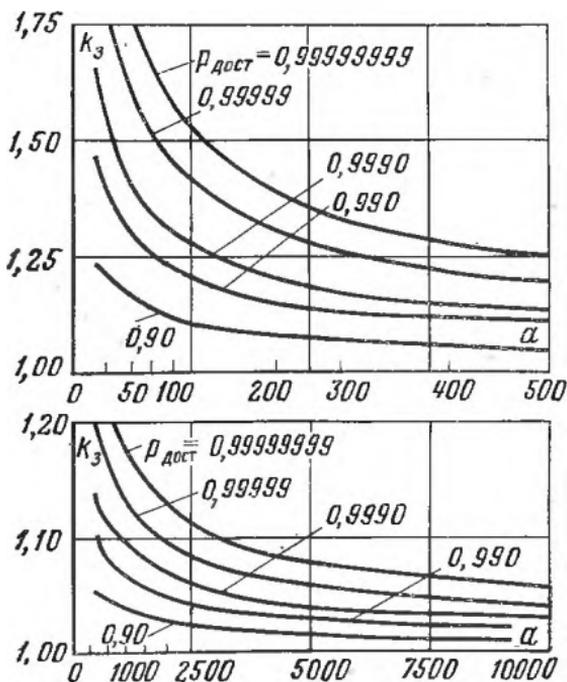


Рис. 14-6. Графики зависимости коэффициента запаса $k_3 = n_3/a$ от среднего расхода элементов a и вероятности $p_{дост}$ достаточности элементов.

где

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz.$$

Пользуясь таблицами $q(x)$ или таблицами $\Phi(u)$, можно подобрать норму n_3 запасных элементов, удовлетворяющую уравнению (14-12). Однако при достаточно больших значениях параметра a расчеты по уравнению (14-12) становятся громоздкими. В этом случае можно пользоваться графиками на рис. 14-6, на которых по вертикальной оси отложены значения коэффициента запаса

$$k_3 = \frac{n_3}{a} = \frac{n_3 m t}{k_{н3} n T_{об}}$$

Когда в составе комплекта имеется s типов запасных элементов, вероятность простоя $Q = 1 - p_{\text{дост}}$ из-за нехватки хотя бы одного типа элементов связана с соответствующими вероятностями q_j простоя из-за нехватки j -го типа элементов соотношением

$$p_{\text{дост}} = 1 - Q = \prod_{j=1}^s (1 - q_j).$$

При $q \ll 1$ можно считать

$$Q \approx \sum_{j=1}^s q_j.$$

б) Расчеты норм запасных изнашивающихся элементов из условия достаточности

Для элементов, наработка до отказа которых не подчиняется показательному закону, целесообразно подобрать такое аппроксимирующее выражение для параметра потока отказов, чтобы можно было бы вести расчет по уравнению (14-12), получая значения n_3 с некоторым запасом. Рассмотрим в качестве примера особенности расчета норм запасных изнашивающихся элементов, для которых характерно ассимметричное модальное распределение $f(t)$ наработки до параметрического отказа (см. гл. 8 и 9).

При последовательных заменах изнашивающихся элементов определенного типа образуется поток параметрических отказов. В начальный период эксплуатации

параметр потока этих отказов изменяется от $f(0)$ до величины, обратной средней наработке до отказа элемента, при условии, что последовательные периоды наработки до отказа независимы (рис. 14-7). Свойства реальных устройств, в которых работают элементы, с течением времени эксплуатации меняются, поэтому отказы элементов могут быть коррелированы. Кроме того, профилактические работы и ремонт также вызывают изменение вероятностной зависимости между последовательными отказами. Поэтому истинное значение параметра потока отказов в рассматриваемом случае предсказать затруднительно; целесообразно при расчете норм запасных элементов исходить из огрубленной модели параметра потока отказов.

Для асимметричного модального распределения наработки до отказа изнашивающегося элемента обычно суще-

ствует характерная точка t_H — наработка до начала массовых отказов (см. альфа-распределение в гл. 9). До достижения наработки t_H отказы элементов являются маловероятными, редкими событиями. При наработке $t = t_H$ ускорение изменения плотности распределения максимально, поэтому с некоторым приближением максимально и ускорение изменения параметра потока отказов изнашивающегося элемента (рис. 14-7). При $t > t_H$ начинается быстрый рост $\omega(t)$. Обычно $\omega(t)$ несколько превышает модальное значение плотности распределения $f(t_M)$, но это превышение незначительно и кратковременно.

Предположим, что осуществляется непрерывный контроль работоспособности изнашивающихся элементов и отказавший элемент немедленно заменяется на работоспособный. В соответствии с изложенным выше для элементов с техническим ресурсом $t_p \leq t_H$ целесообразно принять (с некоторым запасом), что поток отказов является простейшим с параметром $\omega_1 = \lambda_1 = f(t_H)$, а период обеспечения $T_{об} = t_H$.

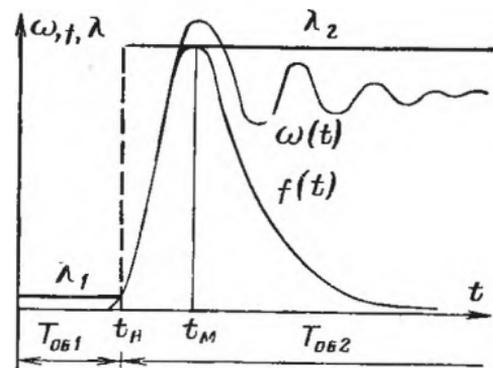


Рис. 14-7. К вопросу о назначении периодов обеспечения $T_{об1}$ и $T_{об2}$ изнашивающихся элементов.

Для изнашивающихся элементов с техническим ресурсом $t_p > t_n$ целесообразно назначить два периода обеспечения (рис. 14-7):

1) первый период $T_{об1}$ с начала эксплуатации до наработки t_n ; поток отказов принимается простейшим с параметром $\omega_1 = \lambda_1 = f(t_n)$; среднее количество замен изнашивающихся элементов за период обеспечения

$$a_1 = k_{н.з} f(t_n) t_n;$$

2) второй период $T_{об2}$ начинается с наработки t_n до окончания технического ресурса; поток отказов принимается простейшим с параметром $\omega_2 = \lambda_2 = f(t_m)$; среднее количество замен изнашивающихся элементов за этот период

$$a_2 = k_{н.з} f(t_m) (t_p - t_n).$$

По значениям a_1 и a_2 находят нормы запасных элементов по уравнению (14-12) или графикам на рис. 14-6.

Запасные элементы во втором периоде могут быть доставлены на склад целиком на срок $(t_p - t_n)$ или частями.

Для вычисления значений $f(t_n)$ и $f(t_m)$ целесообразно использовать методы, приведенные в гл. 9.

Расчеты показывают, что для альфа-распределения при всех α и β выполняется условие $f(t_m) > 1/t_m$.

в) Расчеты норм запасных элементов для объектов, находящихся в дежурном режиме

В некоторых случаях все же не удастся свести задачу расчета запасных элементов к решению уравнения (14-12) даже при $\lambda = \text{const}$. Такая ситуация имеет место для находящихся в дежурном режиме объектов (пожарная автоматика, дежурные автомобили, самолеты и пр.) при отсутствии постоянного контроля работоспособности. Отказавшие элементы обнаруживаются и заменяются лишь во время профилактики, проводимой через интервал $\Delta t_{п}$. Поток отказов не является пуассоновским, применять уравнение (14-12) нельзя. Другим примером может быть замена работоспособных элементов, имеющих дефекты (второстепенные неисправности).

В рассматриваемых случаях может быть использовано биномиальное распределение числа отказов X на интервале между профилактиками $\Delta t_{п}$. При этом вероят-

ность того, что число отказавших элементов равно k ,

$$P(X=k) = C_n^k q^k (1-q)^{n-k}, \quad (14-15)$$

где q — вероятность отказа (появления дефекта) элемента на интервале $\Delta t_{\text{п}}$ между профилактиками (доля отказавших элементов); n — число однотипных элементов.

Подставив выражение для $P(X)$ согласно (14-15) в формулу (14-11), получим:

$$P_{\text{дост}} = \sum_{k=0}^{n_3} C_n^k q^k (1-q)^{n-k} = 1 - \sum_{k=n_3+1}^{\infty} C_n^k q^k (1-q)^{n-k}. \quad (14-16)$$

Таблица 14-2

$P_{\text{дост}}$	q	n				
		5	10	15	20	30
0,9	0,01			0,0204	0,0248	0,0238
	0,02		0,0497	0,0476	0,0426	0,0403
	0,03	0,0622	0,0713	0,0605	0,0600	0,0587
	0,04	0,0997	0,0849	0,0795	0,0808	0,1065
	0,07	0,1565	0,1419	0,1276	0,1268	0,1184
	0,1	0,1887	0,1846	0,1769	0,1684	0,1579
	0,2	0,3589	0,3238	0,3075	0,2939	0,2808
	0,3	0,4959	0,4488	0,4256	0,4103	0,3932
	0,4	0,5887	0,5594	0,5305	0,5194	0,4988
0,95	0,01		0,0499	0,0460	0,0400	0,0313
	0,04	0,1586	0,1158	0,1133	0,0980	0,0925
	0,07	0,1943	0,1824	0,1660	0,1487	0,1379
	0,1	0,2864	0,2352	0,2086	0,1962	0,1830
	0,2	0,4309	0,3805	0,3505	0,3336	0,3104
	0,3	0,5710	0,4974	0,4667	0,4485	0,4259
	0,4	0,6964	0,6113	0,5824	0,5592	0,5320
0,99	0,01	0,1660	0,0938	0,0665	0,7717	0,0599
	0,04	0,2676	0,1927	0,1717	0,1464	0,1283
	0,07	0,3650	0,2741	0,2340	0,2040	0,1836
	0,01	0,3962	0,3250	0,2838	0,2573	0,2293
	0,2	0,5871	0,4864	0,4387	0,4000	0,3645
	0,3	0,7465	0,6067	0,5635	0,5296	0,4886
	0,4		0,7217	0,6648	0,6379	0,5952
0,999	0,01		0,1785	0,1290	0,1000	0,0914
	0,04	0,3944	0,2897	0,2424	0,2000	0,1700
	0,07	0,5400	0,3788	0,3147	0,2776	0,2313
	0,1	0,5877	0,4400	0,3754	0,3350	0,2889
	0,2	0,7781	0,5982	0,5294	0,4900	0,4318
	0,3		0,7400	0,6600	0,6150	0,5578
	0,4		0,8438	0,7625		

При выполнении расчетов по уравнению (14-16) удобно пользоваться табл. 14-2, в которой приведены значения n_3/n , при биномиальном распределении числа отказов. По этой таблице можно сразу найти значения n_3 , соответствующие заданным $p_{\text{дост}}$, q , n , либо оценить возможность обеспечения $p_{\text{дост}}$ при определенных n_3 , q , n . Значения n_3 округляются до ближайшего целого числа.

При расчете норм запасных элементов по уравнению (14-16) период обеспечения $T_{\text{об}} = \Delta t_{\text{п}}$.

г) Расчеты экономически оптимальных норм запасных элементов с учетом структуры системы восстановления¹

При таких расчетах можно учитывать расположение складов с запасными элементами, возможности их доставки к обслуживаемому объекту, количество ремонтных бригад и другие факторы.

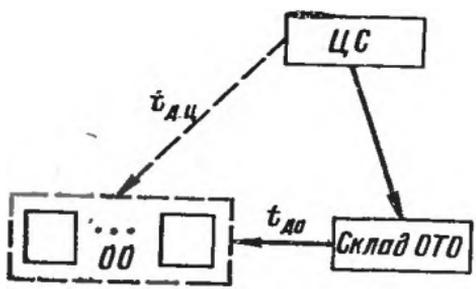


Рис. 14-8. Структурная схема двухуровневой системы восстановления.

Возможные пути осуществления расчетов рассмотрим на примере двухуровневой системы восстановления, схема которой изображена на рис. 14-8. При отказе элемента соответствующий запасной элемент доставляется через неслучайное время $t_{\text{до}}$, со склада органа технического обслуживания *ОТО* на обслуживаемый объект *ОО* и устанавливается взамен отказавшего за среднее время $m_{\text{тз}}$. При этом среднее время восстановления работоспособности обслуживаемого объекта

$$m_{\text{тв}}^{(0)} = t_{\text{до}} + m_{\text{тз}} \approx t_{\text{до}}$$

так как обычно $t_{\text{до}} \gg m_{\text{тз}}$.

¹ Написан совместно с Г. Н. Александровым.

При отсутствии элемента данного типа на складе *ОТО* такой элемент доставляется с центрального склада *ЦС* через неслучайное время $t_{д.ц}$. Среднее время восстановления работоспособности обслуживаемого объекта в этом случае:

$$m_{тв}^{(ц)} = t_{д.ц} + m_{тз} \approx t_{д.ц}. \quad (4-17)$$

Обычно $m_{тв}^{(ц)} \gg m_{тв}^{(0)}$. При отсутствии запасных элементов на складе *ОТО* значительно увеличивается время простоя обслуживаемого объекта, что приводит к большим потерям. Поэтому запас элементов на складе *ОТО* должен быть достаточно большим. С другой стороны, увеличение количества запасных элементов ведет к росту затрат на их приобретение и хранение. Избыток запасных элементов связан с «замораживанием» вложенных в них денежных средств. Поэтому сумма затрат и потерь должна иметь минимум, которому соответствует оптимальное количество запасных элементов.

Необходимо найти оптимальное количество запасных элементов каждого вида $(n_{зj})_{опт}$, где $j=1, 2, \dots, s$, обеспечивающее минимум общих затрат и потерь из-за ненадежности M_j работающих элементов j -го типа на обслуживаемом объекте при заданном периоде $\Delta t_{цj}$ пополнения склада *ОТО* элементами данного типа с центрального склада *ЦС*, который обычно считается неисчерпаемым. В качестве центрального склада можно рассматривать также завод-изготовитель.

Общие затраты и потери L_j , связанные с заменами элементов j -го типа, складываются из четырех составляющих.

1. Затраты на приобретение запасных элементов j -го типа $L_{прj}$ состоят из стоимости элементов, находящихся на складе *ОТО* (они оплачиваются при пополнении склада), и стоимости элементов, доставляемых с центрального склада *ЦС* при нехватке элементов на складе *ОТО*. Значение этих затрат равно:

$$L_{прj} = \begin{cases} C_j n_{зj} & \text{при } X_j \leq n_{зj}; \\ C_j n_{зj} + (C_j + C_{ц})(X_j - n_{зj}) & \text{при } X_j > n_{зj}, \end{cases} \quad (14-18)$$

где C_j — стоимость одного элемента j -го типа; $C_{ц}$ — затраты на доставку элемента с центрального склада; X_j — число замен за период $\Delta t_{цj}$ между пополнениями

склада *ОТО* элементами данного типа (случайная величина).

При этом считается, что стоимость доставки элементов со склада *ОТО* мала.

2. Расходы на хранение обычно планируются на весь период $\Delta t_{\Pi j}$. Эти расходы равны:

$$L_{xpj} = \Delta C_j \Delta t_{\Pi j} n_{3j}, \quad (14-19)$$

где ΔC_j — средние затраты на хранение запасного элемента j -го типа в единицу времени.

3. Потери L_{3j} из-за замораживания стоимости неиспользованных запасных элементов

$$L_{3j} = \begin{cases} C_{3j} (n_{3j} - X_j) & \text{при } X_j < n_{3j}; \\ 0 & \text{при } X_j \geq n_{3j}, \end{cases} \quad (14-20)$$

где C_{3j} — средние потери от замораживания стоимости за период $\Delta t_{\Pi j}$ одного избыточного элемента j -го типа.

Величина C_{3j} равна доходу, который могли бы принести замороженные средства, равные стоимости неиспользованного запасного элемента, за период $\Delta t_{\Pi j}$ в другом месте вложения. Эти потери равны разности между приведенными затратами на один неиспользованный запасной элемент на конец периода $\Delta t_{\Pi j}$ и затратами на этот элемент к началу периода. Учитывая формулы для приведенных затрат в § 2-3, получим формулу для вычисления C_{3j} :

$$C_{3j} = C_j [\exp(\kappa \Delta t_{\Pi j}) - 1],$$

где

$$\kappa = \frac{1}{8760} \ln(1 + E_n);$$

E_n — нормативный коэффициент экономической эффективности. Для $E_n = 0,12$ значение $\kappa = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

4. Предположим, что отказы отдельных элементов обслуживаемого объекта обнаруживаются в момент появления и не ведут к повреждению других элементов и во время простоя объекта из-за отказа элементов j -го типа отказы других элементов не возникают. При этом потери из-за простоев при восстановлении работоспособности объекта

$$L_{\Pi j} = \begin{cases} \Delta C_{\Pi} m_{t_3}^{(0)} X_j & \text{при } X_j \leq n_{3j}; \\ \Delta C_{\Pi} [m_{t_3}^{(0)} n_{3j} + m_{t_3}^u (X_j - n_{3j})] & \text{при } X_j > n_{3j}, \end{cases} \quad (14-21)$$

где ΔC_{Π} — средние потери за единицу времени простоя обслуживаемого объекта.

Предположим, как и ранее, показательное распределение наработки до замены элементов.

В соответствии с (14-18) — (14-21) математические ожидания составляющих затрат и потерь, связанных с заменами элементов:

$$\bar{L}_{\text{пр}j} = C_j n_{3j} + (C_j + C_{\text{ц}}) \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} (k - n_{3j}) P(k);$$

$$\bar{L}_{3j} = C_{3j} \sum_{k=0}^{n_{3j}-1} (n_{3j} - k) P(k);$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_{\text{н}j} = \Delta C_{\Pi} & \left\{ m_{\text{тв}}^{(0)} \sum_{k=0}^{n_{3j}} k P(k) + m_{\text{тв}}^{(0)} n_{3j} \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} P(k) + \right. \\ & \left. + m_{\text{тв}}^{(\text{ц})} \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} (k - n_{3j}) P(k) \right\}. \end{aligned}$$

Вероятность $P(k)$ того, что $X=k$, вычисляется по формуле Пуассона

$$P(k) = \frac{a_j^k}{k!} e^{-a_j},$$

где $a_j = k_{\text{нз}j} M \lambda_j \Delta t_{\text{п}j}$ — среднее число замен за время $\Delta t_{\text{п}j}$.

Математическое ожидание суммарных расходов и потерь, связанных с заменой элементов j -го типа,

$$L_j = L_{\text{пр}j} + L_{\text{хр}j} + L_{3j} + L_{\text{н}j}.$$

Подставив выражения для слагаемых и проведя преобразования, получим:

$$\begin{aligned} \bar{L}_j = & (C_i + \Delta C_j \Delta t_{\text{п}j}) n_{3j} + C_j (e^{a_j} - 1) \sum_{k=0}^{n_{3j}-1} (n_{3j} - k) P(k) + \\ & + \Delta C_{\Pi} m_{\text{тв}}^{(0)} a_j + \{ \Delta C_{\Pi} [m_{\text{тв}}^{(\text{ц})} - m_{\text{тв}}^{(0)}] + C_j + C_{\text{ц}} \} \times \\ & \times \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} (k - n_{3j}) P(k). \end{aligned} \quad (14-22)$$

Оптимальное количество запасных элементов $n_{3j \text{ опт}}$ соответствует минимуму \bar{L}_j . Поскольку распределение числа замен за период $\Delta t_{\text{п}j}$ является дискретным; вы-

числим приращение суммарных средних расходов и потерь при увеличении числа запасных элементов на единицу:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{L}_j = & \bar{L}_j(n_{3j} + 1) - \bar{L}_j(n_{3j}) = C_i + \Delta C_j \Delta t_{nj} + \\ & + C_j [e^{x \Delta t_{nj}} - 1] \sum_{k=0}^{n_{3j}} P(k) - [\Delta C_{\Pi}(m_{tB}^{(u)} - m_{tB}^{(0)}) + C_{\Pi} + \\ & + C_{\Pi}] \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} P(k). \end{aligned} \quad (14-23)$$

Учитывая, что

$$1 - \sum_{k=0}^{n_{3j}} P(k) = \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} P(k),$$

получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{L}_j(n_{3j}) = & \Delta C_j \Delta t_{nj} - \Delta C_{\Pi}(m_{tB}^{(u)} - m_{tB}^{(0)}) - C_{\Pi} + \\ & + [C_j e^{x \Delta t_{nj}} + \Delta C_{\Pi}(m_{tB}^{(u)} - m_{tB}^{(0)}) + C_{\Pi}] \sum_{k=0}^{n_{3j}} P(k). \end{aligned} \quad (14-24)$$

Исследуем знак приращения $\Delta \bar{L}_j(n_{3j})$. При $n_{3j} = 0$

$$\Delta \bar{L}_j(n_{3j}) = \bar{L}_j(n_{3j}=1) - \bar{L}_j(n_{3j}=0) < 0.$$

Это неравенство выполняется всегда, иначе бы создание запаса элементов на складе ОТО не имело смысла из экономических соображений.

Монотонность функции $\Delta \bar{L}_j(n_{3j})$ обеспечивает однократность смены знака приращения. Выбор оптимального количества запасных элементов должен производиться из условия одновременного выполнения неравенств

$$\left. \begin{aligned} \Delta L_j(n_{3j} - 1) &\leq 0; \\ \Delta L_j(n_{3j}) &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (14-25)$$

Эти неравенства с учетом (14-24) сводятся к системе

$$\sum_{k=n_{3j}}^{\infty} \frac{a^k_j}{k!} e^{-a_j} \geq A_j \geq \sum_{k=n_{3j}+1}^{\infty} \frac{a^k_j}{k!} e^{-a_j}, \quad (14-26)$$

где

$$A_j = \frac{\Delta C_j \Delta t_{nj} + C_j e^{x \Delta t_{nj}}}{\Delta C_{\Pi} [m_{tB}^{(u)} - m_{tB}^{(0)}] + C_{\Pi} + C_j e^{x \Delta t_{nj}}}. \quad (14-27)$$

Таким образом, для расчета оптимальных норм запасных элементов j -го типа необходимо вычислить A_j и $a_j = k_{н.з} M \lambda_j \Delta t_{пj}$ и, пользуясь таблицей суммарных значений функции Пуассона, имеющейся, например, в [65], определить наибольшее $n_{зj}$, для которого

$$\sum_{k=n_{зj}}^{\infty} \frac{a^k}{k!} e^{-a} \geq A_j.$$

При a_j , не совпадающем с приведенными в таблице, значения $n_{зj}$ находят путем интерполирования.

При $a_j \geq 4$ удобно применять непрерывное распределение числа замен, а дробные результаты округлять до ближайшего целого числа. При этом математическое ожидание суммарных расходов и потерь

$$\begin{aligned} \bar{L}_j = & (C_j + \Delta C_j \Delta t_{пj}) n_{зj} + C_j (e^{x \Delta t_{пj}} - 1) \int_0^{n_{зj}} (n_{зj} - s) \times \\ & \times f(s) ds + \Delta C_{п} m_{тв}^{(0)} \int_0^{\infty} s f(s) ds + \{ \Delta C_{п} [m_{тв}^{(u)} - m_{тв}^{(0)}] + \\ & + C_j + C_{ц} \} \int_{n_{зj}}^{\infty} (s - n_{зj}) f(s) ds, \end{aligned} \quad (14-28)$$

где $f(s)$ — функция плотности выравнивающего непрерывного распределения числа замен.

Оптимальное значение $n_{зj \text{ опт}}$, минимизирующее суммарные расходы и потери, можно найти из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{L}_j}{dn_{зj}} = & C_j + \Delta C_j \Delta t_{пj} + C_j (e^{x \Delta t_{пj}} - 1) \int_0^{n_{зj}} f(s) ds - \\ & - \{ \Delta C_{п} [m_{тв}^{(u)} - m_{тв}^{(0)}] + C_j + C_{ц} \} \int_{n_{зj}}^{\infty} f(s) ds = 0. \end{aligned} \quad (14-29)$$

Уравнение (14-29) можно привести к виду

$$F(n_{зj}) = \int_{n_{зj}}^{\infty} f(s) ds = 1 - A_j, \quad (14-30)$$

где $F(n_{зj})$ — интегральная функция выравнивающего непрерывного распределения.

При $a_j > 4$ можно использовать разложение в ряд Грама-Шарлье и, ограничиваясь первым членом разложения, считать

$$F(n_{3j}) \approx 0,5 + \Phi\left(\frac{n_{3j} - a_j - 0,5}{\sqrt{a_j}}\right), \quad (14-31)$$

где

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv.$$

Таблица значений $\Phi(u)$ имеется в приложении II. Подставив в (14-30) значение $F(n_{3j})$, согласно (14-31) получим:

$$\Phi(u_j) = 0,5 - A_j, \quad (14-32)$$

где

$$u_j = \frac{n_{3j} - a_j - 0,5}{\sqrt{a_j}}. \quad (14-33)$$

Таким образом, для определения оптимального числа запасных элементов необходимо вычислить значение величины A_j по формуле (14-27), вычесть из 0,5 полученное значение A_j и по таблице $\Phi(u)$ определить значение u_j . Далее по формуле, вытекающей из (14-33), вычисляем:

$$n_{3j\text{опт}} = u_j \sqrt{a_j} + a_j + 0,5.$$

Полученное значение $n_{3j\text{опт}}$ округляется до ближайшего целого числа.

При ограниченном объеме склада *ОТО* в ряде случаев представляет интерес двойственная задача оптимизации — определение экономически оптимального периода пополнения склада *ОТО* при определенных количествах запасных элементов каждого типа. Для решения этой задачи необходимо исследовать на экстремум по $\Delta t_{\text{п}j}$ математическое ожидание суммарных расходов и потерь.

ЧАСТЬ ПЯТАЯ
НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ
«ЧЕЛОВЕК И ТЕХНИКА»

ГЛАВА ПЯТНАДЦАТАЯ

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С ОПЕРАТОРАМИ

15-1. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ЧЕЛОВЕКА-ОПЕРАТОРА
НА НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМЫ

а) Особенности исследования надежности систем
«человек и техника»

Рост значения проблемы надежности за последние годы связан с автоматизацией различных процессов. В автоматических системах резко увеличивается значение безотказной работы каждого отдельного устройства.

В начальный период развития автоматизации старались заменить человека автоматом и все внимание сосредоточивали на обеспечении надежности технических устройств. При этом деятельность человека вообще не учитывалась.

Однако в ходе научно-технической революции, связанной с автоматизацией, стало очевидным, что нельзя ставить вопрос о замене человека автоматом. Можно ставить вопрос лишь об усилении человеческих способностей с помощью автоматики. Это изменение взглядов на роль автоматических систем оказало существенное влияние на понимание проблемы надежности. В настоящее время становится общепризнанным, что при рассмотрении надежности технических систем необходимо как-то учитывать и человека. Однако пока еще нет полной ясности в том, как это делать.

Под надежностью системы «человек и техника» будем понимать ее способность выполнять заданные функ-

ции в течение требуемого промежутка времени или требуемой наработки, сохраняя при этом свои эксплуатационные показатели в заданных пределах.

При рассмотрении системы «человек и техника» можно рассматривать или целенаправленную деятельность отдельных лиц и коллективов людей (исполнителей и руководителей работ), использующих частично автоматизированные технические системы, или более частную задачу взаимодействия оператора (в том числе летчика, техника, водителя и т. д.) с машиной.

Если основное внимание уделяется рассмотрению функционирования технической системы, то для неремонтируемых систем показателями надежности являются характеристики случайной величины — наработки до отказа системы; для ремонтируемых систем — характеристики соответствующего потока отказов. При этом любые действия операторов рассматриваются с точки зрения их влияния на безотказную работу системы.

Если основное внимание уделяется целенаправленной деятельности коллектива людей (или отдельных лиц), то рассматривается случайная величина — время достижения поставленной цели (выполнения плана). При этом в качестве показателей своевременности (надежности) используются характеристики этой случайной величины (см. § 16-1).

Изменения в технических устройствах, действия исполнителей и руководителей работ рассматриваются с точки зрения их влияния на время достижения цели (отказы технических устройств и ошибки исполнителей увеличивают это время).

Таким образом, исследование надежности системы «человек и техника» сводится или к рассмотрению надежности технической системы с учетом деятельности оператора, или к рассмотрению своевременности (надежности) выполнения людьми системы работ по достижению заданной цели.

Для исследования надежности технических систем с учетом деятельности операторов введем следующие допущения:

1) появление отказа технической системы и появление ошибки оператора являются независимыми редкими случайными событиями; появление двух и более одноименных событий за период $(t, t + \Delta t)$ применения системы практически невозможно;

2) способность к компенсации ошибок и к безошибочной работе являются независимыми свойствами оператора.

б) Системы с некомпенсируемыми ошибками оператора и отказами техники

Невозможность компенсации ошибок и последствий отказов может являться следствием отсутствия обмена информацией между оператором и технической системой, следствием отсутствия самопроверки деятельности оператора и т. д.

Для безотказной работы системы с некомпенсируемыми ошибками и отказами необходимо, чтобы техническая система не отказывала и оператор не совершал ошибок. Поэтому вероятность безотказной работы такой системы в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$

$$p_1(t_1, \Delta t) = p_T(t_1, \Delta t) p_o(\Delta t), \quad (15-1)$$

где $p_T(t_1, \Delta t)$ — вероятность безотказной работы технической системы в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$; $p_o(\Delta t)$ — вероятность безошибочной работы операторов в течение времени Δt при условии, что техническая система работает безотказно; t_1 — общее (накопленное) время эксплуатации технической системы; Δt — рассматриваемый период применения (например, продолжительность полета самолета).

Системы с некомпенсируемыми ошибками операторов и отказами техники сравнительно редко встречаются на практике. Надежность таких систем можно считать нижней границей надежности системы «человек и техника».

Надежность систем с некомпенсируемыми ошибками и отказами может быть существенно повышена путем применения резервирования операторов с периодической сверкой результатов их деятельности. Если нет жестких ограничений по времени выполнения операторами работ, то эффективность резервирования будет тем выше, чем более разнообразные ошибки совершают операторы.

в) Системы с компенсацией ошибок операторов и последствий отказов технических систем

Операторы могут своевременно исправлять (компенсировать) часть допущенных ими ошибок. Если учесть, что вероятность одновременного появления двух и более

ошибок пренебрежимо мала, и считать, что каждую ошибку можно мгновенно компенсировать с вероятностью p , то вероятность безотказной работы системы «человек и техника» в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$

$$p_2(t_1, \Delta t) = p_T(t_1, \Delta t) \{p_0(\Delta t) + [1 - p_0(\Delta t)] p\}. \quad (15-2)$$

Компенсация ошибок является важным дополнительным путем повышения надежности систем «человек и техника». Введение в конструкцию технических систем приспособлений, облегчающих исправление ошибки (аварийные краны, выключатели и т. п.), существенно повышает надежность системы «человек и техника».

Компенсация последствий отказов технических систем также ведет к повышению надежности систем. В этом случае системы работают безотказно, если оператор не совершил ошибок, техническая система не отказывала или отказывала, но благодаря вмешательству оператора система выполнила свои функции. Вероятность безотказной работы системы в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$

$$p_3(t_1, \Delta t) = p_0(\Delta t) [p_T(t_1, \Delta t) + p_Y(t_1, \Delta t, \delta)], \quad (15-3)$$

где $p_Y(t_1, \Delta t, \delta)$ — условная вероятность безотказной работы в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$ системы «человек и техника» с компенсацией последствий отказов при условии, что в момент δ произошел отказ $(t_1 < \delta < t_1 + \Delta t)$ и он был компенсирован.

Система «человек и техника» с компенсацией как ошибок, так и отказов будет безотказно работать в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$ при следующих возможных событиях:

- 1) техническая система не отказывала и оператор не совершал ошибки;
- 2) техническая система не отказывала, оператор совершил ошибку, но исправил (компенсировал) ее;
- 3) оператор не совершил ошибки, техническая система отказывала, но благодаря вмешательству оператора система «человек и техника» выполняла свои функции;
- 4) оператор совершил ошибку, но исправил (компенсировал) ее, техническая система отказывала, но благодаря вмешательству оператора системы «человек и техника» выполняла свои функции.

Вероятность безотказной работы системы «человек и техника» с компенсацией ошибок и отказов в течение времени $(t_1, t_1 + \Delta t)$

$$p_z(t_1, \Delta t) = \{p_o(\Delta t) + [1 - p_o(\Delta t)] p\} [p_r(t_1, \Delta t) + p_y(t_1, \Delta t, \delta)]. \quad (15-4)$$

Согласно (15-3) и (15-4) для определения вероятности безотказной работы системы с учетом деятельности оператора по компенсации последствий отказов необходимо знать вероятность $p_y(t_1, \Delta t, \delta)$ безотказной работы системы при условии, что в момент δ произошел отказ $t_1 < \delta < t_1 + \Delta t$ и он был компенсирован.

г) Надежность дублированной системы с оператором

В качестве примера системы с оператором рассмотрим дублированную систему, в которой оператор осуществляет контроль работоспособности технической системы, обнаруживает отказ, принимает меры по ликвидации последствий отказа, включает резервные устройства.

Техническую систему можно условно разделить на две части: основную часть, предназначенную для выполнения основной функции технической системы, и информационную часть (систему контроля и отображения информации), предназначенную для информирования оператора о состоянии основной части системы.

Обычно параметры основной части системы, которые измеряются и сообщаются оператору системой контроля, взаимно связаны. Кроме того, часто оператор получает некоторую информацию о состоянии основной системы не только через систему контроля, но и непосредственно через органы чувств (шум, вибрации и т. д.). Поэтому отказ одного из каналов системы контроля далеко не всегда приводит к отказу системы «человек и техника». В ряде случаев оператор, основываясь на опыте, интуиции и знании некоторых характеристик технической системы, может восстановить искаженную или отсутствующую информацию.

Обозначим: $P_{к.и}$ — вероятность того, что оператор сумеет вовремя восстановить информацию о состоянии системы при условии, что возникший отказ был отказом информационной части системы; $P_{к.о}$ — вероятности того, что последствия отказа основной части системы будут компенсированы оператором; γ — доля отказов информационной части системы (вероятность того, что возникший отказ является отказом информационной части системы).

Из приведенных выше рассуждений можно сделать вывод, что для повышения надежности системы «человек и техника» система контроля должна удовлетворять противоречивым требованиям.

С одной стороны, сведение к минимуму числа контролируемых параметров при их независимости упрощает систему контроля и соответственно повышает ее надежность (уменьшается доля γ отказов информационной части системы). Кроме того, достигается

уменьшение массы, объема, стоимости и других лимитирующих факторов.

С другой стороны, для повышения вероятности компенсации отказа информационной части системы $P_{к.и}$ необходимо увеличивать число зависимых контролируемых параметров. Усиление зависимости между контролируемыми параметрами и увеличение их количества равносильно введению резервирования в систему контроля. При этом обычно имеются ограничения по массе, объему, стоимости, возможности восприятия информации оператором и т. д.

Указанным выше двум противоречивым требованиям должна удовлетворять оптимальная (т. е. обеспечивающая наибольшую надежность) информационная часть (система контроля) системы «человек и техника».

Когда оператор компенсирует отказ информационной части системы, он одновременно создает новую цель контроля. Надежность этой новой цепи контроля зависит от принципов устройства и конструкции информационной части системы.

Для приближенной оценки надежности систем с операторами введем допущения:

1) в информационной части системы может быть создана лишь одна новая резервная цепь контроля;

2) первоначальный и резервный пути контроля равнонадежны. При этом функция надежности информационной части системы с учетом компенсации оператором последствий отказа

$$P_{и}(t) = P_{т1}(t) + \int_0^t P_{к.в}(\delta) p_{г1}(\delta) f_{г1}(t - \delta) d\delta, \quad (15-5)$$

где $p_{т1}(t)$ — функция надежности информационной части системы, $f_{г1}(\delta)$ — плотность распределения времени безотказной работы информационной части системы; $p_{к.и}(\delta)$ — условная вероятность компенсаций последствий отказа информационной части системы при условии, что отказ произошел в момент δ .

Учитывая трудности многократного резервирования, рассмотрим практически важный случай дублированной основной части системы.

При появлении отказа основной части системы оператор компенсирует последствия отказа, выводя систему из критического режима, и затем включает резервную техническую систему (элемент). При включении резервной системы (элемента) он может допустить ошибку. Поэтому в ряде случаев целесообразно учитывать вероятность $P_{п}$ безошибочного включения резервной системы (переключения на резерв).

При ненагруженном резерве имеем функцию надежности основной части системы с учетом компенсации отказов:

$$P_{о}(t) = P_{т2}(t) + P_{п} \int_0^t P_{к.о}(\delta) p_{т2}(\delta) f_{т2}(t - \delta) d\delta, \quad (15-6)$$

где $p_{т2}(t)$ — функция надежности основной части системы; $f_{т2}(t)$ — плотность распределения времени безотказной работы основной части системы.

Во многих практически важных случаях условные вероятности $P_{к.и}$ и $P_{к.о}$ компенсации отказов можно считать независимыми от

момента δ возникновения отказа. При этом из (15-5) и (15-6) получим выражение для функции надежности дублированной системы с оператором (рис. 15-1):

$$p(t) = \left[p_{T1}(t) + P_{к.н} \int_0^t p_{T1}(\delta) f_{T1}(t-\delta) d\delta \right] \times \\ \times \left[p_{T2}(t) + P_{к.о} P_{п} \int_0^t p_{T2}(\delta) f_{T2}(t-\delta) d\delta \right]. \quad (15-7)$$

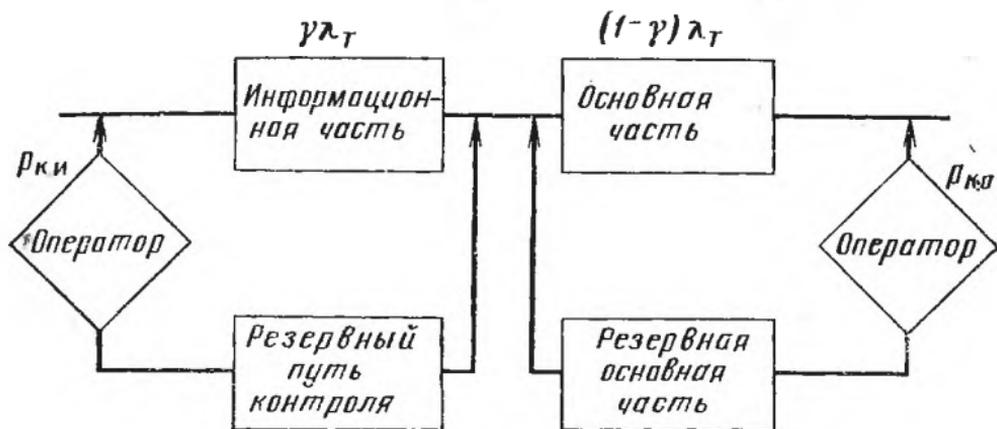


Рис. 15-1. Структурная схема дублированной системы с оператором.

Для нагруженного резерва основной части системы имеем соответственно:

$$p(t) = \left[p_{T1}(t) + P_{к.н} \int_0^t p_{T1}(\delta) f_{T1}(t-\delta) d\delta \right] \times \\ \times p_{T2}(t) [1 + P_{к.о} P_{п} - P_{к.о} P_{п} p_{T2}(t)]. \quad (15-8)$$

Рассмотрим случай показательного распределения времени безотказной работы основной и информационной технических систем. Подставив в (15-7) и (15-8) соответствующие зависимости и учтя, что $\gamma = \lambda_{T1}/\lambda_T$ (λ_T — полная интенсивность отказов технической системы), получим после преобразований функцию надежности системы с ненагруженным резервом

$$p_I(t) = e^{-\lambda_T t} [1 + P_{к.н} \gamma \lambda_T t] [1 + P_{к.о} P_{п} (1 - \gamma) \lambda_T t] \quad (15-9)$$

и соответственно формулу для интенсивности отказов

$$\Lambda(t) = \frac{dp_{гк}(t)}{dt} = \lambda_T^2 t \left[\frac{P_{к.н} \gamma^2}{1 + P_{к.н} \gamma \lambda_T t} + \frac{P_{к.о} P_{п} (1 - \gamma)^2}{1 + P_{к.о} P_{п} (1 - \gamma)^2 \lambda_T t} \right]. \quad (15-10)$$

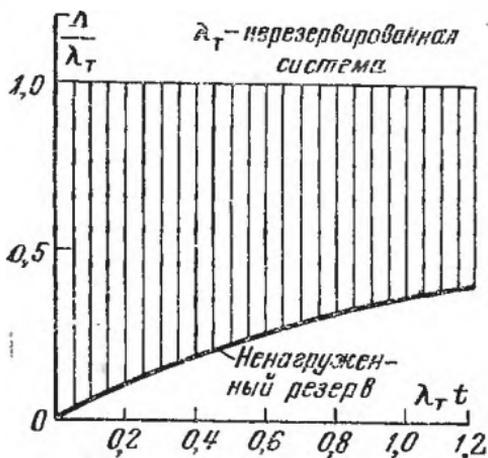


Рис. 15-2. Область значений интенсивности отказов дублированной системы с оператором.

При нагруженном дублировании имеем следующую функцию надежности:

$$P_{II}(t) = e^{-\lambda_T t} [1 + P_{к.н} \gamma \lambda_T t] [1 + P_{к.о} P_{II} - P_{к.о} P_{II} e^{-(1-\gamma) \lambda_T t}]. \quad (15-11)$$

Высказанные выше соображения о зависимости эффективности резервирования от оператора и приспособленности системы к компенсации последствий отказов в полной мере справедливы и для случая нагруженного резерва.

Эксперименты по определению надежности систем с операторами встречают большие технические, психологические и организационные трудности. Для многих систем ответственного назначения эксперименты просто невозможны. Вместе с тем даже приближенное аналитическое исследование надежности систем с операторами приводит к очень громоздким преобразованиям, неудобным для практического применения. Применяя моделирование, можно получить простые и наглядные решения. Покажем это на примере определения условной вероятности компенсации последствий отказов технической системы (при условии, что отказ произошел).

15-2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ КОМПЕНСАЦИИ ОПЕРАТОРОМ ПОСЛЕДСТВИЙ ОТКАЗОВ

Большинство технических систем в значительной степени автоматизировано. Поэтому операторы таких систем могут сосредоточить основное внимание на выполнении немногих наиболее важных функций. Одновременно с выполнением этих функций оператор следит за тем, чтобы определяющие параметры системы находились в пределах допусков.

Полагая в (15-10) условные вероятности $P_{к.н}$, $P_{к.о}$, P_{II} равными 0 или 1, получаем выражения для нерезервированной или дублированной системы с ненагруженным резервом.

На рис. 15-2 показаны соответствующие графики интенсивности отказов. В зависимости от приспособленности технической системы и человека-оператора к компенсации последствий отказов, кривая интенсивности отказов может занять то или иное положение в заштрихованной на рис. 15-2 области.

Иначе говоря, в резервированных системах с операторами эффективность резервирования во многом зависит от оператора.

Рассмотрим процессы, протекающие при возникновении отказа технической системы. Отказ какого-либо элемента вызывает изменение определяющего параметра технической системы. Этот определяющий параметр иногда может быть векторным. Скорость $B_T(\tau)$ изменения параметра зависит от особенностей системы, места отказавшего элемента в функциональной схеме и состояния всех элементов системы. В системе обычно имеется значительное количество элементов; отказ каждого из них может дать свое значение скорости $b_T(\tau)$ изменения определяющего параметра. Кроме того, случаи появления отказов того или иного элемента — события случайные. Совместное действие всех этих причин приводит к тому, что изменение определяющего параметра системы при отказе ее элементов является случайным процессом $\eta_T(\tau)$.

Оператор не сразу обнаруживает наличие отказа, а через время τ_k , которое зависит от его индивидуальных психофизиологических качеств и от особенностей технической системы. Для оператора, наугад выбранного из группы лиц данной профессии (работающих совместно с рассматриваемой технической системой), τ_k является случайной величиной.

Обнаружив наличие отказа, оператор выключает автоматическую систему и, воздействуя на органы управления, стремится компенсировать изменение определяющего параметра. В ряде случаев это ему удается. Процесс компенсации изменения параметра также зависит от индивидуальных качеств оператора и для наугад выбранного оператора является случайным процессом.

Для каждого типа технической системы существует своя область D допустимых значений отклонений определяющего параметра при возникновении отказа. Условная вероятность того, что последствия отказа будут компенсированы оператором, равна

$$P_K = P\{\Delta\eta(\tau) \in D\},$$

где $\Delta\eta(\tau)$ — случайный процесс отклонения определяющего параметра системы с учетом действий оператора, компенсирующего отказ.

Для упрощения процедуры определения вероятности P_K границу области D можно аппроксимировать тем или иным аналитическим выражением. Для приближенного определения P_K область D заменяется симметричными

относительно оси τ областями: большой с шириной $2\Delta\eta_{кр}$ и высотой $\tau_{кр}$ и малой с шириной $2\Delta\omega$ (рис. 15-3). При этом условная вероятность компенсации последствий отказа

$$P_k = P \{ \Delta\eta_* < \Delta\eta_{кр}; \tau_* < \tau_{кр} \},$$

где $\Delta\eta_*$, τ_* — максимальные значения отклонения параметра и времени уменьшения параметра до заданного значения $\Delta\omega$.

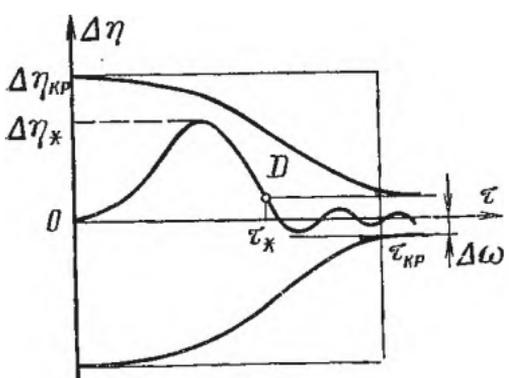


Рис. 15-3. Возможная реализация случайного процесса отклонения параметра системы от номинала после возникновения отказа (при наличии оператора, компенсирующего отказ).

Рассмотрим, как формируется зависимость $\Delta\eta(\tau)$. До момента τ_k отклонение параметра не компенсировалось. Начиная с момента τ_k , из ординат реализаций случайного процесса $\eta_T(\tau)$ изменения параметров вычитаются вводимые оператором компенсационные отклонения. Таким образом, для каждой пары реализаций $\eta_{Tj}(\tau)$ и $\eta_{Kj}(\tau - \tau_k)$ можно найти

$$\Delta\eta_* = \max | \eta_{Tj}(\tau) - \eta_{Kj}(\tau - \tau_k) |$$

и τ_* как абсциссу точки, в которой величина

$$\Delta\eta_j(\tau) = \eta_{Tj}(\tau) - \eta_{Kj}(\tau - \tau_{kj}) \leq \Delta\omega$$

окончательно входит внутрь интервала шириной $2\Delta\omega$.

Таким образом, случайный процесс изменения параметра системы после возникновения отказа

$$\Delta\eta(\tau) = \eta_T(\tau) - \eta_K(\tau - \tau_k).$$

Характеристики случайных процессов $\eta_T(\tau)$ и $\eta_K(\tau - \tau_k)$ могут быть как скалярными, так и векторными.

Для исследования процессов компенсации отказов необходимо составить модель явления.

Динамические свойства отдельных технических устройств из множества одинаковых отличаются не очень сильно. Для каждого типа технических устройств характерен определенный вид процессов изменения определяющего параметра после возникновения отказа. Для операторов также характерны определенные психофизи-

зиологические закономерности. Иначе говоря, реализации каждого из случайных процессов $\eta_T(\tau)$ и $\eta_K(\tau - \tau_K)$ можно аппроксимировать кривыми определенного вида; значения параметров этих кривых являются возможными значениями случайных величин. Такие процессы в гл. 8 назывались полуслучайными: форма реализации детерминирована, случайными величинами являются лишь параметры кривой. Возможны полуслучайные процессы, реализации которых являются прямыми, экспонентами, параболоми и т. д. Рассмотрим простейший случай, когда реализации указанных выше случайных процессов являются прямыми.

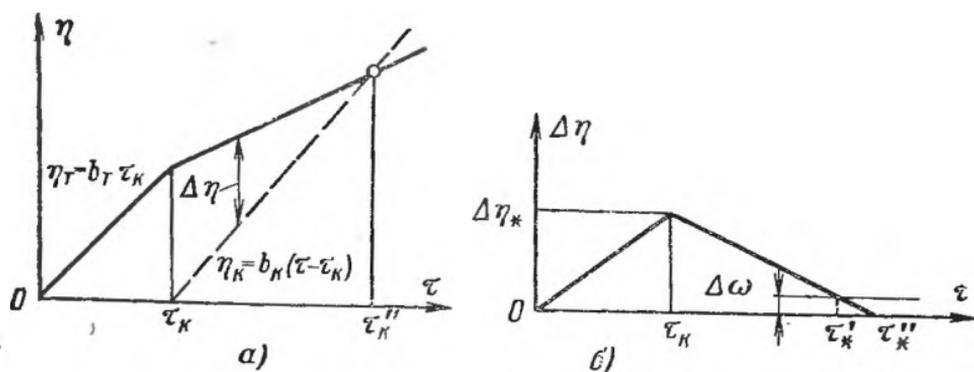


Рис. 15-4. Возможные реализации линейных случайных процессов изменения параметра технической системы при ее отказе $\eta_T(\tau)$ и при компенсации последствий отказа $\eta_K(\tau)$.

Обычно в момент τ_K происходит выключение автоматического устройства, в результате чего скорость B_T изменения параметра уменьшается. Это можно учесть тем, что реализация $\eta_{Tj}(\tau)$ случайного процесса $\eta_T(\tau)$ через время τ_K , (возможное значение случайной величины τ_K) изменит угловой коэффициент с b_T на b_{T1} (рис. 15-4,а). В результате исследования необходимо найти распределение абсциссы точек пересечения и максимальной разности ординат случайных процессов

$$\eta_T(\tau) = B_T \tau_K + (\tau - \tau_K) B_{T1} \quad \text{при } \tau > \tau_K;$$

$$\eta_K(\tau) = \begin{cases} (\tau - \tau_K) B_K & \text{при } \tau > \tau_K; \\ 0 & \text{при } \tau < \tau_K. \end{cases}$$

Время уменьшения разности $\eta_T(\tau) - \eta_K(\tau)$ до значения $\Delta\omega$ обозначено на рис. 15-4,б τ'_* ; время уменьшения этой разности до нуля обозначено τ''_* .

Распределения случайных величин B_T , B_{T1} , B_R , τ_R пока еще мало изучены. Физические соображения свидетельствуют, что в первом приближении можно считать все эти случайные величины распределенными по нормальным законам.

Очевидно, что описанная модель действий оператора является простейшей. При ее уточнении можно учесть, что компенсационные изменения параметра технической системы могут быть начаты несколько позже τ_R (из-за инерционности технической системы), реализации соответствующих полуслучайных процессов являются нелинейными и т. д.

Очевидно, что найти необходимые для вычисления условной вероятности P_R совместные распределения случайных величин очень трудно даже при простейшей модели (рис. 15-4) явлений, происходящих после появления отказа. При нелинейных моделях эти трудности увеличиваются.

В большинстве случаев аналитическое исследование или невозможно или связано с введением очень грубых допущений. Вместе с тем натурные статистические эксперименты очень дороги и трудноосуществимы. Поэтому статистическое моделирование в большинстве случаев является рациональным (часто — единственно возможным) путем определения условной вероятности того, что последствия отказа технической системы будут компенсированы оператором, если этот отказ произойдет.

Определение вероятности компенсации оператором последствий отказов технических систем с помощью моделирования

Сущность способа моделирования [24] состоит в том, что реализации случайного процесса изменения определяющего параметра технической системы при появлении ее отказа и случайного процесса изменения этих параметров при компенсации оператором последствий отказа имитируются линейно или по другому закону изменяющимися напряжениями; эти напряжения вычитаются одно из другого и находятся статистические характеристики полученной разности: ее максимального значения и времени, в течение которого эта разность становится меньше заданного значения. Полученная разность напряжений имитирует отклонение определяющего

параметра системы «человек и техник» в процессе компенсации отказа технического устройства. Для вычисления условной вероятности некомпенсации отказа находится относительное число тактов, в течение которых произошло хотя бы одно из двух случайных событий: выход за допуск максимального значения полученной разности напряжений или времени уменьшения этой разности до заданного значения. Могут быть также получены характеристики двумерного распределения максимума разности напряжений и времени уменьшения этой разности до заданного значения.

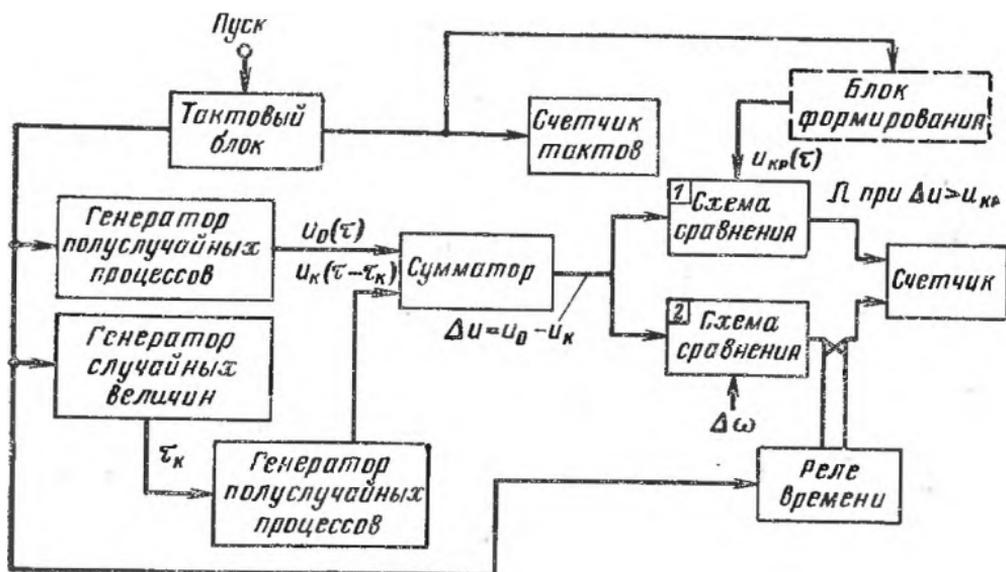


Рис. 15-5. Структурная схема устройства для вычисления условной вероятности компенсации оператором последствий отказов технической системы при условии, что отказ произошел.

На рис. 15-5 приведена структурная схема устройства, реализующая описанный способ. Схема запускается тактовым блоком. В каждом такте работы схемы выработанное генератором полуслучайных процессов линейно (или по другому закону) изменяющееся напряжение $u_0(\tau)$ моделирует процесс изменения параметра технической системы после появления отказа таким, какой он бывает при отсутствии компенсации этого изменения. Одновременно генератор случайных величин вырабатывает возможное значение времени τ_k . Через время τ_k включается генератор полуслучайных процессов, имитирующий действия оператора по компенсации последст-

вий отказа технической системы. Генератор вырабатывает линейно (или по другому закону) изменяющееся напряжение $u_k(\tau - \tau_k)$ (все значения времени отсчитываются с начала такта).

Напряжения $u_0(\tau)$ и $u_k(\tau - \tau_k)$ с генераторов случайных процессов поступают в блок вычитания (сумматор). Полученная на выходе блока разность

$$\Delta u(\tau) = u_0(\tau) - u_k(\tau - \tau_k)$$

подается в схемы сравнения.

В схеме сравнения 1 вырабатывается сигнал в случае, если максимальное значение разности $\Delta u(\tau)$ превысит критическое значение $u_{кр}(\tau)$, которое вырабатывается в блоке формирования; для приближенного определения P_k принимается $u_{кр} = \text{const}$. Этот сигнал учитывается счетчиком.

В схеме сравнения 2 вырабатывается сигнал в момент времени, когда разность $\Delta u(\tau)$ уменьшится до заданного значения $\Delta \omega$. Этот сигнал поступает в счетчик, если в этот момент замкнуты контакты реле времени, имитирующего предельное время $\tau_{кр}$ компенсации отказа. Эти контакты замыкаются через время $\tau_{кр}$ после начала такта моделирования. Таким образом, счетчик срабатывает, если произошло хотя бы одно из двух возможных событий:

1) максимальное значение $\Delta u(\tau)$ превысило предельное значение $u_{кр}$;

2) время уменьшения $\Delta u(\tau)$ до заданного значения $u_{\Delta \omega}$ больше $\tau_{кр}$.

Описанный процесс повторяется многократно. Автоматическое повторение тактов работы схемы обеспечивается тактовым блоком. Счетчик тактов подсчитывает общее число N тактов работы схемы. Из этих N тактов на счетчике будет зафиксировано n тактов, в которых не удалось компенсировать последствия отказа. Статистическая вероятность того, что последствия отказа будут компенсированы при условии, что отказ произошел, равна $(N - n) / N$. Статистическая вероятность некомпенсации последствий отказа равна n / N .

Статистические характеристики реакции технической системы и оператора на появление отказа устанавливаются в тактовом блоке и генераторах.

ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ СИСТЕМ «ЧЕЛОВЕК И ТЕХНИКА»
ИЗ УСЛОВИЙ БЕЗОПАСНОСТИ С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЙ
ОПЕРАТОРА

Для обоснованного выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических объектов из условий безопасности необходимо выделить основные факторы, влияющие на показатели безопасности.

Соответствующие математические модели должны учитывать случайные процессы, протекающие в системе после появления отказов. Такие процессы не учитываются в математических моделях, используемых при выборе показателей надежности исходя из экономических соображений.

Анализ опубликованных работ показывает, что в подавляющем большинстве случаев в качестве показателя безопасности используется вероятность успешного решения задачи или вероятность противоположного события: появления аварии (опасного последствия).

Вероятность успешного решения задачи зависит от вероятности безотказной работы $p(t, \Delta t)$ технической системы в течение времени решения задачи $(t, t + \Delta t)$ и от последствий отказов. Возможны следующие типы систем, различающихся последствиями появления опасных отказов технических средств:

- 1) влияние отказа на качество функционирования системы компенсируется, выполнение задачи продолжается, но оператор (иногда и технические средства) работает с перегрузкой;
- 2) отказ устраняется, выполнение задачи продолжается;
- 3) выполнение задачи прекращается ввиду аварии;
- 4) выполнение задачи продолжается при некомпенсированном отказе технических средств.

Рассмотрим процессы, протекающие в системах «человек и техника» после появления отказа технических средств.

В системах первого типа после отказа начинается изменение определяющего параметра системы. Происходящий при этом процесс описан в § 15-2. Если оператору удалось компенсировать последствия отказа, он продолжает управлять системой, поддерживая заданные значения ее характеристик. Работая с перегрузкой, он

может иногда ошибаться, но одновременно компенсирует свои ошибки с вероятностью $P_{к.оп}$.

Таким образом, для систем первого типа в качестве показателей надежности технических средств целесообразно применять вероятности $p(t, \Delta t)$, $P_{к.оп}$, $P_{к.т}$. Для вычисления этих показателей целесообразно узаконить характеристики «стандартного» оператора.

В системах второго типа после возникновения отказа можно приостановить на короткое время функционирование системы и устранить отказ. Если это удастся сделать за время, меньшее $\tau_{оп}$, то система продолжит выполнение задачи. Поэтому необходимо учитывать вероятность $P_{в}$ своевременного восстановления после появления отказа как вероятность того, что случайное время восстановления $\Delta\tau_{в} \leq \tau_{оп}$:

$$P_{к.т} = P\{\Delta\tau_{в} \leq \tau_{оп}\}.$$

Возможны модели, в которых не только $\Delta\tau_{в}$, но и $\tau_{оп}$ является случайной величиной.

В качестве теоретического распределения $\Delta\tau_{в}$ целесообразно использовать альфа-распределение, вытекающее из психофизиологической модели выполнения работы.

Поскольку в системах второго типа могут быть допустимы кратковременные перерывы в работе, то возможны задачи, для которых вероятность успешного выполнения зависит от средней на интервале $(t, t+\Delta t)$ вероятности нахождения в работоспособном состоянии:

$$k_r = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Gamma(x) dx,$$

где $\Gamma(x)$ — функция готовности технических средств.

В некоторых задачах необходимо обеспечить вероятность $p(t, \Delta t)$ безотказной работы в течение времени решения задачи $(t, t+\Delta t)$. Так как системы должны быть высоконадежными, т. е. значения k_r и $p(t, \Delta t)$ должны быть близки к единице, различие значений обоих показателей будет на практике небольшим.

Возможно сочетание систем первого и второго типов, когда рассмотренное выше изменение определяющего параметра начинается лишь в случае, если не выполняется условие $\Delta\tau_{в} < \tau_{оп}$. При этом целесообразно использовать показатели $p(t, \Delta t)$, $P_{к.т}$, $P_{к.оп}$, $P_{в}$.

В системах третьего типа отказы недопустимы, так как их появление ведет к аварии. К техническим средствам таких систем предъявляются повышенные требования по безотказности. Поскольку воздействие на систему после возникновения отказа невозможно, применяется один показатель надежности технических средств: $p(t, \Delta t)$.

В системах четвертого типа отсутствует возможность или целесообразность устранения или компенсации последствий опасного отказа, но можно продолжать выполнять задачу при ухудшенных после отказа характеристиках системы. При этом возможны различные ситуации, например:

1) оператор использует технические средства на нерасчетных режимах, в результате чего значительно увеличивается вероятность их отказа;

2) задача выполняется с меньшей эффективностью (например, за значительно большее время, чем при безотказной работе технических средств) и др.

При анализе последствий отказов систем данного типа их необходимо свести к одному из перечисленных выше типов систем и выбрать соответствующие показатели надежности.

Таблица 15-1

Тип системы «человек и техника»		Показатели надежности технических средств, учитывающие требования безопасности
I	С компенсацией последствий отказов	$p(t, \Delta t)$, $P_{кт}$, $P_{к.оп}$
II	С резервом времени (наработки) на устранение отказа	$p(t, \Delta t)$ или k_T , P_B
III	С катастрофическими последствиями появления отказа технических средств	$p(t, \Delta t)$

Таким образом, при выборе номенклатуры нормируемых показателей надежности технических средств систем «человек и техника» из условий безопасности с учетом действий оператора необходимо перечислить виды опасных отказов, провести анализ возможных последствий их появления, выявить в процессе этого анализа тип системы по указанным выше признакам.

В заключение приведем показатели надежности технических средств для рассмотренных выше трех типов систем (табл. 15-1).

15-4. ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ С ОПЕРАТОРАМИ

Согласно результатам предыдущего параграфа вероятность компенсации оператором последствий отказа определяется динамическими свойствами системы «человек и техника». Эти свойства могут быть приближенно описаны в терминах теории автоматического управления [29]. При этом рассматривают работу оператора в режиме слежения, когда он непрерывно старается свести к минимуму разность между реальным и потребным выходными сигналами.

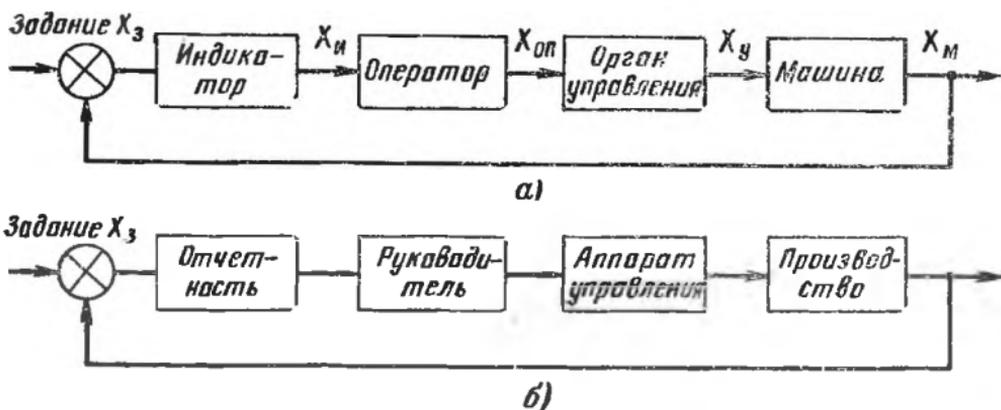


Рис. 15-6. Структурные схемы системы «человек и техника» при управлении техническими объектами (а) и при организационном управлении (б).

На рис. 15-6,а изображена структурная схема системы «человек и техника» при управлении техническими объектами (машинами), и на рис. 15-6,б соответствующая структурная схема системы организационного управления. Поскольку эти структурные схемы аналогичны, дальнейшее изложение будем вести применительно к управлению техническими средствами.

В схеме на рис. 15-6,а имеется индикатор, который сообщает все время изменяющуюся информацию $X_{и}$, оператор, воспринимающий эту информацию и управляющий $X_{оп}$ органами управления, выходной сигнал которых $X_{у}$ вызывает работу машины (к которой относятся все части технического средства, кроме перечисленных выше). Выходной сигнал машины $X_{м}$ является выходным сигналом системы. Обычно применяют системы с замкнутым контуром, в которых информация о выходном сигнале подается обратно на индикатор.

В зависимости от типа индикатора возможны два вида ручного слежения:

1) слежение с преследованием, при котором на индикаторе имеются два подвижных элемента: один показывает реальный вы-

ходной сигнал X_m , другой — потребный выходной сигнал X_3 . Рассогласование оценивается оператором по разности показаний: $X_{\text{н}} = X_m - X_3$;

2) компенсаторное слежение, при котором имеется лишь один подвижный элемент, показывающий рассогласование $X_{\text{н}}$, и оператор должен удерживать этот подвижный элемент на нулевой отметке.

В большинстве случаев слежение с преследованием предпочитают компенсаторному. При слежении с преследованием можно предвидеть изменения сигналов и оценить скорости и ускорение каждого из них. Оператор легко усваивает динамику машины, привывает к ней. При компенсаторном слежении трудно предвидеть необходимые действия. Кроме того, неопытный оператор может потерять представление о необходимом управлении, особенно если он не учитывает запаздывания. Однако в ряде случаев компенсаторное слежение является необходимым: при использовании некоторых методов улучшения динамических свойств (см. ниже), при небольшом размере индикатора и большом диапазоне выходного сигнала и др.

а) О передаточных функциях человека-оператора

Имеются многочисленные попытки использовать методы теории автоматического управления для описания поведения человека-оператора как динамического звена системы управления.

Попытки отыскания некоторой глобальной передаточной функции человека-оператора оказались неудачными. К настоящему времени предложено несколько десятков типов передаточных функций. Более или менее успешные попытки относятся к ручному слежению при простейших по динамическим свойствам объектах. В таких задачах для линейной непрерывной модели наиболее часто рассматриваются передаточные функции вида

$$W(p) = \frac{kM(p)}{N(p)} e^{-\tau p},$$

где k — коэффициент усиления оператора; τ — время запаздывания оператора; $N(p)$, $M(p)$ — полиномы.

Полином $M(p)$ имеет порядок от нулевого до второго; он отражает способность оператора к учету первой и второй производных сигнала. Полином $N(p)$ имеет порядок от нулевого до четвертого; он отражает характеристики нервно-мышечной системы человека, свойство фильтрации высокочастотных составляющих, установку на функционирование и пр.

Простейшая приближенная передаточная функция имеет вид:

$$\frac{ke^{-p\tau}}{T_1 p + 1}.$$

Наибольшее влияние оказывает запаздывающее звено, моделирующее латентный период реакции человека. Инерционное звено первого порядка (аперiodическое звено) отображает нервно-мышечную систему (такая аппроксимация вносит несущественную погрешность). Постоянная времени $T_1 \geq 0,1$ с.

Иногда учитывают процессы приспособляемости оператора, согласующего свои действия с реальными условиями и характеристи-

ками управляемого объекта. При этом передаточная функция становится более сложной и принимает вид:

$$\frac{ke^{-P\tau} (T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1) (T_2 p + 1)}$$

Постоянные времени $T_2 \leq 10$ с, $T_3 \leq 1$ с. Такие модели полезны при проектировании систем «человек и техника» для определения границ управляемости и для описания наиболее важных свойств системы. Однако такое приближенное описание динамики человека последнее время подвергается основательной критике. Оно не учитывает, в частности, индивидуальность каждого человека. Кроме того, не учитывается нестационарность оператора, работа которого определяется сложными для исследования факторами: мотивацией, утомлением, выполнением рабочих инструкций и т. д. Работа оператора часто бывает неплавной, что помогает ему получать информацию обратной связи. В передаточных функциях не учитывается влияние на оператора рабочей обстановки, способа подачи информации и других факторов. Параметры передаточной функции не соответствуют непосредственно органам чувств человека, что затрудняет исследование путей совершенствования систем «человек и техника».

б) Время реакции (запаздывания) человека

Временем реакции человека называют промежуток времени между началом сигнала (стимула) и завершением реакции. Это время складывается из трех интервалов: времени на восприятие сигнала, времени принятия решения, времени совершения действия. Первые два интервала составляют латентный (скрытый) период реакции. Он составляет десятые доли секунды.

Время на совершение действия зависит от его сложности и от того, какая часть тела совершает действие. Это время колеблется от нескольких сотых до десятых долей секунды. Время действия ног примерно на 20% больше, чем рук. Для правой руки (или левой для левши) время действия в среднем на 3% меньше, чем левой. Время действия увеличивается, когда в ответ на сигнал нужно приложить значительное усилие или снять руку со смещенного (нажатого) рычага.

Из-за индивидуальности людей время реакции является случайной величиной, имеющей асимметричное модальное (т. е. имеющее моду) распределение. Кривая распределения обычно имеет круто поднимающуюся левую ветвь и пологую правую ветвь. При трудных задачах и непривычных внешних условиях увеличивается как среднее значение, так и дисперсия времени реакции; распределение становится еще более асимметричным.

Среднее время реакции зависит от возраста и пола людей. Для женщины оно обычно немного (на 0,05 с) больше, чем для мужчин. Для зрения, слуха и осязания среднее время запаздывания лежит в диапазоне 0,15—0,20 с. Это время более продолжительно для обоняния (0,3 с) и ощущения боли (0,7—1,0 с).

Время реакции на комбинированный сигнал больше времени реакции на один из сигналов с наименьшим временем реакции. При сложных реакциях, когда нужно сделать предварительный вы-

бор между независимыми равновероятными сигналами, может быть использована приближенная формула

$$t=270 \ln(n+1), \text{ мс,}$$

где n — число возможных исходов при выборе.

Увеличение интенсивности сигнала сокращает время реакции, но до известного предела. Продолжительность сигнала мало влияет на время реакции.

Если нужно переключать внимание с одного источника сигналов на другой, на это тратится не менее 0,2 с.

Предупредительные сигналы, появляющиеся перед рабочими за 2—8 с, позволяют сократить время реакции до 40%.

Если сигнал появляется с постоянной частотой, то оператор может научиться предвидеть его.

в) О полуавтоматическом слежении

Рассмотрим вопрос об управлении машинами. Известно, что в системах управления нулевого порядка (рис. 15-7,а) или управления по положению передаточная функция является постоянной. В системах управления первого порядка (рис. 15-7,б) сигнал органа управления X_y определяет скорость изменения выходного сигнала (управление по скорости имеется в автомобиле). Аналогично в системах управления второго порядка (рис. 15-7,в) дважды интегрируется сигнал органа управления X_y (управление по ускорению имеется в вертолете) и т. д.

Часто используют системы управления первого и более высоких порядков, включающие и системы управления по положению. Их называют системами с полуавтоматическим управлением. Наиболее часто применяется полуавтоматическое управление по скорости (рис. 15-8,а). Динамические свойства системы (рис. 15-8,а), в которой выходной сигнал

$$X_M = k_1 X_y + k_2 \int X_y dt,$$

зависят от отношения k_1/k_2 , которое называется постоянной времени полуавтоматического управления или постоянной полуавтоматизации.

Значение постоянной времени k_1/k_2 подбирается экспериментально. Для непрерывных сигналов она берется в пределах 0,2—0,8 с. При прерывистых входных сигналах оптимальное значение постоянной времени полуавтоматизации равно промежутку между коррекциями.

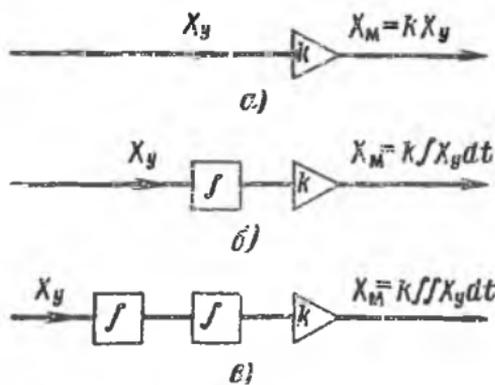


Рис. 15-7. Различные виды систем управления машинами.

а — нулевого порядка (управление по положению); б — первого порядка (управление по скорости); в — второго порядка (управление по ускорению).

Основное преимущество полуавтоматизации состоит в возможности управления сложным входным сигналом при помощи простых действий. Полуавтоматизация полезна, когда высшая из учитываемых производных входного сигнала оператора постоянна ($X_{\text{в}}$, $\dot{X}_{\text{в}}$ и пр.). При высокочастотных входных сигналах полуавтоматическое управление приносит вред, заставляя оператора совершать много управляющих движений. Полуавтоматизация теряет свое значение при слежении с преследованием, когда индикатор дает возможность оператору оценивать значения ошибок и их производных.

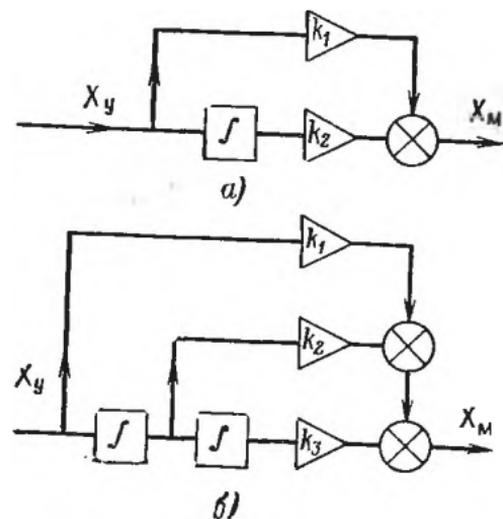


Рис. 15-8. Примеры систем с полуавтоматическим управлением. а — по скорости; б — по ускорению:

Аналогично полуавтоматическому управлению по скорости строится управление по ускорению (рис. 15-8,б). Введение компонента управления по ускорению при входном сигнале оператора, имеющем постоянную скорость, дает оператору возможность вести слежение при минимальном числе перемещений органа управления. Вообще существует правило: число производных управляющего сигнала, применяемых в системе полуавтоматического управления, должно быть на единицу больше порядка той производной входного сигнала, которая является постоянной.

При отсутствии запаздывания и люфтов в системе полуавтоматического управления по ускорению значения k_1 — k_3 целесообразно подбирать экспериментально в диапазоне 1:2:8—1:4:8 (см. [29]).

г) Системы с убыстрением

В таких системах изменяется предъявляемая оператору информация. Подвижный указатель индикатора показывает сумму выходного сигнала машины и производных этого сигнала. Это достигается установкой контуров обратной связи между выходным сигналом и каждой его производной и индикатором (рис. 15-9):

$$X = k_1 X_M + k_2 \dot{X}_M + k_3 \ddot{X}_M + k_4 \overset{\cdot\cdot\cdot}{X}_M + \dots$$

Коэффициенты k_1 — k_4 подбирают экспериментально с применением аналоговых вычислительных машин. При неправильном подборе этих коэффициентов система может стать неуправляемой.

Может применяться частичное убыстрение, при котором используются не все производные выходного сигнала. При этом не рекомендуется исключать звенья низших порядков.

В системах с убыстрением упрощается работа оператора, улучшается ее качество: от оператора требуются меньшая квалификация, сокращается время обучения, сокращается время осуществления маневрирования, лимитирующим фактором являются лишь динамические свойства объекта, опыт оператора влияет мало:

Таким образом, убыстрение влияет на входной сигнал для оператора: индикатор показывает, что должен делать оператор с органом управления, а не действительное положение системы.

Недостатком систем с убыстрением является отсутствие информации о действительном состоянии системы. Она может находиться в опасном положении, а оператор не будет об этом знать. Кроме

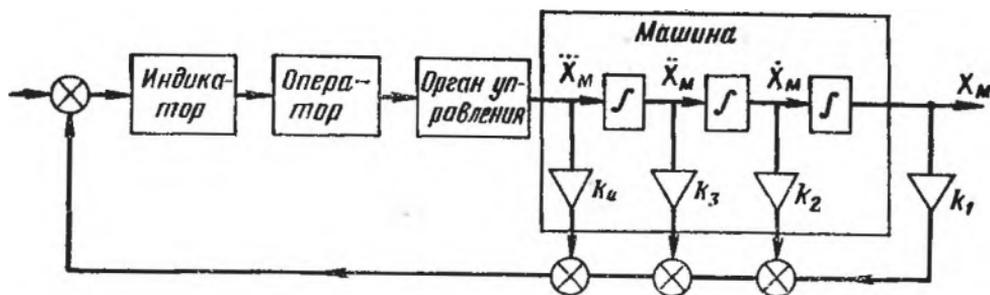


Рис. 15-9. Структурная схема системы с убыстрением.

того, пользуясь индикатором с убыстрением, оператор привыкает управлять системой одним определенным образом, независимо от сложившейся ситуации.

ГЛАВА ШЕСТНАДЦАТАЯ

СВОЕВРЕМЕННОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНОВ СИСТЕМ РАБОТ

16-1. СВОЕВРЕМЕННОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ОТДЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Под своевременностью (надежностью) выполнения отдельной работы понимается объективная уверенность в том, что эта работа будет выполнена в течение заданного времени.

Вследствие индивидуальности исполнителей одна и та же работа будет выполнена различными исполнителями за разное время. Поэтому время T выполнения определенной работы исполнителем, наугад выбранным из множества лиц данной специальности (например, техников по электрооборудованию самолетов), является случайной величиной. Как и всякую непрерывную случайную величину, ее можно характеризовать функцией распределения

$$q(t) = P\{T < t\},$$

рассматриваемой как функция переменной t — заданного

времени выполнения работы, или плотностью вероятности

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt}.$$

Функцию распределения $q(t)$ назовем функцией своевременности. Перечислим некоторые очевидные свойства $q(t)$:

1) $q(0) = 0$, т. е. ни одну работу нельзя выполнить мгновенно;

2) $q(t)$ является непрерывной функцией заданного времени t ;

3) $q(t) \rightarrow 1$ при $t \rightarrow \infty$, т. е. за бесконечное время любая работа может быть выполнена любым исполнителем.

Для успешного выполнения запланированных работ необходимо, чтобы исполнители не только выдерживали заданные сроки, но и не совершали ошибок. Поэтому иногда приходится рассматривать способность исполнителя к устойчивой (безошибочной, безаварийной) работе. При этом рассматривается случайная величина $T_{\text{ош}}$ — время устойчивой (безошибочной безаварийной) работы.

Целесообразно различать ошибки двух видов:

1) некомпенсируемые или аварийные ошибки — после их появления выполнение работы прекращается;

2) компенсируемые ошибки — после их появления производятся дополнительные мероприятия по устранению последствий появления ошибок, в результате чего время выполнения работы увеличивается.

Рассмотрим более подробно вопрос о своевременном выполнении отдельной работы исполнителем. Для этого необходимо выявить типичное распределение времени выполнения работы, т. е. характерный вид кривых $q(t)$ и $f(t)$.

а) Об адаптации к условиям труда и индивидуальности исполнителей

Приспособляемость к определенным условиям существования является одним из основных свойств живых организмов. В процессе труда способность к адаптации проявляется в том, что при рационально организованной смене труда и отдыха производительность труда поддерживается примерно постоянной. Рассмотрим изменение производительности труда в течение рабочего дня.

В начальный период втягивания в работу производительность труда постепенно увеличивается, затем к середине рабочего дня начинает падать. После обеденного перерыва производительность труда вновь восстанавливается, затем вновь начинает падать.

Способность человека к адаптации проявляется и в начальный период выполнения любой работы. Всегда существует период вработываемости, втягивания, в течение которого производительность труда постепенно увеличивается до типичного для данного исполнителя значения. Обычно этот период можно не учитывать, так как продолжительность периода вработываемости невелика, особенно при выполнении стандартных операций по обслуживанию техники.

Способность человека поддерживать в среднем постоянную производительность проявляется как в физическом, так и в умственном труде. Например, скорость восприятия человеком информации является в среднем постоянной.

Колебания производительности труда около среднего уровня обнаруживаются и при рассмотрении длительного (недели и месяцы) периода работы.

При изменении условий труда наступает переходный процесс приспособления к новым условиям. В трудных условиях производительность труда сначала падает, затем восстанавливается и стремится к постоянному значению, оптимальному для новых условий.

Многочисленные факты о трудовой деятельности людей во время Великой Отечественной войны свидетельствуют о способности человека приспосабливаться к самым разнообразным условиям труда с сохранением при этом оптимальной работоспособности. Естественно, что в трудных условиях производительность труда исполнителя может быть ниже, чем обычно, но в любых условиях человек-исполнитель стремится поддержать ее постоянной.

Способность человека к адаптации необходимо учитывать и при оценке эффективности новых мероприятий по повышению производительности труда. Такие мероприятия сначала дают большой эффект, затем люди привыкают к ним, производительность труда снижается и стабилизируется около нового среднего значения.

Люди отличаются друг от друга способностями, опытом и другими качествами. Поэтому различные исполни-

тели (работники) обладают различной индивидуальной производительностью труда, быстротой реакции на сигнал и другими характеристиками. Иначе говоря, для исполнителя, выбранного наугад из множества лиц данной специальности, производительность труда B и другие физические и умственные способности являются случайными величинами. Распределение непрерывной случайной величины B может быть дано либо с помощью функции распределения

$$q(b) = P\{B < b\},$$

либо с помощью плотности распределения

$$f(b) = \frac{dq(b)}{db}.$$

Производительность труда обычно распределена по нормальному (гауссовому) закону.

Возможные значения производительности труда ограничены снизу. К выполнению работы допускаются лишь исполнители, производительность труда которых больше определенной (нижней) границы b_1 . Кроме того, существует верхний предел b_2 производительности труда, обусловленный как физиологическими возможностями человека, так и организационными причинами. Поэтому на практике рассматривается усеченное нормальное распределение производительности труда или других способностей человека:

$$\bar{f}(b) = cf(b) = \frac{c}{\sigma_b \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(b - m_b)^2}{2\sigma_b^2} \right],$$

где m_b — среднее значение; σ_b — среднее квадратическое отклонение производительности труда.

Нормирующий множитель c учитывает усеченность распределения. Он находится из условия, что площадь под кривой распределения равна единице:

$$c \int_{b_1}^{b_2} f(b) db = 1.$$

Таким образом, производительность труда характеризуется средним значением m_b , средним квадратическим отклонением σ_b и иногда значениями b_1 , b_2 . Значения m_b , σ_b вычисляются по экспериментальным данным редко.

Рассмотрение зависимостей параметров теоретического распределения времени выполнения работы от показателей m_b , σ_b позволяет установить связь этого распределения с психофизиологическими особенностями множества исполнителей.

б) Типовые распределения времени выполнения отдельной работы определенного (неслучайного) объема

Процессы выполнения работы можно условно изобразить на графике, по вертикальной оси которого отложен выполненный объем работы, а по горизонтальной оси — время. При этом процесс выполнения работы каждым конкретным исполнителем изобразится монотонной линией, проходящей через начало координат.

Для исполнителя, наугад выбранного из множества одинаковых, случайный процесс выполнения работы можно рассматривать как некоторую функцию $W(t)$.

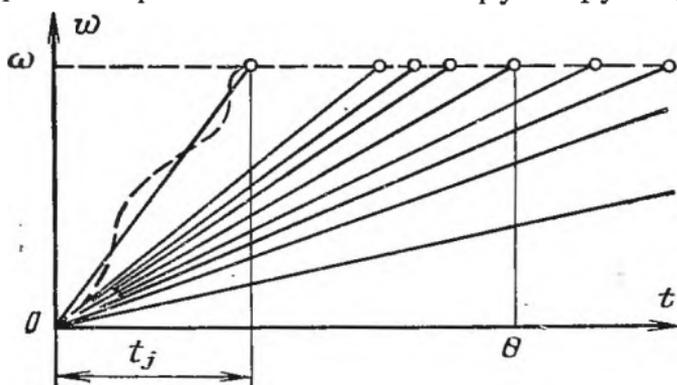


Рис. 16-1. Реализации веерного случайного процесса выполнения работы.

Все реализации этого случайного процесса монотонны и проходят через неслучайную точку (полюс) — начало координат $(0, 0)$. Если предположить, что производительность труда каждого исполнителя постоянна, то все реализации случайного процесса выполнения работы будут прямыми линиями.

Таким образом, имеющийся в действительности случайный процесс выполнения работы аппроксимируется веерной случайной функцией времени $W(t) = Bt$, где производительность труда B является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Такие случайные процессы описывают лишь главные, линейные части

реальных процессов выполнения работы. На рис. 16-1 пунктиром изображена возможная реализация случайного процесса выполнения работы при колебаниях производительности труда и сплошными линиями — аппроксимирующие реализации веерного случайного процесса.

При фиксированном объеме работы существует неслучайная граница ω ее окончания. Точки пересечения реализаций случайного процесса $W(t)$ выполнения работы с горизонталью $\omega = \text{const}$ соответствуют моментам времени окончания работы (рис. 16-1). Из рис. 16-1 следует, что случайное время выполнения работы объема ω

$$T = \frac{\omega}{B},$$

где B — производительность труда (случайная величина).

При усеченном нормальном распределении производительности труда B время выполнения работы T имеет плотность распределения

$$\bar{f}(t) = \frac{c\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right], \quad (16-1)$$

где

$$\beta = \frac{\omega}{\sigma_b}; \quad \alpha = \frac{m_b}{\sigma_b} \quad (16-2)$$

— параметры распределения (16-1): α — коэффициент однородности производительности труда исполнителей (относительная средняя производительность труда); β — относительный объем работы.

Параметр β имеет размерность времени, параметр α безразмерен.

Таким образом, для времени выполнения работы, определенного (неслучайного) объема характерно альфа-распределение. Свойства этого распределения подробно рассмотрены в гл. 9.

Чтобы подчеркнуть полную аналогичность соответствующих формул в различных областях исследования, при рассмотрении выполнения работы людьми сохранены общие с гл. 9 обозначения аналогичных понятий. В области надежности техники аналогом функции своевременности является функция ненадежности. Значение функции своевременности в момент времени t_i по аналогии с § 9-3 равно:

$$q(t_i) = c [\Phi(u_2) - \Phi(z_i)], \quad (16-3)$$

где

$$c = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)}; \quad z_i = \frac{\beta}{t_i} - \alpha; \quad (16-4)$$

$$u_1 = \frac{\beta}{t_2} - \alpha = \frac{b_1 - mb}{\sigma_b}; \quad u_2 = \frac{\beta}{t_1} - \alpha = \frac{b_2 - mb}{\sigma_b}; \quad (16-5)$$

$\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа; t_1, t_2 — предельные значения времени выполнения работы; b_1, b_2 — предельные значения производительности труда.

Когда возможны любые значения производительности труда, т. е. $b_1=0, b_2=\infty$, формула (16-3) имеет вид:

$$q(t) = \frac{0,5 - \Phi(z)}{0,5 + \Phi(\alpha)}. \quad (16-6)$$

Пользуясь функцией своевременности $q(t)$, можно найти вероятность q выполнения работы в течение заданного времени t или найти с заданной вероятностью q время, в течение которого работа будет выполнена.

Когда задается предельная вероятность q выполнения работы, то соответствующее этой вероятности время можно найти по формуле

$$t = \frac{\beta}{z + \alpha}, \quad (16-7)$$

вытекающей из (16-4); здесь z — аргумент нормированной функции Лапласа, соответствующий заданной вероятности q .

В соответствии с § 9-3 альфа-распределение иногда более удобно записывать в виде (9-47), где параметр θ можно назвать характеристическим временем выполнения работы:

$$\theta = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\omega}{mb}. \quad (16-8)$$

У читателя не должно сложиться впечатление, что для использования альфа-распределения обязательно нужно знать объем работы ω и числовые характеристики производительности труда m_b, σ_b . На самом деле об этих величинах речь идет лишь для выявления физического смысла альфа-распределения. На практике измерить величины m_b, σ_b удается сравнительно редко. Обычно параметры альфа-распределения находятся по статистическим данным о времени выполнения работы. При этом

вопрос об объеме работы ω и числовых характеристиках производительности труда m_b , σ_b обычно не возникает.

Для планирования мероприятий по обслуживанию техники представляет интерес время начала массовых завершений работы. Согласно § 9-3 существует значение t_H , начиная с которого резко увеличивается плотность распределения времени выполнения работы. Зависимость значений t_H от параметров альфа-распределения α и β рассмотрена в § 9-3.

Таким образом, существуют характерные моменты времени выполнения работы неслучайного объема:

- t_H — время начала массовых завершений работы;
- t_M — мода;
- θ — характеристическое время выполнения работы;
- m_t — среднее время выполнения работы.

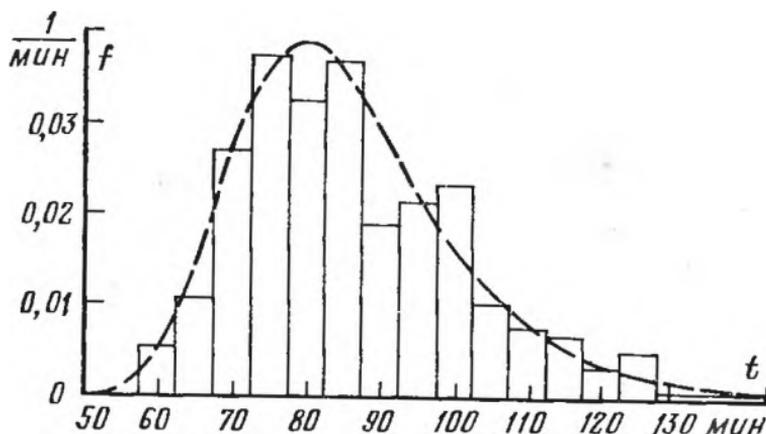


Рис. 16-2. Гистограмма времени выполнения заданий 115 исполнителями и соответствующая кривая альфа-распределения при $\alpha=6$, $\beta=500$ мин, $c=1$.

На рис. 16-2 приведено экспериментальное распределение времени выполнения задания 115 исполнителями и соответствующее теоретическое альфа-распределение. Согласование экспериментального и теоретического распределений по критерию χ^2 Пирсона оказалось удовлетворительным: вероятность $p(\chi^2)=0,91$.

При хорошей организации трудовых процессов ведется систематическая работа по обобщению опыта лучших исполнителей, все исполнители обучаются рациональным приемам выполнения работы, исследуются различные способы повышения производительности труда, иногда проводятся тренировки в выполнении работ

и т. д. Все эти мероприятия имеют целью увеличить среднюю производительность труда исполнителей и одновременно уменьшить разброс ее индивидуальных значений. Иначе говоря, все эти мероприятия увеличивают значения коэффициента α . Поэтому коэффициент однородности исполнителей α в какой-то мере характеризует организационную деятельность инженеров-руководителей.

Поскольку коэффициент α безразмерен, им можно пользоваться для сравнения однородности исполнителей в самых разнообразных областях человеческой деятельности.

При установившемся ритме производственной деятельности, разделении труда, постоянных кадрах исполнителей и хорошей организации труда значения $\alpha = 9 \div 16$. Когда разделение труда отсутствует, т. е. работы выполняются специалистами-универсалами, имеются большие возможности для проявления индивидуальности исполнителей и поэтому значения $\alpha = 2 \div 5$.

в) Об особых случаях распределения времени выполнения работы

Иногда исполнителю приходится выполнять работу случайного объема. Такие ситуации, например, имеют место при устранении неисправностей технических устройств, когда заранее неизвестно, с какими повреждениями придется столкнуться дежурному исполнителю. Со случайным объемом работы приходится сталкиваться также при неточном планировании работ, когда объем работ назначается «на глазок» и возможны субъективные ошибки, при плохой организации контроля границы окончания работы и в ряде других случаев.

Начальный период вработываемости (втягивания), в течение которого производительность труда постепенно увеличивается до типичного для данного исполнителя значения, может быть значительным при освоении новых трудовых приемов, при непривычных условиях труда и в других специальных случаях.

Возможны ситуации, когда не удастся организовать чередование труда и отдыха исполнителей, и производительность их труда будет уменьшаться в процессе выполнения работы из-за накопления усталости. По-видимому, на практике такие ситуации могут складываться

редко. Организм человека обладает большой приспособляемостью к самым разнообразным условиям выполнения работы. Обычно при накоплении усталости в одной группе мышц (нервных клеток) исполнители так меняют технические приемы, что в работу включаются другие группы мышц (или нервных клеток), а уставшие отдыхают. Кроме того, ритм деятельности может меняться так, чтобы обеспечить кратковременный отдых наиболее уставшим группам мышц или нервных клеток. При этом обычно превышаются оптимистические прогнозы физиологов и психологов. Эта способность человека к приспособлению изучена пока еще недостаточно.

Во всех рассмотренных случаях имеет место асимметричное модальное (т. е. имеющее моду) распределение времени выполнения работы, сходное по форме с альфа-распределением. Поэтому целесообразно использовать эквивалентное альфа-распределение, параметры которого подобраны так, чтобы оно возможно более точно совпадало с первоначальным распределением. Способы нахождения параметров альфа-распределения рассмотрены в § 9-5.

16-2. ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ УСЛОВИЙ ТРУДА НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

Производительность труда исполнителя зависит от его индивидуальных особенностей и условий труда, которые иногда целесообразно оценивать статистически. Это имеет смысл делать во всех случаях, когда эти условия не полностью зависят от организаторов (например, во время боевых действий и пр.).

Для исследования влияния условий труда на производительность исполнителей необходимо иметь количественную меру этих условий. Такую меру целесообразно выбрать так, чтобы производительность труда монотонно зависела от нее. Характеристики условий труда будем в дальнейшем условно называть внешними воздействиями. Обычно для не очень больших периодов выполнения работы случайные внешние воздействия можно представить в виде суммы случайной величины X (общие условия труда) и стационарной случайной функции времени $Z(t)$, характеризующей стабильность этих условий. Для приближенного исследования влияния условий труда на его производительность колебания внешних

воздействий учитывать не будем. Предположим, что для рассматриваемого периода выполнения работы внешнее воздействие является случайной величиной.

К числу индивидуальных особенностей исполнителей относятся их здоровье, способности, опыт, дисциплинированность, склад характера и ряд других физических и моральных факторов. Поэтому при одинаковых внешних воздействиях, как уже говорилось в § 16-1, для исполнителя, выбранного наугад из группы исполнителей одной профессии, находящихся при одинаковых внешних воздействиях, производительность труда является случайной величиной. При изменяющемся неслучайном внешнем воздействии x производительность труда можно рассматривать как случайную функцию внешнего воздействия $B(x)$. Учитывая, что существуют общие для всех людей особенности адаптации, можно предположить, что $B(x)$ имеет плавные реализации характерного вида, т. е. является полуслучайной функцией. Если учесть оба фактора: случайные внешние воздействия и отмеченные выше особенности процессов выполнения работы людьми, то возникает необходимость использования понятия случайной функции случайного аргумента. Ограничимся рассмотрением случая, когда изменения одного из внешних воздействий оказывают преобладающее влияние, а остальные воздействия или неизменны, или их изменения оказывают малое влияние на производительность труда, которая при этом будет полуслучайной функцией случайного воздействия:

$$B = \Phi(X).$$

Сравнивать исполнителей по производительности их труда можно лишь в том случае, если они находятся в одинаковых условиях. Для исполнителей каждой профессии имеет смысл принять стандартные условия испытаний, выбрав стандартные внешние воздействия вблизи средних значений типичных воздействий. При этом случайное внешнее воздействие можно представить в виде

$$X = x_0 + \Delta X, \quad (16-9)$$

где x_0 — неслучайное стандартное внешнее воздействие; ΔX — случайное отклонение внешнего воздействия от стандартного значения x_0 .

Стандартное воздействие примем за начало отсчета воздействия. Так как стандартное воздействие должно

примерно соответствовать типичным условиям труда, то случайные отклонения воздействия от стандартного x_0 обычно сравнительно невелики.

Часто практическое значение имеют лишь такие характеристики, которые можно найти при небольшом объеме экспериментальных данных. Поэтому на первом этапе исследований имеет смысл ограничить возможные реализации случайной функции $B(x)$ линейными функциями. По мере накопления информации о влиянии условий труда на его производительность можно будет расширить класс возможных реализаций случайной функции.

При ограничении возможных реализаций случайной функции $B(x)$ линейными функциями получается приближенная зависимость между случайными величинами:

$$B \approx B_0 + U\Delta X, \quad (16-10)$$

где B_0 — стандартная производительность труда, т. е. производительность труда при неслучайном стандартном внешнем воздействии (случайная величина).

Коэффициент U в этой формуле, характеризующий изменение производительности труда при единичном изменении внешнего воздействия в точке $x = x_0$, является случайной величиной, которую будем называть чувствительностью к внешнему воздействию. Случайная величина ΔX есть отклонение внешнего воздействия от стандартного.

Экспериментальные данные о производительности труда могут быть получены либо в результате наблюдения за исполнителями в процессе их реальной деятельности, либо путем проведения тестовых испытаний (экзаменов) исполнителей. При тестовых испытаниях условия деятельности всех исполнителей практически одинаковы. Этим испытания принципиально отличаются от реальной деятельности, где обычно приходится сталкиваться со случайными внешними воздействиями. Указанное различие целесообразно учитывать при сравнении результатов испытаний исполнителей с данными о производительности труда при их реальной деятельности.

Для вычисления характеристик исполнителей по экспериментальным данным должны быть известны две группы статистических данных: значения производительности труда B_1 исполнителей, соответствующие значениям отклонения внешнего воздействия ΔX_1 , и значения B_2 , соответствующие значениям ΔX_2 . Различным внешним

воздействиям должны подвергаться одни и те же исполнители.

При нескольких случайных внешних воздействиях производительность труда рассматривается как случайная функция случайного вектора внешнего воздействия. Каждую из составляющих случайного вектора внешнего воздействия можно считать состоящей из стандартного неслучайного воздействия и случайного отклонения внешнего воздействия от стандартного значения. Проведя рассуждения, аналогичные приведенным выше, можно получить соответствующие формулы для m_b и σ_b . Однако эти формулы получаются довольно сложными. Поэтому исследование влияния на производительность труда нескольких случайных воздействий удобно вести на специальных моделирующих установках.

Применяя к зависимости (16-10) теоремы о числовых характеристиках случайных величин, получаем:

$$m_b = m_{b_0} + m_u m_{\Delta x}; \quad (16-11)$$

$$\sigma_b^2 = \sigma_{b_0}^2 + (\sigma_{\Delta x}^2 + m_{\Delta x}^2) \sigma_u^2 + m_{\Delta x}^2 \sigma_{\Delta x}^2 + 2m_{\Delta x} k_{b_0 u}, \quad (16-12)$$

где m_{b_0} и $\sigma_{b_0}^2$ — среднее значение и дисперсия стандартной производительности труда; m_u и σ_u^2 — среднее значение и дисперсия чувствительности к внешнему воздействию; $k_{b_0 u}$ — момент связи случайных величин B_0 и U ; $m_{\Delta x}$ и $\sigma_{\Delta x}^2$ — среднее значение и дисперсия отклонения внешнего воздействия от стандартного значения.

Таким образом, производительность труда исполнителей можно приближенно характеризовать независимыми от условий труда величинами m_{b_0} , $\sigma_{b_0}^2$, m_u , σ_u^2 , $k_{b_0 u}$.

Эти характеристики необходимо вычислить для пересчета числовых характеристик производительности труда на новые условия труда.

Чувствительность к внешним воздействиям характеризует профессиональную устойчивость исполнителей ко всяким изменениям условий труда. В связи с развитием техники исполнителям приходится сталкиваться со всякими трудностями и неожиданностями. Рассмотрение производительности труда как случайной функции случайных внешних воздействий дает возможность установить количественные характеристики профессиональной устойчивости m_u , σ_u^2 , $k_{b_0 u}$.

Учитывая все растущее значение профессиональной устойчивости исполнителей к изменениям условий их деятельности, целесообразно изучить вопрос о введении таких форм экзаменов, в ходе которых выявлялись бы характеристики профессиональной устойчивости экзаменуемых.

В тех случаях, когда имеет место резко выраженный экстремум зависимости $b = \varphi(x)$, целесообразно возможные реализации случайной функции $B(x)$ ограничить параболой второго порядка и рассматривать зависимость между случайными величинами в виде

$$B \approx B_0 + U_1 \Delta X + \frac{1}{2} U_2 (\Delta X)^2.$$

Соответственно профессиональная устойчивость будет характеризоваться величинами $m_{b_0}, \sigma_{b_0}, m_{u_1}, m_{u_2}, \sigma_{u_1}, \sigma_{u_2}, k_{b_0 u_1}, k_{b_0 u_2}, k_{u_1 u_2}$.

16-3. СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ СВЕДЕНИЙ ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ СИСТЕМ РАБОТ

Для оценки своевременности (надежности) выполнения систем работ необходимо иметь сведения о времени выполнения отдельных работ. Эти сведения могут быть получены на основании личного опыта или в результате обработки наблюдений за работой многих исполнителей (т. е. по экспериментальным данным).

а) Использование личного опыта

Когда трудно получить экспериментальные данные, приходится делать субъективные оценки ожидаемого времени выполнения работы. Например, такое предсказание приходится проводить для работ по устранению редко встречающихся отказов.

Способность точно предсказывать время выполнения различных работ является важнейшим качеством всякого руководителя. Чтобы повысить качество оценок, необходимы систематические тренировки.

Точность прогнозирования характеризуется ошибкой ε оценки времени выполнения работы, равной разности назначенного $t_{\text{назн}}$ и истинного $t_{\text{ист}}$ времени выполнения работы:

$$\varepsilon = t_{\text{назн}} - t_{\text{ист}}.$$

Необходимо различать ошибки прогнозирования времени выполнения работы конкретными исполнителями, индивидуальные особенности которых хорошо известны лицу, производящему оценку, и погрешности прогнозирования времени выполнения работы исполнителями, индивидуальные особенности которых неизвестны. В первом случае разность $\varepsilon = t_{\text{назн}} - t_{\text{ист}}$ является ошибкой прогнозирования. Во втором случае значение ε будет в значительной степени зависеть от проявления индивидуальности исполнителей.

Ошибка прогнозирования может быть как положительной, так и отрицательной. Это нельзя истолковать так, что если при многих оценках, выполненных одним лицом, средняя ошибка равна нулю, то ошибки взаимно гасятся. Каждая ошибка прогнозирования, как положительная, так и отрицательная, приносит ущерб, который зависит от ее абсолютного значения. Ущерб суммируется, а не погашаются.

Когда один и тот же человек регулярно делает оценки, с которыми можно сравнивать действительные величины, имеется возможность построить экспериментальное распределение ошибки. Это распределение часто бывает нормальным. Поэтому способность каждого руководителя делать прогнозы можно характеризовать средним значением m_e и средним квадратическим отклонением σ_e ошибки прогнозирования.

Отклонение среднего значения m_e ошибки прогнозирования от нуля обычно связано со складом ума или точкой зрения лица, производящего оценку. Среднее квадратическое отклонение характеризует способность давать правильные оценки.

К систематическим ошибкам прогнозирования (если они не чрезмерно велики) могут приспособиться как подчиненные, так и начальники, с которыми работает лицо, делающее прогноз. Поэтому при необходимости делать выбор целесообразно предпочесть лицо с малым средним квадратическим отклонением ошибок прогнозирования и систематическим отклонением среднего значения ошибки от нуля лицу с равной нулю средней ошибкой, но с большим средним квадратическим отклонением ошибки.

Чтобы характеризовать способности того или иного человека к оценке ожидаемого времени выполнения работы, необходимо иметь сведения о сделанных им ранее оценках, по которым можно было бы построить распределение ошибок.

Для ускорения приобретения навыков прогнозирования целесообразно разрабатывать и проводить специальные тренировочные игры.

При планировании систем работ, о времени выполнения которых отсутствуют достоверные сведения, необходимы субъективные прогнозы руководителей и исполнителей о времени выполнения отдельных работ. Чтобы учесть ошибки прогнозирования, индивидуальность исполнителей, изменение условий выполнения работы и другие случайные факторы, при составлении плана используют три субъективные оценки времени выполнения каждой работы: минимальную t_{\min} , максимальную t_{\max} и наиболее вероятную $t_{н.в}$ (моду), соответствующую максимуму кривой распределения времени выполнения работы. При этом обычно используются приближенные формулы для вычисления среднего времени выполнения работы m_t и среднего квадратического отклонения времени выполнения работы σ_t :

$$m_t = \frac{t_{\min} + 4t_{н.в} + t_{\max}}{6};$$

$$\sigma_t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{6}.$$

Необходимо отметить, что приводимые в различных руководствах по сетевому планированию и управлению способы расчета вероятности свершения событий в заданный срок разработаны для

грубых оценок систем работ при субъективных прогнозах о времени выполнения отдельных работ. Поэтому результаты таких расчетов нельзя сопоставлять с результатами расчетов, основанных на экспериментальных данных о времени выполнения отдельных работ.

б) Получение и использование экспериментальных данных о времени выполнения работ

Иногда удается использовать сведения о времени выполнения работ, аналогичных рассматриваемым работам. Например, технологические процессы подготовки к применению самолетов разных типов могут не слишком сильно различаться. В таких условиях можно провести аналогию между существующими и планируемыми процессами и в разумных пределах использовать имеющиеся данные об отдельных операциях.

Второй путь состоит в том, что собираются сведения о времени выполнения рассматриваемых работ и полученные данные переносятся на будущее. Для осуществления такого прогноза необходимо быть уверенным в стабильности полученных характеристик или экстраполировать их изменение с накоплением опыта выполнения рассматриваемых работ. Для этого необходимо иметь экспериментальные данные о времени выполнения работ не только в настоящее время, но и в прошлом.

Оба пути использования экспериментальных данных (сведения об аналогичных работах и экстраполяция данных о рассматриваемой работе) предполагают проведение хронометражных измерений существующих работ.

Простейшей формой хронометражных измерений является «фотография рабочего времени», когда за каждым исполнителем ведется постоянное наблюдение в течение длительного периода времени. Эта форма проведения измерений обычно вызывает противодействие исполнителей, требует больших затрат и дает не очень достоверные результаты. Поэтому чаще применяется выборочный метод, при котором проводится достаточное количество выборочных наблюдений за отдельными циклами операций, выбранными так, чтобы составить впечатление о всей системе работ.

Сначала лица, проводящие наблюдения, знакомятся со всей системой работ и выделяют в ней сравнительно короткие циклы операций, которые часто повторяются. Эти циклы в сумме должны охватывать изучаемую систему работ.

С помощью секундомеров измеряются продолжительности выполнения операций цикла. Применяются два способа хронометрирования: по отдельным отсчетам и по текущему времени. В первом случае после окончания операции, время которой измеряется, стрелка секундомера возвращается на нуль и начинается измерение времени выполнения следующей операции.

При хронометрировании по текущему времени получают нарастающие суммы времени выполнения отдельных операций. Продолжительность суммы времени выполнения каждой операции вычисляется путем последовательного вычитания.

В процессе хронометрирования на наблюдательном листе (хронокарте) записываются максимально возможные количества данных об операции, особенно условия ее выполнения.

Число наблюдений одинаковых операций при выборочном методе зависит от цели хронометрирования. Устойчивые средние значения

обычно получаются при 8—15 измерениях. Для получения законов распределения времени выполнения работы необходимо гораздо большее число наблюдений.

16-4. ОЦЕНКА СВОЕВРЕМЕННОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ СИСТЕМ РАБОТ

а) Параллельная система независимых работ

Условимся считать параллельную систему независимых работ выполненной, если закончили свою работу s исполнителей из общего числа k параллельно работающих исполнителей. Можно выделить два варианта завершения такой системы работ:

1) по первому исполнителю: работа считается законченной, когда ее выполнил хотя бы один из исполнителей; при этом время выполнения параллельной системы работ равно минимальному времени выполнения одной из них;

2) по последнему исполнителю: работа считается законченной, когда ее выполнили все параллельно работающие исполнители; в данном случае время выполнения системы работ равно максимальному времени выполнения одной из работ, составляющих систему.

Частным случаем параллельной системы работ является резервированная группа исполнителей. При резервировании исполнители одной специальности параллельно выполняют одинаковые работы. Здесь также могут иметь место указанные выше два варианта завершения системы работ. Поэтому можно различать:

1) резервирование по первому исполнителю, которое может применяться с целью ускорения процесса выполнения работы, которую не удастся разбить на несколько одновременно выполняемых операций. Этот вид резервирования может также применяться при поиске неисправностей и пр.;

2) резервирование по последнему исполнителю, применяющееся с целью повышения качества выполненной работы. Например, несколько параллельно работающих вычислителей выполняют один и тот же расчет и сверяют результаты. Работа считается выполненной при совпадении этих результатов.

Предположим, что при параллельной системе работ исполнители выполняют свои задания самостоятельно.

При завершении по первому исполнителю параллельная система работ еще не выполнена, если ее продол-

жают все исполнители. Поэтому на основании правила умножения вероятностей независимых событий для любого момента времени можно написать:

$$R_1(t) = 1 - \prod_{j=1}^k [1 - q_j(t)], \quad (16-13)$$

где $R_1(t)$ — функция своевременности параллельной системы работ с завершением по первому исполнителю; $q_j(t)$ — функция своевременности j -й работы; k — число параллельных работ в системе.

При завершении работ по последнему исполнителю параллельная система работ выполнена, если ее закончили все исполнители. В этом случае функция своевременности

$$R_2(t) = \prod_{j=1}^k q_j(t).$$

Характеристики положения t_{Π} , t_M , M_e времени выполнения системы независимых параллельных работ значительно смещены относительно соответствующих характеристик одной работы. На рис. 16-3 приведены зависимости

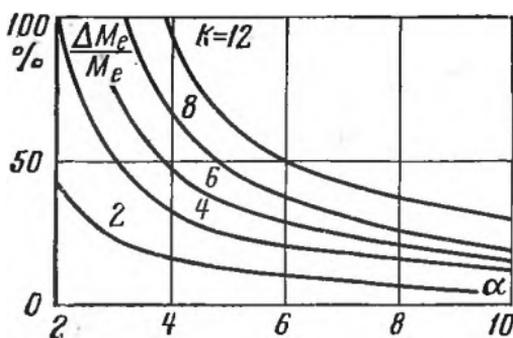


Рис. 16-3. Зависимости относительного смещения медианы M_e для параллельной системы из k одинаковых независимых работ с завершением по последнему исполнителю.

ти от α относительного смещения медианы $\Delta M_e/M_e$ для параллельной системы из k одинаковых независимых работ с завершением по последнему исполнителю. При положительной корреляции между периодами выполнения отдельных работ смещение характеристик положения t_{Π} , t_M , M_e параллельной системы работ с завершением по последнему исполнителю уменьшается, при отрицательной корреляции — увеличивается. Примерно так же, как и медиана, смещается математическое ожидание.

При небольших значениях α погрешности при расчете продолжительности выполнения параллельных работ по средним значениям могут быть существенными. Для ра-

бот, проводимых при установившемся производственном ритме (большие α), эта погрешность пренебрежимо мала.

Следует отметить, что далеко не всегда параллельные работы можно считать независимыми. Например, при параллельной подготовке к применению нескольких стоящих рядом автомобилей или самолетов возникает положительная корреляция между периодами их подготовки. Руководители работ стремятся усилить эту корреляцию. Работы по подготовке отдельных самолетов, рассредоточенных по аэродрому, можно считать независимыми.

Для системы параллельных работ также можно применять эквивалентные альфа-распределения. Параллельную систему работ целесообразно заменять одной эквивалентной работой, когда эта система входит в другую, более сложную систему. При такой замене параллельная система работ характеризуется двумя показателями: α_a, β_a .

При вычислении α_a, β_a для параллельной системы из двух одинаковых работ можно пользоваться специальными графиками, имеющимися в [16]. По ним находят значения $g_H, g_M, g_{0,5}$ системы работ и затем соответствующие характеристики положения t_H, t_M, M_e . Параметры α_a, β_a эквивалентного альфа-распределения подбираются способами, описанными выше (§ 9-5).

б) Последовательная система независимых работ

В последовательных системах все работы выполняются поочередно. Общее время T_0 выполнения системы работ равно сумме времени выполнения отдельных работ:

$$T_0 = \sum_{j=1}^n T_j.$$

Рассмотрим случай, когда случайные величины T_j независимы, т. е. имеет место композиция распределений $f_j(t)$. В теории вероятностей разработаны специальные методы составления композиций законов распределения случайных величин (например, с помощью характеристических функций). Однако в рассматриваемом случае композиции альфа-распределений практическое применение этих методов почти невозможно из-за сложности математических преобразований.

Последовательные системы работ могут исследоваться методом статистических испытаний. Для этого ими-

тируются возможные значения времени выполнения каждой отдельной работы, которые складываются, и находится распределение полученных суммарных значений времени.

Иногда последовательная система состоит из значительного числа независимых работ, среди которых нет превалирующих. Тогда закон распределения времени выполнения системы работ можно считать нормальным с математическим ожиданием

$$m_{t_0} = \sum_{j=1}^n m_{t_j}$$

и дисперсией

$$\sigma^2_{t_0} = \sum_{j=1}^n \sigma^2_{t_j},$$

где m_{t_j}, σ_{t_j} — среднее значение и среднее квадратическое отклонение времени выполнения отдельных работ.

При вычислении функции своевременности используются таблицы нормированной функции Лапласа. Вероятность выполнения работ в течение заданного времени t

$$q(t) = 0,5 + \Phi(u), \quad (16-14)$$

где

$$u = \frac{t - m_{t_0}}{\sigma_{t_0}};$$

$\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа.

в) О потоке завершения операций, выполняемых различными исполнителями на одном рабочем месте

Возможны случаи, когда различным исполнителям приходится последовательно выполнять определенный объем работы на одном рабочем месте. Каждый исполнитель начинает работать с момента окончания работы предыдущим исполнителем. Время эксплуатации этого рабочего места представляет собой последовательность случайных периодов времени выполнения работы. Если эти периоды взаимно независимы, то среднее число завершений операций в единицу времени (параметр потока завершений операций) $\omega(t)$ связано с плотностью

распределения времени выполнения работы $f(t)$ уравнением

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau. \quad (16-15)$$

Параметр потока завершений операций (смены исполнителей) может использоваться при рассмотрении ряда организационных проблем эксплуатации технических устройств: выборе числа рабочих мест, исследовании производительности системы и т. д.

Параметр потока завершения операций аналогичен параметру потока отказов технических устройств. С течением времени эксплуатации параметр потока завершения операций стремится к стационарному уровню.

Приведенные выше соотношения основывались на предположении, что значения времени выполнения последовательных работ являются независимыми случайными величинами. Это соответствует предельному случаю, когда одинаковые работы выполняются различными исполнителями, не объединенными в один производственный коллектив. Структура реальных потоков завершения операций может существенно отличаться от описанной выше идеальной схемы.

Большое влияние на поток завершения операций оказывает деятельность руководителей работ, соревнование исполнителей, их индивидуальность (например, в случае, когда на каждом из независимо функционирующих рабочих мест имеется один исполнитель, последовательно выполняющий одинаковые операции) и другие факторы (см. § 16-5).

Велико влияние на значение параметра потока социально-политических факторов.

Поэтому приходится очень осторожно относиться к допущениям о характере потока завершений операций на одном рабочем месте и к оценкам значений параметра потока, полученным по ограниченным статистическим данным.

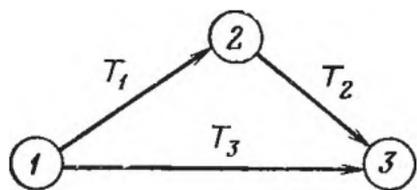
г) Оценка своевременности выполнения систем работ путем применения вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ

При осуществлении вероятностного моделирования (статистических испытаний) на ЭВМ многократно воспроизводят математическую схему явления при различ-

ных возможных значениях случайных величин и различных реализациях случайных процессов. Полученную статистическую информацию обрабатывают для получения нужных показателей.

Применение метода для определения функции своевременности выполнения системы работ можно пояснить на таком простом примере.

Пусть техническое обслуживание изделия состоит в выполнении трех операций (работ) в соответствии с сетевым графиком, приведенным на рис. 16-4. Значения времени выполнения каждой операции являются случай-



ными величинами, функции распределения которых $q_1(t)$, $q_2(t)$ и $q_3(t)$ известны. Необходимо найти распределение общего выполнения системы работ (рис. 16-4) и среднее время выполнения этой системы работ.

Рис. 16-4. Сетевой график системы из трех работ.

Введя некоторые допущения (независимость работ,

отсутствие отказов технических устройств и др.), эту задачу можно решить аналитически. Однако возможен и другой путь, не требующий этих ограничений. С помощью ЭВМ формируются возможные значения времени выполнения отдельных операций t_{1i} , t_{2i} , t_{3i} . В соответствии с сетевым графиком значения времени t_{1i} и t_{2i} складываются, полученная сумма сравнивается с t_{3i} , и выбирается большее значение y_i , которое и является возможным значением общего времени выполнения системы работ. При повторении процесса вычислений через много тактов накопится множество возможных значений y_1, \dots, y_k общего времени выполнения системы работ. По этим данным можно построить закон распределения общего времени выполнения системы работ или вычислить среднее время выполнения системы работ:

$$m_y = \frac{1}{k} (y_1, y_2, \dots, y_k).$$

В рассматриваемом примере, как и во многих других задачах статистического моделирования, часто возникает необходимость определения закона распределения сложных функций случайных величин.

Пусть требуется определить распределение случайной величины

$$Y = \varphi(T_1, \dots, T_n),$$

где T_1, \dots, T_n — случайные величины с известными законами распределения.

При решении задачи на ЭВМ может быть применен типовой алгоритм, структурная схема которого изображена на рис. 16-5,а. После формирования очередного i -го номера единичного испытания его сравнивают с значением общего заданного числа k испытаний (реализаций, опытов). При $i \leq k$ находят с помощью стандартных подпрограмм или датчиков случайных чисел для каждого i -го опыта возможные значения t_{1i}, \dots, t_{ni} случайных величин T_1, \dots, T_n (в рассматриваемом примере этих величин три: T_1, T_2 и T_3). Эти значения запоминаются. Затем вычисляется значение Y в данном i -м испытании:

$$y_i = \varphi(t_{1i}, \dots, t_{ni}).$$

В соответствии с изложенным выше для рассматриваемого примера (рис. 16-4) оператор вычисления значения y_i в типовом алгоритме (рис. 16-5,а) приобретает конкретный вид (рис. 16-5,б).

Далее находится интервал Δy_l , в который попадает вычисленное значение y_i . Для этого y_i последовательно сравнивают с величиной $l\Delta y$, $l=1, 2, \dots, r$, и находят наименьшее l , при котором $y_i > l\Delta y$. Каждому номеру l соответствует определенная ячейка памяти. При попадании y_i в l -й интервал в соответствующей ячейке прибавляется единица и начинается новое испытание (цикл вычислений). Как только номер очередного испытания i станет больше k , управление передается оператору, вычисляющему ординаты гистограммы распределения:

$$f^*_l = \frac{v_l}{k\Delta y_l},$$

где v_l — число попаданий y_i в l -й интервал.

Вычисленные значения f^*_l выдаются на печать.

д) Общий случай оценки своевременности выполнения системы работ

Для системы работ иногда целесообразно последовательно находить эквивалентные распределения ее участков. Система работ делится на подсистемы, каждая из

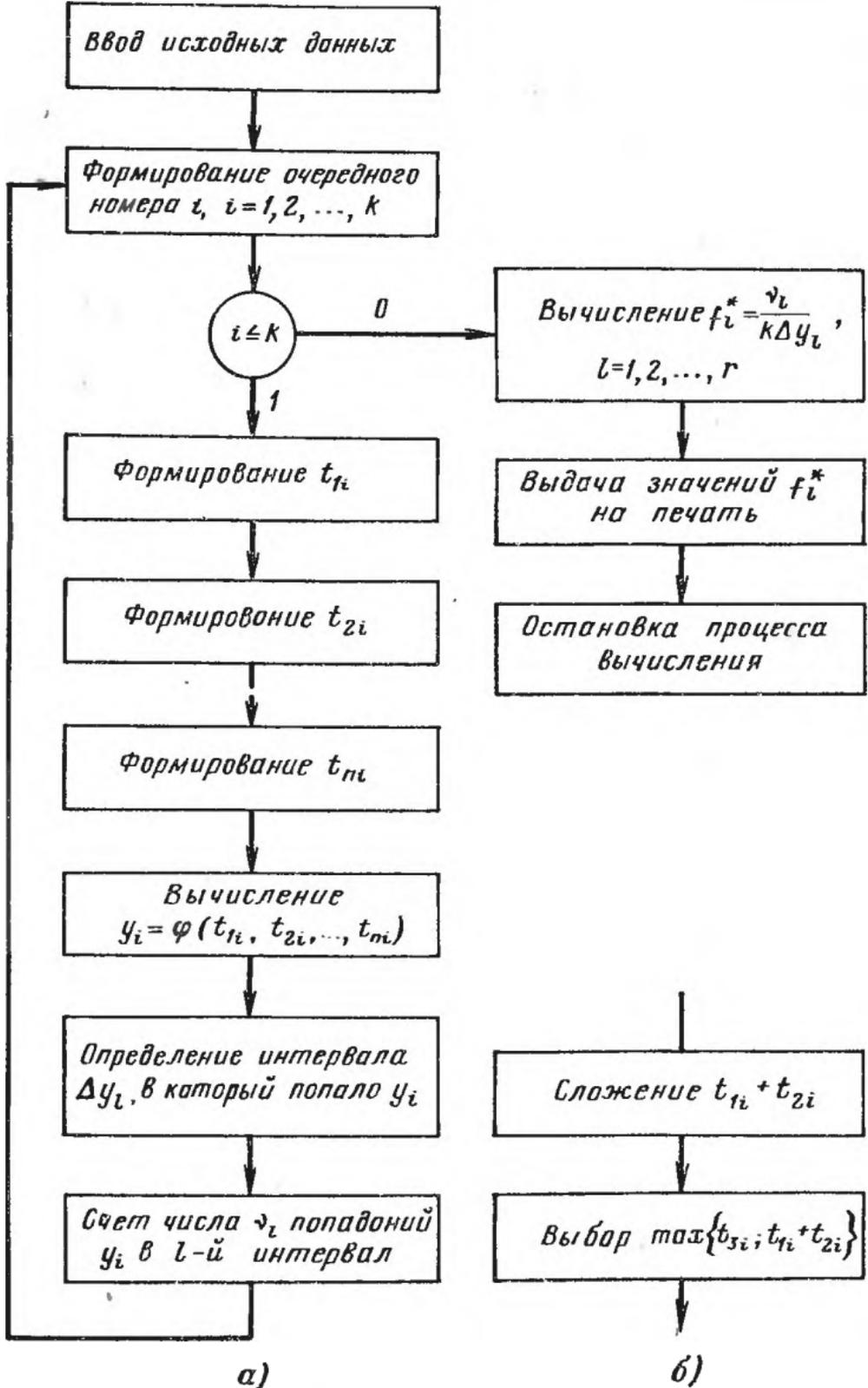


Рис. 16-5. Блок-схема алгоритма вычисления закона распределения функции случайных величин (а) и конкретный вид оператора вычисления значений y_i (б) при определении возможного значения времени выполнения системы работ (рис. 16-4).

которых в свою очередь представляет собой параллельную или последовательную систему. Для таких подсистем находятся эквивалентные работы, заменяющие эти подсистемы. В образованной таким путем новой принципиальной схеме вновь выделяются последовательные и параллельные подсистемы и они опять заменяются эквивалентными работами и т. д.

Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдено одно эквивалентное распределение, характеризующее рассматриваемую систему работ. Однако изложенный путь исследования системы работ удобно применять далеко не всегда.

Во-первых, системы работ могут быть довольно сложными, из-за чего определение эквивалентных распределений времени выполнения подсистем работ может оказаться весьма трудоемким делом.

Во-вторых, при многократном применении эквивалентных распределений может накопиться ошибка.

В-третьих, учет корреляционных зависимостей между значениями времени выполнения отдельных работ (см. § 16-5) существенно усложняет рассмотрение вопроса.

Перечисленных трудностей удастся избежать при использовании моделирования процессов выполнения работы (см. § 16-6).

16-5. О СВЯЗИ МЕЖДУ ЗНАЧЕНИЯМИ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

Рассмотренные выше системы независимых работ являются идеализацией действительности. Практически всегда имеется вероятностная (стохастическая) зависимость между значениями времени выполнения различных работ. Иногда эта зависимость является слабой и ею можно пренебречь (например, при одновременной подготовке к применению рассредоточенных объектов). В других случаях зависимость является сильной (например, при последовательном выполнении однотипных работ одними и теми же исполнителями).

Для характеристики связи между случайными величинами T_1 и T_2 обычно пользуются моментом связи

$$k_{t_1 t_2} = M [(T_1 - m_{t_1})(T_2 - m_{t_2})],$$

где M — операция математического ожидания. Используется также коэффициент корреляции $r_{t_1 t_2}$, который равен отношению математического ожидания произведения центрированных случайных величин $T_1 - m_{t_1}$, $T_2 - m_{t_2}$ к произведению их средних квадратических отклонений:

$$r_{t_1 t_2} = \frac{M [(T_1 - m_{t_1})(T_2 - m_{t_2})]}{\sigma_{t_1} \sigma_{t_2}}$$

где σ_{t_1} , σ_{t_2} — средние квадратические отклонения случайных величин T_1 , T_2 .

При выполнении системы работ коллективом людей неизбежны корреляционные связи между значениями времени выполнения отдельных работ. Эти связи зависят от условий труда, различных психологических, физиологических, организационных факторов и нуждаются в тщательном изучении. Например, соревнование между параллельно работающими исполнителями ведет к положительной корреляции между значениями времени выполнения работ. Большое влияние оказывает организационная деятельность руководителей работ. Например, наибольшее внимание начальников, руководящих параллельной системой работ, обращается на отстающих исполнителей. В последовательной системе работ при задержке выполнения одной из них принимаются меры, чтобы следующую работу завершить быстрее.

В результате деятельности руководителей работ должен уменьшиться возможный разброс значений времени выполнения системы работ. Поэтому деятельность руководителей работ ведет к увеличе-

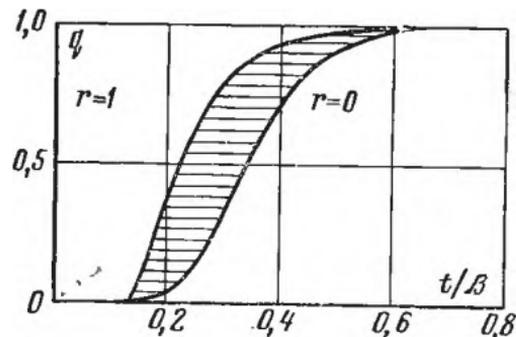


Рис. 16-6. Область, в которой расположены функции своевременности системы из 5 параллельных одинаковых работ с завершением по последнему исполнителю ($\alpha=4$) при изменении коэффициента корреляции r от 0 до +1. Границы области получены в результате вероятностного моделирования.

нию положительной корреляции между значениями времени выполнения параллельных работ с завершением по последнему исполнителю и увеличению отрицательной корреляции между значениями времени выполнения последовательных работ.

Значения соответствующих коэффициентов корреляции в значительной мере характеризуют организационную активность инженеров-руководителей.

Корреляция между значениями времени выполнения отдельных работ может быть и нежелательной, вредной. Например, может встречаться отрицательная корреляция между значениями времен выполнения системы работ, возникающая из-за того, что исполнители мешают друг другу (в тесной кабине, в отсеке и т. п.).

Если коэффициент корреляции положителен, то в параллельных системах работ с завершением по первому исполнителю пренебрежение корреляцией приводит к появлению завышенного относительно истинного значения вероятности выполнения работы. При завершении работ по последнему исполнителю пренебрежение положительной корреляцией приводит к получению заниженного значения вероятности выполнения работы (рис. 16-6). Пренебрежение отрицательной корреляцией ведет к обратным результатам. Эти соображения справедливы при любом числе работ в параллельной системе.

Математическое ожидание времени выполнения последовательной системы работ не зависит от наличия корреляции между значениями

времени выполнения отдельных работ. Дисперсия времени \hat{T}_0 выполнения последовательной системы работ

$$D [T_0] = D \left[\sum_{j=1}^n T_j \right] = \sum_{j=1}^n D [T_j] + 2 \sum_{i>j} k_{ij},$$

где k_{ij} — корреляционный момент значений времени выполнения отдельных работ T_i, T_j .

Таким образом, наличие положительной корреляции между значениями времен выполнения последовательных работ ведет к увеличению дисперсии времени выполнения системы работ; отрицательная корреляция оказывает обратное действие. Иначе говоря, при положительной корреляции график функции распределения времени выполнения последовательной системы работ поворачивается по часовой стрелке вокруг точки, соответствующей математическому ожиданию.

Область значений моментов связи (соответственно и коэффициентов корреляции) времени выполнения последовательных работ ограничена. Поскольку дисперсия суммы коррелированных случайных величин всегда положительна, имеем условие существования последовательной системы работ с отрицательной корреляцией:

$$\sum_{j=1}^n D [T_j] \geq -2 \sum_{i<j} K_{ij}.$$

Разделим время выполнения последовательной системы работ на две части: 1) время T_{0i} выполнения системы из $i-1$ последовательных работ; 2) время T_i выполнения i -й работы.

При этом можно рассматривать только две коррелированные случайные величины: T_i и $T_{0i} = \sum_{v=1}^{i-1} T_v$. Момент связи $k_{0i,i}$ между этими случайными величинами равен сумме моментов связи случайных величин T_i и слагаемых T_{0i} :

$$k_{0i,i} = M [\overset{\circ}{T}_{0i} \overset{\circ}{T}_i] = M [(\overset{\circ}{T}_1 + \dots + \overset{\circ}{T}_{i-1}) \overset{\circ}{T}_i] = \sum_{v=1}^{i-1} k_{v,i}, \quad (16-16)$$

где $\overset{\circ}{T}_{0i}, \overset{\circ}{T}_1, \dots, \overset{\circ}{T}_i$ — центрированные случайные величины; $k_{v,i}$ — момент связи случайных величин T_v и T_i .

Назовем зависимость $k_{0i,i}$ от номера i -й работы функцией корреляции последовательной системы работ. Аналогичная зависимость для коэффициентов корреляции может быть названа нормированной функцией корреляции.

Из (16-16) имеем выражение для приращения корреляционного момента $k_{0i,i}$ с увеличением номера работы:

$$\Delta k_{0i} = k_{0i,i} - k_{0(i-1), (i-1)} = \sum_{v=1}^{i-1} k_{v,i} - \sum_{v=1}^{i-2} k_{v,i-1}.$$

Перегруппировав в этом выражении слагаемые и обозначив

$$\Delta k_{\mu i} = k_{i-\mu, i} - k_{i-1-\mu, i-1},$$

получим:

$$\Delta k_{0i} = k_{1, i} - \sum_{\mu=1}^{i-1} \Delta k_{\mu i}.$$

Значение Δk_{1i} равно разности между значениями корреляционных моментов соседних работ, значение Δk_{2i} равно соответствующей разности для работ, расположенных через одну работу, и т. д.

Учитывая, что корреляционные связи между удаленными друг от друга периодами безотказной работы быстро уменьшаются, имеем важное для практики правило

$$\Delta k_{0i} \approx \Delta k_{1i},$$

т. е. функцию корреляции можно приближенно построить, складывая приращения корреляционных моментов соседних работ.

Иногда удобно различать внешнюю и внутреннюю корреляции. Коэффициент внешней корреляции характеризует вероятностную зависимость между продолжительностями работ, выполняемых различными исполнителями, коэффициент внутренней корреляции — между продолжительностями работ, выполняемых одними и теми же исполнителями.

Обычно значения коэффициентов внутренней корреляции значительно больше соответствующих значений коэффициентов внешней корреляции. В одном из практических случаев был вычислен коэффициент внутренней корреляции (значения $t_1 - m_{t_1}$ и $t_2 - m_{t_2}$ брались для одних и тех же исполнителей). Он оказался равным 0,45. Коэффициент внешней корреляции, вычисленный по тем же данным (значения $t_1 - m_{t_1}$ и $t_2 - m_{t_2}$ выбирались по таблице равномерно распределенных случайных чисел), оказался равным 0,12.

Коэффициенты корреляции между значениями времени выполнения однородных мероприятий одними и теми же исполнителями могут быть довольно большими.

Для двух групп испытуемых были определены коэффициенты корреляции между значениями времени последовательного решения двух однотипных арифметических примеров. Эти коэффициенты оказались отрицательными и равными $-0,17$ и $0,23$. Таким образом, при однородных последовательных работах, выполняемых одними и теми же исполнителями, может иметься корреляция любого знака.

16-6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования процессов выполнения работы целесообразно воспроизводить реализации веерных случайных процессов и возможные значения объемов работы ω . Это может быть осуществлено путем применения графических построений, электронных моделей и цифровых вычислительных машин.

а) Графическое моделирование

Выше уже говорилось, что процессы выполнения работы удобно условно изображать на графике, по вертикальной оси которого отложен объем выполненной работы, по горизонтальной оси — время. При этом множество реализаций веерного случайного процесса выполнения работы изобразится пучком прямых, проходящих через начало координат. На графиках изображается также граница окончания работы ω .

Возможные значения производительности труда [на графиках — тангенсы углов наклона прямых $w(t)$] задаются с помощью таблиц случайных чисел, распределенных по нормальному закону.

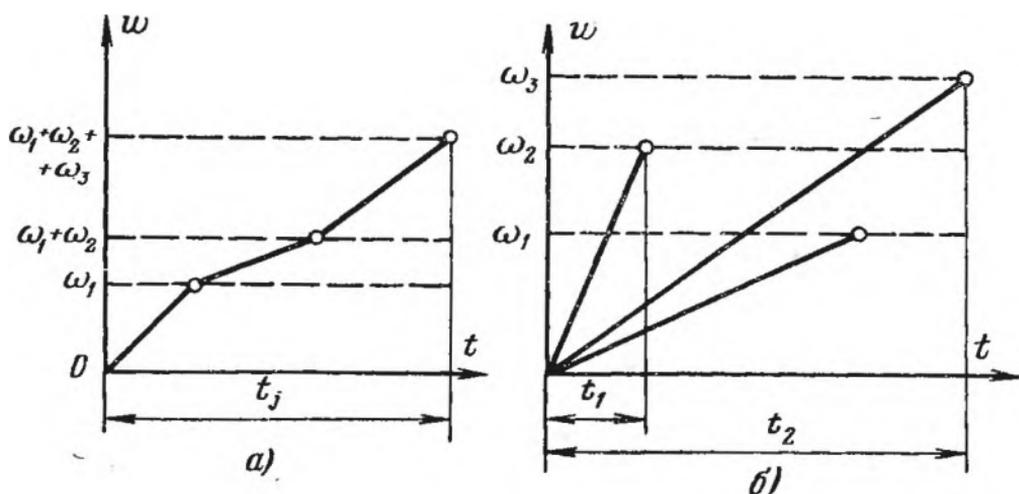


Рис. 16-7. К вопросу о моделировании процессов выполнения работы.

a — реализация случайного процесса выполнения последовательной системы из трех работ; *b* — реализации трех случайных процессов выполнения отдельных работ, составляющих параллельную систему; t_1 — время выполнения параллельной системы из трех работ при завершении по первому исполнителю; t_2 — время выполнения этой системы работ при завершении по последнему исполнителю.

Графическое моделирование удобно применять при исследовании систем, состоящих из сравнительно небольшого числа работ. В последовательных системах реализации каждой непосредственно следующей работы строятся, начиная с точки завершения непосредственно предшествующей работы (рис. 16-7, *a*). Последовательность реализаций процессов выполнения отдельных работ образует реализацию процесса выполнения системы работ. Возможное значение времени выполнения последовательной системы работ в данном случае — это время достиже-

ния заданного уровня $\sum_{j=1}^n \omega_j$ реализацией процесса выполнения конечной работы.

В параллельной системе работ перед началом графических построений отбираются минимальные (при завершении по последнему исполнителю) или максимальные (при завершении по первому исполнителю) возможные значения величин, соответствующих производительностям труда. Для параллельных работ случайного объема графические построения производятся тактами. В течение каждого такта строятся реализации процессов выполнения работы и соответствующие объемы работы. Так как работы выполняются одновременно, эти реализации проходят через начало координат. Возможное значение времени выполнения параллельной системы работ по соответствующему исполнителю снимается с графика (рис. 16-7,б). Затем начинается новый такт, в течение которого вновь повторяются описанные графические построения.

Аналогичным путем может быть проведено графическое моделирование процесса выполнения любой системы работ. При этом достаточно просто решаются многие задачи, аналитические исследования которых встречаются трудности.

Обычно для работ, образующих систему, отсутствуют сведения об объемах работ и производительности труда исполнителей. Известны лишь параметры α и β альфа-распределения времени выполнения работы. Для осуществления графического моделирования необходимо восстановить эквивалентные веерные случайные процессы выполнения работ, приводящие к соответствующим альфа-распределениям. С этой целью для каждой работы задаются значения объема работы ω . Для удобства проведения графических построений целесообразно выбрать значения ω для всех работ одинаковыми. Далее находят числовые характеристики m_b , σ_b производительности труда, соответствующие заданным α , β :

$$\sigma_b = \frac{\omega}{\beta}; \quad m_b = \alpha \sigma_b = \frac{\alpha \omega}{\beta}.$$

Для каждой работы по значениям m_b , σ_b находятся возможные значения производительности труда:

$$b_{ij} = m_{b_i} + \sigma_{b_i} x_j;$$

где x_j берется из таблицы случайных чисел, распределенных по нормальному закону.

При моделировании легко учесть корреляцию между объемом работы и производительностью труда исполнителей. В данном случае корреляционная зависимость характеризует деятельность начальника, распределяющего исполнителей по работам. Для осуществления моделирования строятся реализации веерного случайного процесса выполнения работы и горизонтали, соответствующие возможным значениям объема работы. Распределение точек их пересечения является распределением времени выполнения работы.

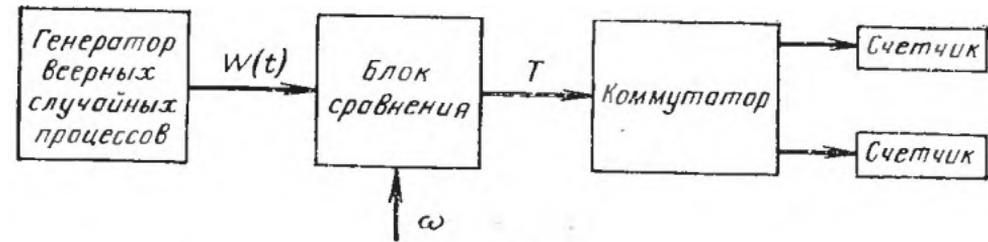
Графическое моделирование процессов выполнения работы позволяет получать простые и наглядные решения. Недостатком этого способа моделирования является сравнительно большая трудоемкость. Кроме того, могут возникнуть трудности, связанные с получением возможных значений многих взаимно коррелированных случайных величин.

Поэтому желательно процесс моделирования автоматизировать, что можно осуществить путем применения специальных электронных моделирующих установок и цифровых вычислительных машин.

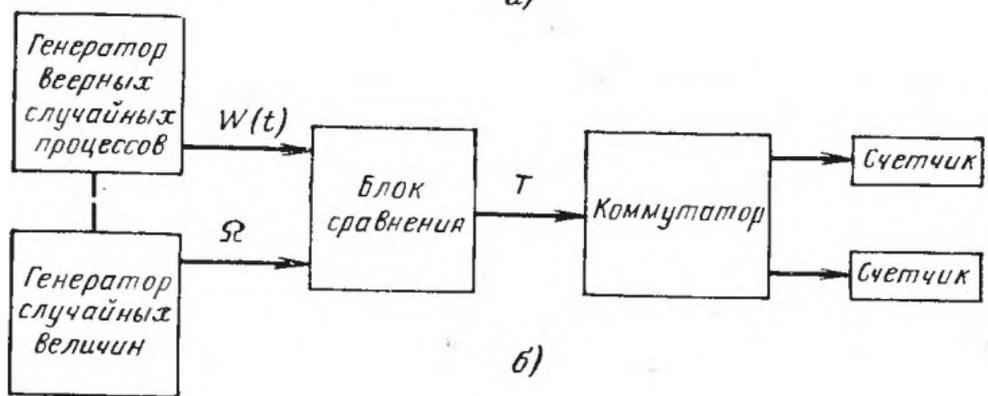
б) Моделирование процессов выполнения отдельной работы на электронной моделирующей установке

При моделировании процессов выполнения работы значительно сокращается время решения задачи. Для этого случайные процессы выполнения работы воспроизводятся в виде линейно-меняющихся электрических напряжений. Для каждой реализации скорость изменения напряжения пропорциональна возможному значению случайной величины V — производительности труда исполнителей.

Реализации генерируются одна за другой (тактами). В течение каждого такта эти линейно-меняющиеся напряжения сравниваются с моделирующими границу окончания работы напряжениями. При этом фиксируются моменты времени совпадения значений напряжений, соответствующие моментам времени окончания работы возможными исполнителями. По множеству интервалов времени между началом генерирования каждой пары ре-



а)



б)

Рис. 16-8. Структурные схемы установок для моделирования процессов выполнения отдельных работ.

а — при неслучайном объеме работы; б — при объеме работы, являющемся случайной величиной.

лизаций и моментом их совпадения определяется закон распределения времени выполнения работы.

Структурные схемы установок для осуществления этого способа моделирования изображены на рис. 16-8,а — при неслучайном объеме работы; на рис. 16-8,б — при случайном объеме работы. Эти установки во многом аналогичны стендам для моделирования процессов возникновения отказов систем.

Установка по рис. 16-8,а служит для получения распределения времени выполнения работы. В течение каждого такта работы установки генератор вырабатывает реализацию веерного случайного процесса изменения электрического напряжения $W(t)$. Это напряжение и постоянное для данного такта напряжение ω , моделирующее границу окончания работы, поступают в блок сравнения. В момент совпадения значений этих напряжений в блоке сравнения генерируется импульс. Так как в течение такта действия прибора коммутатор поочередно подключает на заданное время к блоку сравнения счетчики, то полученный в блоке сравнения импульс попадает на счетчик соответствующего временного интервала. После многих n тактов работы прибора на каждом из

счетчиков будет значение Δn_i , пропорциональное ординате соответствующего i -го временного интервала гистограммы распределения времени выполнения работы. Эта ордината равна $\Delta n_i/n\Delta t_i$. При неслучайном объеме работы напряжение, моделирующее границу окончания работы, берется постоянным для всей серии тактов работы прибора. Когда объем работы является случайной величиной, то для каждого такта действия прибора вырабатывается возможное значение случайного напряжения Ω , моделирующего границу окончания работы (рис. 16-8,б).

Целесообразно объединить указанные на рис. 16-8,б генераторы верных случайных процессов и случайных величин в один генераторный блок.

Рассмотрим работу примененного в схеме на рис. 16-8 генератора верных случайных процессов изменения напряжений. Прибор работает тактами. Имеется коммутатор, который периодически переключается то в подготовительное, то в рабочее положения. На рис. 16-9,а изображена схема, коммутируемая при подготовительном такте. Случайное напряжение от генератора шумов 1 суммируется на усилителе 2 с постоянным напряжением,

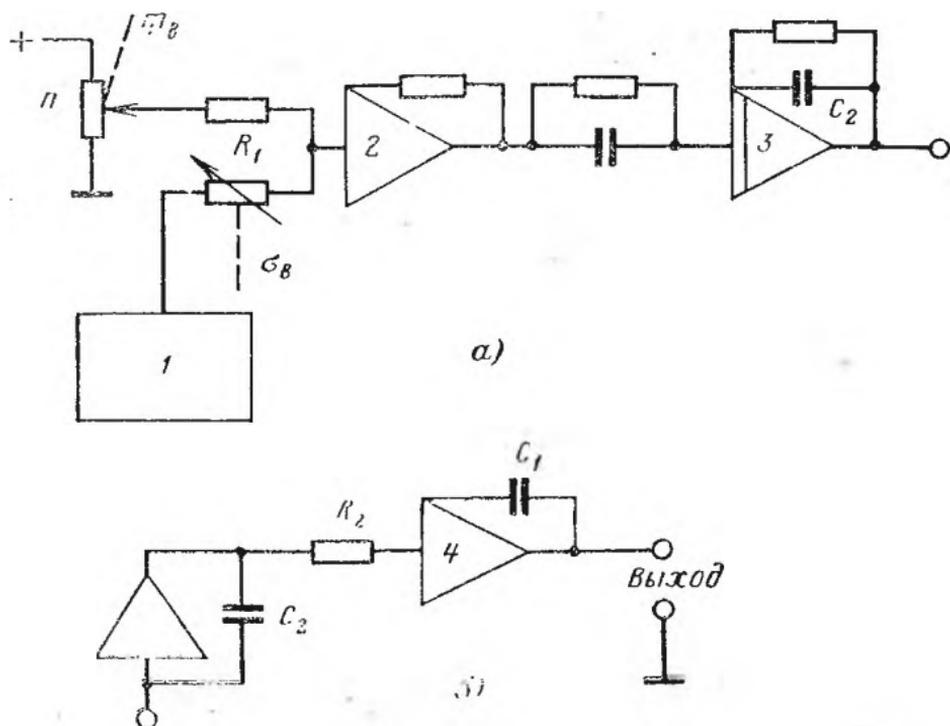


Рис. 16-9. Схемы, коммутируемые при подготовительном (а) и рабочем (б) тактах генератора верных случайных процессов.

пропорциональным математическому ожиданию m_b производительности труда, и подается через цепь безынерционного ввода начальных условий на конденсатор C_2 интегрирующего усилителя 3.

С началом рабочего такта изображенная на рис. 16-9,а схема подачи случайного напряжения на конденсатор C_2 выключается. При этом конденсатор C_2 с усилителем 3 отключается от схемы и подключается к входу усилителя 4. В результате получаем схему, приведенную на рис. 16-9,б. В момент переключения конденсатора C_2 на нем имеется мгновенное значение случайного напряжения шума, пропорциональное возможному значению производительности труда. Среднее значение этого напряжения можно регулировать потенциометром P , среднее квадратическое отклонение σ_b — изменением сопротивления резистора R_1 . С момента подключения конденсатора C_2 ко входу интегрирующего усилителя 4 начинается генерирование реализации веерного случайного процесса. Чтобы моделировать процессы выполнения работы с накоплением усталости исполнителей, с приобретением опыта и другими особенностями, достаточно напряжение на конденсаторе C_2 сделать изменяющимся.

в) Моделирование влияния случайных условий труда на производительность

Электрическое моделирование влияния случайных условий труда на его производительность сводится к воспроизведению зависимости (16-10). Возможные значения производительности труда представляются в виде последовательно генерируемых значений постоянного напряжения, равного значению реализации линейно-меняющегося напряжения (со случайным значением и случайной скоростью изменения) через время после начала генерирования, пропорциональное возможному значению характеристики условий труда. При этом зависимость производительности труда исполнителей от условий труда изображается в виде линейного случайного процесса $B(t)$, заданного напряжениями; случайное внешнее воздействие изображается временем генерирования реализации линейного случайного процесса. Таким образом, время генерирования используется в качестве вспомогательной переменной. Это время затем исключается и не влияет на результат моделирования.

Основную идею способа моделирования поясняет рис. 10-6, где изображены структурная схема моделирующей установки и графики изменения напряжений.

Генератор в этом случае (рис. 10-6,а) воспроизводит свойства исполнителя. В начале такта реле времени разомкнуто и выход схемы отключен от генератора. Одновременно с началом работы генератора линейных случайных процессов начинается выдержка времени в реле.

Через время $t_{всп}$, моделирующее возможное значение внешнего воздействия (характеристики условий труда), реле времени срабатывает, приостанавливая работу генератора и подключая его к выходу схемы. Таким образом, на выходе схемы появляется возможное значение случайного напряжения $U_{вых}$, моделирующее возможное значение производительности труда. На рис. 10-6,б приведены графики изменения соответствующих напряжений.

г) Моделирование процессов выполнения системы работ на электронной установке

Сущность способа моделирования заключается в том, что в описываемой системе работ сетевом графике каждая стрелка заменяется генератором веерных процессов, а каждый узел заменяется блоком события, состоящим из схем сравнения (число которых равно числу непосредственно предшествующих событию работ), и иногда реле времени.

Моделирующая установка работает тактами. В течение каждого такта каждый генератор веерных случайных процессов воспроизводит реализацию выполнения отдельной работы в виде линейно-меняющегося напряжения. Значение этого напряжения соответствует выполненному к данному моменту времени объему работы. Линейное напряжение, моделирующее реализацию случайного процесса выполнения отдельной работы, сравнивается с напряжением, моделирующим границу окончания этой работы. При определенном объеме работы это напряжение устанавливается в блоке сравнения постоянным для всех реализаций. Для случайного объема работы при каждом такте в соответствующую схему сравнения подается возможное значение напряжения, выработанное генератором случайных величин, моделирующим объем работы.

В момент совпадения напряжений в схеме сравнения вырабатывается сигнал, включающий генератор веерного случайного процесса непосредственно следующей (выходящей) работы. Если к данному событию приводят несколько входящих работ (например, при резервировании), то данный узел стрелочной диаграммы заменяется блоком события, состоящим из нескольких схем сравнения, число которых равно числу входящих работ. Включение генераторов веерных случайных процессов выходящих работ производится при срабатывании схем сравнения всех или определенного числа входящих работ в соответствии со стрелочной диаграммой.

Возможны ситуации, когда непосредственно следующие (выходящие) работы начинаются с некоторой задержкой после наступления события. При этом перед генераторами веерных случайных процессов устанавливают определенную или случайную задержку.

Таким образом, при каждом такте происходит генерирование реализаций веерных случайных процессов, моделирующих процессы выполнения отдельных работ в соответствии со стрелочной диаграммой, от начального события к конечному. При этом в течение каждого такта воспроизводится одна реализация случайного процесса выполнения сложной системы работ. По окончании такта схема возвращается к исходному состоянию. Каждый такт занимает очень короткое время (не более нескольких секунд).

После многих тактов определяется по множеству интервалов времени между началом и концом такта распределение времени выполнения системы работ.

Для осуществления изложенного способа моделирования нет необходимости в составлении каких-либо уравнений. Перед моделированием составляется стрелочная диаграмма системы работ. По стрелочной диаграмме составляется электрическая схема коммутации блоков универсальной моделирующей установки. Набор задачи по этой схеме производится аналогично тому, как это делается на современных структурных моделях.

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $y=e^{-x}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	1,0000	0,9900	0,9802	0,9704	0,9608	0,9512	0,9418	0,9324	0,9231	0,9139
0,1	0,9048	8958	8869	8781	8694	8607	8521	8437	8353	8276
0,2	8187	8106	8025	7945	7866	7788	7711	7634	7558	7483
0,3	7408	7334	7261	7189	7118	7047	6977	6907	6839	6771
0,4	6703	6637	6570	6505	6440	6376	6313	6250	6188	6126
0,5	6065	6005	5945	5886	5827	5769	5712	5655	5599	5543
0,6	5488	5434	5379	5326	5273	5220	5169	5117	5066	5016
0,7	4966	4916	4868	4819	4771	4724	4677	4630	4584	4538
0,8	4493	4449	4404	4360	4317	4274	4232	4189	4148	4107
0,9	4066	4025	3985	3945	3906	3867	3829	3791	3753	3716
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	0,3534	0,3499	0,3465	0,3430	0,3396	0,3362
1,1	3329	3296	3263	3230	3198	3166	3135	3104	3073	3042
1,2	3012	2982	2952	2923	2894	2865	2836	2808	2780	2753
1,3	2725	2698	2671	2645	2618	2592	2567	2541	2516	2491
1,4	2466	2441	2417	2393	2369	2346	2322	2299	2276	2254
1,5	2231	2209	2187	2165	2144	2123	2101	2080	2060	2039
1,6	2019	1999	1979	1959	1940	1920	1901	1882	1864	1845
1,7	1827	1809	1791	1773	1755	1738	1720	1703	1686	1670
1,8	1653	1636	1620	1604	1588	1572	1557	1541	1526	1511
1,9	1496	1481	1466	1451	1437	1423	1409	1395	1381	1367
2,0	0,1353	0,1340	0,1327	0,1313	0,1300	0,1287	0,1275	0,1262	0,1249	0,1237
2,1	1225	1212	1200	1188	1177	1165	1153	1142	1130	1119
2,2	1108	1097	1086	1075	1065	1054	1043	1033	1023	1013

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,3	0,1003	0,0993	0,0983	0,0973	0,0962	0,0954	0,0944	0,0935	0,0926	0,0916
2,4	0907	0898	0889	0880	0872	0863	0854	0846	0837	0829
2,5	0821	0813	0805	0797	0789	0781	0773	0765	0758	0750
2,6	0743	0735	0728	0721	0714	0707	0700	0693	0686	0679
2,7	0672	0665	0659	0652	0646	0639	0633	0627	0620	0614
2,8	0608	0602	0596	0590	0584	0578	0573	0567	0561	0556
2,9	0550	0545	0539	0534	0529	0523	0518	0513	0508	0503
3,0	0,0498	0,0493	0,0488	0,0483	0,0478	0,0474	0,0469	0,0464	0,0460	0,0455
3,1	0450	0446	0442	0437	0433	0429	0424	0420	0416	0412
3,2	0408	0404	0400	0397	0392	0388	0384	0380	0376	0373
3,3	0369	0365	0362	0358	0354	0351	0347	0344	0340	0337
3,4	0334	0330	0327	0324	0321	0317	0314	0311	0308	0305
3,5	0302	0299	0296	0293	0290	0287	0284	0282	0279	0276
3,6	0273	0271	0268	0265	0263	0260	0257	0255	0252	0250
3,7	0247	0245	0242	0240	0238	0235	0233	0231	0228	0226
3,8	0224	0221	0219	0217	0215	0213	0211	0209	0207	0204
3,9	0202	0200	0198	0196	0194	0193	0191	0189	0187	0185
4,0	0,0183	0,0181	0,0180	0,0178	0,0176	0,0174	0,0172	0,0171	0,0169	0,0167
4,1	0166	1164	0162	0161	0159	0158	0156	0155	0153	0151
4,2	0150	0148	0147	0146	0144	0143	0141	0140	0138	0137
4,3	0136	0134	0133	0132	0130	0129	0128	0127	0125	0124
4,4	0123	0122	0120	0119	0118	0117	0116	0114	0113	0112

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,5	0111	0110	0109	0108	0107	0106	0105	0104	0103	0102
4,6	0101	0100	0099	0098	0097	0096	0095	0094	0093	0092
4,7	0091	0090	0089	0088	0087	0086	0085	0085	0084	0083
4,8	0082	0081	0081	0080	0079	0078	0078	0077	0076	0075
4,9	0074	0074	0073	0072	0072	0071	0070	0069	0069	0068
5,0	0,0067	0,0067	0,0066	0,0065	0,0065	0,0064	0,0063	0,0063	0,0062	0,0062
5,1	0061	0060	0060	0059	0059	0058	0057	0057	0056	0056
5,2	0055	0055	0054	0054	0053	0052	0052	0051	0051	0050
5,3	0050	0049	0049	0048	0048	0047	0047	0046	0046	0046
5,4	0045	0045	0044	0044	0043	0043	0043	0042	0042	0041
5,5	0041	0041	0040	0040	0039	0039	0038	0038	0038	0037
5,6	0037	0037	0036	0036	0036	0035	0034	0034	0034	0034
5,7	0033	0033	0033	0032	0032	0032	0031	0031	0031	0031
5,8	0030	0030	0030	0029	0029	0029	0029	0028	0028	0028
5,9	0027	0027	0027	0027	0026	0026	0026	0026	0025	0025
6,0	0,0025	0,0025	0,0024	0,0024	0,0024	0,0024	0,0023	0,0023	0,0023	0,0023
6,2	0020	0020	0020	0020	0019	0019	0019	0019	0019	0019
6,4	0017	0016	0016	0016	0016	0016	0016	0015	0015	0015
6,6	0014	0013	0013	0013	0013	0013	0013	0013	0013	0013
6,8	0011	0011	0011	0011	0011	0010	0010	0010	0010	0010

$$\text{ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ } \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$$

<i>u</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35514	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449

ЗНАЧЕНИЯ χ^2 В ЗАВИСИМОСТИ ОТ $2r$ И p

$2r$	p													
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
6	0,872	1,134	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,5
8	1,646	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,1	26,1
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,2	23,2	29,6
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	9,03	11,34	14,01	15,81	18,55	21,0	24,1	26,2	32,9
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	10,82	13,34	16,22	18,15	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,15	12,62	15,34	18,42	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	39,3
18	7,02	7,91	9,39	10,86	12,86	14,44	17,34	20,6	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	42,3
20	8,26	9,24	10,85	12,44	14,58	16,27	19,34	22,8	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	45,3
22	9,54	10,60	12,34	14,04	16,31	18,10	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	48,3
24	10,86	11,99	13,85	15,66	18,06	19,94	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	51,2
26	12,20	13,41	15,38	17,29	19,82	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	54,1
28	13,56	14,85	16,93	18,94	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	56,9
30	14,95	16,31	18,49	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9	59,7

КВАНТИЛИ АЛЬФА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ IV

α	q								
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,5	0,2707	0,3125	0,3376	0,4316	0,5045	0,5714	0,6297	0,6930	0,7605
1,0	2406	2753	2948	3667	4205	4664	5099	5540	5999
1,5	2164	2440	2595	3147	3545	3876	4184	4488	4801
2,0	1964	2182	2307	2736	3035	3278	3460	3715	3931
2,5	1788	1970	2070	2411	2642	2825	2950	3146	3300
3,0	0,1641	0,1793	0,1878	0,2153	0,2335	0,2477	0,2571	0,2721	0,2836
3,5	1517	1646	1716	1944	2091	2205	2278	2396	2484
4,0	1410	1521	1581	1771	1893	1986	2045	2139	2210
4,5	1317	1413	1465	1627	1730	1807	1855	1933	1990
5,0	1236	1320	1365	1505	1592	1657	1698	1762	1810
5,5	0,1164	0,1238	0,1278	0,1400	0,1474	0,1530	0,1565	0,1620	0,1660
6,0	1100	1166	1201	1308	1373	1421	1451	1498	1533
6,5	1042	1102	1133	1228	1285	1327	1353	1394	1423
7,0	0,0990	1044	1072	1157	1207	1245	1267	1303	1329
7,5	944	0,0992	1017	1093	1138	1172	1192	1223	1246
8,0	0,0902	0,0945	0,0968	0,1037	0,1077	0,1107	0,1125	0,1153	0,1173
8,5	863	902	923	0,0986	1022	1049	1065	1090	1108
9,0	827	863	882	940	0,0973	0,0996	1011	1034	1050
9,5	794	828	845	898	928	949	0,0962	0,0983	0,0998
10,0	764	795	811	859	887	906	918	937	951

α	α								
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
10,5	0,0736	0,0764	0,0779	0,0824	0,849	0,0867	0,0878	0,895	0,0907
11,0	710	736	750	791	814	831	841	857	868
11,5	685	710	723	761	782	797	807	822	832
12,0	662	686	698	733	753	767	776	789	799
12,5	641	663	674	707	726	739	747	759	768
13,0	0,0622	0,0642	0,0652	0,0683	0,0700	0,0712	0,0720	0,0732	0,0740
13,5	603	622	632	660	676	688	695	706	713
14,0	585	603	612	639	654	665	672	682	689
14,5	568	586	594	620	634	644	650	659	666
15,0	553	569	577	601	614	624	629	638	644
15,5	0,0538	0,0553	0,0561	0,0583	0,0596	0,0605	0,0610	0,0618	0,0624
16,0	524	538	546	567	579	587	592	600	605
16,5	510	524	531	551	562	570	575	582	587
17,0	498	511	517	536	547	554	559	566	570
17,5	486	498	504	522	532	539	544	550	550
18,0	0,0474	0,0486	0,0492	0,0509	0,0519	0,0525	0,0529	0,0536	0,0540
18,5	463	474	480	496	506	512	516	522	526
19,0	453	463	469	484	493	499	503	508	512
19,5	443	453	458	473	481	487	490	496	500
20,0	433	443	448	462	470	475	479	484	487

α	q								
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
21,0	0,0415	0,0424	0,0429	0,0443	0,0449	0,0453	0,0458	0,0462	0,0464
22,0	399	407	411	423	430	434	438	441	444
23,0	383	391	395	406	412	416	420	422	425
24,0	369	376	380	390	396	399	403	405	408
25,0	356	363	366	375	381	384	387	390	392
26,0	0,0344	0,0350	0,353	0,0362	0,0367	0,0370	0,0373	0,0375	0,0377
27,0	332	338	341	349	354	357	359	361	363
28,0	322	327	330	337	342	344	347	349	351
29,0	312	317	319	326	330	333	335	337	339
30,0	302	307	309	316	320	322	324	326	328
0,5	0,8333	0,9149	1,007	1,115	1,242	1,399	1,595	1,852	2,208
1,0	6494	7032	0,7640	0,8333	0,9149	1,012	1,134	1,290	1,504
1,5	5131	5485	5875	6313	6817	0,7413	0,8130	0,9042	1,025
2,0	4155	4392	4649	4931	5247	5612	6046	6075	0,7252
2,5	3459	3623	3798	3987	4196	4433	4704	5030	5435
3,0	0,2952	0,3072	0,3198	0,3331	0,3477	0,3638	0,3821	0,4036	0,4294
3,5	2574	2664	2758	2856	2963	3080	3210	3360	3539
4,0	2281	2351	2424	2500	2581	2670	2766	2878	3007
4,5	2047	2103	2162	2222	2286	2355	2430	2516	2614
5,0	1857	1903	1951	2000	2052	2107	2167	2235	2312

α	q								
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
5,5	0,1699	0,1738	0,1777	0,1818	0,1861	0,1906	0,1955	0,2010	0,2073
6,0	1566	1599	1632	1667	1702	1740	1781	1826	1878
6,5	1452	1481	1509	1538	1569	1601	1635	1674	1717
7,0	1354	1379	1403	1429	1455	1482	1512	1544	1581
7,5	1268	1290	1311	1333	1356	1380	1405	1434	1465

α	q								
	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
8,0	0,1193	0,1212	0,1231	0,1250	0,1270	0,1291	0,1313	0,1338	0,1365
8,5	1126	1142	1159	1176	1194	1213	1232	1254	1278
9,0	1066	1080	1096	1111	1127	1144	1161	1180	1201
9,5	1012	1025	1039	1053	1067	1082	1097	1114	1133
10,0	0,0963	0,0975	0,0988	1000	1013	1026	1040	1055	1072
10,5	0,0919	0,0930	0,0941	0,0952	0,0964	0,0976	0,0988	0,1002	0,1018
11,0	879	889	898	909	920	930	941	0,0954	0,0969
11,5	842	851	859	870	880	889	899	911	924
12,0	808	816	824	833	842	851	861	871	883
12,5	776	784	792	800	808	816	825	835	846
13,0	0,0747	0,0755	0,0762	0,0769	0,0777	0,0784	0,0792	0,0801	0,0812
13,5	720	727	734	741	748	755	762	770	780
14,0	695	702	708	714	721	727	734	742	751
14,5	672	678	684	690	696	702	708	715	724
15,0	650	656	661	667	673	678	684	691	698

α	q								
	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
15,5	0,0630	0,0635	0,0640	0,0645	0,0651	0,0656	0,0661	0,0668	0,0675
16,0	610	615	620	625	630	635	640	646	653
16,5	592	597	601	606	611	615	620	626	632
17,0	575	580	584	588	593	597	602	607	613
17,5	559	563	567	571	576	580	584	589	594
18,0	0,0544	0,0548	0,0552	0,0556	0,0560	0,0563	0,0568	0,0572	0,0577
18,5	530	533	537	540	544	548	552	556	561
19,0	516	520	523	526	530	533	537	541	546
19,5	503	506	509	513	516	520	523	527	531
20,0	491	494	497	500	503	506	510	513	518
21,0	0,0468	0,0471	0,0473	0,0476	0,0479	0,0482	0,0485	0,488	0,0492
22,0	447	449	452	454	457	460	462	466	469
23,0	428	430	432	435	437	440	442	445	448
24,0	410	412	414	417	412	421	423	426	429
25,0	394	396	398	400	409	404	406	408	411
26,0	379	381	383	385	386	388	390	392	395
27,0	365	367	369	370	372	374	376	378	380
28,0	352	354	356	357	359	360	362	364	366
29,0	340	342	343	345	346	348	349	351	353
30,0	329	331	332	333	335	336	338	339	341

α	q								
	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
0,5	2,732	3,597	5,291	6,993	10,42	20,41	52,63	100,0	500,0
1,0	1,812	2,315	3,300	4,274	6,211	12,05	29,41	58,79	250,0
1,5	1,572	1,466	1,976	2,469	3,425	6,25	14,71	28,57	142,9
2,0	0,8183	0,9588	1,208	1,439	1,866	3,058	6,452	12,05	55,56
2,5	5967	6729	0,8000	0,9091	1,099	1,578	2,770	4,630	18,87
3,0	0,4625	0,5079	0,5797	0,6373	0,7310	0,9416	1,387	1,972	5,556
3,5	3761	4058	4507	4850	5385	6477	0,8467	1,064	2,155
4,0	3167	3374	3679	3906	4246	4902	5977	0,7013	1,099
4,5	2734	2888	3108	3268	3503	3937	4602	5198	0,7092
5,0	2405	2523	2690	2809	2981	3289	3741	4125	5236
5,5	0,2147	0,2241	0,2371	0,2463	0,2594	0,2825	0,3152	0,3420	0,4149
6,0	1939	2015	2120	2193	2296	2475	2723	2921	3436
6,5	1767	1830	1916	1976	2060	2203	2396	2548	2933
7,0	1624	1677	1749	1799	1867	1984	2140	2260	2558
7,5	1502	1547	1608	1650	1708	1805	1933	2031	2268
8,0	0,1397	0,1436	0,1489	0,1524	0,1574	0,1656	0,1763	0,1844	0,2037
8,5	1306	1340	1385	1416	1459	1529	1620	1688	1848
9,0	1226	1256	1296	1323	1360	1420	1499	1557	1692
9,5	1155	1182	1217	1241	1273	1326	1394	1444	1560
10,0	1092	1116	1147	1168	1197	1244	1303	1347	1447
10,5	0,1035	0,1057	0,1085	0,1104	0,1129	0,1171	0,1224	0,1262	0,1350
11,0	0,0984	1004	1029	1046	1069	1106	1153	1187	1264
11,5	938	956	0,0978	0,0994	1015	1048	1090	1120	1189
12,0	896	913	932	947	0,0966	0,0996	1034	1061	1122
12,5	858	873	891	904	921	949	0,0983	1008	1062

α	q								
	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
13,0	0,0822	0,0836	0,0853	0,0865	0,0880	0,0906	0,0937	0,0960	0,1009
13,5	790	803	818	829	843	867	895	916	0,0961
14,0	760	772	786	796	809	831	857	876	917
14,5	732	743	756	766	778	797	822	839	877
15,0	706	716	729	738	749	767	789	805	840
15,5	0,0682	0,0692	0,0703	0,0711	0,0722	0,0739	0,0759	0,0774	0,0806
16,0	660	668	679	687	696	712	732	745	775
16,5	639	647	657	664	673	688	706	718	746
17,0	619	627	636	643	651	665	682	693	719
17,5	600	608	616	623	630	644	659	670	694
18,0	0,0583	0,0590	0,0598	0,0604	0,0611	0,0624	0,0638	0,0648	0,0671
18,5	566	573	581	586	593	605	618	628	649
19,0	551	557	564	570	576	587	600	609	628
19,5	536	542	549	554	560	570	582	591	609
20,0	522	527	534	539	545	554	566	574	591
21,0	0,0496	0,0501	0,0507	0,0511	0,0516	0,0525	0,0536	0,0543	0,0558
22,0	473	477	483	486	491	499	508	515	529
23,0	451	455	460	464	468	475	484	490	502
24,0	432	435	440	443	447	454	462	467	478
25,0	414	417	422	424	428	434	441	446	456
26,0	0,0398	0,0401	0,0404	0,0407	0,0410	0,0416	0,0422	0,0427	0,0436
27,0	382	385	389	391	394	399	405	410	418
28,0	368	371	374	376	379	384	390	393	401
29,0	355	358	361	363	366	370	375	378	386
30,0	343	345	348	350	353	357	361	365	372

ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

1. Удельные затраты ресурсов (времени, труда и средств), приходящиеся на единицу продукции в соответствии с назначением.

2. Удельные непланируемые потери, приходящиеся на единицу продукции.

3. Средняя доля выпускаемой продукции, характеризующейся каким-нибудь признаком (изделия бракованные, изделия без брака, изделия высшей категории и т. д.) среди общего объема выпускаемой продукции.

4. Удельная прибыль (разность между стоимостью и себестоимостью продукции), приходящаяся на единицу продукции.

5. Срок окупаемости (затраты, связанные с созданием и внедрением изделия, приходящиеся на 1 руб. годового прироста прибыли в связи с функционированием изделия).

6. Рентабельность (величина прибыли в расчете на 1 руб. стоимости производственных фондов).

7. Общая фондоемкость продукции (среднегодовая стоимость производственных фондов, приходящаяся на 1 руб. стоимости продукции).

8. Фондоотдача (стоимость продукции в расчете на 1 руб. среднегодовой стоимости производственных фондов).

9. Средняя производительность системы (среднее количество продукции, произведенной в единицу времени).

10. Средняя стоимость достижения величины технического параметра.

11. Вероятностные характеристики времени выполнения работ (вероятность, среднее время выполнения работы, параметр потока завершений работ, дисперсия времени выполнения работ, время начала массовых завершений работ).

12. Один из показателей надежности системы в соответствии с ее назначением (вероятность безотказной работы, параметр потока отказов, коэффициент готовности системы).

13. Коэффициент занятости, равный отношению среднего времени занятости специалистов к общему времени выполнения работ.

14. Среднее количество баллов, полученных при экспертной оценке изделий или работ.

15. Среднее время ожидания в очереди на обслуживание.

16. Количество происшествий из-за нарушения правил эксплуатации, технологии и т. д. за определенный календарный срок, приходящийся на один объект данного класса.

17. Коэффициент технического использования изделий: отношение математического ожидания времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени пребывания объекта в работоспособном состоянии, времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и времени ремонтов за тот же период эксплуатации.

18. Отношение среднего ущерба, предотвращенного системой, к затратам на саму систему и ее функционирование.

19. Количество ошибок, приходящееся на единицу длины сообщения.

20. Вероятность достижения цели.

2. Отношение стоимости продукции, полученной в результате ее реализации за определенный период времени, к затратам на создание этой продукции.

22. Среднее количество заявок в очереди на обслуживание.

23. Среднее время пребывания заявки в системе массового обслуживания.

24. Объем реализованной продукции, произведенной в течение определенного срока.

25. Вероятность возникновения опасной ситуации.

26. Вероятность того, что в партии изделий число дефектных не превышает допустимого.

27. Нормированная стоимость обработки (удельные затраты на единицу продукции за вычетом стоимости приобретенных материалов на единицу продукции).

1. Базовский И. Надежность, теория и практика. М., «Мир», 1965. 374 с.
2. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. Пер. с англ. И. А. Ушакова. Под ред. Б. В. Гнеденко. М., «Советское радио», 1969. 468 с.
3. Барзилович Е. Ю., Каштанов В. А. Организация обслуживания при ограниченной информации о надежности системы. М., «Советское радио», 1975. 136 с.
4. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968. 356 с.
5. Варжапетян А. Г., Свительский А. И., Якушев В. И. Готовность судовых систем управления. Л., «Судостроение», 1973. 264 с.
6. Волков Л. И., Шишкевич А. М. Надежность летательных аппаратов. М., «Высшая школа», 1975. 296 с.
7. Вудсон У., Коновер Д. Справочник по инженерной психологии для инженеров и художников-конструкторов. М., «Мир», 1968. 552 с.
8. Гадасин В. А., Ушаков И. А. Надежность сложных информационно-управляющих систем. М., «Советское радио», 1975. 192 с.
9. Гаскаров Д. В., Голинкевич Т. А., Мозгалевский А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Советское радио», 1974. 224 с.
10. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965. 524 с.
11. Голинкевич Т. А. Оценка надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Советское радио», 1969. 176 с.
12. Горелова Г. В., Здор В. В., Свечарник Д. В. Метод оптимума номинала и его применение. М., «Энергия», 1970. 200 с.
13. Горский Л. К. и др. Исследование надежности судовых систем с помощью ЭЦВМ. Л., «Судостроение», 1972. 272 с.
14. Горский Л. К. Статистические алгоритмы исследования надежности. М., «Наука», 1970. 400 с.
15. Груничев А. С., Кузнецов В. А., Шипов Е. В. Испытание радиоэлектронной аппаратуры на надежность. М., «Советское радио», 1969. 288 с.
16. Дружинин Г. В. Надежность систем автоматики. Изд. 2-е. М., «Энергия», 1967. 528 с.
17. Дружинин Г. В. Процессы технического обслуживания автоматизированных систем. М., «Энергия», 1973. 272 с.
18. Дружинин Г. В. Статистическая теория износа и разрегулирования. — «Труды Военно-воздушной инженерной академии им. Н. Е. Жуковского», 1961, вып. 898. 72 с.
19. Дружинин Г. В. Способ статистического моделирования процессов износа, старения и разрегулирования сложных систем.

А. С. № 145768 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1962, № 6.

20. Дружинин Г. В. Способ статистического моделирования процесса появления отказов элементов технических систем. А. С. № 146869 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1962, № 9.

21. Дружинин Г. В. Способ статистического моделирования процессов выполнения работы. А. С. № 164438 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1964, № 15.

22. Дружинин Г. В. Способ статистического моделирования процессов выполнения сложной системы работ. А. С. № 177178 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1965, № 24.

23. Дружинин Г. В. Способ моделирования влияния случайных условий труда на его производительность. А. С. № 187416 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1966, № 20.

24. Дружинин Г. В. Способ статистического моделирования процессов компенсации оператором последствий отказов технических систем. А. С. № 209080 (СССР). Оpubл. в бюл. «Изобретения. Открытия. Пром. образцы. Товарные знаки», 1968, № 4.

25. Единая система плано-предупредительного ремонта и рациональной эксплуатации технологического оборудования машиностроительных предприятий (типовое положение). М., Машгиз, 1962. 560 с.

26. Епифанов А. Д. Надежность автоматических систем. М., «Машиностроение», 1964. 336 с.

27. Надежность и эффективность АСУ. Киев, «Техніка», 1975. 368 с. Авт.: Ю. Г. Заренин и др.

28. Зарудный В. И. Надежность судовой навигационной аппаратуры. Л., «Судостроение», 1973. 208 с.

29. Инженерная психология в применении к проектированию оборудования. М., «Машиностроение», 1971. 488 с.

30. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М., «Советское радио», 1975. 472 с.

31. Колегаев Р. Н. Определение оптимальной долговечности технических систем. М., «Советское радио», 1967. 113 с.

32. Решение задач надежности и эксплуатации на универсальных ЭЦВМ. Под ред. Н. А. Шишонка. М., «Советское радио», 1967. 400 с. Авт.: Б. П. Креденцер и др.

33. Кузьмин И. В. Оценка эффективности и оптимизация автоматических систем контроля и управления. М., «Советское радио», 1971. 296 с.

34. Кузьмин Ф. И. Задачи и методы оптимизации показателей надежности. М., «Советское радио», 1972. 224 с.

35. Кульбак Л. И. Основы расчета обеспечения электронной аппаратуры запасными элементами. М., «Советское радио», 1970. 208 с.

36. Кокс Д. Р., Смит В. Л. Теория восстановления. М., «Советское радио», 1967. 300 с.

37. Ллойд Д., Липов М. Надежность. Организация исследования, методы, математический аппарат. М., «Советское радио», 1964. 686 с.

38. Луцкий В. А. Расчет надежности и эффективности радиоэлектронной аппаратуры. Киев, «Наукова думка», 1966. 208 с.
39. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах. М., «Советское радио», 1972. 288 с.
40. Методика выбора норм надежности технических устройств промышленных изделий. М., ВНИИС, 1970. 60 с.
41. Методы обеспечения качества продукции в Японии. М., Изд-во стандартов, 1970. 60 с.
42. Методика выбора показателей для оценки надежности сложных технических систем. М., Изд-во стандартов, 1972. 44 с.
43. Методика определения длительности технологического прогона промышленных изделий. М., Изд-во стандартов, 1975. 24 с.
44. Михайлов А. В. Эксплуатационные допуски и надежность в радиоэлектронной аппаратуре. М., «Советское радио», 1970. 216 с.
45. Москатов Г. К. Надежность адаптивных систем. М., «Советское радио», 1973. 104 с.
46. Надежность в технике. Термины. ГОСТ 13377-75. М., Изд-во стандартов, 1975. 21 с.
47. Нечипоренко В. И. Структурный анализ и методы построения надежных систем. М., «Советское радио», 1968. 256 с.
48. Общая методика выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических устройств (для включения в ГОСТ ТУ, ТЗ и в систему планирования). М., ВНИИС, 1968. 38 с.
49. Перроте А. И., Карташов Г. Д., Цветаев К. Н. Основы ускоренных испытаний радиоэлементов на надежность. М., «Советское радио», 1968. 224 с.
50. Поляк Ю. Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., «Советское радио», 1971. 400 с.
51. Сборник задач по теории надежности. Под ред. А. М. Половко и И. М. Маликова. М., «Советское радио», 1972. 408 с. Авт.: А. М. Половко и др.
52. Половко А. М. Основы теории надежности. М., «Наука», 1965. 446 с.
53. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960. 884 с.
54. Рябинин И. А., Киреев Ю. Н. Надежность судовых электроэнергетических систем и судового электрооборудования. Л., «Судостроение», 1974. 264 с.
55. Рябинин И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. Изд. 2-е. Л., «Судостроение», 1971. 456 с.
56. Складчев А. Н. Надежность систем с накоплением нарушений. Рига, «Зинатне», 1969. 210 с.
57. Смиринов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М., Физматгиз, 1959. 436 с.
58. Соломонов П. А. Надежность планера самолета. М., «Машиностроение», 1974. 320 с.
59. Степанов С. В. Профилактика как метод повышения надежности изделий. М., «Советское радио», 1972. 136 с.
60. Туркельтауб Р. М. Методы исследования точности и надежности схем аппаратуры. М.—Л., «Энергия», 1966. 160 с.
61. Ушаков И. А. Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений. М., «Советское радио», 1969. 176 с.

62. Шастова Г. А., Коекин А. П. Выбор и оптимизация структуры информационных систем. М., «Энергия», 1972. 272 с.
63. Широков А. М. Надежность радиоэлектронных устройств. М., «Высшая школа», 1972. 272 с.
64. Шишонов Н. А., Репкин В. Ф., Барвинский Л. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., «Советское радио», 1964. 552 с.
65. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1970. 288 с.
66. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962. 552 с.
67. Червоный А. А., Лукьященко В. И., Котин Л. В. Надежность сложных систем. М., «Советское радио», 1972. 304 с.
68. Ястребенецкий М. А., Соляник Б. Л. Определение надежности аппаратуры промышленной автоматики в условиях эксплуатации. М., «Энергия», 1968. 128 с.
69. Черкесов Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью. М., «Советское радио», 1974. 296 с.
70. Dummer G. W. Electronic equipment reliability, McGraw-Hill, N. Y., 1960.
71. Girard E., Ranft J.—C. A programming technique for software reliability. — «IEEE Symp. Comput. Software Reliability, New York City, 1973», N. Y., 1973, p. 44—50.
72. Greene K., Cinibuck W. Quantitative safety analysis. — «Proc. Annu. Reliab. and Maintain. Symp. San-Francisco, Calif., 1972», New York, 1972, p. 218—221.
73. Harris V., Tall M. M. Prediction of electronic equipment reliability. — «Electrical Engineering», 1955, XI, vol. 74.
74. Klass P. J. Cycling tests increase reliability factor. — «Aviation Week», Sept. 1960, 5, vol. 3, № 10.
75. Peattic C. G., Adams J. D., Carrel S. L., George T. D., Valck M. H. Elements of demiconductor — device reliability. — «Proc. IEEE», 1974, vol. 2, № 2, p. 149—168.
76. Peck D. S., Zierdt C. H. The reliability of semiconductor devices in the Bess System. — «Proc. IEEE», 1974, vol. 62, № 2, p. 185—211.
77. Reynolds F. H. Termally accelerated aging of semiconductor components. — «Proc. IEEE», 1974, vol. 62, № 2, p. 212—222.
78. Safford G. B., Incouye M. S. Preventing equipment vibration failures. — «Electronics», 1958, № 5.
79. Stevens C. F. A sequential test for comparing component reliabilites. — «IRE Trans. on Reliability and Quality Control», 1957, PGRQC-9, XI.
80. Wuerfell H. L. Reliability theory and vital engineering. — «Interpretations Proceedings of the 1956».
81. Herbert D. W. Reliability predictions — are they worth it. — «Pror. Techn. Programme INTERNEPCON U. K., 73. Int. Electron. Packag. and Prod. Conf., Brighton, 1973». Surbiton, 1973, p. 97—105.
82. Earles D. R. LCC-commercial application ten years of life cycle costing. — «Proc. 1975 Annu. Reliability and Maintainability Symp., Wachington, D. C., 1975». S. I, 1975, p. 74—85.

А

Алгоритм вероятностного моделирования 173, 292

В

Вейбулла закон распределения 28

Вероятностное моделирование на ЭВМ 171, 289
— — физические 177, 295, 303, 500

Вероятность безотказной работы 14

— отказа 14

Виды отказов 9

Время восстановления 41

— начала массовых отказов 264

Выходной эффект 63

Г

Гамма-распределение 26

Генератор линейных случайных процессов 296

Граф состояний системы 115, 144

Д

Диаграмма видов брака 331

Доверительная вероятность 211

Доверительный интервал 211

Долговечность 419

Допуски на параметры элементов 250

З

Запасные элементы 437

Затраты приведенные 66

И

Имитатор отказов и восстановлений 179, 181

Интенсивность восстановления 45

— отказов 15

Испытания на безотказную работу 194

— — повреждающую нагрузку 335

К

Качество функционирования 60

Компенсация последствий отказов 453, 458

Коэффициент готовности 44

— нагрузки элементов 92

— нормативный экономической эффективности 67

— снижения качества функционирования 62

— — эффекта 64

— технического использования 50

— условий применения 89

Л

Лапласа функция нормированная 24

Линейный случайный процесс 236

Логическая схема для расчета надежности 130

М

Метод дифференциальных уравнений 114

— интегральных уравнений 111

— логико-вероятностный 147

— максимального правдоподобия 208

— реализаций 290

— сечений 291,

Н

- Надежность планов работ 473
 Надежность программ 160
 Направленные системы 73
 Нарботка 13
 — до отказа 13
 — — — средняя 18
 — — — — полезная 19
 — заданная 13
 — на отказ 13
 — суммарная 211
 Неработоспособность 8
 Нормы надежности 86

О

- Ординарность потока отказов 34
 Отказ 8
 — внезапный 11
 — окончательный 9
 — перемежающийся 10
 — постепенный (параметрический) 11
 Оценка параметров распределения интервальная 211
 — — — точечная 207

П

- Параметр определяющий 218
 — потока отказов 33
 Перемежающиеся отказы 9, 282
 Плотность распределения наработки до отказа 15
 Повреждающая нагрузка 335
 Подсистема восстановления 430
 Процессы изнашивания 208

Р

- Работоспособность 8
 Разрегулирование 259
 Распределение альфа 263
 — Вейбулла 28
 — гамма 26
 — норм надежности по элементам 97
 — нормальное 23
 — показательное 23
 — Релея 26
 — треугольное 29
 Резерв нагруженный 345
 — ненагруженный 345
 — облегченный 345
 Резервирование 344
 — активное 345, 361
 — общее 346

- Резервирование оптимальное 360
 — пассивное 345, 378
 — по нагрузке 346, 382
 — при двух видах отказов 394
 — с восстановлением 400
 — — дробной кратностью 374
 — — избирательными схемами 377
 — — неизменной нагрузкой 346
 — — скользящее 374

С

- Своевременность выполнения работ 473
 Системы «человек и техника» 451
 Случайная функция случайного аргумента 54
 Случайные условия труда 482
 Схема надежности логическая 130
 — состояний системы 115, 144

Т

- Технический объект 7
 Техническое обслуживание 79, 429
 Технологичность обслуживания 424

У

- Условное распределение наработки между отказами 38

Ф

- Формирование показателей надежности 78
 Функция готовности 42
 — затрат 66
 — надежности 13
 — ненадежности 14
 — простоя 42
 — своевременности 474

Х

- Характеристическое время выполнения работы 479
 — — — разрегулирования 267

Э

- Экономические показатели качества функционирования 65
 Эффект выходной средний 63

Предисловие	3
Введение	4

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Глава первая. Показатели надежности	7
---	---

1-1. Основные понятия теории надежности	7
1-2. Показатели надежности неремонтируемых объектов	13
1-3. Теоретические распределения наработки до отказа	22
а) Показательное (экспоненциальное) распределение	23
б) Усеченное нормальное распределение	23
в) Распределение Релея	26
г) Гамма-распределение	26
д) Распределение Вейбулла	28
е) Треугольное распределение	29
ж) Сумма (суперпозиция) распределений	31
з) О выборе типа теоретического распределения наработки до отказа	32
1-4. Показатели надежности ремонтируемых объектов, не восстанавливаемых в процессе применения	33
1-5. Показатели надежности ремонтируемых восстанавливаемых в процессе применения объектов	40
1-6. О пересчете средней наработки до отказа на различные условия применения объектов	52

Глава вторая. Связь показателей надежности и качества функционирования систем	60
---	----

2-1. Показатели качества функционирования	60
а) Приведенные экономические показатели качества функционирования	66
б) О выборе показателя качества функционирования	68
2-2. Оценка качества функционирования систем	69
а) Оценка качества функционирования в определенный момент времени	69
б) Оценка качества функционирования за интервал времени	71
2-3. Особенности оценки качества функционирования направленных систем	73
2-4. Переход от оценки качества функционирования к оценке надежности систем	76

ЧАСТЬ ВТОРАЯ
**ФОРМИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ
 ПРОЕКТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ**

Глава третья. Мероприятия по формированию показателей надежности на ранних стадиях проектирования	78
3-1. Выбор и обоснование показателей надежности	78
а) Выбор и обоснование принципов технического обслуживания	79
б) Принципы выбора показателей надежности	80
3-2. Назначение норм надежности	85
а) Учет технических характеристик проектируемых объектов	86
б) Учет технического прогресса	88
в) Учет изменения условий работы	89
г) Уточнение норм надежности и выбор мероприятий по ее повышению	95
3-3. Распределение норм надежности системы по элементам	97
3-4. Методы подтверждения выполнения норм надежности	103
Глава четвертая. Общие методы расчета надежности проектируемых систем	106
4-1. Способы и основные этапы предсказания надежности проектируемых систем	106
4-2. Метод интегральных уравнений	111
4-3. Метод дифференциальных уравнений	114
Об оценке надежности по графу состояний системы	120
4-4. Расчеты потерь производительности систем из-за ненадежности элементов	122
4-5. Пример расчета потерь производительности системы из-за ненадежности элементов	127
Глава пятая. Методы расчета надежности систем различных типов	130
5-1. Расчеты надежности неремонтируемых систем по последовательно-параллельным логическим схемам	130
а) Составление логической схемы для расчета надежности системы	131
б) Выбор и уточнение значений показателей надежности элементов	132
в) Расчетные формулы	135
г) Коэффициентный способ расчета	137
д) Расчет систем с неодновременно работающими элементами	139
е) Учет цикличности работы аппаратуры	141
ж) Применение формулы полной вероятности при расчете надежности систем	142
з) Переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний системы	147
и) Логико-вероятностный метод расчета надежности систем	147
5-2. Расчеты надежности неремонтируемых механических объектов	149
а) Связь расчетов прочности и надежности деталей и узлов	149
б) Статистический расчет прочности механических конструкций	151

в) Особенности расчета надежности механических объектов	154
5-3. Особенности оценки надежности автоматизированных систем управления	157
5-4. Оценка надежности программ цифровых ЭВМ	160
а) Особенности оценки надежности программ	161
б) Оценка безотказности программ по наработке	163
в) Оценка готовности программ	167
Глава шестая. Вероятностное моделирование в задачах оценки надежности проектируемых систем	171
6-1. Основные этапы подготовки и решения задач оценки надежности систем путем вероятностного логического моделирования на цифровых ЭВМ	171
а) Формализация процесса функционирования исследуемой системы	172
б) Разработка моделирующего алгоритма	173
в) Особенности алгоритмов для исследования надежности путем вероятностного логического моделирования	175
6-2. Оценка надежности направленных систем путем применения вероятностного физического моделирования	177
6-3. Пример оценки надежности информационной системы с помощью вероятностного физического моделирования	184
а) Краткая характеристика объекта моделирования	184
б) Построение моделирующей схемы	185
в) Результаты моделирования	189
6-4. Применение вероятностного физического моделирования для оценки надежности низкочастотных электронных схем при грубых отказах элементов	190
Глава седьмая. Оценка показателей надежности по экспериментальным данным об отказах	191
7-1. Получение экспериментальных данных о надежности объектов	191
а) Источники информации о надежности	191
б) Виды испытаний на безотказную работу	194
в) Сбор сведений об отказах	197
7-2. Построение графиков экспериментальных распределений	199
а) Построение графиков экспериментальных распределений наработки до отказа	199
б) Вычисление параметра потока отказов	205
7-3. Оценка параметров теоретических распределений наработки до отказа по данным об отказах	207
а) Точечные оценки	207
б) Интервальные оценки	211

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ

Глава восьмая. Особенности процессов изменения свойств объектов	216
8-1. Возможные модели процессов развития отказов	216

8-2. Особенности случайных процессов старения, изнашивания, разрегулирования	218
8-3. Типовые полуслучайные процессы изменения свойств объектов	225
а) Линейные случайные функции	227
б) Кусочно-линейные случайные функции	231
8-4. Об индивидуальном прогнозировании процессов изменения определяющих параметров	232
8-5. Особенности определения характеристик линейных случайных процессов по экспериментальным данным	236
8-6. О пересчете значений скорости изнашивания на различные условия применения объектов	242
а) Использование результатов лабораторных испытаний	247
б) Скорость изнашивания при векторной случайной нагрузке	248

Глава девятая. Вычисление показателей параметрической надежности по характеристикам случайных процессов изменения определяющих параметров 250

9-1. Связь допусков на параметры объектов и показателей параметрической надежности	250
а) Вычисление вероятности нахождения в работоспособном состоянии	251
б) Вычисление плотности распределения наработки до параметрического отказа	252
в) Особенности вычисления показателей надежности объектов с векторными определяющими параметрами	257
9-2. Особенности исследования надежности при разрегулировании и одной границе допуска	259
9-3. Свойства альфа-распределения	265
9-4. Надежность объектов с регулируемым определяющим параметром при двух границах поля допуска	275
9-5. Особые случаи распределения наработки до параметрического отказа	280
9-6. О появлении перемежающихся отказов	282
9-7. Расчеты параметрической надежности систем на примере электронных схем	283
9-8. Оценка параметрической надежности систем при помощи вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ	289

Глава десятая. Определение параметрической надежности объектов путем моделирования процессов возникновения отказов 295

10-1. Принципы моделирования процессов возникновения отказов элементов	295
а) Генератор линейных случайных процессов	296
б) Моделирование процессов появления отказов элементов	300
в) Моделирование влияния случайных нагрузок на скорость изменения параметров	303
10-2. Принципы устройства моделирующей установки для предсказания параметрической надежности электронных схем	304

10-3. Повышение параметрической надежности электронных схем путем подбора номиналов параметров элементов	309
10-4. Моделирование процессов возникновения параметрических отказов механических систем	311

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Глава одиннадцатая. Мероприятия по повышению надежности систем при их проектировании и изготовлении	316
11-1. Некоторые опасные нагрузки и способы их уменьшения	316
а) Факторы, влияющие на надежность объектов при их эксплуатации	316
б) Тепловые режимы и пути их облегчения	318
в) Ударно-вибрационные режимы транспортируемой аппаратуры	320
г) Воспроизведение вибрационных нагрузок в лабораторных условиях	322
11-2. Мероприятия по повышению надежности проектируемых объектов	324
11-3. Пути повышения надежности при изготовлении объектов	327
11-4. Лабораторные испытания на повреждающую нагрузку	335
11-5. Программы обеспечения надежности и других эксплуатационных свойств объектов	341
Глава двенадцатая. Свойства резервированных невосстанавливаемых систем	344
12-1. Виды резервированных объектов	344
12-2. Пассивное резервирование с неизменной нагрузкой и нагруженное активное резервирование с очень надежными переключающими устройствами	350
а) Влияние периодического контроля работоспособности элементов на эффект от применения резервирования	355
б) Резервирование изнашивающихся элементов	358
12-3. Об учете лимитирующего фактора при резервировании	359
12-4. Особенности активного резервирования	361
а) Оптимальное число участков резервирования	361
б) Влияние надежности переключателей	365
в) Ненагруженный и облегченный резерв	371
г) Скользящее резервирование	374
д) Резервирование с избирательными схемами	377
12-5. Особенности пассивного резервирования	378
а) Резервирование с перераспределением нагрузки	378
б) Резервирование по нагрузке	382
в) Условия, при которых целесообразно применять резервирование по нагрузке	386
г) Об учете изменений параметров элементов при пассивном резервировании	388
д) Резервирование элементов с двумя видами отказов	394
Глава тринадцатая. Свойства резервированных восстанавливаемых систем	400
13-1. Восстановление как путь повышения надежности	400

13-2. Значение контроля для резервированных восстанавливаемых объектов	408
а) Значение контроля для объектов, допускающих перерывы в работе	408
б) Значение контроля для объектов, не допускающих перерывов в работе	412
13-3. Особенности резервирования восстанавливаемых объектов, допускающих перерывы в работе	414
а) Резервирование объектов, для которых отказы допустимы, но нет резерва времени на ремонт	414
б) Функционирование объектов, имеющих резервы времени на восстановление	416
Глава четырнадцатая. Эксплуатационные свойства автоматизированных систем	419

14-1. Назначение норм эксплуатационных показателей	419
а) Назначение норм долговечности	419
б) Назначение норм технологичности обслуживания	424
14-2. Структура системы технического обслуживания	429
а) Подсистема восстановления	430
б) Подсистема профилактики	433
14-3. Расчеты норм запасных элементов	437
а) Расчеты норм запасных элементов из условия достаточности	438
б) Расчеты норм запасных изнашивающихся элементов из условия достаточности	440
в) Расчеты норм запасных элементов для объектов, находящихся в дежурном режиме	442
г) Расчеты экономически оптимальных норм запасных элементов с учетом структуры системы восстановления	444

ЧАСТЬ ПЯТАЯ

НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ «ЧЕЛОВЕК И ТЕХНИКА»

Глава пятнадцатая. Надежность технических систем с операторами	451
15-1. Учет влияния человека-оператора на надежность системы	451
а) Особенности исследования надежности систем «человек и техника»	451
б) Системы с некомпенсируемыми ошибками оператора и отказами техники	453
в) Системы с компенсацией ошибок операторов и последствий отказов технических систем	453
г) Надежность дублированной системы с оператором	455
15-2. Определение вероятности компенсации оператором последствий отказов	458
15-3. Выбор показателей надежности технических объектов систем «человек и техника» из условий безопасности с учетом действий оператора	465
15-4. Динамические свойства систем с операторами	468
а) О передаточных функциях человека-оператора	469
б) Время реакции (запаздывания) человека	470

в) О полуматоматическом слежении	471
г) Системы с убыстрением	472

Глава шестнадцатая. Своевременность выполнения планов систем работ 473

16-1. Своевременность выполнения отдельной работы 473

- а) Об адаптации к условиям труда и индивидуальности исполнителей 474
- б) Типовые распределения времени выполнения отдельной работы определенного (исслучайного) объема 477
- в) Об особых случаях распределения времени выполнения работы 481

16-2. Влияние случайных условий труда на производительность 482

16-3. Способы получения сведений для планирования систем работ 486

- а) Использование личного опыта 486
- б) Получение и использование экспериментальных данных о времени выполнения работ 488

16-4. Оценка своевременности выполнения систем работ 489

- а) Параллельная система независимых работ 489
- б) Последовательная система независимых работ 491
- в) О потоке завершения операций, выполняемых различными исполнителями на одном рабочем месте 492
- г) Оценка своевременности выполнения систем работ путем применения вероятностного моделирования на цифровых ЭВМ 493
- д) Общий случай оценки своевременности выполнения системы работ 495

16-5. О связи между значениями времени выполнения работ 497

16-6. Моделирование процессов выполнения работы 500

- а) Графическое моделирование 501
- б) Моделирование процессов выполнения отдельной работы на электронной моделирующей установке 503
- в) Моделирование влияния случайных условий труда на производительность 506
- г) Моделирование процессов выполнения системы работ на электронной установке 507

Приложение I. Значения функции $y=e^{-x}$ 509

Приложение II. Значения функции

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv \quad 512$$

Приложение III. Значения χ^2 в зависимости от $2r$ и p 514

Приложение IV. Квантили альфа-распределения 515

Приложение V. Показатели качества функционирования 522

Список литературы 524

Алфавитный указатель 535