

Надежность и эффективность В ТЕХНИКЕ

Справочник в десяти томах

Надежность и эффективность в технике

Справочник в десяти томах

Редакционный совет:

*В.С. АВДУЕВСКИЙ, акад. АН СССР
(председатель);*

*Н.А. СЕВЕРЦЕВ, д-р техн. наук
(зам. председателя)*

В.И. КУЗНЕЦОВ, акад. АН СССР;

Н.Д. КУЗНЕЦОВ, акад. АН СССР;

В.А. МЕЛЬНИКОВ, акад. АН СССР;

В.П. МИШИН, акад. АН СССР;

В.Ф. УТКИН, акад. АН СССР;

К.В. ФРОЛОВ, акад. АН СССР;

Б.В. ГНЕДЕНКО, акад. АН УССР;

И.Н. КОВАЛЕНКО, акад. АН УССР;

Б.Ф. ЛОМОВ, чл.-корр. АН СССР

Том
7

Качество и надежность в производстве

*Под редакцией
д-ра техн. наук
И.В. АППОЛОНОВА*



Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1989

ББК 30.14
Н17
УДК 621-192 (035)

Авторы тома: И. В. Апполонов, И. З. Аронов, Ю. П. Астахов,
В. И. Васильев, А. И. Волков, В. Л. Воробьев, В. И. Григорьев,
Л. Г. Дубицкий, Н. Г. Загоруйко, П. А. Иващенко, В. А. Исаченко,
И. И. Карасик, В. В. Кочетов, А. И. Кубарев, Ф. И. Кузьмин,
В. Ф. Курочкин, Б. С. Митин, В. П. Приходько, Я. А. Рипс,
Н. А. Северцев, В. Л. Соболев, В. А. Чалый-Прилуцкий, Г. В. Шоничев,
С. А. Яковлев

Рецензенты: д-р техн. наук проф. А. С. Проников,
д-р техн. наук проф. В. И. Никишин

Надежность и эффективность в технике: Справочник.
Н17 В 10 т./Ред. совет: В. С. Авдуевский (пред.) и др. — М.:
Машиностроение, 1989. — (В пер.).

Т. 7. Качество и надежность в производстве/Под ред.
И. В. Апполонова. — 280 с.: ил. — 1 р. 60 к.

Рассмотрены вопросы обеспечения качества и надежности в процессе производства, а также технологической надежности, ускоренные методы испытаний, методы распознавания образов и физико-технического анализа для контроля качества и надежности в производстве.

Предназначен для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием, испытаниями, изготовлением и эксплуатацией современной техники. Будет полезен студентам и преподавателям высших технических учебных заведений.

Н 2702000000—003
038(01)—89 ПОДПИСНОЕ

ББК 30.14

Оглавление

Предисловие	8		
Глава 1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ ПРИ ЕЕ ПРОИЗВОДСТВЕ	9		
1. Промышленная продукция и показатели ее качества (И. В. Анполонов, Ю. П. Астахов, В. И. Григорьев)	9	(И. В. Анполонов, Ю. П. Астахов, В. А. Исаченко, С. А. Яковлев) .	46
2. Методы оценки качества промышленной продукции (И. В. Анполонов, В. В. Кочетов) .	16	2. Статистические методы контроля качества продукции (Ф. И. Кузьмин)	58
3. Методы оценки технико-экономического уровня продукции и ее конкурентоспособности (В. В. Кочетов)	25	3. Методы формирования партий и выборок для контроля качества продукции (И. З. Аронов, Г. В. Шоничев) .	72
4. Экспертные методы в задачах управления качеством промышленной продукции (И. В. Анполонов, Ю. П. Астахов, Н. А. Северцев) .	33	4. Методы формирования оптимальных планов контроля качества продукции с использованием информационных критериев (Я. А. Рипс, В. А. Чалый-Прилуцкий)	83
Глава 2. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ ПРИ ЕЕ ПРОИЗВОДСТВЕ .	46	5. Методы контроля и оценки качества продукции с использованием априорной информации (И. В. Анполонов)	93
1. Виды и средства контроля качества продукции		Глава 3. КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ	102
		1. Принципы ускорения контроля качества и надежности продукции	

	(А. И. Кубарев, В. Ф. Курочкин, В. Л. Соболев)	102		ска и установив- шегося производ- ства (И. В. Анпо- лонов)	176
	2. Ускоренные кон- трольные методы испытаний продук- ции на усталость (В. Л. Соболев)	114		2. Методы и модели выбора рацио- нальных кон- трольных интер- валов при упра- влении качеством продукции (И. В. Анполонов)	185
	3. Ускоренные кон- трольные методы испытаний продук- ции на износостой- кость (И. И. Ка- расик)	125		3. Методы статисти- ческого модели- рования в задачах исследования ка- чества и надеж- ности продукции (Ю. П. Астахов, В. А. Исаченко, Б. С. Митин)	202
	4. Ускоренные кон- трольные методы испытаний продук- ции на коррози- онную стойкость (А. И. Волков)	136		4. Модели формиро- вания планов ос- воения и выпуска изделий при опти- мальном управле- нии качеством про- дукции (И. В. Ан- полонов)	215
Глава 4. КОНТРОЛЬ КАЧЕ- СТВА И НАДЕЖНО- СТИ ПРОДУКЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ФИЗИКО-ТЕХНИ- ЧЕСКОГО АНАЛИ- ЗА (ФТА) (Л. Г. Ду- бицкий)		144	Глава 6. МОДЕЛИ И МЕТО- ДЫ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА И НА- ДЕЖНОСТИ ТЕХ- НОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СРЕДСТВ ПРОИЗ- ВОДСТВА		221
	1. Методические осно- вы ФТА (В. Л. Во- робьев, Л. Г. Ду- бицкий)	144		1. Методы и модели оценки надежно- сти и отработан- ности технологи- ческих процессов при серийном ос- воении выпуска сложных изделий (И. В. Анполонов, Ю. П. Астахов)	221
	2. Системы ФТА ка- чества и надежно- сти продукции	158		2. Методы и модели исследования ста- бильности техно- логических про- цессов при анали- зе качества про- дукции (И. В. Ан- полонов)	231
	3. Основные области применения мето- дов и средств ФТА качества различ- ной продукции	166			
	4. Методы контроля и оценки качества и надежности про- дукции	175			
Глава 5. МОДЕЛИ И МЕТО- ДЫ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА И НА- ДЕЖНОСТИ ПРО- ДУКЦИИ		176			
	1. Модели управле- ния показателями качества продук- ции на стадиях освоения ее выпу-				

3. Методы исследования надежности средств технологического оснащения производств на примере валков прокатных станов (В. П. Приходько, П. А. Иващенко)	246	2. Типовые методы, модели и алгоритмы классификации	255
Глава 7. МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ КЛАССИФИКАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ (И. В. Апполонов, В. И. Васильев, Н. Г. Загоруйко, С. А. Яковлев)	254	3. Методы и типовые алгоритмы таксономии в классификационных задачах	256
1. Типовые классификационные задачи при исследовании качества продукции и технологических процессов	254	4. Методы формирования признаков в классификационных задачах и при оценке качества продукции	262
		Глава 8. ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ (Л. Г. Дубицкий)	271
		Список литературы	274
		Предметный указатель	275

Предисловие

Внимание специалистов в мире привлечено к развитию теоретических и практических основ исследования качества и надежности техники на этапах ее создания и производства с единых системотехнических позиций, а также к накоплению опыта обеспечения высокого уровня качества продукции.

При рассмотрении вопросов качества выпускаемой продукции и средств технологического оснащения производств принято обращать особое внимание на их технический уровень, качество изготовления, экономические аспекты и конкурентоспособность на мировом рынке. Все эти составляющие обосновываются в процессе проектирования продукции и обеспечиваются при производстве.

Качество продукции как совокупность основных ее потребительских свойств определяется довольно обширной номенклатурой показателей из различных групп (назначения, надежности, технологичности, эргономичности и т. д.). Наиболее важными из всех групп являются показатели назначения и надежности, причем показатели назначения являются определяющими, а показатели надежности формируются по количественным характеристикам показателей назначения с учетом их изменения во времени. Количественно качество на этапе производства определяется через характеристики дефектов в готовой продукции, а также через вероятностные характеристики параметров (показателей), задающих качество в соответствии с техническими условиями и конкретными потребительскими свойствами.

Настоящий том справочника содержит необходимые специалистам методические и практические рекомендации, которые могут быть использованы при решении конкретных задач оценки, контроля и обеспечения качества и надежности продукции при ее производстве. В томе обобщены научные и практические результаты в области исследования качества и надежности различных видов техники при ее производстве. В систематизированном виде изложены основополагающие методические и организационно-технические принципы, а также математические и инженерные методы решения конкретных задач качества и надежности продукции и технологических процессов ее изготовления на стадиях серийного освоения и установившегося производства.

Наряду с традиционными методами оценки, контроля и обеспечения качества и надежности продукции в справочнике приведены интенсивно развиваемые в последние годы методы решения этих задач на основе принципов моделирования (имитационного, физического, математического и т. д.).

Форма изложения материала справочника позволяет использовать каждую главу для самостоятельного изучения с прикладными целями. Методологические принципы исследования качества и надежности продукции при ее производстве (конкретные методы оценки и контроля, математические модели, типовые алгоритмы и т. д.), приведенные в настоящем томе справочника, обладают значительной общностью и поэтому могут быть использованы и для нетехнических систем.

Глава 1

Общие принципы и методы оценки качества и надежности продукции при ее производстве

1. ПРОМЫШЛЕННАЯ ПРОДУКЦИЯ И ПОКАЗАТЕЛИ ЕЕ КАЧЕСТВА

Классификация промышленной продукции. Под промышленной продукцией понимается совокупность продуктов или отдельный продукт промышленного производства. Промышленную продукцию подразделяют на два класса: 1-й — продукцию, расходуемую при использовании; 2-й — продукцию, расходующую свой ресурс. В свою очередь классы подразделяют на пять групп.

К группе 1 относят сырье, природное топливо (полезные ископаемые, естественные стройматериалы, драгоценные камни, минералы и т. д.); к группе 2 — материалы (горючесмазочные материалы, материалы для текстильной, легкой, тяжелой и других промышленности, лесоматериалы, материалы электрической и радиотехнической промышленности и т. д.); к группе 3 — расходующиеся изделия (пищевые продукты, лекарства и т. д.); к группе 4 — неремонтируемые изделия [элементы радиотехники (резисторы, конденсаторы, сопротивления и т. д.), элементы машиностроительной продукции (гайки, болты, зубчатые колеса и т. д.), двигатели и движители однократного использования, изделия пиротехники и т. д.]; к группе 5 — ремонтируемые изделия (радиотехническое оборудование, технологическое и испытательное оборудование самого различного назначения, сельскохозяйственные и транспортные машины, оптико-механические системы и комплексы различного назначения и т. д.).

К первому классу промышленной продукции относят продукцию групп 1—3, ко второму классу — продукцию групп 4, 5.

Классификация показателей качества продукции. Показатели качества продукции классифицируют по следующим признакам: характерным свойствам, количеству свойств, применению, этапам жизненного цикла продукции.

По количеству свойств показатели качества могут быть единичные, комплексные, групповые, интегральные, обобщенные.

По применению, например, при оценке уровня качества продукции показатели качества подразделяют на базовые и относительные.

В зависимости от этапа жизненного цикла продукции показатели качества могут быть прогнозируемые (расчетные), проектные, производственные, эксплуатационные.

Показатели качества выражаются в натуральных и стоимостных единицах.

Номенклатура показателей качества продукции. Номенклатура показателей качества в зависимости от конкретного вида продукции в общем случае содержит основные показатели, представленные в табл. 1.

Показатели назначения характеризуют те свойства продукции, которые определяют основные функции, обуславливающие область ее применения.

Показатели назначения делятся на следующие подгруппы: классификационные, функциональные и технической эффективности, конструктивные, состава и структуры.

Подгруппа классификационных показателей характеризует принадлежность продукции к конкретному виду, типу, классификационной группировке и т. п. К данной подгруппе показателей можно, например, отнести мощ-

1. Применяемость показателей качества для продукции различных групп

Показатели	№ группы продукции				
	1	2	3	4	5
Функционального назначения	+	+	+	+	+
Надежности:					
безотказности	—	—	—	+	+
долговечности	—	—	—	+	+
ремонтпригодности	—	+	+	—	+
сохраняемости	+	+	+	+	+
Эргономические	—	(+)	+	+	+
Эстетические	(+)	(+)	+	+	+
Технологические	+	+	+	+	+
Транспортабельности	+	+	+	+	+
Стандартизации и унификации	—	—	(+)	+	+
Патентно-правовые	—	(+)	+	+	+
Экологические	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
Безопасности	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
Экономические	+	+	+	+	+

* Для изделий и материалов вместо показателей ремонтпригодности применяют показатели восстанавливаемости, к которым, например, относят: коэффициент восстановления значения показателя качества до заданного или исходного значения среднего времени восстановления работоспособности и др.

Примечание. В табл. знак «+» означает применяемость, знак «—» — неприменяемость, знак «(+)» — ограниченную применяемость соответствующих групп показателей качества.

ность турбовинтового двигателя, предел прочности стали, грузоподъемность транспортного устройства, коэффициент усиления и т. д.

Подгруппа показателей функциональной и технической эффективности определяет полезный эффект при эксплуатации продукции, а также прогрессивность технических решений, заложенных в продукцию. Для технических объектов эти показатели принято называть эксплуатационными. К данной подгруппе показателей относятся показатели производительности (машины, станки, устройства и т. д.), точности (показания прибора, позиционирования промышленного робота и т. д.), кучности стрельбы спортивного стрелкового оружия, вольт-ампер-

ные характеристики электроприборов и т. д.

Подгруппа, характеризующая конструктивные показатели, определяет основные проектно-конструкторские решения, удобство монтажа продукции, приспособленность продукции к агрегатированию и взаимозаменяемости. К этой подгруппе показателей относят габаритно-весовые характеристики (размеры), коэффициент эффективности взаимозаменяемости, коэффициент сборности (блочности) изделия и т. д.

Показатели, относящиеся к подгруппе состава и структуры, определяют содержание в продукции структурных групп, химических элементов и т. д. К показателям данной подгруппы мож-

но, например, отнести процентное содержание компонент твердого, жидкого и газообразного топлива, процентное содержание основных компонент конструкционного материала, процент неметаллических и других вредных посторонних включений в высококачественной марке стали.

К показателям надежности относятся показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости и комплексные показатели (см. т. 1).

Эргономические показатели определяют систему взаимодействия «человек—изделие» (в частном случае «человек—машина») и характеризуют комплекс гигиенических, антропометрических, физиологических и психологических свойств человека, которые проявляются в производственных и бытовых процессах.

Эти показатели делят на подгруппы гигиенических показателей, которые используются при определении соответствия изделия гигиеническим условиям жизнедеятельности и работоспособности человека при его взаимодействии с изделием (показатели освещенности, температуры, влажности, магнитного и электрического полей, запыленности, излучения, токсичности, шума, вибрации, перегрузок и т. д.); антропометрических показателей, которые используются при определении соответствия изделия размерам, форме и массе человеческого тела, взаимодействию с изделием (показатели соответствия конструкции изделия размерам человеческого тела и его отдельных частей, а также распределению массы человека); физиологических и психофизиологических показателей, используемых при определении соответствия изделия физиологическим свойствам человека и особенностям функционирования его органов чувств (показатели, характеризующие соответствие изделия возможностям человека воспринимать и перерабатывать информацию, соответствие изделия закрепленным и вновь приобретенным навыкам человека и т. д.).

Эстетические показатели определяют информационную выразительность, рациональность формы, целостность композиции, совершен-

ство исполнения продукции, а также стабильность товарного вида.

Эстетические показатели делят на подгруппы: информационной выразительности (знаковости, оригинальности, стилевого соответствия, соответствия моде), рациональности формы (функционально-конструктивной обусловленности, эргономической обусловленности), целостности композиции (организованности объемно-пространственной структуры, текстоничности, пластичности, упорядоченности графических изобразительных элементов), совершенства исполнения и стабильности товарного вида (чистоты выполнения контуров и сопряжений, тщательности покрытий и отделки, четкости исполнения фирменных знаков и сопроводительной документации, устойчивости к повреждению).

Показатели технологичности определяют свойства продукции обуславливать оптимальное распределение затрат материалов, денежных средств, трудовых и временных ресурсов при технологической подготовке производства, изготовлении и эксплуатации продукции.

Показатели технологичности подразделяют на основные и дополнительные. К основным показателям технологичности относят показатели трудоемкости, материалоемкости и себестоимости применительно к любым видам промышленной продукции.

Суммарная (общая) трудоемкость продукции характеризуется количеством времени, затрачиваемым исполнителями на производство единицы продукции. Суммарная (общая) трудоемкость (в нормо- или машино-часах)

$$T = \sum_{i=1}^k t_i,$$

где t_i — трудоемкость по i -му виду работ (по участкам, цехам) в технологическом процессе изготовления изделия; k — число отдельных видов работ (по участкам, цехам).

Структурная трудоемкость, являющаяся составным элементом общей трудоемкости, определяется путем суммирования трудоемкости по рабочим местам, узлам и агрегатам, входящим

в состав технологически однородных видов работ (по участкам, цехам).

Удельная трудоемкость (в нормо- или машино-часах) рассчитывается на единицу определяющего параметра данной группы продукции B (например, на один из показателей назначения, на 1 кг массы, на 1 м³ объема, на 1 м габарита, длины и т. д.):

$$t_{уд} = T/B.$$

Уровень затрат по трудоемкости определяется сравнительной трудоемкостью

$$t_{ср} = T/T_б,$$

где $T_б$ — базовая трудоемкость по данному показателю технологичности изделия.

Относительная трудоемкость определяет долю трудозатрат по определенному виду работ в суммарной (общей) трудоемкости:

$$t_{отн} = t_i/T,$$

где t_i — трудоемкость по i -му виду работ.

Суммарная (общая) материалоемкость продукции находится по общей массе единицы продукции:

$$M = \sum_{i=1}^k m_i,$$

где m_i — материалоемкость i -й составной части продукции; k — общее число составных частей продукции.

Структурная материалоемкость составной части продукции m_i характеризует затраты отдельных видов (типов, сортов, марок) материалов и является составной частью суммарной (общей) материалоемкости.

Удельная материалоемкость продукции $m_{уд}$ рассчитывается на единицу определяющего параметра продукции B

$$m_{уд} = M/B.$$

Сравнительная материалоемкость

$$m_{ср} = M/M_б,$$

где $M_б$ — базовая материалоемкость для некоторого базового изделия.

Относительная материалоемкость

$$m_{отн} = m_i/M.$$

Показателем технологичности конструкции является коэффициент использования материала для отдельных видов (типов, сортов, марок) материалов

$$K_{и.м} = M_r/M_0,$$

где M_r — масса материала готовой продукции; M_0 — начальная масса материала до изготовления изделия.

Суммарная (общая) себестоимость S обычно определяется по отраслевым методикам и инструкциям; в самом общем виде она включает в себя издержки на материал, заработную плату и ряд косвенных расходов.

Структурная себестоимость S_i определяет затраты по отдельным видам работ, выполняемых на отдельных линиях, участках, цехах, входящих в технологический процесс изготовления данной продукции.

Удельная себестоимость продукции

$$S_{уд} = S/B,$$

где S — общая (суммарная) себестоимость единицы продукции; B — определяющий параметр продукции.

Сравнительная себестоимость продукции

$$S_{ср} = S/S_б,$$

где $S_б$ — себестоимость базового образца продукции.

Относительная себестоимость продукции

$$S_{отн} = S_i/S$$

определяет долю себестоимости, например, по отдельным линиям, участкам, цехам в общей (суммарной) себестоимости.

К числу дополнительных показателей технологичности, например, для технических объектов относят показатели назначения типа состава и структуры, конструктивные показатели (например, коэффициент сборности) изделия и др.

Показатели стандартизации и унификации определяют насыщенность продукции стандартными, унифицированными и оригинальными составными частями, а также уровень унификации продукции с другими изделиями.

Для применения типовых методов расчета показателей качества данной группы составные части изделий принято подразделять на стандартные, унифицированные и оригинальные. К стандартным составным частям изделия относятся такие, которые выпускаются по государственному, республиканскому или отраслевому стандартам; к унифицированным — которые используются, по крайней мере, в двух различных изделиях, выпускаемых одним предприятием; к оригинальным — составные части, разработанные только для данного изделия.

К показателям стандартизации и унификации относятся коэффициенты применяемости, повторяемости, взаимной унификации для групп и группы изделий.

Коэффициент применяемости составных частей изделий

$$K_{пр} = (n - n_0)/n,$$

где n — общее число типоразмеров составных частей; n_0 — количество типоразмеров оригинальных частей изделия.

Коэффициент повторяемости составных частей изделия

$$K_{п} = (N/n) 100 \%,$$

где N — общее число составных частей изделия.

Коэффициент взаимной унификации для групп изделий

$$K_{в. у} = \left[\left(\sum_{i=1}^H n_i - z \right) / \sum_{i=1}^H n_i - n_{\max} \right] 100 \%,$$

где n_i — число типоразмеров составных частей в изделии; z — общее число неповторяемых типоразмеров составных частей, из которых состоит группа изделий; $n_{\max}$ — максимальное число типоразмеров составных частей одного из изделий; H — общее число рассматриваемых изделий в группе.

Коэффициент унификации для групп изделий

$$K_m = \sum_{i=1}^m K_{пр i} D_i C_i / \sum_{i=1}^{n_{\Sigma}} D_i C_i,$$

где m — число изделий в группе; $K_{пр i}$ — коэффициент применяемости для i -го изделия; D_i — годовая программа выпуска i -го изделия; C_i — оптовая цена i -го изделия.

При определении показателей унификации исключают из расчета детали и сборочные единицы типа крепежных деталей (болты, винты, шурупы и т. д.), пробки, заглушки и пр.

Показатели транспортабельности характеризуют приспособленность продукции к транспортированию, т. е. перемещению в пространстве, а также к подготовительным и другим операциям, связанным с транспортированием. Показатели этой группы выбирают применительно к конкретному виду транспорта (железнодорожному, воздушному, водному, автомобильному и т. д.). Основные показатели транспортабельности определяют затраты на выполнение операций транспортирования, а также подготовительные и другие операции, связанные с транспортированием продукции. Наиболее полно транспортабельность определяется стоимостными показателями, которые учитывают затраты основных видов ресурсов (материальных, денежных, трудовых, временных), а также квалификацию и число людей, выполняющих работы по транспортированию.

Основные показатели транспортабельности относятся к единице продукции или к какой-либо определенной группе единиц продукции.

Чрезвычайно большое разнообразие видов продукции, а также способов и средств ее транспортирования позволяют дать только примерный перечень показателей транспортабельности. К ним, например, можно отнести среднюю стоимость типовых операций при упаковывании данного вида продукции в определенную тару; среднюю стоимость перевозки единицы определенной продукции на единицу пути (например, на 1 км) конкретным видом транспорта (за вычетом затрат на погрузку, укладку и разгрузку); среднюю продолжительность разгрузки одной партии определенной численности конкретного вида продукции из конкретного транспортного средства (са-

молета, судна, железнодорожного вагона, автофургона) и т. д.

Патентно-правовые показатели определяют патентную защиту и патентную чистоту продукции; они характеризуют конкурентоспособность продукции на мировом рынке.

Официальными документами, которые определяют степень патентной защиты и патентной чистоты продукции, являются «Патентный формуляр» и «Карта технического уровня и качества промышленной продукции», которые входят в состав единой конструкторской документации (ЕСКД).

Группу патентно-правовых показателей подразделяют на две подгруппы: патентной защиты и патентной чистоты.

Показатель патентной защиты определяет степень защиты изделия авторскими свидетельствами в СССР и патентами в странах предполагаемого экспорта или продажи лицензий на отечественные изобретения.

Показатель патентной защиты

$$P_{п. з} = \sum_{j=1}^n m_j + \sum_{i=1}^s \frac{m_k N_i}{N_{i0}},$$

где m_j — индивидуальные коэффициенты весомости наиболее важных составных частей изделия; m_k — коэффициенты весомости для основной или вспомогательной групп составных частей изделия; n — количество наиболее важных составных частей в изделии; N_i — число составных частей изделий основной и вспомогательных групп, защищенных авторскими свидетельствами в СССР или патентами на отечественные изобретения в странах предполагаемого экспорта; N_{i0} — суммарное (общее) число учитываемых составных частей изделия в основной и вспомогательной группах; s — количество групп значимости.

Показатель патентной чистоты определяет степень воплощения в изделие, которое предназначено для реализации только внутри страны, технических решений, не подпадающих под действие, выданных в СССР патентов исключительного права, а для изделия, предназначенного для реализации и за рубежом, технических решений,

не подпадающих также под действие патентов, выданных в странах предполагаемого экспорта. Данный показатель позволяет судить о возможности реализации изделия без препятствий в СССР и за рубежом. Показатель патентной чистоты

$$P_{п. ч} = \sum_{j=1}^n m_j + \sum_{i=1}^s \frac{m_k (N_{i0} - N_{i п. ч})}{N_{\Sigma i}},$$

где m_j — коэффициент весомости наиболее важных составных частей изделий; m_k — коэффициент весомости для основной или вспомогательных групп составных частей изделия; n — число наиболее важных составных частей изделия, обладающих патентной чистотой; $N_{i п. ч}$ — суммарное (общее) число составных частей изделия в группе, подпадающих под действие патентов, выданных в данной стране; s — число групп значимости.

При определении патентно-правовых показателей учитывают лишь такие составные части изделия, которые достаточно весомо влияют на уровень его технического совершенства и качества. По значимости составные части изделия принято делить на три группы: особо важные, основные и вспомогательные. Для двух последних групп отраслевыми экспертными комиссиями устанавливаются групповые коэффициенты весомости, а для первой группы экспертами устанавливаются индивидуальные коэффициенты весомости для каждой составной части.

Экологические показатели определяют уровень вредных воздействий на окружающую среду при производстве, эксплуатации и потреблении продукции.

К экологическим показателям следует отнести содержание вредных компонентов, выбрасываемых в окружающую среду; вероятность выбросов вредных компонентов (газов, жидкостей, различных излучений и т. д.) при производстве, транспортировании, эксплуатации и использовании продукции и т. д.

Нормы на экологические показатели определяются стандартами, рекомендациями и правилами СЭВ, ИСО и других международных организаций, занимающихся вопросами охраны окружающей среды; международными техническими регламентами и нормативами. Продукция, которая не отвечает принятым нормам по охране окружающей среды, подлежит снятию с производства.

Показатели безопасности определяют способность продукции обуславливать при ее эксплуатации и потреблении безопасность человека (в частности, обслуживающего персонала).

К показателям безопасности следует отнести вероятность безопасной работы человека в конкретных условиях в течение определенного времени, время срабатывания блокировочных и защитных устройств, электропрочность высоковольтных линий передач и т. д. К показателям безопасности работы человека при санкционированных режимах эксплуатации, потребления, монтажа, обслуживания, транспортирования и хранения продукции могут быть отнесены также гигиенические показатели, входящие в группу эргономических показателей качества.

Нормы на показатели безопасности определяются государственными стандартами по безопасности труда; нормами и правилами по технике безопасности, пожарной безопасности, радиационной безопасности, производственной санитарии и т. д.; нормативами и документами СЭВ, ИСО, публикациями МЭК и других международных организаций по стандартизации, международными регламентами.

Экономические показатели представляют собой группу показателей, определяющих затраты на разработку, производство, эксплуатацию или потребление продукции. К ним относятся затраты денежные, трудовые, материальные, временные на разработку, производство и эксплуатацию продукции; себестоимость и трудоемкость производства продукции; затраты по статьям калькуляции при производстве продукции и т. д.

Народнохозяйственный эффект от улучшения качества продукции опре-

деляется общей (за весь срок службы) экономией и экономией в производстве.

Методы определения показателей качества продукции. При определении показателей качества пользуются различными методами: измерительными, регистрационными, органолептическими, расчетными, экспертными, социологическими, статистическими.

Измерительный метод определения показателей качества основан на непосредственном их измерении с помощью соответствующих измерительных средств. Этим методом измеряют, например, скорость автомобиля, самолета, массу изделия, вольтамперные характеристики прибора, частоту вращения ротора турбины и двигателя автомобиля и т. д.

Регистрационный метод заключается в использовании информации о подсчете конкретных событий, чисел, предметов, затрат каких-либо ресурсов (денежных, трудовых, материальных, временных) и т. д. Этим методом пользуются при подсчете полной группы событий в моделях анализа качества и надежности изделий при непосредственном подсчете количества дефектных изделий в партии, а также числа успешных испытаний в общем числе испытанных изделий и т. д.

При органолептическом методе определения показателей качества используют информацию, получаемую органами чувств человека (зрением, слухом, обонянием, осязанием, вкусом). Примеры применения органолептического метода: визуальный внешний осмотр качества изделия, определение на слух (по монотонности звука) четкости работы мотора трактора, автомобиля, самолета и т. д., определение показателей качества пищевых продуктов (на вкус или обонянием), определение эстетических и эргономических показателей качества различной продукции (приборов, оборудования, машин и т. д.).

Расчетный метод определения показателей качества является самым распространенным. С помощью данного метода рассчитывают показатели качества групп функционального назначения, надежности и других.

Экспертный метод используется при определении эстетических, эргономических, патентной чистоты и других показателей. При этом создаются специальные экспертные группы, в состав которых входят различные специалисты: конструкторы, технологи, дизайнеры, товароведы и т. д.

Социологический метод определения показателей качества применяется при определении качества продукции потенциальными ее потребителями путем формирования соответствующих мнений. Эти мнения формируются на основе устных опросов или анкет-вопросников, организаций специальных конференций, выставок, аукционов и т. д.

Статистическим методом определяют показатели качества, которые имеют вероятностную природу, например, показатели из групп функционального назначения и надежности. При оценке показателей качества статистическими методами решают следующие основные задачи:

определяют законы распределения показателей качества;

находят точечные и интервальные оценки показателей качества;

сравнивают средние значения и дисперсии показателей качества двух или несколько единиц продукции с целью установления случайного или закономерного расхождения исследуемых свойств;

выявляют влияние различных факторов на те или иные показатели качества как в статике, так и в динамике.

2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

Под однородной продукцией понимают изделия общего функционального назначения, обладающие общими основными свойствами, под разнородной продукцией — изделия разного функционального назначения.

При оценке уровня качества продукции комплексные показатели и индексы качества для более высокого уровня управления определяют на основе аналогичных (одноименных) комплексных показателей и индексов качества для уровней управления, непосредственно следующих за данным

уровнем; целесообразно применять средние взвешенные геометрические показатели и индексы качества, параметры весомости которых соответствуют «удельным весам» производства продукции для различных уровней управления; «удельные веса» производства продукции должны соответствовать потребностям народного хозяйства и оставаться стабильными в течение промежутка времени, используемого при анализе динамики качества. Эти условия могут не выполняться при перепроизводстве или дефиците видов продукции.

Оценка качества однородной продукции. Для оценки технического уровня и качества однородной продукции применяют три основных метода — дифференциальный, комплексный и смешанный.

При дифференциальном методе сопоставляют одноименные показатели оцениваемого и базового образцов. При этом определяют, какие показатели достигли значений показателей базового образца, а какие существенно отличаются от базовых значений.

Уровни показателей качества продукции определяют по следующим формулам:

$$q_i = P_i / P_{iб}; \quad (1)$$

$$q'_i = P_{iб} / P_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где P_i и $P_{iб}$ — i -й показатель качества соответственно оцениваемой продукции и базового образца; n — число показателей качества продукции.

При наличии ограничений в значениях единичных показателей качества

$$q_i = \frac{P_i - P_{i\text{ пр}}}{P_{iб} - P_{i\text{ пр}}}, \quad (3)$$

где $P_{i\text{ пр}}$ — предельное значение i -го показателя качества.

Комплексный метод применяют, когда представляется возможным определить функциональную взаимосвязь комплексного показателя качества и единичных показателей.

Комплексный показатель может быть выражен главным показателем, отражающим назначение продукции, интегральным и средневзвешенным показателями.

Главный показатель можно использовать не для всех видов изделий, чаще всего его применяют для оценки продукции производственного назначения, например, станков, автомобилей, буровых установок и других видов машин.

Интегральный показатель применяют в том случае, когда установлена зависимость суммарного полезного эффекта эксплуатации изделия от суммарных затрат на его создание и эксплуатацию. Эта зависимость представляет собой отношение полезного эффекта в натуральных единицах от эксплуатации или потребления продукции к суммарным затратам на ее создание и эксплуатацию или потребление, т. е. полезный эффект от использования продукции, приходящийся на один рубль затрат.

Для некоторых видов продукции полезный эффект характеризуется как измеримыми, так и неизмеримыми показателями качества. К такой продукции относятся, например, телевизоры, радиотовары, измерительные приборы, мебель и др. В этих случаях оценку части полезного эффекта, характеризующейся неизмеримыми показателями (эстетическими, эргономическими), следует проводить экспертными методами.

Годовой полезный эффект оцениваемой продукции, отличающейся от базовой по m измеримым показателям и n неизмеримым показателям качества:

$$P_1 = P_{б1} + \sum_{k=1}^m \Delta P_k + \sum_{j=1}^n \Delta P_j, \quad (4)$$

где $P_{б1}$ — годовой полезный эффект базового образца; ΔP_k — приращение эффекта, вызываемого k -м измеримым показателем качества; ΔP_j — приращение эффекта, вызываемого j -м неизмеримым показателем качества.

Приращение эффекта

$$\Delta P_k = \alpha_k P_{б1} (\Delta P_k / P_{бk}), \quad k = \overline{1, m}, \quad (5)$$

где α_k — коэффициент, вычисляемый экспертным методом; $\Delta P_k = P_k - P_{бk}$ — приращение k -го показателя качества продукции; $P_{бk}$ — k -й показатель качества базового образца.

Приращение эффекта

$$\Delta P_j = \beta_j P_{бj} (\Delta P_j / P_{бj}), \quad j = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где β_j — коэффициент, вычисляемый экспертным методом; $\Delta P_j = P_j - P_{бj}$ — приращение j -го показателя качества продукции; $P_{бj}$ — j -й показатель качества базового образца.

С учетом формул (5) и (6) годовой полезный эффект

$$P_1 = P_{б1} \left(1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k \frac{\Delta P_k}{P_{бk}} + \sum_{j=1}^n \beta_j \frac{\Delta P_j}{P_{бj}} \right) \quad (7)$$

$$\text{при } \sum_{k=1}^m \alpha_k + \sum_{j=1}^n \beta_j = 1,$$

где α_k и β_j — коэффициенты весомости соответствующих единичных показателей качества.

Формулы (4) и (7) следует применять для продукции массового производства, для которой значения показателей качества оцениваемого и базового образца отличаются незначительно.

Интегральный показатель качества

$$I = \frac{P}{Z_c + Z_\phi(t)}, \quad (8)$$

где P — суммарный полезный эффект от эксплуатации или потребления продукции за весь срок ее службы, выраженный в натуральных единицах (например, в метрах, килограммах и т. д.); $\phi(t)$ — поправочный коэффициент, зависящий от срока службы продукции; Z_c — суммарные капитальные (единовременные) затраты на создание продукции, руб; Z_ϕ — суммарные эксплуатационные (текущие) затраты на весь срок службы, руб; t — срок службы продукции, год.

Суммарный полезный эффект от эксплуатации или потребления продукции за весь срок службы t в случае, когда ежегодный эффект P_1 одинаков:

$$P = P_1 t. \quad (9)$$

Суммарный полезный эффект от эксплуатации или потребления продук-

2. Исходные показатели для расчета уровня качества станков

Показатель	Значение показателя для станка	
	нового	базового
Годовая производительность P_1 , тыс. деталей	25	20
Стоимость (или цена) станка, тыс. руб.	200	150
Годовые эксплуатационные затраты Z_{13} , тыс. руб.:	40	40
Срок службы t , лет	10	8

Примечание. Норматив приведения $E = 0,05$.

ции за весь срок службы t в случае, когда ежегодный эффект (годовая производительность) P_1 снижается за счет физического изнашивания:

$$P = P_1 \frac{1 - e^{-kt}}{1 - e^{-k}}, \quad (10)$$

где k — положительное число, характеризующее интенсивность физического изнашивания продукции.

Примером полезного (ежегодного) эффекта эксплуатации машин производственного назначения является их годовая производительность, а суммарного полезного эффекта — количество продукции или работы, произведенное за срок службы машин.

Во всех случаях, где это возможно, учитывают разновременность затрат путем приведения их к одному и тому же году. В этих случаях суммарные капитальные и эксплуатационные затраты вычисляют по следующим формулам:

$$Z_c = Z'_c (1 + E)^{-h}; \quad (11)$$

$$Z_a = \sum_{i=1}^T Z_{i3} (1 + E)^{i-1-l}, \quad (12)$$

где Z'_c — суммарные капитальные (единовременные) затраты на создание продукции в момент их вложения (без приведения к расчетному году), руб; Z_{i3} — эксплуатационные (текущие) затраты, осуществленные в i -м году, руб; E — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; h — время от момента вложения капитальных затрат до расчетного года; l — время от начала эксплуатации до расчетного года.

Для оценки за расчетный принимается любой календарный год. Обычно в качестве расчетного принимают год вложения капитальных затрат оцениваемого образца. В этом случае затраты на создание и эксплуатацию базового образца продукции приводят к этому году.

Интегральный показатель для случая, когда ежегодный эффект и ежегодные эксплуатационные затраты остаются постоянными, а капитальные затраты вносятся в расчетный год,

$$I = \frac{P_1 t}{Z_c + Z_{13} [(1 + E)^t - 1]/E}. \quad (13)$$

При отсутствии функциональной зависимости главного показателя определяют его средневзвешенные значения, т. е.

среднеарифметическое

$$U = \sum_{i=1}^n \alpha_i d_i, \quad (14)$$

где n — число показателей качества продукции; α_i — параметр весомости i -го показателя; d_i — относительное значение показателя;

среднегеометрическое

$$V = \prod_{i=1}^n (d_i)^{\alpha_i}. \quad (15)$$

Пример 1. Сравнение качества металлорежущих станков. Интегральный показатель для сравниваемых станков вычисляется с использованием данных табл. 2.

По (9) суммарный полезный эффект для нового станка $P = 25 \cdot 10 = 250$ тыс. деталей; для базового станка $P = 20 \cdot 8 = 160$ тыс. деталей.

3. Исходные данные для расчета уровня качества домашних холодильников

Показатель	Значение показателя P_k холодильника		ΔP_k	Коэффициент весомости α_k
	нового	базового		
Объем камеры, л:				
холодильной	150	135	15	0,55
морозильной	16	11	5	0,35
Средний срок службы, лет	10	8	—	—
Эстетический, баллы	5,0	4,2	0,8	0,06
Эргономический, баллы	5,0	4,0	1,0	0,04
Стоимость (цена) холодильника, руб.	250	200	—	—
Годовые эксплуатационные затраты, руб.	16	15	—	—

По формуле (13) интегральный показатель качества:
для нового станка $I_H =$

$$= \frac{250}{200 + 12,58 \cdot 40} = 0,356 \text{ дет./руб.};$$

для базового станка $I_6 =$

$$= \frac{160}{150 + 9,55 \cdot 40} = 0,301 \text{ дет./руб.}$$

Уровень качества нового станка, рассчитанный по интегральному показателю качества, равен 1,18.

Пример 2. Сравнение качества домашних холодильников.

Интегральный показатель для сравниваемых холодильников вычисляется с помощью данных, приведенных в табл. 3.

Новый холодильник отличается от базового двумя особенностями: внешний вид нового холодильника более современный, более изящный, чем у базового образца; новым холодильником удобнее пользоваться. У него есть автоматическое устройство для оттаивания и удаления накопившегося льда. По габаритным размерам новый холодильник не отличается от базового вследствие использования высококачественных изоляционных материалов.

Годовой полезный эффект базового холодильника принимают за единицу.

Годовой полезный эффект нового холодильника по (7):

$$P_1 = 1 \left(1 + \frac{15}{135} 0,55 + \frac{5}{11} 0,35 + \frac{0,8}{4,2} 0,06 + \frac{1,0}{4} 0,04 \right) = 1,24.$$

Это означает, что полезный эффект нового холодильника в 1,24 раза больше, чем у базового.

Интегральный показатель при нормативе приведения $E = 0,05$ определяют по формуле (13):

для базового холодильника

$$I_6 = \frac{8 \cdot 1}{200 + 9,55 \cdot 15} = 0,0233 \text{ руб.}^{-1}.$$

для нового холодильника

$$I_H = \frac{10 \cdot 1,24}{250 + 12,58 \cdot 16} = 0,0275 \text{ руб.}^{-1}$$

Годовой полезный эффект базового холодильника равен единице.

Интегральный показатель нового холодильника выше базового на 18 %, несмотря на то, что суммарные затраты у нового холодильника на 31,5 % выше аналогичных затрат базового холодильника.

Смешанный метод оценки качества продукции основан на совместном применении дифференциального и комплексного методов. Его применяют в случаях, когда совокупность еди-

нических показателей качества является достаточно обширной и анализ значений показателей дифференциальным методом не позволяет получить необходимых обобщающих выводов и когда обобщенный показатель качества в комплексном методе недостаточно полно учитывает все существенные свойства продукции и не позволяет получить выводов с учетом всех важнейших свойств.

При использовании смешанного метода часть единичных показателей объединяют в группы, для каждой из которых определяют соответствующий комплексный показатель. На основе полученной совокупности комплексных и единичных показателей оценивают технический уровень и качество продукции.

Оценку качества изготовления продукции проводят путем определения уровня качества. Уровнем качества изготовления продукции называют степень соответствия фактических значений показателей качества продукции до начала ее эксплуатации требованиям нормативно-технической документации.

Уровень качества изготовления продукции $У$ определяется по формуле

$$У = 1 - D/D', \quad (16)$$

где D' — максимально возможное значение коэффициента дефектности. При отсутствии дефектов $У = 1$.

Коэффициент дефектности, отражающий характеристику средних потерь, выраженных в рублях на единицу продукции или в условных единицах (баллах),

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \varphi_i S_i, \quad (17)$$

где n — число проверенных экземпляров продукции (объем выборки); m — число всех видов дефектов, встречающихся в данной продукции при выборке; S_i — количество дефектов i -го вида; φ_i — коэффициент весомости i -го дефекта (в рублях на устранение i -го дефекта или в баллах).

Методы определения коэффициентов весомости. Параметры весомости, вхо-

дящие в формулы для расчета комплексных и интегральных показателей качества в зависимости от вида имеющейся информации, могут быть определены методами: стоимостных регрессионных зависимостей; предельных и номинальных значений; эквивалентных соотношений; экспертными методами.

Все методы в пределах точности исходных данных должны давать приблизительно одни и те же результаты.

Метод стоимостных регрессионных зависимостей основан на определении приближенных зависимостей между затратами на разработку, производство и эксплуатацию данного вида продукции и показателями качества этой продукции. Метод рекомендуется применять, когда количество рассматриваемых вариантов продукции превосходит количество принятых показателей. При этом предполагается, что известны значения показателей качества и затраты по стадиям жизненного цикла продукции.

Сравним M вариантов разрабатываемых изделий данного типа. Каждый вариант изделия (например, k -й) характеризуется набором из m показателей качества $W_1^k, W_2^k, \dots, W_m^k$, где k — количество вариантов изделия (например, для двигателя это могут быть мощность, крутящий момент, коэффициент полезного действия и т. д.).

Если, например, для комплексной оценки используется средний взвешенный геометрический показатель, то выражение для линейной регрессионной зависимости имеет вид

$$y^{(k)} = \sum_{i=1}^m \mu_i x_i^{(k)}, \quad (18)$$

где $\mu_i = \delta_i$ — параметр весомости W_i ;

$$x_i^{(k)} = \lg \frac{W_i^{(k)}}{W_i^{(cp)}}.$$

Тогда

$$y^{(k)} = \lg \frac{S^{(k)}}{S^{(cp)}}; \quad W_i^{cp} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M W_i^{(k)}.$$

Метод предельных и номинальных значений применяют, когда известны предельно допустимые значения показателей качества продукции данного вида. В этих случаях параметры весомости для различных типов средних взвешенных показателей могут вычисляться как среднее арифметическое $\delta_i = \lambda (W_i - \tilde{W}_i)$ и как среднее геометрическое $\delta_i = \lambda \lg (W_i^k / W_i^{cp})$, где W_i^{cp} — номинальное (среднее) значение i -го показателя; W_i^k — предельное значение i -го показателя; λ — некоторый постоянный множитель, выбираемый таким образом, чтобы относительные изменения среднего взвешенного показателя были бы равны соответствующим относительным изменениям затрат на создание, производство и эксплуатацию продукции.

Метод эквивалентных соотношений следует применять, когда удастся обосновать, какому относительному изменению количества продукции $\Delta M / \bar{M}$ эквивалентно (с точки зрения общего эффекта от использования продукции по назначению) рассматриваемое относительное изменение данного показателя качества $\Delta W_i / \bar{W}_i$ или насколько процентов можно, например, уменьшить число единиц продукции, чтобы обеспечить те же потребности при увеличении данного показателя качества на 1 %. В таких случаях параметры весомости для средних взвешенных геометрических показателей качества следует определять по формуле

$$\delta_i \approx (\Delta M / \bar{M}) / (\Delta W_i / \bar{W}_i), \quad i = \overline{1, m}.$$

Особо важен частный случай, когда эквивалентны одинаковые относительные изменения количества продукции некоторым ее основным показателям качества. При этом параметры весомости для таких показателей качества можно принять равными единице.

При определении параметров весомости экспертным методом создают экспертные комиссии из высококвалифицированных специалистов. Авторы исследуемого изделия в комиссию не входят. Данные экспертных опросов используются для определе-

ния среднего арифметического значения параметров весомости i -го показателя качества:

$$\delta_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{ij},$$

где N — число экспертов; δ_{ij} — параметр весомости i -го показателя по данным j -го эксперта.

Нормированные значения коэффициентов весомости находят так:

$$g_i = \delta_i / \sum_{i=1}^n \delta_i; \quad \sum_{i=1}^n g_i = 1; \quad g_i > 0, \quad (19)$$

где n — число показателей качества продукции.

Оценка качества продукции с помощью средних взвешенных показателей. Такая оценка качества продукции, основывающаяся на средних взвешенных показателях, осуществляется в том случае, когда не удастся построить функциональную зависимость обобщенного показателя от исходных показателей, но представляется возможным с приемлемой точностью найти параметры весомости усредненных показателей.

Учет разных условий применения продукции. Учет предполагает объединение показателей качества в один комплексный показатель. Для оценки уровня качества продукции, подлежащей использованию в различных условиях, применяют средние взвешенные показатели. Основным из них является средний взвешенный геометрический показатель

$$W_r = \sum_{j=1}^n (W_j) \delta_j, \quad (20)$$

где W_j — значение показателя качества продукции для j -го условия ее применения ($j = \overline{1, n}$; n — число условий);

$$\delta_j = M_j / \sum_{j=1}^n M_j —$$

параметр весомости для j -го условия применения продукции.

4. Исходные данные для расчета уровней качества трех вариантов изделий

Вариант изделий	Коэффициент готовности W_j для группы изделий		
	1-й	2-й	3-й
А	0,46	0,64	0,60
Б	0,40	0,67	0,72
В	0,02	0,71	0,90
Параметры весомости	$\delta_1 = 0,2$	$\delta_2 = 0,3$	$\delta_3 = 0,5$

Здесь M_j — объем продукции (в штуках или денежном выражении), используемый при j -м условии применения.

Пример 3. Сравним качества трех вариантов изделий, применяемых в трех разных условиях. Пусть обобщенным показателем для этих изделий является коэффициент готовности к использованию. Общий эффект от применения изделий характеризуется коэффициентом готовности, умноженным на число изделий, применяемых в каждом из условий. Значение коэффициентов готовности по группам условий и соответствующие им параметры весомости даны в табл. 4.

Используя данные табл. 4, найдем средние взвешенные значения показателей надежности рассматриваемых вариантов изделий по формуле (20)

$$W_A = 0,46 \cdot 0,2 + 0,64 \cdot 0,3 + 0,60 \times \\ \times 0,5 = 0,58;$$

$$W_B = 0,40 \cdot 0,2 + 0,67 \cdot 0,3 + \\ + 0,72 \cdot 0,5 = 0,64;$$

$$W_B = 0,02^{0,2} \cdot 0,71^{0,3} \cdot 0,90^{0,5} = \\ = 0,39.$$

Значения комплексных показателей качества для вариантов А и Б были получены как средние взвешенные арифметические значения, поскольку разброс коэффициентов готовности по условиям применения невелик. Значение комплексного показателя качества для варианта В получено как среднее взвешенное геометрическое.

Полученные данные свидетельствуют о том, что наилучшим является вариант Б, так как средний взвешенный показатель надежности для этого случая в 1,1 раза лучше, чем у варианта А, и в 1,64 раза выше, чем у варианта В.

Оценка качества разнородной продукции с помощью индексов. Для оценки уровня качества разнородной продукции принято применять индексы качества, под которыми понимают комплексные показатели качества, равные среднему взвешенному значению относительных показателей качества различных видов продукции за рассматриваемый период. Относительным показателем качества называется отношение рассматриваемого показателя качества продукции к соответствующему одноименному базовому показателю. В виде исходных показателей качества продукции обычно рассматривают комплексные показатели.

Качество разнородной продукции может оцениваться на любом уровне управления народным хозяйством (на уровне участка, цеха, предприятия, объединения, области, региона и т. д.).

Индексы качества разнородной продукции для различных уровней управления народным хозяйством используют при обосновании планов по улучшению качества продукции; при оценке выполнения планов повышения качества продукции; при анализе динамики качества продукции в различных системах управления (как автоматизированных, так и неавтоматизированных); при определении исходных данных для расчета индексов качества

в ходе управления на различных уровнях народного хозяйства.

Определение индексов качества разнородной продукции. Для оценки уровня качества разнородной продукции, так же как и однородной продукции, применяется средний взвешенный геометрический показатель, называемый индексом качества,

$$W_r = \prod_{i=1}^m (W_i^0)^{\delta_i} = \prod_{i=1}^m (W_i/W_{i0})^{\delta_i}, \quad (21)$$

где W_i^0 — относительный показатель качества i -го вида продукции ($i = \overline{1, m}$; m — число видов продукции); W_i — единичный или комплексный показатель качества i -го вида продукции; W_{i0} — базовый показатель качества i -го вида продукции;

$$\delta_i = M_i / \sum_{i=1}^m M_i \quad (22)$$

— коэффициент весомости, определяемый как относительный объем i -го вида продукции (M_i — объем производства i -го вида продукции в денежном выражении).

Если значения показателей W_i^0 имеют сравнительно небольшие разбросы (коэффициенты вариации не более 10 %), то индексы качества можно рассчитывать как среднее взвешенное арифметическое:

$$W_a \approx W_r = \sum_{i=1}^m \delta_i (W_i/W_{i0}). \quad (23)$$

Пример 4. Определение индекса качества разнородной продукции, производимой предприятием, по двум категориям качества (высшей и первой), а также сравнение качества выпускаемой продукции по месяцам одного квартала. Для простоты оценим производство с помощью среднего взвешенного арифметического показателя W_a . Коэффициенты весомости продукции:

$$\delta_v = M_v/M_\Sigma; \quad \delta_1 = M_1/M_\Sigma,$$

где M_v и M_1 — объемы продукции в денежном выражении соответственно

5. Исходные данные для расчета индексов качества

Месяц квартала	M_v	M_1	M_Σ	δ_v	δ_1
	тыс. руб.				
1-й	400	800	1200	0,33	0,67
2-й	500	900	1400	0,37	0,63
3-й	700	800	1500	0,47	0,53

высшей и первой категорий качества, реализованные по кварталам (табл. 5); M_Σ — суммарный объем выпускаемой продукции.

В расчете индекса качества принято: база для сравнения — продукция высшей категории: $W_v^0 = W_v/W_v = 1,0$; $W_1^0 = W_1/W_v = 0,5$.

По этим исходным данным индекс качества

$$W_a = (M_v/M_\Sigma) W_v^0 + (M_1/M_\Sigma) W_1^0$$

или

$$W_a = M_v/M_\Sigma + 0,5 (M_1/M_\Sigma) = \delta_v + 0,5\delta_1. \quad (24)$$

В результате расчета по формуле (24) получим следующие индексы качества по месяцам:

для 1-го месяца $W_a = 0,33 + 0,5 \times 0,67 = 0,66$;

для 2-го месяца $W_a = 0,37 + 0,5 \times 0,63 = 0,68$;

для 3-го месяца $W_a = 0,47 + 0,5 \times 0,53 = 0,73$.

На основе этих данных можно сделать вывод о том, что в третьем месяце квартала предприятием достигнут наибольший уровень качества продукции.

Определение индексов качества продукции для разных уровней управления народным хозяйством. С помощью индексов качества продукции, определяемых для разных уровней управления народным хозяйством, можно построить систему показателей. Производственным уровнем в такой системе является предприятие. В отраслевой системе управления к верхнему уровню I относится общесоюзное или союз-

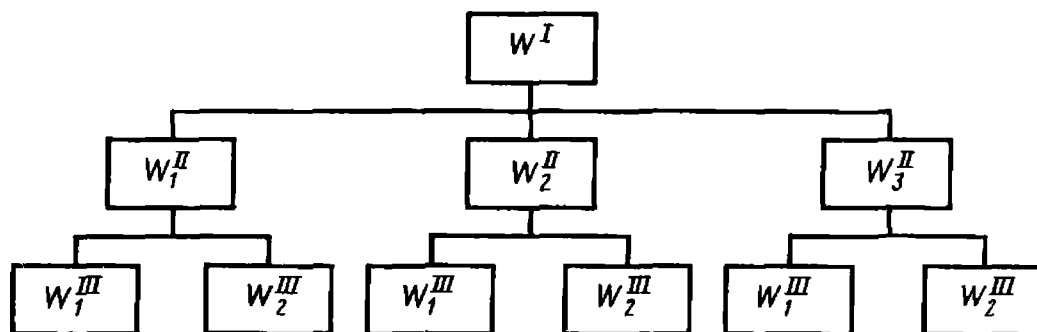


Рис. 1. Индексы качества продукции в отраслевой системе управления производством:

W — индексы качества разнородной продукции, производимой отраслью; верхние индексы I — III — уровни управления производством [I — отраслевой, II — всесоюзного промышленного объединения, III — производственного объединения (предприятия)]; нижние индексы 1 — 3 — номера предприятий

но-республиканское министерство (рис. 1).

Индекс качества в виде среднего взвешенного геометрического показателя для группы предприятий (района, области) W^{II} находится аналогично среднему геометрическому индексу качества W^I :

$$W^{II} = \prod_{i=1}^m (W_i^I)^{\delta_i}, \quad (25)$$

где m — число предприятий (в объединении, районе, области); δ_i — относительный объем продукции в денежном выражении для i -го предприятия, являющийся параметром весомости; W_i^I — индекс качества продукции i -го предприятия.

При относительно небольшом разбросе индексов качества W_i^I вместо среднего геометрического индекса, определяемого по формуле (25), можно

6. Исходные данные для расчета индексов качества заводов

Завод	M_B	M_1	M_Σ	δ_B	δ_1
	тыс. руб.				
А	200	700	900	0,22	0,78
Б	500	1300	1800	0,28	0,72
В	200	500	700	0,29	0,71
Г	700	1300	2000	0,35	0,65

использовать средний взвешенный арифметический индекс

$$W^{II} = \sum_{i=1}^m \delta_i W_i^I. \quad (26)$$

Аналогично могут быть определены индексы качества продукции для более высоких уровней управления народным хозяйством.

Пример 5. Определение качества продукции за один месяц по результатам ее аттестации в производственном объединении, включающем четыре завода (А, Б, В, Г), с помощью данных табл. 6.

По данным табл. 6 определим качество продукции с помощью соответствующих индексов качества, рассчитанных по формуле (24). В результате получим:

$$W^{III} = 0,22 + 0,5 \cdot 0,78 = 0,61 —$$

для завода А;

$$W^{III} = 0,28 + 0,5 \cdot 0,72 = 0,64 —$$

для завода Б;

$$W^{III} = 0,29 + 0,5 \cdot 0,71 = 0,64 —$$

для завода В;

$$W^{III} = 0,35 + 0,5 \cdot 0,65 = 0,68 —$$

для завода Г.

На основе результатов, полученных с помощью данных табл. 6, можно сделать вывод о том, что за истекший месяц наилучшие показатели по качеству продукции имеет завод Г, а худшие — завод А.

Индекс качества продукции всего объединения за истекший месяц можно вычислить по формуле

$$W^{II} = \delta_1 W_A^I + \delta_2 W_B^I + \delta_3 W_B^I + \delta_4 W_\Gamma^I = 0,17 \cdot 0,61 + 0,33 \cdot 0,64 + 0,13 \cdot 0,64 + 0,37 \cdot 0,68 = 0,64.$$

Коэффициенты весомости δ_i ($i = \overline{1,4}$) получены по данным табл. 6 следующим образом:

$$\delta_1 = \frac{900}{5400} = 0,17; \quad \delta_2 = \frac{1800}{5400} = 0,33;$$

$$\delta_3 = \frac{700}{5400} = 0,13; \quad \delta_4 = \frac{2000}{5400} = 0,37.$$

Полученный результат в виде индекса качества $W^{II} = 0,64$ может быть использован для вычисления индекса качества W^I .

3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО УРОВНЯ ПРОДУКЦИИ И ЕЕ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ

Качество и экономичность продукции. Качество и экономичность продукции имеют подобный экономический смысл, но различаются конкретизацией эффекта. При оценке качества продукции обычно не учитываются конкретные условия ее потребления. При оценке экономичности продукции не учитываются эргономические, эстетические и другие нормативные показатели качества ее изготовления. Качество и экономичность продукции характеризуются целым рядом показателей полезности и затрат, в которых часть показателей являются общими (производительность, безотказность, срок службы, масса, мощность и др.). При технико-экономической оценке качества достигается большая объективность результата, так как показатели качества и экономичности сводятся функциональной зависимостью в обобщенный показатель. При этом учитываются большее количество нормативных показателей качества, чем при оценке экономичности (экономической эффективности): показатели назначе-

ния, надежности, технологичности, экологические и др.

Критерий технико-экономической оценки качества. Под уровнем качества или экономичности понимают некоторую относительную характеристику, полученную при сопоставлении значений функционально взаимосвязанных показателей с показателями базового образца и показывающую, во сколько раз новый образец продукции по сравнению с базовым позволяет получить больше полезного эффекта на единицу полных затрат:

$$I = \frac{q_n}{q_6}, \quad (27)$$

где I — технико-экономический уровень продукции; q_n и q_6 — соответственно новое и базовое значения интегрального показателя качества или экономичности.

Значение интегрального показателя определяется по формуле (28). Его величина обратна удельным затратам (на единицу полезного эффекта):

$$q = z^{-1}. \quad (28)$$

Равенство значений уровней качества I_k и эффективности I_9 имеет место при наилучших типовых условиях применения и показателях качества изготовления продукции. Такое условие оценки продукции при достаточной общности более стабильно для объективного сопоставления выпускаемой продукции по сравнению с базовым образцом.

Критерием технико-экономической оценки качества продукции принято считать рост величины полезного эффекта на единицу полных затрат при потреблении образца по сравнению с базовым.

Новый образец считают лучше базового при $I > 1$.

Под технико-экономическим уровнем понимается относительная характеристика потенциальной эффективности применения продукции, полученная в результате сопоставления значений совокупности функционально взаимосвязанных технико-экономических показателей осваиваемого в производстве и базового образцов.

Методы оценки. Для оценки технико-экономического уровня продукции применяют стоимостной и параметрический методы.

Стоимостной метод основан на расчете удельных затрат по значениям расценок на используемые ресурсы, а параметрический — на расчете индексов технических параметров осваиваемого в производстве образца по отношению к базовым параметрам. В этих методах полные затраты расчленяются на группы экономических элементов затрат по основным видам используемых ресурсов, приблизительно пропорциональных массе продукции M , трудоемкости ее изготовления L , расходу энергии (или мощности) W и основных материалов R .

Стоимостной метод основывается на использовании стоимостной и технической информации по каждому из сопоставляемых образцов продукции.

Параметрический метод позволяет исключить неопределенность стоимостной информации при международном сопоставлении образцов однородной продукции, в том числе техники (группы, подгруппы, вида, типа). Оба метода применяются при оценке технико-экономического уровня и конкурентоспособности продукции. Эти методы относятся к комплексному методу оценки качества продукции с помощью интегрального показателя качества и являются его индексными разновидностями.

Оценка технико-экономического уровня продукции. При стоимостном методе технико-экономический уровень (ТЭУ) продукции определяется индексом (релятором *) удельных затрат совокупного труда (овеществленного и живого), рассчитанных в стоимостной форме по группам экономических элементов затрат. Каждая группа затрат представляет собой производство расценки a_i (цены единицы) i -го ресурса на его удельный расход (на единицу полезного эффекта: продукта или работы) в натуральном выражении:

$$s = \left(a_0 m k_M n_p k_p + a_T \frac{T}{k_{y.т}} k_3 + a_3 k_c + a_M m_{\Pi} k_{\text{пов}} \right) \quad (29)$$

* Показатель отношения одноименных величин.

где a_0, a_T, a_3, a_M — расценки используемых ресурсов соответственно на создание продукции (оборудования), на трудозатраты при ее применении, на энергию и на основные материалы в процессе применения продукции, руб/ед. ресурса; $m, T, 3, m_{\Pi}$ — реляторы (индексы) удельных показателей ресурсоемкости — материалоемкости техники, трудоемкости, энергоемкости применения, материалоемкости конечной продукции; k_M — коэффициент учета затрат на доставку, монтаж и наладку продукции; n_p — норма отчислений на реновацию продукции; k_p — коэффициент учета затрат на ремонт и техническое обслуживание продукции; k_3 — коэффициент учета дополнительной заработной платы, начислений на социальное страхование и выплат из фондов общественного потребления; $k_{y.т}$ — коэффициент условий труда, влияющих на его производительность в зависимости от эргономичности и эстетичности рабочего места (определяется произведением коэффициентов изменения затрат времени оператора при отклонении эргономических условий от нормативных значений); k_c — коэффициент учета расхода смазочных, охлаждающих и других вспомогательных материалов; $k_{\text{пов}}$ — коэффициент учета прочих цеховых, общезаводских и внепроизводственных расходов.

При расчете по формуле (29) затрат основных видов ресурсов удельные показатели ресурсоемкости определяются путем деления расхода каждого вида ресурса за установленный промежуток времени на полезный эффект, произведенный за этот же промежуток времени:

удельная материалоемкость техники

$$m = M/PT,$$

где M — масса готового образца; P — эксплуатационная производительность образца; T — срок службы образца;

удельная трудоемкость обслуживания техники

$$T = L/P,$$

где L — затраты труда операторов за единицу времени, по которой определяется производительность (чел.-ч, чел.-смена, чел.-год);

удельная энергоемкость полезного эффекта (определяют обычно применительно к конкретному виду техники), например, для двигателей и технологического оборудования

$$e = \frac{W \theta k_{\text{и}}}{P k_{\text{п. д}}} k_{\text{вр}},$$

где θ — удельный расход топлива (на единицу мощности W), г/кВт·ч; $k_{\text{и}}$ — коэффициент использования двигателя (по мощности и времени); $k_{\text{вр}}$ — коэффициент приведения параметров мощности и производительности к одной единице времени; $k_{\text{п. д}}$ — коэффициент полезного действия двигателя;

удельная материалоемкость конечного продукта

$$m_{\text{п}} = R/P,$$

где R — расход материалов на изготовление P единиц продукции.

Эксплуатационная производительность техники определяется произведением технической производительности и коэффициентов, учитывающих показатели надежности и точность работы, условия применения, коэффициент использования продукции по времени.

Годовой экономический эффект от применения нового образца техники взамен устаревшего определяется по формуле

$$Э = (I - 1) e_{\text{н}} P_{\text{н}}, \quad (30)$$

а коэффициент эффективности капитальных вложений K потребителя в новую технику

$$E = (I - 1) \frac{e_{\text{н}} P_{\text{н}}}{K} \geq E_{\text{н}}, \quad (31)$$

где $E_{\text{н}}$ — нормативное значение коэффициента эффективности капитальных вложений.

Пример 6. По исходным данным, представленным в табл. 7, необходимо оценить ТЭУ и годовой экономический эффект поперечно-строгального отечественного станка в сравнении с иностранным аналогом.

В связи с тем, что новый и базовый образцы примерно одинаковой конструктивной сложности и возраста сопоставляются при одинаковых условиях изготовления и эксплуатации,

7. Исходные данные для расчета ТЭУ поперечно-строгального станка

Показатель	Образец станка	
	новый	базовый
Производительность P , шт/ч	13	10
Масса станка M , кг	3400	3180
Оптовая цена C , руб.	5320	—
Обслуживающий персонал L , чел.	1	1
Номинальная мощность двигателей W , кВт	7,6	7,36

расценки и соответствующие коэффициенты принимаются равными:

$$a_{o. б} = a_{o. н} = \frac{C_{\text{н}}}{M_{\text{н}}} = (5320/3400) = 1,57 \text{ руб/кг};$$

$$a_{т. б} = a_{т. н} = 0,99 \text{ руб/чел.-ч};$$

$$a_{э. б} = a_{э. н} = 0,02 \text{ руб/кВт·ч};$$

$$k_{м. б} = k_{м. н} = 1,2;$$

$$k_{р. б} = k_{р. н} = 2,04; \quad k_{и. б} = k_{и. н} = 0,2;$$

$$k_{с. б} = k_{с. н} = 1,18.$$

При сопоставлении станков по технологической себестоимости обработки деталей примем $k_{\text{пов}}^б = k_{\text{пов}}^н = 1$.

Тогда по формулам (27)–(29) получим $I = 1,28$.

Следовательно, оцениваемый новый образец станка эффективнее базового.

При расчете ТЭУ нового образца получены следующие значения частных показателей (табл. 8).

При параметрическом методе определяющий показатель технико-экономического уровня техники с помощью безразмерных параметров находят по формуле, в которой числитель — уровень полезности, а знаменатель — уровень стоимости всей продукции (работы) объемом $P_{\text{н}}$, производимый

8. Значения частных показателей

Показатель	Образец станка	
	новый	базо- вый
Материалоемкость m , кг/шт	0,0027	0,0033
Трудоемкость обслуживания t , чел.-ч/шт	0,077	0,1
Энергоемкость работы ε , кВт·ч/шт	0,115	0,147
Себестоимость обработки c , руб/шт	0,089	0,115
Технико-экономический уровень $I = \varepsilon_6/\varepsilon_n$	1,28	1,0
Годовой экономический эффект $\mathcal{E} = (I - 1) \varepsilon_n P_n$, руб.	2191	—
Производительность труда $p_T = 1/t$, шт/чел.-ч	13	10

новым образцом техники в сравнении с базовым:

$$I = \frac{p}{\frac{u_0 m}{\tau} \alpha + u_T \frac{l}{k_{y. T}} \beta + u_{\varepsilon} \omega \gamma + u_M r \delta}, \quad (32)$$

где $p = P_n/P_6$ — уровень комплексного показателя результата применения нового образца в сравнении с базовым с учетом надежности; $m = M_n/M_6$ — уровень массы нового образца по отношению к базовому; $l = L_n/L_6$ — уровень трудоемкости обслуживания нового образца в эксплуатации; $k_{y. T} = k_{y. T}^n/k_{y. T}^6$ — коэффициент условий труда; $\omega = (W_n \times \theta_n k_n^h k_{вр}^h k_{п. д}^6) / (W_6 \theta_6 k_6^h k_{вр}^6 k_{п. д}^h)$ — уровень суммарного расхода энергии (топлива) новой техникой; $r = R_n/R_6$ — уровень расхода сырья, основных и вспомогательных материалов для новой продукции (работы); $\tau = T_n/T_6$ — уровень срока службы (долговечности) нового образца техники; u_0 — индекс затрат, пересчитанных на единицу массы нового образца, включающих амортизационные

отчисления, стоимость ремонтов, монтажа, демонтажа, транспортировки; u_T — индекс тарифных ставок рабочих, обслуживающих новую технику, по сравнению со ставками при эксплуатации базового образца; u_{ε} — индекс расценок на энергию при использовании новой техники с учетом расхода энергии различающихся энергоносителей; u_M — индекс затрат на единицу массы материалов; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — удельные веса групп элементов сметы затрат, пропорциональных соответственно массе, трудоемкости обслуживания, мощности и расходу материалов новой продукции в составе ее себестоимости. Их сумма образует характеристическое уравнение производства, технологического процесса или операции:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 1,$$

где α — амортизация основных производственных фондов и прочие расходы; β — заработная плата основная и дополнительная, а также отчисления на социальное страхование; γ — топливо и энергия; δ — сырье и основные материалы, а также вспомогательные материалы. Удельные веса групп элементов затрат $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ определяют по результатам анализа затрат на производство продукции или работы в базовом варианте образца техники.

При сопоставлении существующей техники одинаковой сложности индексы расценок u_i принимаются равными единице, а формула (32) имеет вид

$$I = \frac{p}{\frac{m}{\tau} \alpha + \frac{l}{k_{y. T}} \beta + \omega \gamma + r \delta}. \quad (33)$$

Пример 7. Оценить параметрическим методом ТЭУ отечественного автосамосвала БелАЗ-548А в сравнении с иностранным.

Так как в расчетах доли затрат должны приниматься по базовому образцу, а по иностранному образцу они неизвестны, предварительно в качестве базового принимаем отечественный образец.

По формуле (33) с учетом исходных данных, представленных в табл. 9,

9. Исходные данные для расчета ТЭУ самосвала БелАЗ-548А

Показатель	Образец самосвала		Показатель отношения одноименных величин
	иностранн	отечественн	
Производительность P , (т·км)/смена	1200	408	$p = 2,94$
Срок службы T , год	—	—	$\tau = 1$
Масса M , т	106,7	26	$m = 4,1$
Трудоемкость L , чел.-ч	1	1	$l = 1$
Мощность W , кВт	1176	368	$w = 3,2$
Расход материалов * R	1200	408	$r = 2,94$
Вид энергии	Топливо	Топливо	$u_a = 1$
Доли затрат:			
α	—	0,41	—
β	—	0,15	—
γ	—	0,14	—
δ	—	0,30	—

* Расход вспомогательных материалов и ремонт автошин включен в группу δ . Удельные затраты на автомашины из-за отсутствия данных приняты одинаковыми; при этом абсолютные значения пропорциональны производительности.

Примечание. При одинаковых условиях труда $k_{y.t} = 1$.

получим значение ТЭУ иностранного образца 33-15:

$$I_{и} = \frac{2,94}{\frac{4,1}{1} \cdot 0,41 + \frac{1}{1} \cdot 0,15 + 3,2 \cdot 0,14 + 2,94 \cdot 0,30} = 0,93.$$

Значение ТЭУ отечественного самосвала БелАЗ-548А противоположно иностранному и составит $I = I_{и}^{-1} = 0,93^{-1} = 1,07$.

Из расчета следует, что, несмотря на значительное превышение единичной производительности ($p = 2,94$), зарубежная модель 33-15 не оказалась экономичнее отечественной. Это объясняется опережением роста ее удельных металлоемкости и энергоемкости ($\frac{m}{p\tau} > 1, \frac{w}{p} > 1$), поглотившим экономию живого труда.

Пример 8. Оценить ТЭУ специального металлорежущего станка по ис-

ходным данным, представленным в табл. 10.

Значение технико-экономического уровня нового станка по формуле (32)

$$I = \frac{1,03}{\frac{1,33}{1,33} \cdot 0,20 + 1 \cdot \frac{1}{1} \cdot 0,25 + 1 \cdot 1 \cdot 0,55} = 1,03.$$

Оценка конкурентоспособности продукции. Основными критериями оценки значений показателей качества, определяющих конкурентоспособность продукции, являются ее технический уровень в сравнении с требованиями международных стандартов ИСО, МЭК и других организаций, законодательных органов страны-импортера и специфических требований иностранного потребителя, уровень качества изготовления экспортной продукции, характеризующий ее способность сохранять эксплуатационные свойства в процессе

10. Исходные данные для расчета ТЭУ специальных станков

Показатель	Образец станка		Показатель отношения одноименных величин
	новый	базовый	
Производительность P , тыс. дет/год	19,4	18,8	$p = 1,03$
Срок службы T , год	12	9	$\tau = 1,33$
Цена C , тыс. руб.	200	150	$u, m = 1,33$
Трудоемкость L , чел.-ч	1	1	$l = 1$
Мощность W , кВт	—	—	$w = 1$
Доли затрат:			
α	—	0,20	—
β	—	0,25	—
γ	—	0,55	—

Примечание. Индексы расценок $u_T = u_a = 1$; коэффициент условий труда $k_{y, T} = 1$.

ее использования, а также затраты на их поддержание.

Оценка конкурентоспособности основана на сравнении показателей полезности и затрат при эксплуатации нового образца с соответствующими показателями других образцов. При определении уровня конкурентоспособности продукции принято использовать стоимостной и параметрический методы.

При наличии полной информации о затратах уровень конкурентоспособности определяется стоимостным методом, т. е. отношением нового и базового значений интегрального показателя качества сравниваемых образцов по формуле

$$I = \frac{q_H}{q_6} = \frac{P_H}{P_6} \frac{Z_6}{Z_H}, \quad (34)$$

где P_H и P_6 — суммарный полезный результат эксплуатации соответственно нового и базового образцов за срок их службы; Z_6/Z_H — отношение полных затрат на приобретение и эксплуатацию соответственно базового и нового образцов:

$$\frac{Z_6}{Z_H} = \frac{Z_{c, 6} + Z_{a, 6} T_6}{Z_{c, H} + Z_{a, H} T_H}. \quad (35)$$

Здесь $Z_{c, H}$ и $Z_{c, 6}$ — единовременные затраты на приобретение соответственно нового и базового образцов; $Z_{a, H}$ и $Z_{a, 6}$ — средние суммарные затраты на эксплуатацию соответственно нового и базового образцов.

Если методы приведения эксплуатационных затрат отечественных и зарубежных образцов известны, то они могут учитываться при расчете по формуле (34).

При недостаточности информации об эксплуатационных затратах (иностранный вариант) рекомендуется применять параметрический метод определения индекса относительного интегрального показателя, пользуясь формулой:

$$I = \frac{p}{c\alpha_0 + \tau(r_i\alpha_i + \dots + r_n\alpha_n)}, \quad (36)$$

где $p = P_H/P_6$ — отношение полезных результатов эксплуатации оцениваемого и базового образцов; $c = Z_{c, H}/Z_{c, 6}$ — отношение единовременных затрат потребителя на приобретение нового и базового образцов; α_0 — доля затрат на приобретение базового образца в составе полных затрат; $\tau = T_H/T_6$ — отношение сроков

службы нового и базового образцов;
 $r_i = R_{iн}/R_{iб}$ — относительное значение i -го показателя затрат; $R_{iн}, R_{iб}$ — значение i -го показателя затрат соответственно нового и базового образцов в натуральных единицах, характеризующее соответствующую составляющую полных затрат; α_i — доли i -го показателя затрат базового образца (выраженных в стоимостных единицах) в составе полных затрат.

При $I \geq 1$ продукция конкурентоспособна на конкретном рынке, при $I < 1$ — неконкурентоспособна на данном рынке.

Если известны не все расчетные значения единичных показателей, составляющих интегральный показатель, допускается определять их индексы экспертным методом. В результате оценки конкурентоспособности рассмотренного образца формируется одно из заключений: образец обладает достаточно высокой конкурентоспособностью, образец обладает недостаточной конкурентоспособностью или образец не обладает конкурентоспособностью

(образец неконкурентоспособен). К указанным оценкам могут быть даны различные дополнения и уточнения. Например, данный образец обладает достаточно высокой конкурентоспособностью и может экспортироваться в развитые страны на свободно конвертируемую валюту; образец не обладает достаточной конкурентоспособностью и не может поставляться на экспорт.

Пример 9. Необходимо оценить уровень конкурентоспособности колесного скрепера комплексным методом. Пусть оценка уровня конкурентоспособности колесного скрепера А проводится на определенном рынке, где базовым образцом для сравнения служит скрепер В. Цель оценки уровня конкурентоспособности скрепера — расширить круг возможного экспорта. Показатели качества скрепера и его экономические показатели для среднего режима эксплуатации приведены в табл. 11.

В расчетах использованы следующие расценки (в долларах за 1 л): дизельного топлива $a_9 = 0,06$,

11. Исходные данные для расчета конкурентоспособности скрепера

Показатель	Значение показателя скрепера		Доля затрат ($\alpha_{iВ}$) i -го показателя в полных затратах для скрепера В
	А	В	
Емкость ковша Q , м³	3,0	2,5	—
Коэффициент наполнения ковша $k_н$	0,8	0,9	—
Продолжительность рабочего цикла $T_ц$, мин	2,85	2,65	—
Средний срок службы, ч:			
скрепера $T_с$	8000	10 000	—
шин $T_ш$	3000	3 000	—
фильтра $T_ф$	143	143	0,002
Расход, л/ч:			
топлива R_9	50,1	49,5	0,159
масла $R_м$	1,61	1,48	0,024
смазки $R_с$	0,05	0,04	0,001
Стоимость одного часа ремонта $a_р$, долл.	4,88	4,96	0,265
Цена машины с доставкой $Ц_д$, тыс. долл.	79,3	68,7	—
Цена комплекта шин $Ц_ш$, тыс. долл.	13,6	13,6	0,242
Цена, с которой начисляется амортизация $Ц_а$, тыс. долл.	65,1	55,1	0,307

масла $a_m = 0,31$,
смазки $a_c = 0,50$,
одного фильтра $a_\phi = 5,60$ долл./шт.

Полезный эффект от эксплуатации скреперов определяют по формуле

$$P_c = 60 \frac{Q k_H}{T_\pi} T_c,$$

т. е. для скрепера А

$$P_A = 60 \frac{3 \cdot 0,8}{2,85} 8000 = 404\,210 \text{ м}^3/\text{ч};$$

для скрепера В

$$P_B = 60 \frac{2,5 \cdot 0,9}{2,65} 10\,000 = 509\,434 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Групповой показатель конкурентоспособности по полезному эффекту

$$I_{п.э} = \frac{P_A}{P_B} = \frac{404\,210}{509\,434} = 0,793.$$

Ставки платежей m определяют в соответствии с законодательством страны. В данном примере учитываются ставки платежей по налогам m_H и страхованию m_c , которые принимаются в размерах $m_H = 2\%$ и $m_c = 2,5\%$ от цены, с которой начисляется амортизация. Тогда $m = m_H + m_c = 4,5\%$.

Полные затраты за срок службы скрепера

$$Z_\pi = C_a \left(1 + \frac{m}{100}\right) + T_c \left(R_\phi a_\phi + R_m a_m + R_c a_c + \frac{1}{T_\phi} a_\phi + \frac{C_\pi}{T_\pi} + a_p\right).$$

Для скрепера А

$$Z_{\pi A} = 65\,100 \cdot 1,045 + 8000 \times (50,1 \cdot 0,06 + 1,61 \cdot 0,31 + 0,05 \cdot 0,5 + 5,6/143 + 13\,600/3000 + 4,88) = 171\,886 \text{ долл.}$$

Для скрепера В

$$Z_{\pi B} = 55\,100 \cdot 1,045 + 10\,000 (49,5 \cdot 0,06 +$$

$$+ 1,48 \cdot 0,31 + 0,04 \cdot 0,5 + 5,6/143 + 13\,600/3000 + 4,96) = 187\,390 \text{ долл.}$$

Групповой показатель конкурентоспособности скреперов по экономическим показателям

$$q_{э.п} = \frac{Z_{\pi A}}{Z_{\pi B}} = \frac{171\,886}{187\,390} = 0,917.$$

Уровень конкурентоспособности скрепера А относительно скрепера В

$$I_{A/B} = \frac{I_{п.э}^A}{I_{п.э}^B} = \frac{0,793}{0,917} = 0,865.$$

Следовательно, скрепер А неконкурентоспособен по отношению к скреперу В.

При неполной информации об эксплуатационных затратах конкурентоспособность оцениваемого скрепера определяется параметрическим методом с помощью относительного интегрального показателя. Пусть расценки ресурсов a_ϕ , a_m , a_c , a_ϕ , C_π неизвестны. Их индексы в варианте А в сравнении с вариантом В примем равными единице. Тогда уровень конкурентоспособности скрепера А [на основе формулы (32)]

$$I_{A/B} = \frac{k_{HA} Q_A T_{cA} T_{\pi B}}{k_{HB} Q_B T_{cB} T_{\pi A}} \left/ \left[\frac{C_{0A}}{C_{0B}} \alpha_{0B} + \frac{T_{cA}}{T_{cB}} \left(\frac{R_{\phi A}}{R_{\phi B}} \alpha_{1B} + \frac{R_{mA}}{R_{mB}} \alpha_{2B} + \frac{R_{cA}}{R_{cB}} \alpha_{3B} + \frac{T_{\phi B}}{T_{\phi A}} \alpha_{4B} + \frac{T_{\pi B}}{T_{\pi A}} \alpha_{5B} + \frac{a_{pA}}{a_{pB}} \alpha_{6B} \right) \right] \right. =$$

$$= \frac{0,8 \cdot 3 \cdot 8000 \cdot 2,65}{0,9 \cdot 2,5 \cdot 10\,000 \cdot 2,85} \left/ \left[\frac{65,1}{55,1} 0,307 + \frac{8000}{10\,000} \left(\frac{50,1}{49,5} 0,159 + \frac{1,61}{1,48} 0,024 + \frac{0,05}{0,04} 0,001 + \frac{143}{143} 0,002 + \frac{3000}{3000} 0,242 + \frac{4,88}{4,96} 0,265 \right) \right] \right. =$$

$$= 0,865.$$

12. Исходные данные для расчета конкурентоспособности грузовых автомобилей

Показатель	Значение показателя автомобиля		Доля затрат (α_{iB}) i -го показателя в полных затратах для автомобиля В
	А	В	
Грузоподъемность Q , т	2,75	2,75	—
Максимальная скорость с полной нагрузкой V , км/ч	97	98	—
Прейскурантная цена автомобиля без стоимости шин C , тыс. марок	22,91	24,11	0,203
Эксплуатационные затраты, марки ФРГ, грузового автомобиля на 1 км пробега, по:			
топливу R_T	0,100	0,120	0,353
смазочным материалам R_C	0,012	0,014	0,041
шинам $R_{ш}$	0,022	0,022	0,065
техническому обслуживанию R_O	0,083	0,095	0,279
прочим расходам $R_{п}$	0,020	0,020	0,059

Вывод об уровне конкурентоспособности скрепера А, определенной при неполной информации об эксплуатационных затратах, аналогичен сделанному выше при использовании полной информации.

Пример 10. Необходимо оценить комплексным методом конкурентоспособность грузовых автомобилей А и В по относительному интегральному показателю. Исходные данные для расчетов представлены в табл. 12.

За базовый образец принят автомобиль В. Сроки службы T и годовые пробеги L автомобилей одинаковы. Относительный интегральный показатель автомобиля А при одинаковой грузоподъемности его с автомобилями В

$$I_{A/B} = \frac{Q_A V_A}{Q_B V_B} \left/ \left(\frac{C_A}{C_B} \frac{T_B L_B}{T_A L_A} \alpha_{0B} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{R_{TA}}{R_{TB}} \alpha_{1B} + \frac{R_{TC}}{R_{TB}} \alpha_{2B} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{R_{шA}}{R_{шB}} \alpha_{3B} + \frac{R_{OA}}{R_{OB}} \alpha_{4B} + \frac{R_{пA}}{R_{пB}} \alpha_{5B} \right) =$$

$$= 1 \cdot \frac{97}{98} \left/ \left(\frac{22,91}{24,11} \cdot 0,203 + \frac{0,100}{0,120} 0,353 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{0,012}{0,014} 0,041 + \frac{0,022}{0,022} 0,065 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{0,083}{0,095} 0,279 + \frac{0,020}{0,020} 0,059 \right) = 1,11.$$

Следовательно, автомобиль А конкурентоспособен.

4. ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

Основные задачи экспертных методов. Под экспертными методами понимаются формальные и неформальные процессы принятия решений на основе обобщенного опыта специалистов в области качества. Достоверность анализа и получаемых оценок качества существенным образом зависит от совершенства методик опроса экспертов, ком-

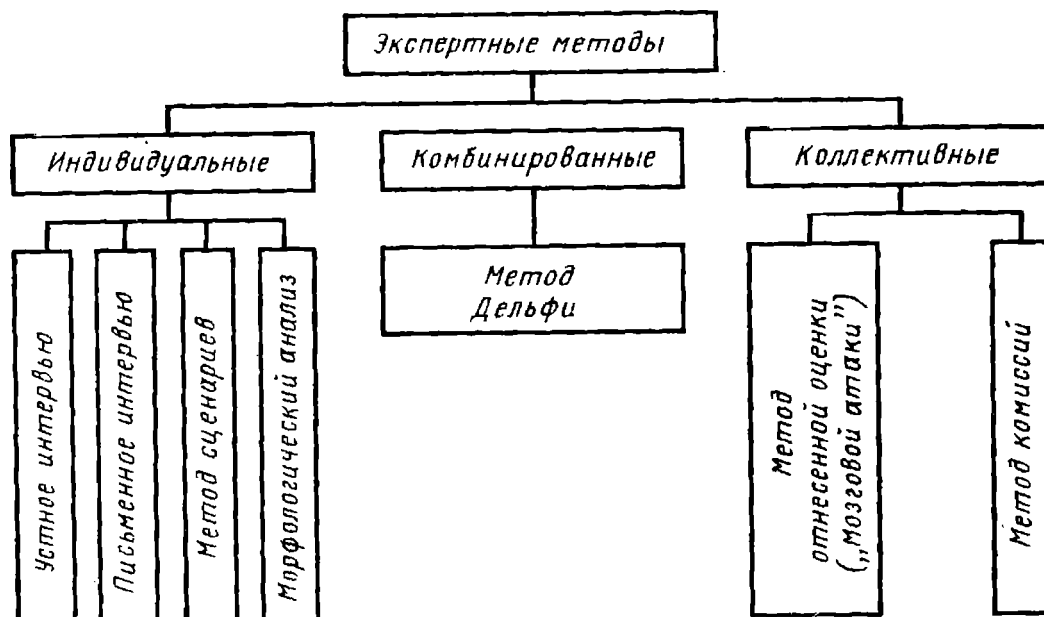


Рис. 2. Классификация экспертных методов, используемых в задачах оценки и управления качеством продукции

петентности экспертов, а также обработки и анализа полученных данных.

Экспертные методы обычно применяют в тех случаях, когда затруднительно использовать более строгие объективные методы. Эти методы используются при определении состава и структуры показателей качества продукции, а также коэффициентов весомости показателей качества; при оценке показателей качества органолептическими методами и при динамике показателей качества; при определении комплексных показателей качества, а также при аттестации качества продукции.

Классификация экспертных методов. Разработано достаточно большое число экспертных методов. Классификация наиболее часто применяемых методов представлена на рис. 2. В зависимости от характера работы экспертов экспертные методы принято делить на три группы: индивидуальные, коллективные, комбинированные. При использовании индивидуальных методов обычно стремятся не допускать общения экспертов в ходе проведения экспертиз, что способствует объективности высказываний их личных мнений по рассматриваемым вопросам. К индивидуальным методам относятся: морфологический анализ, метод сценариев, а также методы письменного и устного интервью. Пер-

вые два метода обычно используются в наиболее ответственных задачах, к которым, например, можно отнести определение состава и структуры показателей качества конкретного вида продукции при ее разработке, производстве и эксплуатации. Устные и письменные интервью достаточно широко используются при решении практически всех задач анализа и управления качеством. При использовании коллективных методов обычно принято организовывать постоянно действующие коллективы экспертов. К коллективным методам относят: метод комиссий и отнесенной оценки («мозговой атаки»). Наибольшее распространение получил комбинированный метод — метод Дельфи, который сочетает в себе индивидуальный и коллективный методы.

Общие принципы организации экспертных процедур. Значительное число задач, связанных с анализом, оценкой и управлением качеством продукции на основе экспертных методов, содержит целый ряд следующих общих типовых процедур:

подготовку экспертных процедур, т. е. определение конкретной цели экспертизы, формирование рабочей группы, формирование экспертной группы и составление рабочей документации;

опрос экспертов, в ходе которого проводится анализ документов (обычно это опросные анкеты) и оценка объектов исследования;

обработку результатов опроса, состоящего из подготовки исходных данных, выделения экспертов с резко выделяющимся мнением и проверки полноты объектов исследования;

анализ результатов опроса и количественные выводы, включающие расчет итоговых оценок, их группировку, ранжирование по значимости и выделение доминирующих оценок.

Укрупненный алгоритм экспертных процедур, базирующийся на методе Дельфи, представлен на рис. 3.

В состав рабочей группы входят организатор, являющийся высококвалифицированным специалистом в области качества продукции, и технические работники. Организатор руководит работой на всех ее этапах. Он должен быть специалистом в этой области, знать основные положения экспертных методов, а также досконально знать вопросы разработки, производства и потребления данного вида продукции. Специалист по оцениваемой продукции должен быть высококвалифицированным сотрудником организации-разработчика (производителя). Таким сотрудником должен

быть, например, руководитель службы качества или его заместитель. Основной задачей специалиста является своевременный, правильный и объективный анализ получаемой от экспертов информации и корректировка работы всей экспертной группы. Технические работники осуществляют опрос экспертов и обработку получаемой информации.

В экспертную группу следует включать высококвалифицированных специалистов по оцениваемой продукции (исследователей, проектировщиков, технологов, специалистов из служб качества и надежности и т. д.). Численно группа должна быть 7—12 человек. При необходимости увеличения достоверности экспертных оценок численный состав группы следует увеличить до 15—20 человек в зависимости от сложности продукции и сложности решаемых вопросов. Состав группы утверждается соответствующим приказом или распоряжением по учреждению, в котором оговариваются конкретные цели работы, состав группы и ее руководитель, сроки начала и окончания работы. Для эффективной и качественной работы такую группу формируют как постоянно действующий орган с постоянным составом основного ряда группы. Эксперты дол-

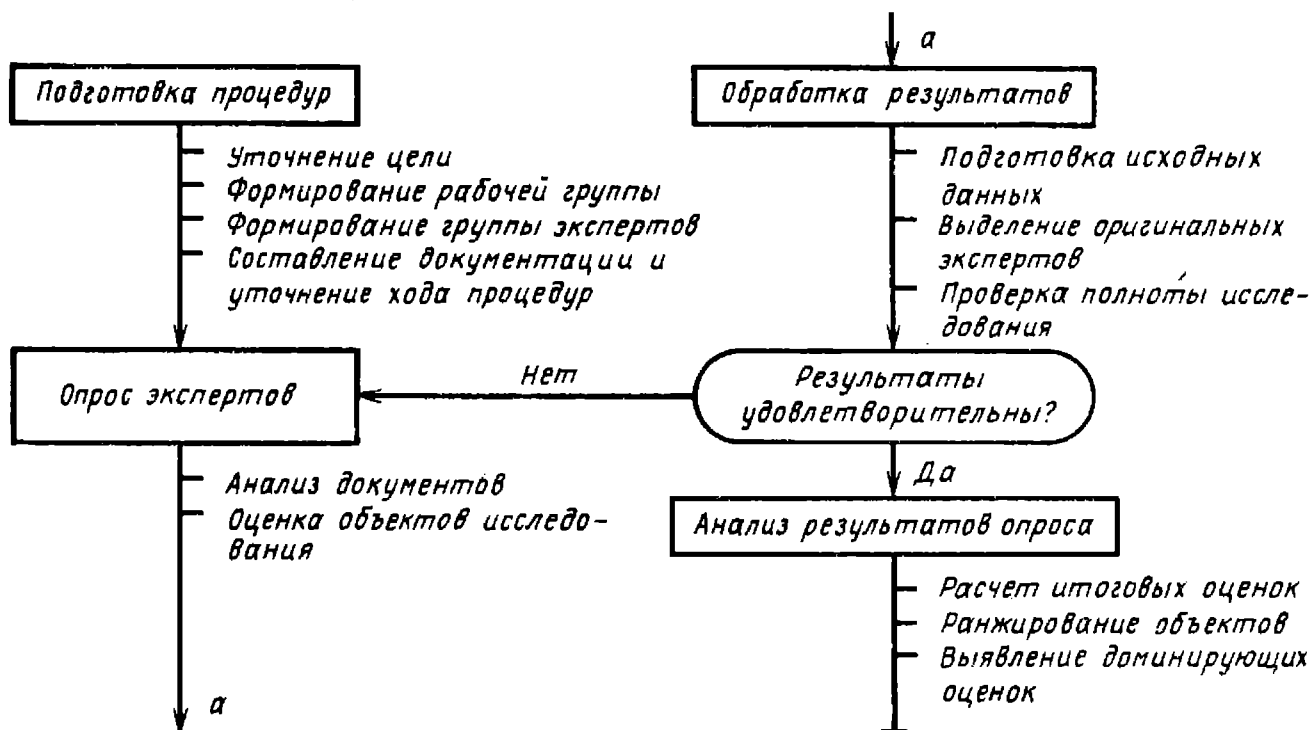


Рис. 3. Алгоритм экспертных процедур, основанный на методе Дельфи

13. Матрица рангов

№ эксперта	Признак					
	1	2		j		m
1	x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1m}
2	x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2m}
$\vdots$						
i	x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{im}
$\vdots$						
n	x_{n1}	x_{n2}		x_{nj}		x_{nm}

Принятые обозначения: x_{ij} — ранг j -го признака у i -го эксперта; n — число экспертов; m — число признаков.

жны быть заинтересованы в результатах экспертизы, обладать коммуникативностью при общении с людьми, а также они должны быть способны противостоять мнению большинства, т. е. быть уверенными в своей правоте и мотивировать свои мнения.

В состав документации экспертного опроса входят опросные анкеты, сопроводительные письма и объяснительные записки. В опросных анкетах идентифицируются конкретные объекты исследования. В сопроводительных письмах излагаются основные цели экспертных исследований и их основные положения. В объяснительных записках подробно излагаются методики работы с опросными анкетами.

Процедуры опроса экспертов и статистическая обработка результатов экспертиз. В практических задачах анализа, оценки и управления качеством, в которых используются экспертные методы, обычно стараются иметь дело с конкретными количественными признаками, являющимися измерителями показателей качества. Обычно экспертам предлагается первая опросная анкета, в которой каждому из n экспертов предлагается написать перечень признаков, характеризующих, по их мнению, конкретный объект (изделие, технологический про-

цесс, комплексный показатель качества изделия или технологического процесса и т. д.).

Затем экспертам предлагается вторая анкета, где количественные признаки должны быть проранжированы по их значимости. Если по мнению экспертов ряд признаков не различается по силе их влияния на исследуемый объект, то им присваивается один и тот же порядковый номер (ранг).

На основании этих данных составляется итоговая матрица рангов (табл. 13).

На основании данных табл. 13 техническими работниками проводится оценка степени согласованности (взаимосвязи) опрошенных экспертов. Необходимость в проведении такой процедуры обуславливается двумя основными моментами: во-первых, в силу индивидуальных особенностей каждого эксперта, уровня его знаний и представлений об объекте признаки могут быть истолкованы далеко неоднозначно; во-вторых, ранжирование признаков может быть произведено не квалифицированно из-за недостаточной изученности объекта.

Оценка степени согласованности экспертных мнений может быть осуществлена с помощью коэффициента конкордации. Если в матрице рангов

(см. табл. 13) в i -й строке имеются равные значения рангов, то коэффициент конкордации

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} n^2 (m^3 - m) - n \sum_{i=1}^n T_i}, \quad (37)$$

где

$$S = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij} \right); \quad (38)$$

$$T_i = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j) \quad (39)$$

(t_j —число рангов j -го признака в каждой строке матрицы рангов).

Если в матрице рангов (см. табл. 13) отсутствуют равные значения рангов в каждой из строк, то

$$W = \frac{12S}{n^2 (m^3 - m)}. \quad (40)$$

При полном совпадении мнений экспертов $W = 1$, а при полном несовпадении $W = 0$. В практических ситуациях $0 < W < 1$. При близости коэффициента конкордации к нулю ($W = 0,05 \div 0,10$) следует сделать заключение о том, что состав экспертов подобран неудачно или объект изучен недостаточно полно. И, наоборот, при W , близком к единице ($W \geq 0,9$), может оказаться, что экспертиза проведена формально без должного изучения объекта. В обоих указанных случаях экспертизу следует повторить. Значимость (отличие) коэффициента конкордации W от нуля может быть проверена по z -критерию Фишера:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{(n-1) W}{1-W}. \quad (41)$$

Если $z \geq z_\alpha$, то с вероятностью $(1 - \alpha)$ (α — уровень значимости критерия) можно утверждать, что имеется неслучайная согласованность во мнениях экспертов. В этом случае z находится по формуле (41), а z_α — с помощью статистических таблиц. Исходными данными для получения z_α являются уровень значимости z -критерия α , который обычно берется рав-

ным 0,01—0,10, и степени свободы ν_1 и ν_2 :

$$\nu_1 = (m - 1) - 2/n; \quad (42)$$

$$\nu_2 = (n - 1) \nu_1. \quad (43)$$

Значения z_α при $\alpha = 0,05$ приведены в табл. 14.

Если $z < z_\alpha$, то с вероятностью $P \geq 1 - \alpha$ можно утверждать, что между экспертами нет согласованности и необходимо провести новое анкетирование или выявить группу экспертов, у которых согласованность мнений достаточно высокая. С этой целью один эксперт исключается из совокупности и подсчитывается коэффициент W_1 для оставшихся экспертов. Если $W_1 > W$, то данный эксперт исключается из совокупности. Такие расчеты проводятся для каждого эксперта. В результате расчетов степень согласованности мнений экспертов, оставшихся в совокупности, повышается.

Далее оценивается различие во влиянии исследуемых признаков и существенность влияния выбранных для анализа признаков. Для такой оценки может быть использован математический аппарат дисперсионного анализа. Значение ранга x_{ij} состоит из трех независимых частей: результата, который принадлежит данному эксперту, результата, который принадлежит данному признаку, и остатка, распределение которого обычно близко к нормальному закону со средним значением, равным нулю, и дисперсией, отличной от нуля.

Таким образом, общая дисперсия признака может быть разложена на три независимые составляющие:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\bar{x}_i - \\ &- \bar{x}_{ij})^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_{ij})^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x}_{ij})^2, \end{aligned}$$

где $\bar{x}_{ij}$ — общий средний ранг; $\bar{x}_j$ — средний ранг у i -го эксперта; $\bar{x}_i$ — средний ранг у j -го признака. Вели-

14. Значения z_α при 5-%-ном уровне значимости z -критерия Фишера

v_2	v_1									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	2,45	2,65	2,69	2,71	2,72	2,73	2,74	2,75	2,76	2,77
2	1,46	1,47	1,48	1,48	1,48	1,48	1,48	1,48	1,48	1,49
3	1,58	1,13	1,11	1,11	1,10	1,09	1,09	1,08	1,08	1,07
4	1,02	0,97	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88	0,86
5	0,94	0,88	0,84	0,82	0,81	0,80	0,79	0,77	0,76	0,74
6	0,90	0,82	0,78	0,76	0,74	0,73	0,71	0,69	0,67	0,65
7	0,86	0,78	0,74	0,71	0,69	0,68	0,66	0,64	0,61	0,59
8	0,84	0,75	0,70	0,67	0,65	0,64	0,62	0,59	0,57	0,54
9	0,82	0,72	0,68	0,64	0,62	0,61	0,59	0,56	0,53	0,50
10	0,80	0,71	0,66	0,62	0,60	0,58	0,56	0,54	0,50	0,47
11	0,79	0,69	0,64	0,61	0,58	0,56	0,54	0,51	0,48	0,44
12	0,78	0,68	0,62	0,59	0,57	0,55	0,52	0,49	0,46	0,42
13	0,77	0,67	0,61	0,58	0,55	0,54	0,51	0,48	0,44	0,40
14	0,76	0,66	0,60	0,57	0,54	0,52	0,50	0,46	0,43	0,38
15	0,76	0,65	0,60	0,56	0,53	0,51	0,48	0,45	0,41	0,36
16	0,75	0,64	0,59	0,55	0,52	0,50	0,48	0,44	0,40	0,35
17	0,75	0,64	0,58	0,54	0,52	0,50	0,47	0,43	0,39	0,34
18	0,74	0,63	0,58	0,54	0,51	0,49	0,46	0,43	0,38	0,32
19	0,74	0,63	0,57	0,53	0,50	0,48	0,45	0,42	0,37	0,32
20	0,74	0,63	0,56	0,53	0,50	0,48	0,45	0,41	0,37	0,31
21	0,73	0,62	0,56	0,52	0,50	0,47	0,44	0,41	0,36	0,30
22	0,73	0,62	0,56	0,52	0,49	0,47	0,44	0,40	0,35	0,29
23	0,73	0,62	0,55	0,51	0,48	0,46	0,43	0,40	0,35	0,28
24	0,72	0,61	0,55	0,51	0,48	0,46	0,43	0,39	0,34	0,27
25	0,72	0,61	0,55	0,51	0,48	0,46	0,42	0,39	0,34	0,27
26	0,72	0,61	0,54	0,50	0,48	0,45	0,42	0,38	0,33	0,26
27	0,72	0,60	0,54	0,50	0,47	0,45	0,42	0,38	0,38	0,26
28	0,72	0,60	0,54	0,50	0,47	0,45	0,42	0,38	0,32	0,25
29	0,72	0,60	0,54	0,50	0,47	0,44	0,41	0,37	0,32	0,25
30	0,71	0,60	0,54	0,50	0,46	0,44	0,41	0,37	0,32	0,24
60	0,69	0,57	0,51	0,46	0,43	0,41	0,37	0,32	0,26	0,16
∞	0,67	0,55	0,48	0,43	0,40	0,37	0,33	0,28	0,21	0,00

чины $\bar{x}_{ij}$, $\bar{x}_j$, $\bar{x}_i$ определяются по следующим формулам:

$$\bar{x}_{ij} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij}; \quad \bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \times$$

$$\times x_{ij}; \quad \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}.$$

Оценка различия исследуемых признаков и существенности их влияния проводится путем сравнения дисперсий между признаками S_1^2 с остаточной

дисперсией $S_{\text{ост}}^2$, которые находятся по следующим формулам:

$$S_1^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_{ij})^2 =$$

$$= \frac{1}{m-1} \left[n \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j)^2 - mn (\bar{x}_{ij})^2 \right]; \quad (44)$$

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{(m-1)(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \times$$

$$\begin{aligned}
& \times (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x}_{ij})^2 = \\
& = \frac{1}{(m-1)(n-1)} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij})^2 - \right. \\
& - m \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i)^2 - n \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j)^2 + \\
& \left. + mn (\bar{x}_{ij})^2 \right]. \quad (45)
\end{aligned}$$

Значимость различия дисперсий S_1^2 и $S_{\text{ост}}^2$ проверяется по z -критерию Фишера:

$$z = \frac{1}{2} \ln (S_1^2 / S_{\text{ост}}^2) \quad (46)$$

при числе степеней свободы

$$v_1 = m - 1; v_2 = (m - 1) \times (n - 1). \quad (47)$$

Если величина z , вычисляемая по формуле (46) с учетом соотношений (44) и (45), больше или равна z_α , которая берется из таблиц (при $\alpha = 0,05$ значения z_α могут быть взяты из табл. 14), то с вероятностью $P \geq 1 - \alpha$ можно утверждать, что разница в значениях дисперсий S_1^2 и $S_{\text{ост}}^2$ статистически значима, т. е. различие во влиянии исследуемых признаков велико и влияние выбранных для анализа признаков существенно. Если $z < z_\alpha$, то с вероятностью $P \geq 1 - \alpha$ можно утверждать, что различие в значениях дисперсий S_1^2 и $S_{\text{ост}}^2$ несущественно, т. е. различие во влиянии исследуемых признаков незначительно и влияние выбранных для анализа признаков незначимо. В этом случае необходимо расширить комплекс признаков и провести новое анкетирование.

При проведении статистического анализа необходимо оценить существенность различий в распределениях признаков для определения структуры влияния признаков на исследуемый объект. Признаки, имеющие несущественное различие в распределениях, относятся по степени влияния к одной группе. В практических рас-

четах и исследованиях качества изделий оценку существенности различий в распределениях можно заменить оценкой различия в средних значениях рангов, т. е. признаки, имеющие несущественное различие в средних значениях рангов, относятся к одной группе и по средней степени влияния не различаются.

Однако наиболее полную картину по структуре влияния признаков дает сочетание обоих методов. Если различия в распределениях признаков существенны, то следует проверить различие в средних значениях рангов признаков.

Ранги по каждому из признаков образуют случайные выборки, каждая из которых имеет свою среднюю $\bar{x}_j$ и среднее квадратическое отклонение

$$S_j = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right]^{1/2} \quad (48)$$

Значимость различия средних значений рангов между признаками определяют по t -критерию Стьюдента путем последовательного сравнения средних значений рангов признаков:

$$\begin{aligned}
t_{\bar{x}_k - \bar{x}_l} &= (\bar{x}_k - \bar{x}_l) / S_{\bar{x}_k - \bar{x}_l} \\
(k, l &= 1, m; k \neq l); \\
S_{\bar{x}_k - \bar{x}_l} &= (S_{\bar{x}_k}^2 + S_{\bar{x}_l}^2)^{1/2}; \quad S_{\bar{x}_j} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{n}} S_j \quad (j = \overline{1, m}). \quad (49)
\end{aligned}$$

При этом число степеней свободы

$$v = 2(n - 1). \quad (50)$$

Если $|t_{\bar{x}_k - \bar{x}_l}| > t_\alpha$, взятого из табл. 15 при $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,01$, то с вероятностью $P = 1 - \alpha$ можно утверждать, что разница в значениях средних $\bar{x}_k$ и $\bar{x}_l$ незначительна, эти признаки по средней степени влияния не различаются и их можно отнести к одной группе.

Типовой пример проведения экспертизы. Пусть опрошено 12 экспертов о степени влияния некоторых определяющих параметров (количественных

15. Значения t_α при 5- и 1 %-ном уровнях значимости в распределении Стьюдента

ν	$\alpha = 0,05 *$	$\alpha = 0,01 **$	ν	$\alpha = 0,05 *$	$\alpha = 0,01 **$	ν	$\alpha = 0,05 *$	$\alpha = 0,01 **$	ν	$\alpha = 0,05 *$	$\alpha = 0,01 **$
1	6,31	63,7	10	1,81	3,17	19	1,73	2,86	28	1,70	2,76
2	2,92	9,92	11	1,80	3,11	20	1,73	2,85	29	1,70	2,76
3	2,35	5,84	12	1,78	3,05	21	1,72	2,83	30	1,70	2,75
4	2,13	4,60	13	1,77	3,01	22	1,72	2,82	40	1,68	2,70
5	2,01	4,03	14	1,76	2,98	23	1,71	2,81	60	1,67	2,66
6	1,94	3,71	15	1,75	2,95	24	1,71	2,80	120	1,66	2,62
7	1,89	3,50	16	1,75	2,92	25	1,71	2,79	∞	1,64	2,58
8	1,86	3,36	17	1,74	2,90	26	1,71	2,78			
9	1,83	2,25	18	1,73	2,88	27	1,71	2,77			

* Односторонние ограничения.

** Двусторонние ограничения.

16. Результирующая матрица опроса экспертов

№ строки (эксперта)	Определяющие параметры (количественные признаки)								$\sum_{j=1}^8 x_{ij}$
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
1	3	4	2	5	1	6	8	8	37
2	4	6	2	5	6	7	1	7	38
3	2	5	1	6	3	4	7	7	35
4	3	4	1	3	2	5	6	8	32
5	1	2	3	3	5	2	6	4	26
6	2	3	1	4	1	5	6	8	30
7	6	4	3	1	2	2	5	7	30
8	4	5	2	1	3	2	6	8	31
9	3	2	1	6	4	3	5	6	30
10	5	8	3	2	4	7	1	6	36
11	2	4	1	8	3	2	5	6	31
12	2	3	1	7	2	7	4	5	31
$\sum_{i=1}^{12} x_{ij}$	37	50	21	51	36	52	60	80	387

признаков) на показатель качества продукции. Экспертами были выбраны восемь количественных признаков. Результирующая опросная матрица представлена табл. 16.

Порядок проведения экспертизы следующий. 1. По данным табл. 16

определяющие факторы (признаки) ранжируются следующим образом:

$$1) x_3 = \sum_{i=1}^{12} x_{i3} = 21;$$

$$2) x_5 = \sum_{i=1}^{12} x_{i5} = 36;$$

$$3) x_1 = \sum_{i=1}^{12} x_{i1} = 37;$$

$$4) x_2 = \sum_{i=1}^{12} x_{i2} = 50;$$

$$5) x_4 = \sum_{i=1}^{12} x_{i4} = 51;$$

$$6) x_6 = \sum_{i=1}^{12} x_{i6} = 52;$$

$$7) x_7 = \sum_{i=1}^{12} x_{i7} = 60;$$

$$8) x_8 = \sum_{i=1}^{12} x_{i8} = 80.$$

По этим данным можно заключить, что на исследуемый показатель качества продукции наибольшее влияние оказывает признак x_3 , а наименьшее — признак x_8 .

2. Проведем оценку степени согласованности экспертов с использованием коэффициента конкордации W , рассчитываемого по формуле (37), так как в матрице рангов имеются равные значения рангов для различных признаков у одного и того же эксперта. Определим по формуле (40) T_i ($i = \overline{1,12}$), а S — по (38).

У первого эксперта ранг 8 встречается 2 раза. В этом случае

$$T_1 = (1/12) (2^3 - 2) = 1/2.$$

У второго эксперта ранги 6 и 7 встречаются по 2 раза, поэтому

$$T_2 = (1/12) [(2^3 - 2) + (2^3 - 2)] = 1.$$

У третьего эксперта ранг 7 встречается 2 раза, поэтому

$$T_3 = (1/12) (2^3 - 2) = 1/2.$$

Аналогичным образом определим

$$T_4 = T_6 = T_7 = T_8 = \\ = T_9 = T_{11} = 1/2;$$

$$T_5 = T_{12} = 1; T_{10} = 0.$$

Пусть получено $S = 2190$, тогда определим коэффициент конкордации по (37):

$$W = \{2190 / [(1/12) 12^2 (8^3 - 8)] - 12 [(1/2) 8 + 1 + 1]\} = 0,37.$$

3. Проверим значимость отличия коэффициента конкордации от нуля.

Для этого вычислим количественное значение z -критерия Фишера по формуле (41):

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{(12 - 1) 0,37}{1 - 0,37} = 0,93.$$

Кроме того, вычислим степени свободы v_1 и v_2 по формулам (42) и (43):

$$v_1 = (8 - 1) - \frac{2}{12} \approx 7; \quad v_2 = (12 - 1) 7 \approx 75.$$

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ для $v_1 = 7$ и $v_2 = 75$ по табл. 14 найдем, что $z_\alpha = 0,35$.

Поскольку полученное $z = 0,93$ больше $z_\alpha = 0,35$, то с вероятностью $P \geq 0,95$ можно утверждать, что о силе влияния на рассматриваемый показатель качества выбранных количественных признаков между экспертами имеет место неслучайное согласие.

4. Оценим различия во влиянии признаков на показатель качества и существенность этого влияния.

Предварительно определим средние значения рангов по признакам:

$$\left(\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij} \right): \quad \bar{x}_1 = 3,08; \quad \bar{x}_2 =$$

$$= 4,16;$$

$$\bar{x}_3 = 1,75; \quad \bar{x}_4 = 4,25; \quad \bar{x}_5 = 3,00;$$

$$\bar{x}_6 = 4,33; \quad \bar{x}_7 = 5,00; \quad \bar{x}_8 = 6,67.$$

Кроме того, средние значения рангов по определению экспертов

$$\left(\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \right):$$

$$\bar{x}_1 = 4,63; \quad \bar{x}_4 = 4,00; \quad \bar{x}_7 = 3,75;$$

$$\bar{x}_{10} = 4,50;$$

$$\bar{x}_2 = 4,75; \bar{x}_5 = 3,25; \bar{x}_8 = 3,88;$$

$$\bar{x}_{11} = 3,88;$$

$$\bar{x}_3 = 4,38; \bar{x}_6 = 3,75; \bar{x}_9 = 3,75;$$

$$\bar{x}_{12} = 3,88.$$

Пусть $S_1^2 = 26,1$ $S_{\text{ост}}^2 = 3,1$. Тогда

$$z = \frac{1}{2} \ln (26 \cdot 1/3,1) = 1,06.$$

По ранее вычисленным числам степеней свободы $\nu_1 = 7$ и $\nu_2 = 75$, при $\alpha = 0,05$ по табл. 14 найдем $z_\alpha = 0,35$.

Поскольку $z > z_\alpha$, то с вероятностью $P \geq 0,95$ можно утверждать, что различие во влиянии исследуемых признаков статистически значимо, а влияние выбранных признаков на показатель качества существенно.

5. Определим структуру влияния признаков, т. е. влияние каждого признака на показатель качества. Группы признаков будем находить в средних значениях рангов между признаками. С этой целью найдем средние квадратические отклонения признаков по формуле (48). В итоге получим:

$$S_1 = 1,44; S_3 = 0,87;$$

$$S_5 = 1,54; S_7 = 2,13;$$

$$S_2 = 1,69; S_4 = 2,30;$$

$$S_6 = 2,10; S_8 = 1,30.$$

Наиболее высокую среднюю оценку эксперты дали признаку x_8 с $\bar{x}_8 = 6,67$ и $S_8 = 1,3$. Далее по величине следует x_7 с $\bar{x}_7 = 5,0$ и $S_7 = 2,18$.

Пусть получено

$$S_{\bar{x}_8 - \bar{x}_7} = 0,72; t_{\bar{x}_8 - \bar{x}_7} = 2,32; \nu = 22.$$

Тогда с помощью табл. 15 при $\alpha = 0,05$ $\nu = 22$ найдем $t_\alpha = 1,72$. Поскольку $t = 2,32 > t_\alpha = 1,72$, то с вероятностью $P \geq 0,95$ можно утверждать, что различие в средних значениях признаков x_8 и x_7 статистически значимо, поскольку параметры x_8 и x_7 следует отнести по средней степени влияния к различным группам.

Пусть также получим следующие значения:

$$t_{\bar{x}_7 - \bar{x}_6} = 0,77; t_{\bar{x}_6 - \bar{x}_2} = 0,22;$$

$$t_{\bar{x}_4 - \bar{x}_1} = 0,13; t_{\bar{x}_2 - \bar{x}_1} = 1,68;$$

$$t_{\bar{x}_6 - \bar{x}_4} = 0,09; t_{\bar{x}_8 - \bar{x}_6} = 1,76;$$

$$t_{\bar{x}_6 - \bar{x}_3} = 2,45.$$

Из сравнения вычисленных значений $t_{\bar{x}_8 - \bar{x}_1}$ с $t_{0,05} = 1,72$ можно выделить следующие группы признаков: $x_6, x_4, x_2, x_1; x_5, x_1; x_3$. В результате получили, что признак x_1 относится одновременно к двум группам. Однако из сравнения величин $t_{\bar{x}_6 - \bar{x}_1}$ и $t_{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}$ более предпочтительно отнести параметр x_1 к той группе, где находится параметр x_5 . Тогда окончательная структура влияния признаков на показатель качества продукции будет следующая: x_8 — первая группа; x_7, x_6, x_4, x_2 — вторая группа; x_5, x_1 — третья группа; x_3 — четвертая группа.

На основании проведенного статистического анализа экспертных мнений по степени влияния признаков на некоторый показатель качества признаки следует расположить следующим образом:

$$x_3, x_5, x_1, x_2, x_4,$$

$$x_6, x_7, x_8.$$

В целом проведенный анализ на основе экспертных мнений позволил в первом приближении выявить наиболее существенные факторы (признаки), влияющие на показатель качества продукции. Уточненный такой анализ при необходимости можно осуществить более строгими методами, например, с использованием регрессионного анализа.

Типичные задачи, решаемые экспертными методами. Построение структурной схемы показателей качества продукции. Выполнение работы, связанной с построением структурной схемы показателей качества продукции, требует от экспертов высоких профессиональных знаний и информированности. Обычно для облегчения работы и повышения ее эффективности экспертам предлагается определить

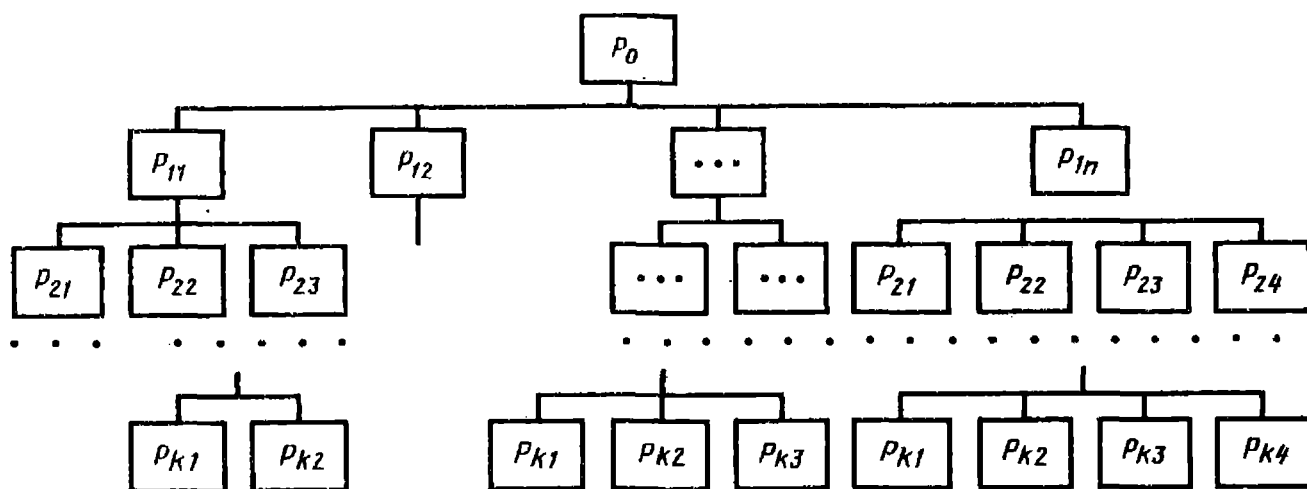


Рис. 4. Иерархическая структура показателей качества продукции:

P_0 — 0-го уровня; $P_{11}, \dots, P_{1n}$ — 1-го уровня; $P_{21}, \dots, P_{2n}$ — 2-го уровня; P_{k1}, P_{kn} — k -го уровня

только перечень показателей качества и затем объединить их в соответствующие группы. Каждому эксперту предлагается соответствующая анкета для ее заполнения, а также пояснительная записка, в которой содержится методика работы. Эксперты заполняют анкеты и представляют их в рабочую группу, которая составляет общий перечень показателей качества и рассредотачивает их по группам. На основе составленного перечня показателей качества строится соответствующая иерархическая структурная схема показателей. Пример такой структуры представлен на рис. 4.

Показатель качества для продукции в целом располагается на самом верхнем уровне иерархической структуры показателей и составляет нулевой уровень иерархии, затем следуют показатели 1-го, 2-го уровня и т. д.

При построении иерархической структурной схемы показателей качества представляется целесообразным придерживаться таких правил:

признак, по которому данный показатель качества подразделяется на составные показатели последующих уровней, должен быть одним и тем же; количество показателей в однородной группе не должно превышать 6—7 единиц, так как при большем числе эксперты не могут достаточно объективно оценить их коэффициенты весомости;

не следует повторять показатели качества на различных уровнях иерар-

хии, поскольку при экспертных оценках коэффициенты весомости таких показателей тем самым завышаются;

количество показателей в соответствующих группах одного уровня иерархии не должно существенно отличаться, поскольку это искажает значения коэффициентов весомости таких показателей в сторону занижения.

Определение коэффициентов весомости показателей качества. При определении экспертными методами коэффициентов весомости показателей качества различного уровня иерархии следует руководствоваться следующими достаточно устоявшимися правилами.

Ранжирование показателей осуществляется при их числе в группе, начиная с четырех и более. При этом наиболее важному показателю принято присваивать ранг 1, следующему по важности — ранг 2 и т. д. Если по мнению экспертов весомости двух или нескольких показателей имеют незначительное различие, то им присваивают один и тот же ранг. При числе показателей в группе, меньшем четырех, их ранжирование проводить не принято. Для показателей, который имеет ранг 1, принято присваивать коэффициент весомости 10. При определении экспертами коэффициентов весомости обычно используется ряд чисел от 10 до 0 с интервалом 0,5. Сначала эксперты устанавливают коэффициенты весомости для единичных показателей, а затем для комплексных.

17. Типовая анкета для ранжирования показателей качества

0-й	Уровень иерархии							
	1-й				2-й			
	Комплекс- ный показа- тель	Ранг	Коэффициент весомости в туре		Едини- чный по- казатель	Ранг	Коэффициент весомости в туре	
			1-м	2-м			1-м	2-м
Качество продукции в целом	P_1	—	8	7,5	P_{11}	2	9	9
					P_{12}	3	7	7,5
					P_{13}	1	10	10
					P_{14}	4	4,5	5
	P_2	—	10	10	P_{21}	1	10	9,5
					P_{22}	2	9,5	10
					P_{23}	3	0,5	0,5
					P_{24}	4	9,5	10
	P_3	—	6,5	6,5	P_{31}	—	10	10
					P_{32}	—	3	3
					P_{33}	—	1	1

Примерный вид анкеты, которую экспертам предлагается заполнить при ранжировании показателей качества, представлен в табл. 17.

Каждому эксперту необходимо познакомиться с мнениями других экспертов и их соответствующими обоснованиями. После этого эксперты осуществляют корректировку назначенных коэффициентов весомости показателей качества, если они сочтут это целесообразным. Окончательно установленные экспертами значения коэффициентов весомости нормируются по следующим формулам:

$$\delta^0_{ikj} = \frac{\delta_{ikj}}{\sum_{i=1}^N \delta_{ikj}};$$

(51)

$$\delta^0_{k0j} = \frac{\delta_{k0j}}{\sum_{k=1}^M \delta_{k0j}},$$

(52)

где в (51) и (52) обозначено: δ^0_{ikj} — нормированное значение коэффициента весомости i -го показателя каче-

ства (в примере, представленном табл. 17, i -е показатели расположены на втором уровне иерархии) по отношению к соответствующему k -му показателю (на первом уровне иерархии применительно к табл. 17), определенного j -м экспертом; δ_{ikj} — абсолютное значение коэффициента весомости i -го показателя, назначенного i -м экспертом; δ^0_{k0j} — нормированное значение коэффициента весомости k -го показателя качества по отношению к суммарному значению качества продукции (нулевой уровень иерархии применительно к табл. 17), назначенного j -м экспертом; δ_{k0j} — абсолютное значение коэффициента весомости k -го показателя по мнению j -го эксперта; $i = \overline{1, N}$; N — число показателей, входящих в k -й показатель качества; $k = \overline{1, M}$; M — число показателей качества 1-го уровня, определяющих качество продукции в целом. В итоге имеем

$$\sum_{i=1}^N \delta^0_{ikj} = \sum_{k=1}^M \delta^0_{k0j} = 1.$$

Пример 11. Следует провести нормирование коэффициентов весомости единичных показателей качества, которые входят в комплексный показатель P_1 (см. табл. 17).

Найдем сумму значений единичных показателей

$$\sum_{i=1}^4 P_{i1} = 9 + 7,5 + 10 + 5 = 31,5.$$

По формуле (51) определим

$$\begin{aligned} \delta_{11}^0 &= 9/31,5 = 0,286; \delta_{21}^0 = 7,5/31,5 = \\ &= 0,238; \delta_{31}^0 = 10/31,5 = 0,317; \delta_{41}^0 = \\ &= 5/31,5 = 0,159. \end{aligned}$$

Согласованность мнений экспертов при определении весомости отдельных показателей приближенно может быть оценена с помощью коэффициентов вариации:

$$v_i = S_{\delta i} / \bar{\delta}_i^0,$$

где $\bar{\delta}_i^0$ и $S_{\delta i}$ — средние значения и средние квадратические отклонения показателя весомости по данным N экспертов, определяемые соответственно так:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_i^0 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i^0; \quad S_{\delta i} = \left[\frac{1}{N-1} \times \right. \\ &\times \left. \sum_{i=1}^N (\delta_i^0 - \bar{\delta}_i^0)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

В практических ситуациях принято считать, что при $v \leq 0,10$ — согласованность высокая; при $v = 0,11 \div 0,15$ — согласованность выше средней; при $v = 0,16 \div 0,25$ — согласованность средняя; при $v = 0,26 \div 0,35$ — согласованность ниже средней; при $v > 0,35$ — согласованность низкая.

При $v > 0,35$ экспертизу следует повторить. Рекомендуются предварительно выяснить причины низкой согласованности мнений экспертов. Для оценки согласованности мнений группы экспертов следует использовать коэффициент конкордации. Методика проведения экспертизы с применением коэффициента конкордации была рассмотрена выше.

Определение комплексных показателей качества продукции. При определении экспертными методами комплексных показателей качества необходимо иметь исходные данные о численных значениях единичных показателей по различным уровням иерархии применительно к конкретному образцу продукции. Исходные данные должны содержать сведения об условиях эксплуатации продукции и основные требования, предъявляемые к показателям качества оцениваемого изделия и базового образца.

Комплексные показатели, определяемые с помощью экспертиз, формируются посредством двух основных методов: экспресс-методом и методом движения по уровням. Сущность первого метода заключается в формировании комплексного показателя качества по имеющимся численным значениям отдельных показателей качества. При использовании этого метода эксперты оценивают взаимосвязь между показателями и их коэффициентами весомости на основе соответствующего опыта экспертов и их интуиции. Экспресс-метод достаточно эффективен лишь при сравнительно небольшом числе отдельных показателей, число которых не должно превышать 7 единиц. Причем эти показатели располагаются на одном уровне иерархии.

Сущность метода движения по уровням заключается в том, что эксперт сначала оценивает показатели самого низшего уровня, а затем последовательно переходит к последующим уровням иерархии. Последним уровнем является обобщенный показатель качества.

Аттестация качества продукции. Основная задача аттестации продукции состоит в том, чтобы на основании сложившихся мнений экспертов отнести рассматриваемую продукцию к одной из двух категорий качества: высшей и первой. При этом наиболее часто решение об отнесении оцениваемой продукции к одной из категорий качества базируется на методе комиссий (см. рис. 2). Решение обычно принимается простым голосованием. Причем продукция относится к той или иной категории качества, если за нее проголосовало не менее $2/3$ всего состава экспертов.

Глава 2

Общие принципы и методы контроля качества и надежности продукции при ее производстве

1. ВИДЫ И СРЕДСТВА КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Общие положения. Под контролем качества продукции понимается проверка количественных и (или) качественных характеристик ее свойств на соответствие установленным требованиям. Под техническим контролем понимается проверка соответствия объекта установленным техническим требованиям.

Технический контроль осуществляется на всех стадиях жизненного цикла продукции: разработки, производства, эксплуатации и (или) потреблении.

На стадии разработки продукции технический контроль сводится к проверке правильности учета современных научно-технических достижений и принимаемых в соответствии с ними решений, а также выполнения всех требований стандартов ЕСКД, ЕСТД, ЕСТПП и других нормативно-технических документов. Комплекс указанных мероприятий принято называть оценкой технического уровня и качества продукции.

На стадии производства продукции технический контроль сводится к контролю качества и состояния технологических процессов. В зависимости от условий производства в процессе изготовления продукции контролируется качество сырья, материалов и комплектующих изделий, а также обеспечение достигнутых показателей качества продукции в процессе ее внутризаводского транспортирования, хранения, упаковки и отправки потребителю. На практике применяемым показателем соответствия технологического процесса установленным требованиям

является уровень качества производимой продукции.

На стадии эксплуатации и (или) потребления продукции основными задачами контроля ее качества являются проверка соответствия показателей качества продукции требованиям нормативно-технической документации при ее функционировании, хранении, транспортировании, после ремонта и технического обслуживания, а также правильности эксплуатации продукции.

Виды контроля качества продукции. Существует достаточно большое разнообразие видов контроля. В зависимости от объема контролируемой партии продукции различают сплошной и выборочный контроль. Второй вид контроля обычно называют статистическим контролем. При сплошном контроле проверке подвергаются все изделия, входящие в контролируемую партию, а при выборочном — некоторая выборка от этой партии.

Сплошной контроль, а также выборочный могут осуществляться как с разрушением продукции, так и без ее разрушения. Контроль с разрушением продукции проводится с целью установления некоторых предельных значений показателей ее качества. Необходимость контроля с разрушением продукции обуславливается рядом обстоятельств, например, невозможностью учета неразрушающими методами большого числа единичных показателей качества, по которым оценивается некоторый комплексный показатель (обобщенный, интегральный, групповой), и учетом экономических соображений, которые заключаются в том, что в целом ряде случаев оказывается рациональнее разрушить оп-

ределенное число единиц продукции, чем проводить определенный комплекс неразрушающих методов контроля.

Контроль с разрушением технических объектов и устройств есть контроль функционированием, его называют также испытаниями на надежность. При испытаниях с разрушением устанавливаются основные эксплуатационные свойства изделий путем определения предельных значений показателей этих свойств. Контрольные испытания до предельного состояния проводятся в двух режимах: нормальном и ускоренном. В тех случаях, когда возможно, предпочитают проводить контрольные испытания в нормальных режимах применительно к номинальным и экстремальным условиям эксплуатации. Однако часто возникает необходимость проводить контрольные разрушающие испытания по ускоренным режимам, которые принято подразделять на сокращенные и форсированные (см. гл. 3).

Неразрушающий контроль качества продукции основывается на методах физико-технического анализа объектов, в которых рассматривается физика отказов и изучаются закономерности деградиационных процессов, приводящих к отказовым ситуациям изделий при их эксплуатации.

В зависимости от стадий производственного процесса различают входной, текущий и выходной контроль. Входному контролю обычно подвергаются материалы, полуфабрикаты и покупные изделия. Данный вид контроля не является обязательным. Однако иногда он бывает полезен и даже необходим. Например, показатели качества материалов, полуфабрикатов и покупных изделий в процессе их хранения и транспортировки к месту назначения могут изменяться. Поэтому перед запуском в конкретные производства бывает весьма полезным и экономически оправданным их входной контроль. Текущему контролю подвергаются технологические операции и переходы, указанные в технологических картах и маршрутах по конкретным видам производств (при литейных операциях, формообразовании заготовок, механообработке деталей, сборочных операциях и т. д.).

Текущий контроль в виде пооперационного контроля позволяет своевременно выявлять брак и серьезные дефекты. Выходному контролю, как правило, подвергается готовая продукция в виде деталей, узлов, сборочных единиц и изделий в целом. При этом используется целый арсенал методов и средств: визуальный осмотр, контрольные измерения выходных параметров, неразрушающие и разрушающие контрольные испытания и т. д. При входном, выходном и текущем контроле весьма важным моментом является правильный и своевременный выбор контрольных точек в соответствующих фазовых пространствах параметров изделий, пространствах в каждом из параметров, а также во временных интервалах.

Для важных видов продукции, а также для проверки качества функционирования служб подразделений технического контроля промышленных предприятий применяют так называемый инспекционный контроль. Такой контроль осуществляется для проверки качества уже проконтролированной продукции, из которой исключен брак. Он проводится с целью повышения качества и достоверности всех видов контроля, которые предшествовали данному инспекционному контролю. В качестве частного случая инспекционного контроля может рассматриваться летучий контроль, который проводится внезапно в случайные моменты времени. Его результаты часто приносят полезную и объективную информацию об объектах контроля.

В зависимости от воздействия на технологический процесс изготовления продукции различают пассивный и активный контроль. При пассивном контроле устанавливают только соответствие или несоответствие различных признаков качества объектов установленным требованиям, оговоренным в нормативно-технической документации. Пассивные виды контроля только констатируют факты годности или негодности продукции. Как ручные, так и автоматизированные средства контроля (например, контрольные автоматы), не воздействующие непосредственно на качество процесса изготовления изделий, относятся к пассивной

форме контроля. Активные виды контроля, где используются такие средства контроля, как автоподладчики, могут своевременно предупреждать о возможности появления брака и тем самым активно воздействовать на качество процесса изготовления изделий.

Средства контроля качества продукции. Под средствами контроля подразумеваются различные технические устройства, вещества и (или) материалы. Характеристики конкретных средств контроля принято указывать в стандартах на правила приемки и методы контроля (испытаний, анализа, измерений).

Существует достаточно большое разнообразие различных средств контроля. Обычно средства контроля обуславливают конкретный вид контроля. Так, например, при визуальном и органолептическом контроле основными средствами контроля являются органы чувств человека, которые в практических многочисленных ситуациях усиливаются специальными средствами и различными устройствами (оптическими, механическими, химическими и т. д.). При регистрационном контроле, например, при подсчете числа единиц продукции, которая является явным браком или сильно «засорена» серьезными дефектами, могут в качестве средств контроля использоваться как органы чувств (зрение), так и специальные счетчики.

Наиболее совершенный вид контроля — измерительный — осуществляется с помощью различных средств контроля (дефектоскопов, микроскопов, компараторов и т. д.). Эти перечисленные и другие аналогичные средства измерения одновременно являются также средствами контроля.

Контроль качества продукции по альтернативным признакам может осуществляться визуально. Однако при этом помимо органов чувств (зрения) используются различного рода эталоны и образцы.

Распространенными средствами инструментального контроля по альтернативным и качественным признакам являются различные предельные калибры (гладкие, резьбовые, щупы и т. д.). При контроле по качествен-

ным признакам на определенные группы показателей качества продукции существуют свои предельные калибры, оговоренные в нормативно-технической документации.

При контроле по количественным признакам используют преимущественно средства измерения. Наряду с этим для контроля качества, например, химических, фармацевтических и других препаратов и изделий широко применяются стандартные образцы, взаимодействие которых с контролируемыми препаратами и изделиями оценивается по результатам измерений.

Разнообразны различные средства контроля для неразрушающих видов испытаний, применяемых в локальной дефектоскопии при определении местонахождения дефектов и характера их проявления (локализация причин), а также в интегральной дефектоскопии при оценке качества изделий в обобщенном виде и прогнозировании надежности. К таким средствам, например, относятся различные дефектоскопы, магнитные толщиномеры, стереоскопические микроскопы, рентгеновские интроскопы, радиометры, тепловизоры, вихротоковые толщиномеры и т. д. Такие средства контроля широко используются в акустических, капиллярных, оптических, радиационных, радиоволновых, электрических и других видах неразрушающего контроля.

Контролирующие системы и принципы формирования комплексного показателя их надежности. Для контроля качества и надежности продукции и технологических процессов широко используются различные контролирующие системы (КС). С помощью таких систем осуществляются:

анализ тепловых полей, полей напряжений и деформаций, магнитных и радиационных полей при различных испытаниях объектов;

физико-технический анализ при различных контрольно-технологических испытаниях продукции с применением методов и средств неразрушающего контроля с количественными выводами о ее качестве и надежности;

автоматизированный контроль технического состояния элементов гиб-

ких производственных систем при их функционировании;

автоматизированный встроенный контроль технического состояния ответственных средств технологического оснащения производств, ответственных узлов технических объектов и устройств, испытательных стендов, измерительных комплексов и т. д.;

многопараметрический контроль состояния различных сред и окружающих условий, в которых осуществляются технологические операции изготовления продукции;

многопараметрический контроль технического состояния элементов и блоков систем охлаждения сверхвысокопроизводительных вычислительных комплексов и суперсистем и т. д.

Формализованное представление КС для вышеперечисленных задач может быть идентифицировано и описано с помощью типовых формальных процедур. Одним из достаточно развитых и хорошо разработанных формальных описаний для систем такого типа является математический аппарат теории массового обслуживания. При этом КС условно представляется в виде n параллельных трактов (каналов) контроля, по каждому из которых в любой текущий момент времени осуществляется фиксирование (непосредственное измерение, расчет по некоторому имитирующему алгоритму и т. д.) количественного признака (скалярного или векторного).

За один из комплексных показателей надежности функционирования КС можно принять вероятность P того, что в момент времени t (случайный или неслучайный) контролирующая система готова принять заявку (требование) на контроль по данному тракту из n параллельных трактов и при необходимости выработать соответствующий сигнал. Можно провести формализацию процесса функционирования КС с целью получения комплексного показателя ее надежности.

Формализация процедур в контролирующей системе. Возможны два характерных состояния КС по данному тракту контроля: нормальное и аварийное.

Нормальный цикл включает следующие состояния: A_0 , A_1 , A_2 . Для кон-

кретности, пусть в некоторый случайный момент времени t КС по данному тракту находилась в состоянии A_0 готовности к принятию требования на контроль. После поступления команды на контроль КС перейдет в новое состояние A_1 . Это состояние соответствует случаю, когда заявка на контроль принята, но контроль еще не начат. Состояние A_1 связано с тем, что в контролируемых автоматизированных системах, как правило, предполагается наличие оббегающего контроля технического состояния управляющих трактов. Такой контроль проводится только по тому тракту, по которому поступает или может поступать заявка. Через A_2 обозначено состояние контроля по данному тракту.

Аварийный цикл включает два состояния: A_3 и A_4 . Первое характеризуется промежутком времени с момента отказа в работе КС до момента обнаружения этого отказа обслуживающим персоналом или каким-либо автоматическим устройством. Состояние A_3 ожидания ремонта затем сменяется состоянием самого ремонта A_4 . В состоянии A_3 система может перейти из любого состояния A_0 , A_1 , A_2 . Из состояния A_4 система переходит только в состояние A_0 .

Анализ работы КС в нормальном и аварийном циклах тесно связан с процедурой контроля за возможными возникновениями аномальных процессов в самих контролируемых объектах при их функционировании. Анализ работы КС можно представить как процессы массового обслуживания.

Входной поток требований на контроль по данному тракту в большинстве случаев можно представить как простейший. Тогда вероятность P того, что в течение промежутка времени длительностью τ , начинающегося с некоторого момента времени, принятого за начало отсчета, не появится ни одного требования:

$$P = \text{вер} \{ \tau_n > \tau \} = e^{-\lambda_1 \tau}, \quad (1)$$

где λ_1 — среднее количество требований в единицу времени.

Появившееся требование на контроль по данному тракту обнаружи-

вается системой оббегающего контроля спустя некоторое время после его появления. Этот промежуток времени является случайной величиной. В работах по теории массового обслуживания этот промежуток принято считать распределенным по показательному закону с параметром μ_1 :

$$P = \text{вер} \{ \tau_1 > \tau \} = e^{-\mu_1 \tau}, \quad (2)$$

где $\mu_1 = 1/M(\tau_1)$; $M(\tau_1)$ — среднее значение промежутка времени τ_1 , начиная с момента появления требования на контроль по данному тракту до момента обнаружения этого требования системой оббегающего контроля.

Время контроля по данному тракту также является случайной величиной с показательным законом распределения:

$$P = \text{вер} \{ \tau_2 > \tau \} = e^{-\mu_2 \tau}, \quad (3)$$

где $\mu_2 = 1/M(\tau_2)$; $M(\tau_2)$ — среднее значение времени контроля по данному тракту.

Поток отказов КС с удовлетворительной точностью можно описать показательным законом распределения:

$$P = \text{вер} \{ \tau_0 > \tau \} = e^{-\lambda_2 \tau}, \quad (4)$$

где λ_2 — среднее число отказов за единицу времени.

Показательные законы распределения могут быть также приняты для распределения промежутка времени τ_3 с момента отказа КС до момента обнаружения этого отказа и для распределения времени τ_4 устранения обнаруженной неисправности в системе. Тогда

$$P = \text{вер} \{ \tau_3 > \tau \} = e^{-\mu_3 \tau}; \quad (5)$$

$$P = \text{вер} \{ \tau_4 > \tau \} = e^{-\mu_4 \tau}, \quad (6)$$

где $\mu_3 = 1/M(\tau_3)$; $\mu_4 = 1/M(\tau_4)$; $M(\tau_3)$, $M(\tau_4)$ — средние значения соответственно промежутков времени τ_3 и τ_4 .

Формирование комплексного показателя надежности контролирующей системы. Процессы массового обслуживания в обоих рассматриваемых циклах в общем случае являются взаимосвязанными. Поэтому для определения вероятностей состояний A_0 , A_1 , A_2 , A_3 и A_4 следует составить

дифференциальные уравнения, описывающие оба цикла одновременно.

Составим дифференциальное уравнение для вероятности состояния A_0 , т. е. готовности КС к принятию требований на контроль по данному тракту. Обозначим указанную вероятность для момента времени t через $P_0(t)$. Тогда, спустя бесконечно малый промежуток времени длительностью τ , эта вероятность будет равна $P(t + \tau)$. Составим выражение для последней вероятности при условии, что в момент времени t КС могла находиться в любом возможном состоянии. Очевидно, что в момент времени $t + \tau$ система может находиться в состоянии A_0 только в том случае, если имеет место одно из следующих трех событий.

Первое событие заключается в том, что в момент времени t система находилась в состоянии A_0 и за промежуток времени τ не вышла из этого состояния, т. е. требование на контроль не прошло, и система не отказала. Вероятность такого сложного события может быть найдена как произведение трех вероятностей, а именно: $P_0(t)$ — вероятности того, что система находится в состоянии A_0 ; $P(\tau_n > \tau)$ — вероятности того, что требование на контроль за промежуток времени τ не пришло, и $P(\tau_0 > \tau)$ — вероятности того, что за время τ система не отказала. С учетом соотношений (1)–(4) можно записать

$$P' = [P_0(t)] [P(\tau_n > \tau)] [P(\tau_0 > \tau)] = P_0(t) e^{-\lambda_1 \tau} e^{-\lambda_2 \tau}$$

или с точностью до величины второго порядка малости

$$P' = P_0(t) (1 - \lambda_1 \tau - \lambda_2 \tau). \quad (7)$$

Второе сложное событие заключается в том, что система, находясь в момент времени t в состоянии A_2 контроля по данному тракту, за промежуток времени τ перешла в состояние A_0 , т. е. оббегающий контроль закончился, и система стала готова к принятию следующей команды на контроль объекта. Вероятность P'' такого сложного события равна произведению вероятности $P_2(t)$ того, что в момент t система находится в состоянии контроля объекта по данному тракту, и вероятности

$P(\tau_2 < \tau)$ того, что за промежуток времени τ контроль закончен. С учетом (3) можно записать

$$P'' = [P_2(t)] [P(\tau_2 < \tau)] = \\ = P_2(t) (1 - e^{-\mu_2 \tau})$$

или с точностью до величины второго порядка малости

$$P'' = P_2(t) \mu_2 \tau. \quad (8)$$

Третье сложное событие заключается в том, что система, находясь в момент времени t в состоянии A_4 ремонта неисправности, за промежуток времени τ перешла в новое состояние A_0 , т. е. ремонт закончился, и система стала готовой к принятию очередного требования на контроль объекта. По аналогии с предыдущим случаем можно с учетом (5) записать выражение для вероятности P''' рассматриваемого сложного события:

$$P''' = [P_4(t)] [P(\tau_4 < \tau)] = \\ = P_4(t) (1 - e^{-\mu_4 \tau})$$

или по аналогии с (8)

$$P''' = P_4(t) \mu_4 \tau, \quad (9)$$

где $P_4(t)$ — вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии A_4 ремонта; $P(\tau_4 < \tau)$ — вероятность того, что за промежуток времени τ ремонт закончился, и система стала готова к принятию очередного требования на контроль объекта по данному тракту.

Таким образом, вероятность

$$P_0(t + \tau) = P' + P'' + P''' = \\ = P_0(t) (1 - \lambda_1 \tau - \lambda_2 \tau) + \\ + P_2(t) \mu_2 \tau + P_4(t) \mu_4 \tau$$

или

$$\frac{P_0(t + \tau) - P_0(t)}{\tau} = \mu_2 P_2(t) +$$

$$+ \mu_4 P_4(t) - (\lambda_1 + \lambda_2) P_0(t).$$

Переходя к пределу при $\tau \rightarrow 0$, получим искомое дифференциальное уравнение

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = \mu_2 P_2(t) + \mu_4 P_4(t) - (\lambda_1 + \lambda_2) P_0(t). \quad (10)$$

Составим дифференциальное уравнение для вероятности состояния A_1 , когда требование на контроль объекта по данному тракту принято, однако собственно контроль еще не начат. Обозначим указанную вероятность для момента времени t через $P_1(t)$, а для момента времени $t + \tau$ через $P_1(t + \tau)$. В момент $t + \tau$ КС может оказаться в состоянии A_1 только в том случае, если имеет место одно из двух сложных событий: 1) система в момент времени t находилась в состоянии A_1 и за промежуток времени τ не вышла из этого состояния, т. е. контроль объекта по данному тракту еще не начат, и система не отказала; 2) система, находясь в момент времени t в состоянии A_0 готовности к принятию требования на контроль объекта по данному тракту, за промежуток времени τ перешла в состояние A_1 , т. е. требование на контроль появилось, но сам контроль еще не начат. Вероятности этих сложных событий P^{IV} и P^V по аналогии с (7) и (8) могут быть представлены в виде

$$P^{IV} = [P_1(t)] [P(\tau_1 > \tau)] [P(\tau_0 > \tau)] = \\ = P_1(t) e^{-\mu_1 \tau} e^{-\lambda_2 \tau} \simeq [P_1(t)] \times \\ \times (1 - \mu_1 \tau - \lambda_2 \tau);$$

$$P^V = [P_0(t)] [P(\tau_{\Pi} < \tau)] = P_0(t) \times \\ \times (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) \simeq P_0(t) \lambda_1 \tau.$$

Тогда

$$P_1(t + \tau) = P^{IV} + P^V = P_1(t) (1 - \mu_1 \tau - \lambda_2 \tau) + P_0(t) \lambda_1 \tau;$$

$$\frac{P_1(t + \tau) - P_1(t)}{\tau} = \lambda_1 P_0(t) - (\mu_1 + \lambda_2) P_1(t)$$

или при $\tau \rightarrow 0$

$$\frac{dP_1}{dt} = \lambda_1 P_0(t) - (\mu_1 + \lambda_2) P_1(t). \quad (11)$$

Дифференциальные уравнения для состояний A_2 , A_3 и A_4 находятся аналогичным выделением сложных событий при составлении выражений для вероятностей $P_2(t + \tau)$, $P_3(t + \tau)$

$+ \tau$), $P_4(t + \tau)$. После аналогичных выкладок получим

$$\frac{dP_2}{dt} = \mu_1 P(t) - (\mu_2 + \lambda_2) P(t); \quad (12)$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \lambda_2 [P_0(t) + P_1(t) + P_2(t)] - \mu_3 P_3(t); \quad (13)$$

$$\frac{dP_4}{dt} = \mu_3 P_3(t) - \mu_4 P_4(t). \quad (14)$$

Искомая вероятность $P_0(t)$ того, что в момент времени t контролирующая система готова к принятию требования на контроль объекта по данному тракту, может быть найдена решением системы дифференциальных уравнений (10)–(14) при начальных условиях $P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = P_4(0) = 0$. После предельного перехода при $t \rightarrow \infty$

$$\mu_2 P_2 + \mu_4 P_4 - (\lambda_1 + \lambda_2) P_0 = 0; \quad (15)$$

$$\lambda_1 P_0 - (\mu_1 + \lambda_2) P_1 = 0; \quad (16)$$

$$\mu_1 P_1 - (\mu_2 + \lambda_2) P_2 = 0; \quad (17)$$

$$\lambda_2 (P_0 + P_1 + P_2) - \mu_3 P_3 = 0; \quad (18)$$

$$\mu_3 P_3 - \mu_4 P_4 = 0. \quad (19)$$

Система алгебраических уравнений (15)–(19) позволяет получить предельные значения вероятностей P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 .

Из (16) следует, что

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} P_0. \quad (20)$$

Из (17) с учетом (20) имеем

$$P_2 = \frac{\mu_1}{\mu_2 + \lambda_2} P_1 = \frac{\mu_1 \lambda_1}{(\mu_1 + \lambda_2)(\mu_2 + \lambda_2)} \times P_0. \quad (21)$$

При подстановке (20) и (21) в (18) получаем

$$P_3 = \frac{\lambda_2}{\mu_3} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} + \frac{\mu_1 \lambda_1}{(\mu_1 + \lambda_2)(\mu_2 + \lambda_2)} \right) P_0. \quad (22)$$

После подстановки (22) в (19), а также (20) и (21) в (15) имеем

$$P_4 = \frac{\lambda_2}{\mu_4} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} + \frac{\mu_1 \lambda_1}{(\mu_1 + \lambda_2)(\mu_2 + \lambda_2)} \right) P_0. \quad (23)$$

Воспользовавшись очевидным равенством

$$\sum_{i=1}^4 P_i = 1,$$

окончательно получаем

$$P_0 = 1 / \left(1 + \frac{\lambda_2}{\mu_3} + \frac{\lambda_2}{\mu_4} - 1 / \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_1 \mu_1}{(\mu_1 + \lambda_2)(\mu_2 + \lambda_2)} \right) \right). \quad (24)$$

Обычно в быстродействующих управляющих системах $\lambda_2 \ll \mu_1, \lambda_2 \ll \mu_2$. В этом случае вероятность готовности КС к принятию требования на контроль объекта по данному тракту

$$P_0 = \left(1 + \frac{\lambda_2}{\mu_3} + \frac{\lambda_2}{\mu_4} \right)^{-1} \times \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_1}{\mu_2} \right)^{-1} \quad (25)$$

Нормальный и аварийный циклы работы КС в формуле (25) представлены отдельными сомножителями. Это позволяет использовать в качестве критериев оценки эффективности работы КС коэффициенты готовности как комплексного показателя ее надежности по нормальному и аварийному циклам. Тогда вероятность (25) можно представить в виде

$$P_0 = k_{\Gamma}^n k_{\Gamma}^a, \quad (26)$$

где

$$k_{\Gamma}^n = (1 + \lambda_1/\mu_1 + \lambda_1/\mu_2)^{-1}; \quad k_{\Gamma}^a = (1 + \lambda_2/\mu_3 + \lambda_2/\mu_4).$$

С помощью соотношений (20), (22), (23) можно показать, что другой показатель надежности работы КС, определяемый как вероятность P_H того,

что контролирующая система находится в нормальном цикле работы, равен коэффициенту готовности k_{Γ}^a по аварийному циклу. Действительно,

$$P_H = P_0 + P_1 + P_2 = P_0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_1 \mu_1}{(\mu_1 + \lambda_2)(\mu_2 + \lambda_2)} \right) = \left(1 + \frac{\lambda_2}{\mu_3} + \frac{\lambda_2}{\mu_4} \right)^{-1} = k_{\Gamma}^a.$$

Тогда вероятность того, что в КС имеется неисправность:

$$P_a = P_3 + P_4 = 1 - k_{\Gamma}^a.$$

Коэффициент готовности k_{Γ}^H по нормальному циклу работы КС, входящий в (25), характеризует быстроедействие обтекающего контроля, а также среднюю длительность процессов контроля по различным трактам.

Пути повышения надежности КС. Формализованное представление процесса функционирования КС и анализ структуры его комплексного показателя надежности позволяют уже на стадии создания КС сформулировать некоторые основные требования: во-первых, коэффициенты готовности КС k_{Γ}^a и k_{Γ}^H должны иметь максимально возможные значения (однако их численные значения должны определяться применительно к конкретным КС и объектам контроля, исходя из технико-экономических требований); во-вторых, из выражения (26) следует, что коэффициент готовности КС по аварийному циклу увеличивается с увеличением параметров μ_3 и μ_4 при $\lambda_2 = \text{const}$.

Существенного увеличения параметров μ_3 и μ_4 можно достичь за счет введения в КС дополнительных устройств (например, аппаратной защиты). Однако это может привести к некоторому увеличению параметра потока отказов λ_2 . Поэтому в этом случае нужен определенный компромисс. В автоматизированных КС имеется принципиальная возможность улучшения параметра μ_3 путем увеличения частоты периодически реализуемых текстовых программ с помощью допол-

нительных логических способов контроля работы встроенных комплектующих устройств КС. Но это приводит к уменьшению коэффициента готовности КС по нормальному циклу вследствие роста значения параметра μ_2 с увеличением времени, затрачиваемого в процессе нормальной работы КС на тестовый и логический контроль. В этом случае необходимо также рассматривать некоторое компромиссное решение задачи при определении необходимого значения параметра μ_3 . Увеличение значения параметра μ_4 можно достичь введением дополнительного диагностического контроля комплектующих устройств и подсистем КС, а также назначением на обслуживание КС высококвалифицированных операторов и предусмотрением при создании КС быстрой и рациональной замены отказывающих устройств.

Аналогичный анализ можно привести для коэффициента готовности КС по нормальному циклу k_{Γ}^H путем рассмотрения рекомендаций для параметров λ_1 , μ_1 и μ_2 , входящих в выражение (26).

Основные положения Государственной приемки при контроле качества продукции и технологических процессов. Государственная приемка продукции проводится с целью оценки соответствия контролируемой продукции стандартам и техническим условиям (ТУ), утвержденным образцам-эталонам, проектно-конструкторской и технологической документации, условиям поставки и договоров (в части обеспечения качества) и оформления документов, свидетельствующих о годности этой продукции для поставки и (или) использования. Приемка готовой продукции осуществляется посредством проведения контроля и испытаний, регламентированных в стандартах, ТУ, конструкторской документации (КД), технологической документации (ТД), на которых выявляют качество этой продукции и возможность ее использования по назначению.

Работа Государственной приемки по контролю качества продукции и технологических процессов сводится к

контролю технической документации, изготовления продукции, технологических процессов; к проверке правильности проведения предприятием входного контроля; к приемке продукции; к контролю за обеспечением надежности принимаемой продукции и рекламационной работой, за работами по стандартизации, за состоянием и применением средств измерений и соблюдением метрологических правил.

Контроль технической документации предусматривает: контроль технической документации требованиям государственных стандартов и условиям поставки продукции: согласование изменений технической документации, связанных с устранением конструктивных и производственных недостатков, улучшением конструкции и технических характеристик изделий, а также других изменений, влияющих на качество и надежность принимаемой продукции, условия ее производства, правила и методы контроля качества, приемки и испытаний; контроль за своевременностью рассылки извещений на изменение технической документации предприятиям-смежникам и Государственным приемкам на них, а также за своевременностью и полнотой внедрения согласованных изменений технической документации на принимаемую продукцию; контроль наличия учтенной технической документации и ее состояния в цехах, на производственных участках и других подразделениях предприятия; учет замечаний по технической документации и изменений в ней.

Контроль изготовления продукции сводится к постоянному контролю за изготовлением продукции и летучему контролю производства.

Постоянный контроль за изготовлением продукции осуществляется непосредственно в цехах и рабочих местах по соответствующему Перечню обязательного контроля и приемки. Такой контроль направлен на активное наблюдение за ходом производства и выполнение комплекса или отдельных технологических операций, своевременное выявление отклонений от установленных норм технологического процесса, предотвращение дефектов в

продукции, предъявляемой на окончательную приемку.

Летучим контролем производства проверяются все стороны деятельности предприятия по изготовлению контролируемой продукции, не охваченных соответствующим Перечнем обязательного контроля и приемки, в том числе соблюдение технологических процессов, состояние технической документации, рабочие места, входной контроль, хранение материалов, заготовок и готовых покупных изделий, состояние культуры производства, работа центральных лабораторий, соблюдение правил хранения готовой продукции и др.

Контроль технологических процессов охватывает обработку технологической документации и соблюдение утвержденных технологических процессов на рабочих местах и участках.

В ходе контроля отработанности технологической документации проверяют:

- соответствие требований, заложенных в технологическом процессе, требованиям конструкторской документации;
- обеспечение максимально возможного уровня преемственности в технической документации (применение типовых технологических процессов, оснастки, инструмента, контрольного оборудования и т. д.);

- утверждение технологического процесса руководством предприятия;

- наличие в технологическом процессе требований обязательности контроля первой детали (операции);

- наличие актов внедрения на каждый оснащенный, отлаженный и откорректированный технологический процесс;

- степень технологической оснащенности производства специальным оборудованием, оснасткой, мерительным инструментом и метрологическое соответствие точностным характеристикам контрольно-измерительной и поверочной аппаратуры, приборов, стендов, допускам на параметры изготавливаемого изделия;

- достаточность контрольных операций в процессе изготовления изделия в обеспечение их необходимым измерительным и испытательным оборудованием и инструментом;

применение прогрессивных процессов и методов контроля, повышающих качество и объективность контроля и снижающих трудозатраты на контрольных операциях;

своевременность устранения недостатков в технологической документации, выявленных при проверках.

При контроле соблюдения утвержденных технологических процессов на рабочих местах и участках проверяют:

наличие на предприятиях утвержденных руководством положений и графиков проверок технологических процессов цеховыми и заводскими комиссиями, технологическими службами, ОТК;

соответствие применяемости оборудования и контрольно-измерительной аппаратуры требованиям технологического процесса;

выполнение установленных технологических операций и переходов, соблюдение режимов работы и других условий, предусмотренных технологическим процессом;

состояние оснастки, оборудования, инструмента, материалов и соответствие их требованиям технологической документации;

своевременность проверки службами предприятия производственной оснастки, оборудования, приборов и инструмента, выполнение графиков их планово-предупредительного ремонта;

наличие штампа о ежегодной сверке технологической документации на соответствие действующей конструкторской и нормативной документации; бирок на пультах или приборах с отметками о последних проверках, целостности пломб; паспортов на оборудование, сосудов высокого давления, аппаратуру и оснастку и отметок в них о периодических проверках, а также наличие и состояние технологической документации на рабочих местах;

состояние цехов и рабочих мест; обеспечение в производственных помещениях требуемых согласно технической документации температуры, влажности и чистоты воздуха;

внедрение новых технологических процессов в установленные сроки;

реализацию замечаний и решений по предыдущим проверкам технологических процессов.

Результаты контроля технологических процессов подлежат рассмотрению на Днях качества. Работники Государственной приемки участвуют в этих обсуждениях и добиваются устранения выявленных недостатков.

Контроль правильности проведения предприятием входного контроля ориентирован на проверку качества покупных изделий, сырья и полуфабрикатов, идущих на изготовление и укомплектование продукции. При этом особое внимание обращается на организацию контроля качества и проверку комплектности продукции, поступающей на предприятие; оформление документации по результатам входного контроля; контроль выдачи в производство покупных изделий и материалов, соответствующих требованиям НТД, а также устранения дефектов в покупных изделиях и материалах представителями предприятий-поставщиков; организацию учета и хранения покупных изделий и материалов на складах; правильность клеймения и маркировки, наличия паспортов, сертификатов, ярлыков, этикеток и правильность их заполнения; соблюдение предусмотренных технической документацией условий хранения изделий, материалов, поступающих на комплектование от поставщиков по кооперации; отсутствие на складах забракованных или с истекшими гарантийными сроками изделий и материалов; соблюдение установленного на предприятии порядка запуска покупных изделий и материалов в производство, а также правильность обращения с ними в процессе производства; своевременность выдачи в производство изделий и материалов с ограниченным сроком хранения и отбора проб материалов для направления в центральную заводскую лабораторию; обеспечение тщательного контроля вновь применяемых покупных изделий и материалов, а также изделий и материалов, вновь освоенных предприятиями-поставщиками; наличие на покупных изделиях и материалах маркировки входного контроля; своевременную корректировку технической документации на покупные изделия и материалы и контрольно-измерительную аппаратуру по из-

вещениям предприятий-поставщиков; проверку соответствия контрольно-измерительной аппаратуры, оборудования и мерительного инструмента, применяемых при входном контроле, требованиям метрологии, а также соответствия их классу точности и методам измерения требованиям заводов-поставщиков проверяемых покупных изделий и материалов; своевременное оформление рекламаций на недоброкачественные и некомплектные покупные изделия и материалы.

Приемка готовой продукции является одним из наиболее ответственных этапов в работе Государственной приемки продукции. По результатам данного этапа определяется годность продукции и возможность ее использования по назначению в соответствии с технической документацией.

Приемка готовой продукции предусматривает техническую проверку составных частей (деталей, сборочных единиц) и другой продукции, а также операций технологического процесса, проводимую в соответствии с установленным Перечнем обязательного контроля, и окончательную приемку полностью укомплектованной продукции, принятой ОТК и подготовленной к предъявлению Государственной приемке.

Техническая проверка производится по письменному извещению (на бланках установленной на предприятии формы), подписанному начальниками цеха и бюро технического контроля (БТК).

При окончательной приемке готовой продукции проверяются результаты технической проверки и всех установленных технической документацией категорий испытаний продукции, ее комплектность и готовность к отгрузке, оформление сопроводительной документации.

При приемке продукции до начала проведения приемо-сдаточных испытаний работник Государственной приемки проверяет:

наличие и правильность оформления сопроводительной документации; правильность заполнения формуляров и паспортов на продукцию и ее составные части, в том числе наличие в них гарантийных обязательств;

наличие актов, протоколов и других документов, подтверждающих техническую проверку составных частей продукции (деталей, сборочных единиц) и основных операций технологического процесса, а также положительные результаты всех категорий испытаний продукции (предъявительских испытаний ОТК, периодических, типовых и др.);

расход ресурса работы продукции и ее составных частей.

Окончательно принятой считается продукция:

прошедшая с положительными результатами приемо-сдаточные и другие испытания в полном объеме и последовательности, предусмотренными технической документацией и соответствующим Перечнем обязательного контроля и приемки;

качество которой подтверждено результатами периодических испытаний;

полностью укомплектованная, упакованная и опломбированная пломбами Государственной приемки.

На принятую продукцию ставится клеймо работника Государственной приемки в месте, предусмотренном технической документацией. При обнаружении несоответствия принимаемой продукции требованиям технической документации, а также при выявлении других недостатков, оговоренных Положением по организации работы Государственной приемки, продукция возвращается ОТК, о чем докладывается руководителю Государственной приемки или его заместителю. В извещении приводится обоснование причин возврата и делается отметка «Возврат». О прекращении приемки и отгрузки продукции уведомляется руководитель предприятия, Главное управление Государственной приемки Госстандарта и министерство-изготовитель. О возобновлении приемки и отгрузки продукции сообщается в том же порядке.

В Государственной приемке ведется учет принятой и отгруженной продукции, дефектов, выявленных при контроле производства, приемке, испытаниях, эксплуатации.

Контроль за обеспечением надежности принимаемой продукции и

рекламационной работой Государственной приемки включает:

проверку наличия, полноты и правильности изложения в технической документации требований по надежности продукции и ее составных частей, а также методов оценки соответствия продукции установленным требованиям, согласования изменений технической документации по данным вопросам;

контроль за выполнением НТД по надежности, в том числе программ обеспечения надежности (ПОН), программ «Качество», совместных решений, программ и методик испытаний на надежность, планов мероприятий по устранению выявленных причин ненадежности и др.;

проверку обоснованности назначения гарантийных сроков службы (ресурсов, сроков хранения) в соответствии с достигнутым уровнем надежности и действующим нормам;

контроль за условиями и режимами применения комплектующих изделий в принимаемой продукции в процессе изменений технической документации; за проведением испытаний продукции и ее составных частей на надежность; за результатами оценки соответствия продукции требованиям по надежности на основе данных испытаний и эксплуатации; за принятием решений о возможности продолжения или возобновления приемки продукции по результатам оценки ее надежности; за эффективностью функционирования на предприятии системы сбора, анализа, распределения и реализации информации о надежности продукции и ее составных частей;

проверку проведения и контроля результатов физико-технического анализа причин отказа продукции, а также контроль за разработкой и реализацией мероприятий по их устранению; проверку рассмотрения рекламационных актов, анализа зарекламированных изделий, контроль за устранением выявленных дефектов и намеченных мероприятий по их предупреждению, контроль за оформлением рекламационных актов на покупные изделия, материалы и полуфабрикаты;

контроль за обеспеченностью предприятий испытательным оборудова-

нием, необходимым для проведения испытаний продукции на надежность, а также контроль технического состояния этого оборудования;

анализ стабильности параметров изделий и технологических процессов, оговоренных технической документацией;

рассмотрение отчетной документации по надежности принимаемой продукции, предусмотренной ПОН и программой «Качество».

При выявлении дефектов, вызывающих необходимость временного прекращения эксплуатации принятой продукции (аварийные дефекты) или ограничение режима ее эксплуатации, Государственная приемка принимает необходимые меры по устранению этих дефектов предприятием (в том числе по продукции, находящейся у потребителя) и сообщает управлениям Госстандарта и министерствам.

Контроль за работами по стандартизации в Государственной приемке организуется с целью контроля за внедрением и соблюдением стандартов и технических условий на всю продукцию, выпускаемую предприятием, в том числе не охваченную Государственной приемкой. Работы по контролю, являющиеся составными частями общих планов работ, предусматривают:

проведение контроля за внедрением и соблюдением стандартов и технических условий;

контроль за разрабатываемыми предприятием стандартами и НТД;

рассмотрение и согласование проектов дополнений к стандартам и обоснование изменений действующих стандартов;

контроль за применением унифицированных и стандартизованных изделий, материалов, сырья и полуфабрикатов, используемых при изготовлении продукции;

участие в конференциях, семинарах, совещаниях и других мероприятиях по вопросам стандартизации и унификации принимаемой продукции.

При контроле за состоянием и применением средств измерений и соблюдением метрологических правил Государственная приемка проверяет:

разработки и выполнения предприятием организационно-технических мероприятий по обеспечению единства мер, необходимой точности и достоверности измерений параметров, определяющих качество продукции;

выполнение предприятием метрологических требований, определенных технической документацией, по контролю величин параметров и соблюдению норм и допусков на них, а также по применению соответствующих средств измерений;

обеспеченность производства средствами измерений, методиками, инструкциями и картами измерений, необходимыми для контроля параметров продукции и технологических процессов по ее изготовлению, создания нормальных условий применения средств измерений;

выполнение на участках производства положенных контрольно-измерительных операций, определяющих качество продукции;

организацию и проведение метрологической службой предприятия постоянного контроля за соответствием применяемых средств и методов измерений требованиям точности, установленным технической документацией, стандартами и инструкциями;

обеспечение постоянной готовности средств измерений к проведению работ с необходимой достоверностью;

своевременность проведения проверок и аттестации средств измерений в установленном порядке;

обеспеченность производства новыми (в том числе аттестованными нестандартными) приборами для контроля тех параметров изделий и технологических процессов, которые не могут быть измерены имеющимися средствами измерений;

проведение правильности и своевременности метрологических экспертиз технической документации на нестандартные средства измерений, которые разрабатываются для обеспечения производства, а также правильности и своевременности испытаний этих средств;

проведение службами предприятия работ по выявлению причин брака продукции и других потерь в произ-

водстве, являющихся следствием применения несовершенных или неисправных средств измерений.

При подготовке к приемке продукции, впервые запускаемой в серийное производство, Государственная приемка проверяет:

рациональность и достаточность выбора контролируемых параметров и обоснованность допусков на них, обеспечивающих получение достоверной информации о качестве сырья, материалов, полуфабрикатов, деталей, узлов, агрегатов и продукции в целом;

оптимальность методов и средств измерений, обеспечивающих достоверность контроля параметров технологических процессов и качества продукции при ее изготовлении, испытании и приемке;

достаточность имеющихся и необходимость разработки и изготовления новых измерительных средств для обеспечения качества продукции.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Общие сведения. Различают два варианта статистического контроля качества продукции: непараметрический (по качественному признаку) и параметрический (по количественному признаку).

При непараметрическом контроле все изделия в проверяемой выборке разбиваются на две группы: годные (кондиционные) и негодные (дефектные). В этом случае оценка партии изделий проводится по величине доли дефектных изделий в выборке.

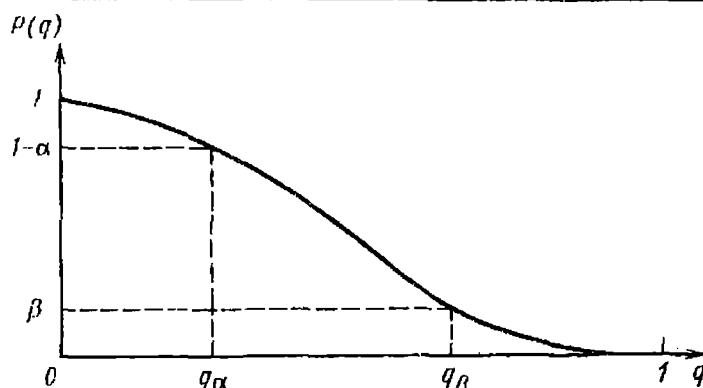
При параметрическом контроле у каждого проверяемого изделия (выборки изделий) определяется один или несколько количественных параметров. В этом случае оценка партии изделий проводится по статистическим характеристикам распределения определяемых параметров.

Непараметрический контроль. Характеристикой качества партии является доля дефектных изделий в партии:

$$q = M/N,$$

(27)

Рис. 1. Оперативная характеристика плана контроля



где N — общее число изделий в партии; M — число дефектных изделий в партии.

Вероятность приемки партии P по результатам выборочного контроля зависит от доли дефектных изделий в партии q и от плана контроля (план контроля определяет объем и число выборок, их последовательность, приемочные и браковочные числа).

При фиксированном плане контроля существует зависимость

$$P = P(q), \quad (28)$$

которая называется оперативной характеристикой данного плана контроля (рис. 1).

Устанавливают два уровня качества (см. рис. 1): приемочный (ПРУК), при котором $q = q_\alpha$, и браковочный (БРУК), при котором $q = q_\beta$ (где $q_\beta > q_\alpha$).

Риском поставщика (изготовителя) α называется вероятность бракования партии изделий с приемочным уровнем качества:

$$\alpha = 1 - P(q_\alpha). \quad (29)$$

Риском заказчика (потребителя) называется вероятность приемки партии изделий с браковочным уровнем качества:

$$\beta = P(q_\beta). \quad (30)$$

В общем случае расчеты по уравнениям (28)–(30) проводятся при помощи гипергеометрического распределения. Если величина объема выборки n удовлетворяет условию

$$n < 0,1N, \quad (31)$$

то эти расчеты можно вести при помощи биномиального распределения. Если еще величины q , q_α , q_β удовлетворяют условию

$$q < 0,10, \quad (32)$$

то эти расчеты можно вести при помощи распределения Пуассона.

Устанавливается оценочный норматив (приемочное число) для количества m или доли дефектных изделий $\bar{q} = \frac{m}{n}$ в выборке из условия, что:

при $m \leq c$ ($\bar{q} \leq q_c$) партия изделий является годной (кондиционной);

при $m > c$ ($\bar{q} > q_c$) партия изделий является негодной (дефектной).

Параметрический контроль. При параметрическом контроле качества, в частности надежности, у каждого проверяемого изделия (выборки изделий) определяется один количественный параметр x (при контроле надежности — это наработка изделия до отказа, на отказ или между отказами, время t_v или трудоемкость L_v восстановления работоспособности изделия и т. д.), который в партии изделий имеет определенное (нормальное, Вейбулла, гамма и т. д.) распределение.

В выборке объема n определяются значения параметра $x_1, \dots, x_n$, а также выборочная средняя величина

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (33)$$

Оценка партии производится по величине $x_{ср}$, для которой (как и для доли дефектных изделий в партии q при непараметрическом контроле) устанавливаются два уровня: приемочный $x_{ср\alpha}$ (ПРУК) и браковочный $x_{ср\beta}$ (БРУК). Соотношение между $x_{ср\alpha}$ и $x_{ср\beta}$ может быть различным: в случае контроля наработки изделия до отказа, на отказ или между отказами $x_{ср\alpha} > x_{ср\beta}$, а в случае контроля времени t_v или трудоемкости L_v восстановления работоспособности изделия $x_{ср\alpha} < x_{ср\beta}$.

Оценочный норматив (приемочное число) $x_{ср с}$ для среднего значения $x_{ср}$ контролируемого параметра назначается с учетом следующих условий: если $x_{ср \alpha} > x_{ср \beta}$, то параметр соответствует установленным требованиям в ТУ при $\bar{x} \geq x_{ср с}$ и не соответствует при $\bar{x} < x_{ср с}$;

если $x_{ср \alpha} < x_{ср \beta}$, то параметр $x_{ср}$ соответствует установленным требованиям при $\bar{x} \leq x_{ср с}$ и не соответствует при $\bar{x} > x_{ср с}$.

В свою очередь, как непараметрический, так и параметрический статистический контроль может быть одноступенчатым или многоступенчатым.

Одноступенчатый контроль осуществляется по результатам одной выборки, а многоступенчатый — по результатам нескольких выборок, при этом каждой выборке, в общем случае, соответствует свой оценочный норматив (приемочный и браковочный уровень).

Многоступенчатые планы контроля более экономичны по сравнению с одноступенчатыми планами, но организация их вызывает большие трудности.

Непараметрический одноступенчатый контроль. Оперативная характеристика плана одноступенчатого статистического контроля доли дефектных изделий в партии при выполнении условия (31) определяется соотношением

$$P(q) = \sum_{k=0}^c C_n^k q^k (1-q)^{n-k}. \quad (34)$$

В свою очередь, риски поставщика α и заказчика β определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sum_{k=c+1}^n C_n^k q_{\alpha}^k (1-q_{\alpha})^{n-k}; \quad \beta = \\ &= \sum_{k=0}^c C_n^k q_{\beta}^k (1-q_{\beta})^{n-k}. \end{aligned} \quad (35)$$

План контроля (объем выборки n и оценочный норматив c — допустимое количество дефектных изделий в выборке) определяется путем решения

уравнения (35), относительно n и c :

$$\begin{aligned} n &= f_n(q_{\alpha}, q_{\beta}, \alpha, \beta); \quad c = \\ &= f_c(q_{\alpha}, q_{\beta}, \alpha, \beta), \end{aligned} \quad (36)$$

что может быть осуществлено, в частности, численным методом. При этом величины q_{α} , q_{β} , α , β являются необходимыми исходными данными для установления плана контроля.

При $c = 0$ минимально необходимый объем выборки имеет место

$$n_{\min} = \max(\bar{n}_{\alpha}, \bar{n}_{\beta}), \quad (37)$$

где

$$n_{\alpha} = \frac{\lg(1-\alpha)}{\lg(1-q_{\alpha})} \quad \text{и} \quad n_{\beta} = \frac{\lg \beta}{\lg(1-q_{\beta})}. \quad (38)$$

Если наряду с выполнением условия (31) соблюдается также и (32), то оперативная характеристика плана контроля доли дефектных изделий в партии (28) принимает вид

$$P(q) = \sum_{k=0}^c \frac{a^k e^{-a}}{k!}, \quad (39)$$

где $a = nq$.

При этом риск поставщика (29) и заказчика (30) находится соответственно из соотношений:

$$\alpha = \sum_{k=c+1}^{\infty} \frac{a_{\alpha}^k e^{-a_{\alpha}}}{k!}; \quad \beta = \sum_{k=0}^c \frac{a_{\beta}^k e^{-a_{\beta}}}{k!}, \quad (40)$$

где $a_{\alpha} = nq_{\alpha}$ и $a_{\beta} = nq_{\beta}$.

На основании выражений (40) имеем (табл. 1)

$$K = \frac{q_{\beta}}{q_{\alpha}} = \frac{\chi_{1-\beta}^2(2c+2)}{\chi_{\alpha}^2(2c+2)}, \quad (41)$$

где $\chi_p^2(k)$ — квантиль χ -квадрат распределения, соответствующая вероятности p ($p = 1 - \beta$ или $p = \alpha$) и числу степеней свободы $k = 2c + 2$ (табл. 2).

Путем решения соотношения (41) относительно c с помощью данных

табл. 1 или 2 устанавливают оценочный норматив (допустимое количество дефектных изделий в выборке):

$$c = f_c(q_\alpha, q_\beta, \alpha, \beta) = f_c(K, \alpha, \beta). \quad (42)$$

Требуемый объем выборки для одноступенчатого контроля доли дефектных изделий в партии, соответствующий заданным рискам поставщика и заказчика, а также установленным приемочному q_α и браковочному q_β уровням, определяется выражением

$$n = \max(\overline{n_\alpha}, \overline{n_\beta}), \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} n_\alpha &= \frac{\chi_\alpha^2(2c+2)}{2q_\alpha}; \quad n_\beta = \\ &= \frac{\chi_{1-\beta}^2(2c+2)}{2q_\beta} \end{aligned} \quad (44)$$

[c — оценочный норматив, который находится по зависимостям (41), (42)].

При $c = 0$ минимально необходимый объем выборки

$$n_{\min} = \max(\overline{n'_\alpha}, \overline{n'_\beta}), \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} n'_\alpha &= \frac{-\ln(1-\alpha)}{q_\alpha}, \quad (46); \quad n'_\beta = \\ &= \frac{-\ln \beta}{q_\beta}. \end{aligned} \quad (47)$$

Пример 1. Требуется установить план непараметрического одноступенчатого контроля доли дефектных изделий в партии объемом $N = 600$. Заданные контрольные уровни соответственно равны: $q_\alpha = 0,03$ и $q_\beta = 0,09$. Допустимые риски поставщика и заказчика составляют $\alpha = \beta = 0,20$.

Учитывая, что $q < 0,10$, и предполагая $n < 0,1N$, оперативная характеристика плана контроля будет описываться выражением (39), а параметры плана контроля (c, n) будут определяться зависимостями (41)–(44).

Для $K = \frac{q_\beta}{q_\alpha} = \frac{0,09}{0,03} = 3$ и $\alpha = \beta = 0,20$ по табл. 1 устанавливаем оценочный норматив (допустимое

1. Значения коэффициента

$$K = f(q_\alpha, q_\beta, \chi_{1-\beta}^2, \chi_\alpha^2, c)$$

c	$\alpha = \beta$				
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40
0	58,16	21,80	7,22	3,38	1,79
1	13,35	7,34	3,63	2,23	1,47
2	7,68	4,84	2,79	1,89	1,36
3	5,68	3,83	2,40	1,72	1,30
4	4,65	3,29	2,17	1,62	1,27
5	4,02	2,94	2,02	1,55	1,24
6	3,61	2,71	1,92	1,50	1,21
7	3,30	2,52	1,84	1,46	1,20
8	3,08	2,39	1,77	1,43	1,19
9	2,89	2,28	1,71	1,40	1,18
10	2,75	2,19	1,67	1,38	1,17
11	2,63	2,12	1,64	1,36	1,16
12	2,53	2,06	1,60	1,34	1,15
13	2,44	2,00	1,57	1,33	1,15
14	2,37	1,96	1,55	1,31	1,14
15	2,31	1,92	1,53	1,30	1,14
16	2,25	1,88	1,51	1,29	1,13
17	2,20	1,84	1,49	1,28	1,13
18	2,15	1,81	1,48	1,27	1,13
19	2,11	1,79	1,46	1,27	1,12
20	2,08	1,76	1,45	1,26	1,12
21	2,03	1,74	1,44	1,25	1,11
22	2,00	1,72	1,42	1,25	1,11
23	1,98	1,70	1,41	1,24	1,11
24	1,95	1,68	1,40	1,23	1,11
25	1,92	1,66	1,39	1,23	1,10
26	1,90	1,64	1,38	1,22	1,10
27	1,87	1,63	1,38	1,22	1,10
28	1,85	1,61	1,37	1,21	1,10
29	1,83	1,60	1,36	1,21	1,09
30	1,81	1,59	1,35	1,20	1,09
31	1,80	1,58	1,35	1,20	1,09
32	1,78	1,57	1,34	1,20	1,09
33	1,77	1,56	1,34	1,19	1,09
34	1,75	1,55	1,33	1,19	1,09
35	1,73	1,54	1,32	1,19	1,08
36	1,72	1,53	1,32	1,18	1,08
37	1,71	1,52	1,31	1,18	1,08
38	1,70	1,51	1,31	1,18	1,08
39	1,69	1,50	1,30	1,18	1,08
40	1,67	1,49	1,30	1,18	1,08
41	1,66	1,49	1,30	1,17	1,08
42	1,65	1,48	1,29	1,17	1,08
43	1,64	1,47	1,29	1,17	1,08
44	1,63	1,47	1,28	1,17	1,08
45	1,62	1,46	1,28	1,16	1,07
46	1,61	1,45	1,28	1,16	1,07
47	1,61	1,44	1,27	1,16	1,07
48	1,60	1,44	1,27	1,16	1,07
49	1,59	1,43	1,27	1,16	1,07

2. Квантили функции $\chi_p^2(k)$

k	p										
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
2	0,103	0,211	0,446	0,713	1,02	1,39	1,83	2,41	3,22	4,61	5,99
4	0,711	1,06	1,65	2,19	2,75	3,36	4,04	4,88	5,99	7,78	9,49
6	1,64	2,20	3,07	3,83	4,57	5,35	6,21	7,23	8,56	10,6	12,6
8	2,73	3,49	4,59	5,53	6,42	7,34	8,35	9,52	11,0	13,4	15,5
10	3,94	4,87	6,18	7,27	8,30	9,34	10,5	11,8	13,4	16,0	18,3
12	5,23	6,30	7,81	9,03	10,2	11,3	12,6	14,0	15,8	18,5	21,0
14	6,57	7,69	9,47	10,8	12,1	13,3	14,7	16,2	18,2	21,1	23,7
16	7,96	9,31	11,2	12,6	14,0	15,3	16,8	18,4	20,5	23,5	26,3
18	9,39	10,9	12,9	14,4	15,9	17,3	18,9	20,6	22,8	26,0	28,9
20	10,9	12,4	14,6	16,3	17,8	19,3	21,0	22,8	25,0	28,4	31,4
22	12,3	14,0	16,3	18,1	19,7	21,3	23,0	24,9	27,3	30,8	33,9
24	13,8	15,7	18,1	19,9	21,7	23,3	25,1	27,1	29,6	33,2	36,4
26	15,4	17,3	19,8	21,8	23,6	25,3	27,2	29,2	31,8	35,6	38,9
28	16,9	18,9	21,6	23,6	25,5	27,3	29,2	31,4	34,0	37,9	41,3
30	18,5	20,6	23,4	25,5	27,4	29,3	31,3	33,5	36,3	40,3	43,8
32	20,1	22,3	25,1	27,4	29,4	31,3	33,4	35,7	38,5	42,6	46,2
34	21,7	24,0	26,9	29,2	31,3	33,3	35,4	37,8	40,7	44,9	48,6
36	23,3	25,6	28,7	31,1	33,3	35,3	37,5	39,9	42,9	47,2	51,0
38	24,9	27,3	30,5	33,0	35,2	37,3	39,6	42,0	45,1	49,5	53,4
40	26,5	29,1	32,3	34,9	37,1	39,3	41,6	44,2	47,3	51,8	55,8
42	28,1	30,8	34,2	36,8	39,1	41,3	43,7	46,3	49,5	54,1	58,1
44	29,8	32,5	36,0	38,6	41,0	43,3	45,7	48,4	51,6	56,4	60,5
46	31,4	34,2	37,8	40,5	43,0	45,3	47,8	50,5	53,8	58,6	62,8
48	33,1	35,9	39,6	42,4	44,9	47,3	49,8	52,6	56,0	60,9	65,2
50	34,8	37,7	41,4	44,3	46,9	49,3	51,9	54,7	58,2	63,2	67,5
52	36,4	39,4	43,3	46,2	48,8	51,3	53,9	56,8	60,3	65,4	69,8
54	38,1	41,2	45,1	48,1	50,8	53,3	56,0	58,9	62,5	67,7	72,2

k	p										
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
56	39,8	42,9	47,0	50,0	52,7	55,3	58,0	61,0	64,7	69,9	74,5
58	41,5	44,7	48,8	51,9	54,7	57,3	60,1	63,1	66,8	72,2	76,8
60	43,2	46,5	50,6	53,8	56,6	59,3	62,1	65,2	69,0	74,4	79,1
62	44,9	48,2	52,5	55,7	58,6	61,3	64,2	67,3	71,1	76,6	81,4
64	46,6	50,0	54,3	57,6	60,5	63,3	66,2	69,4	73,3	78,9	83,7
66	48,3	51,8	56,2	59,5	62,5	65,3	68,3	71,5	75,4	81,1	86,0
68	50,0	53,5	58,0	61,4	64,4	67,3	70,3	73,6	77,6	83,3	88,3
70	51,7	55,3	59,9	63,3	66,4	69,3	72,4	75,7	79,7	85,5	90,5
72	53,5	57,1	61,8	65,3	68,4	71,3	74,4	77,8	81,9	87,7	92,8
74	55,2	58,9	63,6	67,2	70,3	73,3	76,4	79,9	84,0	90,0	95,1
76	56,9	60,7	65,5	69,1	72,3	75,3	78,5	82,0	86,1	92,2	97,4
78	58,7	62,5	67,3	71,0	74,2	77,3	80,5	84,0	88,3	94,4	99,6
80	60,4	64,3	69,2	72,9	76,2	79,3	82,6	86,1	90,4	96,6	101,9
82	62,1	66,1	71,1	74,8	78,1	81,3	84,6	88,2	92,5	98,8	104,1
84	63,9	67,9	72,9	76,8	80,1	83,3	86,6	90,3	94,7	101,0	106,4
86	65,6	69,7	74,8	78,7	82,1	85,3	88,7	92,4	96,8	103,2	108,6
88	67,4	71,5	76,7	80,6	84,0	87,3	90,7	94,4	98,9	105,4	110,9
90	69,1	73,3	78,6	82,5	86,0	89,3	92,8	96,5	101,1	107,6	113,1
92	70,9	75,1	80,4	84,4	88,0	91,3	94,8	98,6	103,2	109,8	115,4
94	72,6	76,9	82,3	86,4	89,9	93,3	96,8	100,7	105,3	111,9	117,6
96	74,4	78,7	84,2	88,3	91,9	95,3	98,9	102,8	107,4	114,1	119,9
98	76,2	80,5	86,1	90,2	93,8	97,3	100,9	104,8	109,5	116,3	122,1
100	77,9	82,4	87,9	92,1	95,8	99,3	102,9	106,9	111,7	118,5	124,3

количество дефектных изделий в выборке) $c = 2$. С помощью данных табл. 2 найдем $\chi_{\alpha}^2 (2c + 2) = \chi_{0,2}^2 (6) = 3,07$ и $\chi_{1-\beta}^2 (2c + 2) = \chi_{0,8}^2 (6) = 8,56$.

При помощи выражений (44)

$$n_{\alpha} = \frac{3,07}{2 \cdot 0,03} = 51 \text{ и } n_{\beta} = \frac{8,56}{2 \cdot 0,09} = 48.$$

С учетом соотношения (43) установим требуемый объем выборки $n = 51$. Убедимся в выполнении условия (31), т. е. $51 < 0,1 \cdot 600 = 60$. Таким образом, искомый план контроля характеризуется величинами $n = 51$ и $c = 2$.

Непараметрический многоступенчатый контроль. Многоступенчатый контроль может быть двух-, трехступенчатым (и более). Предельным случаем многоступенчатого контроля является последовательный контроль.

При заданных рисках поставщика α и заказчика β метод последовательного анализа обеспечивает значительно меньший объем испытаний, чем одноступенчатый контроль (метод однократной выборки).

Объемы испытаний, соответствующие методам двух-, трехкратной выборки (и более), занимают промежуточное значение между объемами испытаний, соответствующими методам однократной выборки и последовательного анализа. Поэтому многоступенчатый контроль в виде метода последовательного анализа получил широкое применение при испытаниях серийной продукции.

В интересах сочетания преимуществ планирования, которыми обладает одноступенчатый контроль (метод однократной выборки), с экономическими преимуществами метода последовательного анализа на практике применяют усеченный последовательный контроль, который заключается в следующем:

максимальный объем испытаний планируется по методу одноступенчатого контроля;

испытания ведутся вначале по методу последовательного анализа, при котором оцениваются результаты испытаний;

при достижении максимального объема испытаний, запланированного по методу одноступенчатого контроля, испытания прекращаются, и оценка их результатов производится по методу однократной выборки.

Для обеспечения комплексного воздействия всех внешних факторов (условий и режимов работы) при оценке качества (надежности) изделий максимальный объем проводимых испытаний делится на несколько (обычно два — пять) одинаковых циклов. В каждом цикле испытаний воспроизводится воздействие всех внешних факторов, а оценка результатов испытаний проводится после окончания каждого цикла.

При усеченном последовательном контроле несколько изменяются риски поставщика α и заказчика β . Однако это изменение весьма незначительно, поэтому на практике им можно пренебречь.

Метод последовательного анализа основывается на применении отношения правдоподобия:

$$\gamma_n = \frac{\varphi(n, q_{\beta}, m)}{\varphi(n, q_{\alpha}, m)}, \quad (48)$$

где $\varphi(n, q, m)$ — плотность распределения случайного количества дефектных изделий m в выборке объема n , если доля дефектных изделий в партии равна q , q_{β} , q_{α} .

Суть последовательного анализа заключается в следующем:

на опыте последовательно увеличивается объем испытаний n и для каждого n по выражению (48) определяется отношение правдоподобия γ_n ;

при выполнении условия

$$\gamma_n \leq \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (49)$$

испытания прекращаются и партия изделий принимается;

при выполнении условия

$$\gamma_n \geq \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (50)$$

испытания прекращаются и партия изделий бракуется;

при выполнении условия

$$\frac{\beta}{1-\alpha} < \gamma_n < \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (51)$$

испытания продолжаются.

При биномиальном распределении вероятность получения m дефектных изделий в выборке n ($n < 0,1N$) определяется зависимостью

$$\varphi(n, q, m) = C_n^m q^m p^{n-m}. \quad (52)$$

Используя зависимости (48), (49), (52), а затем (48), (50), (52), можно получить соотношения, определяющие соответственно приемочное число дефектных изделий в выборке n :

$$c_{\text{пр}} = \frac{\ln \left(\frac{p_\alpha}{p_\beta} \right)}{\ln \left(\frac{q_\beta p_\alpha}{q_\alpha p_\beta} \right)} n - \frac{\ln \left(\frac{1-\alpha}{\beta} \right)}{\ln \left(\frac{q_\beta p_\alpha}{q_\alpha p_\beta} \right)} \quad (53)$$

и браковочное

$$c_{\text{бр}} = \frac{\ln \left(\frac{p_\alpha}{p_\beta} \right)}{\ln \left(\frac{q_\beta p_\alpha}{q_\alpha p_\beta} \right)} n + \frac{\ln \left(\frac{1-\beta}{\alpha} \right)}{\ln \left(\frac{q_\beta p_\alpha}{q_\alpha p_\beta} \right)}, \quad (54)$$

при этом $p_\alpha = 1 - q_\alpha$ и $p_\beta = 1 - q_\beta$.

В уравнении (53) линии приемки

$$n \geq \frac{\ln \left(\frac{1-\alpha}{\beta} \right)}{\ln \left(\frac{p_\alpha}{p_\beta} \right)}, \text{ а в уравнении (54)}$$

линии забракования $n \geq 0$.

Если величины q, q_α, q_β удовлетворяют условию (32), т. е. $q < 0,10$, то

количество дефектных изделий m в выборке n можно полагать распределенным по закону Пуассона, при этом

$$\varphi(n, q, m) = \frac{a^m e^{-a}}{m!}, \quad (55)$$

где $a = nq$.

Используя зависимости (48) — (50), (55), можно получить выражения, определяющие соответственно приемочное количество дефектных изделий в выборке n :

$$c_{\text{пр}} = \frac{K-1}{K \ln K} a_\beta - \frac{\ln \frac{1-\alpha}{\beta}}{\ln K} \quad (56)$$

и браковочное

$$c_{\text{бр}} = \frac{K-1}{K \ln K} a_\beta + \frac{\ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln K}, \quad (57)$$

при этом $K = \frac{q_\beta}{q_\alpha}$ и $a_\beta = nq_\beta$.

В уравнении (56) линии приемки

$a_\beta \geq \frac{K}{K-1} \ln \frac{1-\alpha}{\beta}$, а в уравнении (57) линии бракования $a_\beta \geq 0$.

С учетом приемочного $c_{\text{пр}}$ и браковочного $c_{\text{бр}}$ количества дефектных изделий в выборке n условия (49) — (51) принятия решения по результатам многоступенчатого контроля, в частности последовательного анализа, можно представить в виде

$$m \leq c_{\text{пр}} - \quad (58)$$

условие прекращения испытаний и приемки партии (соответствия ее качества установленным требованиям);

$$m \geq c_{\text{бр}} - \quad (59)$$

условие прекращения испытаний и бракования партии (несоответствия ее качества установленным требованиям);

$$c_{\text{пр}} < m < c_{\text{бр}} - \quad (60)$$

условие необходимости продолжения испытаний до выполнения условия (58) или (59).

Пример 2. Для условий, приведенных в примере 1, необходимо установить план непараметрического много-

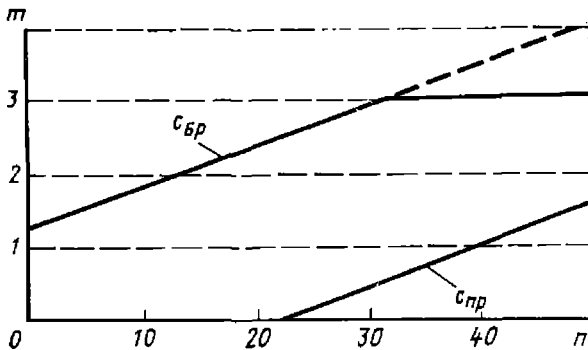


Рис. 2. Схема усеченного последовательного контроля

ступенчатого (усеченного последовательного) контроля доли дефектных изделий в партии.

Найдем

$$\frac{K-1}{K \ln K} = \frac{3-1}{3 \ln 3} = \frac{2}{3 \cdot 1,10} = 0,606;$$

$$\frac{\ln [(1-\alpha)/\beta]}{\ln K} = \frac{\ln (0,8/0,2)}{\ln 3} = \frac{1,39}{1,10} = 1,26.$$

Используя соотношения (56) и (57), получим

$$c_{пр} = (0,606a_{\beta} - 1,26) = (0,0545n - 1,26) \text{ — линия приемки;}$$

$$c_{бр} = (0,606a_{\beta} + 1,26) = (0,0545n + 1,26) \text{ — линия бракования.}$$

При этом точке усечения многоступенчатых (последовательных) испытаний соответствует $n = 51$; $a_{\beta} = 51 \cdot 0,09 = 4,6$; $c_{пр} = 2$; $c_{бр} = 2 + 1 = 3$ (рис. 2).

Параметрический одноступенчатый контроль. Такой контроль показателей безотказности — наработки до отказа (на отказ, между отказами) — осуществляется по выборочному среднему (33) значению $\bar{T}$ в соответствии со следующими условиями: приемки (соответствия контролируемого показателя заданным требованиям) $\bar{T} \geq T_c$; бракования (несоответствия контролируемого показателя заданным требованиям) $\bar{T} < T_c$, где T_c — оценочный норматив выборочного среднего значения наработки до отказа (на отказ, между отказами). В соот-

ветствии с этим риски поставщика и заказчика соответственно равны:

$$\alpha = \text{вер} \{ \bar{T} < T_c \text{ при } T = T_{\alpha} \};$$

$$\beta = \text{вер} \{ \bar{T} \geq T_c \text{ при } T = T_{\beta} \}, \quad (61)$$

а в общем виде

$$\alpha = \Phi_{\alpha}(T_{\alpha}, v, m, T_c); \quad \beta = \Phi_{\beta}(T_{\beta}, v, m, T_c),$$

где T_{α} , T_{β} — уровни среднего значения наработки на отказ (до отказа, между отказами) соответственно приемочный и браковочный; v — коэффициент вариации наработки на отказ (до отказа, между отказами); m — необходимое для контроля среднего значения наработки на отказ (до отказа, между отказами) количество измерений или отказов.

План контроля (количество измерений m и оценочный норматив T_c) определяется путем решения уравнений (61) относительно m и T_c .

При нормальном распределении наработки до отказа (на отказ, между отказами) соотношения (61) принимают вид

$$\alpha = 1 - F\left(\frac{T_{\alpha} - T_c}{vT_{\alpha}/\sqrt{m}}\right); \quad \beta = 1 - F\left(\frac{T_c - T_{\beta}}{vT_{\beta}/\sqrt{m}}\right), \quad (62)$$

где $F(\cdot)$ — нормированная и центрированная функция нормального распределения.

С учетом зависимостей (62) требуемое количество измерений

$$m = \left[\frac{v(T_{\beta}u_{1-\beta} + T_{\alpha}u_{1-\alpha})}{T_{\alpha} - T_{\beta}} \right]^2, \quad (63)$$

где u_p — квантиль нормального распределения, отвечающая вероятности p (табл. 3).

При $\alpha = \beta = \psi$ соотношение (63) можно представить в виде

$$m = \left(\frac{K+1}{K-1} v u_{1-\psi} \right)^2 = \left(\frac{v u_{1-\psi}}{\delta} \right)^2, \quad (64)$$

где

$$K = \frac{T_{\alpha}}{T_{\beta}} = \frac{1+\delta}{1-\delta}; \quad \delta = \frac{K-1}{K+1}.$$

3. Значения квантилей u_p

p	u_p	p	u_p	p	u_p	p	u_p
0,60	0,253	0,70	0,524	0,80	0,841	0,90	1,282
0,61	0,279	0,71	0,553	0,81	0,877	0,91	1,341
0,62	0,305	0,72	0,582	0,82	0,915	0,92	1,405
0,63	0,331	0,73	0,612	0,83	0,954	0,93	1,476
0,64	0,358	0,74	0,643	0,84	0,994	0,94	1,555
0,65	0,385	0,75	0,674	0,85	1,036	0,95	1,645
0,66	0,412	0,76	0,706	0,86	1,080	0,96	1,751
0,67	0,439	0,77	0,738	0,87	1,126	0,97	1,881
0,68	0,467	0,78	0,772	0,88	1,175	0,98	2,054
0,69	0,495	0,79	0,806	0,89	1,227	0,99	2,326

На основании зависимостей (62) получаются выражения для оценочного норматива:

$$T_c = \max(T_{c\alpha}, T_{c\beta}), \quad (65)$$

где

$$T_{c\alpha} = T_\alpha \left(1 - \frac{v}{\sqrt{m}} u_{1-\alpha}\right) \text{ и } T_{c\beta} = T_\beta \left(1 + \frac{v}{\sqrt{m}} u_{1-\beta}\right); \quad (66)$$

при этом m определяется из соотношений (63) и (64).

Наконец, требуемый объем (суммарная наработка в процессе) испытаний $t = mT_c$, (67)

где m и T_c — величины, рассчитываемые по (63)—(66).

При распределении наработки до отказа (на отказ, между отказами) по закону Вейбулла соотношения (61) принимают вид

$$\alpha = 1 - \sum_{k=m}^{\infty} \frac{a_\alpha^k e^{-a_\alpha}}{k!}; \quad \beta = \sum_{k=m}^{\infty} \frac{a_\beta^k e^{-a_\beta}}{k!}, \quad (68)$$

где

$$a_\alpha = m(T_\alpha/T_c)^b; \quad a_\beta = m(T_\beta/T_c)^b \quad (69)$$

(b — параметр формы распределений Вейбулла, однозначно определяющий коэффициент вариации).

Используя соотношения (68), (69), получим (табл. 4)

$$K = \left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)^b = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2m)}{\chi_\beta^2(2m)}. \quad (70)$$

В результате решения соотношения (70) относительно m (см. табл. 4 или табл. 2) устанавливается необходимое для контроля T количество измерений наработки до отказа (на отказ, между отказами):

$$m = \Phi(T_\alpha, T_\beta, \alpha, \beta, b). \quad (71)$$

Используя зависимости (68), (69), получим выражения для оценочного норматива:

$$T_c = \max(T_{c\alpha}, T_{c\beta}), \quad (72)$$

где

$$T_{c\alpha} = T_\alpha \left(\frac{2m}{\chi_{1-\alpha}^2(2m)}\right)^{1/b}; \quad T_{c\beta} = T_\beta \left(\frac{2m}{\chi_\beta^2(2m)}\right)^{1/b} \quad (73)$$

[m определяется соотношениями (70), (71)].

Требуемый объем (суммарная наработка в процессе) испытаний, как и в случае нормального распределения, определяется выражением (67).

4. Значения коэффициента

$$K = f(T_\alpha, T_\beta, \chi_{1-\alpha}^2, \chi_\beta^2, m)$$

m	$\alpha = \beta$				
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40
1	58,16	21,80	7,22	3,38	1,79
2	13,35	7,34	3,63	2,23	1,47
3	7,68	4,84	2,79	1,89	1,36
4	5,68	3,83	2,40	1,72	1,30
5	4,65	3,29	2,17	1,62	1,27
6	4,02	2,94	2,02	1,55	1,24
7	3,61	2,71	1,92	1,50	1,21
8	3,30	2,52	1,84	1,46	1,20
9	3,08	2,39	1,77	1,43	1,19
10	2,89	2,28	1,71	1,40	1,18
11	2,75	2,19	1,67	1,38	1,17
12	2,63	2,12	1,64	1,36	1,16
13	2,53	2,06	1,60	1,34	1,15
14	2,44	2,00	1,57	1,33	1,15
15	2,37	1,96	1,55	1,31	1,14
16	2,31	1,92	1,53	1,30	1,14
17	2,25	1,88	1,51	1,29	1,13
18	2,20	1,84	1,49	1,28	1,13
19	2,15	1,81	1,48	1,27	1,13
20	2,11	1,79	1,46	1,27	1,12
21	2,08	1,76	1,45	1,26	1,12
22	2,03	1,74	1,44	1,25	1,11
23	2,00	1,72	1,42	1,25	1,11
24	1,98	1,70	1,41	1,24	1,11
25	1,95	1,68	1,40	1,23	1,11
26	1,92	1,66	1,39	1,23	1,10
27	1,90	1,64	1,38	1,22	1,10
28	1,87	1,63	1,38	1,22	1,10
29	1,85	1,61	1,37	1,21	1,10
30	1,83	1,60	1,36	1,21	1,09
31	1,81	1,59	1,35	1,20	1,09
32	1,80	1,58	1,35	1,20	1,09
33	1,78	1,57	1,34	1,20	1,09
34	1,77	1,56	1,34	1,19	1,09
35	1,75	1,55	1,33	1,19	1,09
36	1,73	1,54	1,32	1,19	1,08
37	1,72	1,53	1,32	1,18	1,08
38	1,71	1,52	1,31	1,18	1,08
39	1,70	1,51	1,31	1,18	1,08
40	1,69	1,50	1,30	1,18	1,08
41	1,67	1,49	1,30	1,18	1,08
42	1,66	1,49	1,30	1,17	1,08
43	1,65	1,48	1,29	1,17	1,08
44	1,64	1,47	1,29	1,17	1,08
45	1,63	1,47	1,28	1,17	1,08
46	1,62	1,46	1,28	1,16	1,07
47	1,61	1,45	1,28	1,16	1,07
48	1,61	1,44	1,27	1,16	1,07
49	1,60	1,44	1,27	1,16	1,07
50	1,59	1,43	1,27	1,16	1,07

Распределением Вейбулла можно аппроксимировать многие распределения (нормальное, альфа-распределение, гамма-распределение и др.) при помощи соотношения

$$v = \frac{[\Gamma(1 + 2/b) - (\Gamma(1 + 1/b))^2]^{1/2}}{\Gamma(1 + 1/b)}, \quad (74)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция.

Из выражения (74) следует

$$b = \varphi(v). \quad (75)$$

Известно, что

$$v = \begin{cases} \sigma/t_{\text{ср}} & \text{— для нормального} \\ & \text{распределения;} \\ 1/\alpha_0 & \text{— для альфа-рас-} \\ & \text{пределения;} \\ 1/\sqrt{r} & \text{— для гамма-рас-} \\ & \text{пределения и т. д.} \end{cases} \quad (76)$$

Пример 3. Известно, что наработка изделия между отказами имеет нормальное распределение с коэффициентом вариации $v = 0,25$. В технических условиях (ТУ) на производство изделия установлены приемочный $T_\alpha = 150$ ч и браковочный $T_\beta = 100$ ч уровни средней наработки между отказами, а также соответствующие им риски $\alpha = 0,2$ и $\beta = 0,1$. Требуется установить план одноступенчатого статистического контроля наработки изделия между отказами.

Для $\alpha = 0,2$, $\beta = 0,1$ в табл. 3 найдем $u_{1-\alpha} = 0,841$ и $u_{1-\beta} = 1,282$. По (63) определим необходимое для контроля количество измерений

$$m = \left[\frac{0,25(100 \cdot 1,282 + 150 \cdot 0,841)}{150 - 100} \right]^2 = 1,61.$$

Следовательно, $m = 2$.

Используя зависимости (66), найдем

$$T_{c\alpha} = 150 \left(1 - \frac{0,25}{\sqrt{2}} 0,841 \right) = 128 \text{ ч};$$

$$T_{c\beta} = 100 \left(1 + \frac{0,25}{\sqrt{2}} 1,282 \right) = 123 \text{ ч}.$$

Из соотношения (65) определим оценочный норматив $T_c = 128$ ч. С помощью (67) найдем требуемую суммарную наработку изделия в процессе испытаний:

$$t = 2 \cdot 128 = 256 \text{ ч.}$$

Таким образом, план одноступенчатого статистического контроля наработки изделия между отказами (на отказ) характеризуется величинами $t = 256$ ч и $T_c = 128$ ч.

Параметрический одноступенчатый статистический контроль показателей ремонтпригодности — времени (трудоемкости) восстановления работоспособности — производится по выборочному среднему (33) значению $\bar{T}_B$ ($\bar{L}_B$) с учетом следующих условий: $\bar{T}_B \leq T_{вс}$ — приемки, т. е. соответствия контролируемого показателя заданным требованиям;

$\bar{T}_B > T_{вс}$ — бракования, т. е. несоответствия контролируемого показателя заданным требованиям ($T_{вс}$ — оценочный норматив среднего значения времени или трудоемкости восстановления работоспособности).

Риски поставщика и заказчика определяются соответственно по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{вер} \{ \bar{T}_B > T_{вс} \text{ при } T_B = T_{в\alpha} \}; \\ \beta &= \text{вер} \{ \bar{T}_{вс} \leq T_{вс} \text{ при } T_B = T_{в\beta} \} \end{aligned} \quad (77)$$

или в общем виде:

$$\begin{aligned} \alpha &= \Phi(T_{в\alpha}, v_B, m_B, T_{вс}); \quad \beta = \\ &= \Phi(T_{в\beta}, v_B, m_B, T_{вс}), \end{aligned}$$

где $T_{в\alpha}$, $T_{в\beta}$ — приемочный и браковочный уровни среднего значения времени (трудоемкости) восстановления работоспособности; v_B — коэффициент вариации времени (трудоемкости) восстановления работоспособности; m_B — необходимое количество восстановлений для контроля среднего значения времени (трудоемкости) восстановления работоспособности.

План контроля (количество измерений m_B и оценочный норматив $T_{вс}$) определяется путем решения уравнений (77) относительно m_B и $T_{вс}$.

При нормальном распределении времени (трудоемкости) восстановле-

ния работоспособности соотношения (77) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 - F\left(\frac{T_{вс} - T_{в\alpha}}{v_B T_{в\alpha} / \sqrt{m_B}}\right); \quad \beta = \\ &= 1 - F\left(\frac{T_{в\beta} - T_{вс}}{v_B T_{в\beta} / \sqrt{m_B}}\right). \end{aligned} \quad (78)$$

Из зависимостей (78) можно получить соотношение для определения требуемого количества измерений:

$$m_B = \left[\frac{v_B (T_{в\beta} u_{1-\beta} + T_{в\alpha} u_{1-\alpha})}{T_{в\beta} - T_{в\alpha}} \right]^2, \quad (79)$$

которое при $\alpha = \beta = \psi$ имеет вид

$$\begin{aligned} m_B &= \left(\frac{K + 1}{K - 1} v_B u_{1-\psi} \right)^2 = \\ &= \left(\frac{v_B u_{1-\psi}}{\delta} \right)^2, \end{aligned} \quad (80)$$

где

$$K = \frac{T_{в\beta}}{T_{в\alpha}} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta}; \quad \delta = \frac{K - 1}{K + 1}.$$

Используя зависимости (78), можно получить выражения для определения оценочного норматива:

$$T_{вс} = \min(T_{вс\alpha}, T_{вс\beta}), \quad (81)$$

где

$$\begin{aligned} T_{вс\alpha} &= T_{в\alpha} \left(1 + \frac{v_B}{\sqrt{m_B}} u_{1-\alpha} \right); \\ T_{вс\beta} &= T_{в\beta} \left(1 - \frac{v_B}{\sqrt{m_B}} u_{1-\beta} \right) \end{aligned} \quad (82)$$

[m_B находят из выражений (79) и (80)].

Зависимость между суммарным объемом испытаний (t_B , m_B) и оценочным нормативом $T_{вс}$ определяется аналогичным соотношением (67) выражением:

$$t_B = m_B T_{вс}, \quad (83)$$

где m_B , $T_{вс}$ находятся по зависимостям (79)–(82).

При распределении времени (трудоемкости) восстановления работоспо-

способности по закону Вейбулла соотношения (77) принимают вид

$$\alpha = \sum_{k=m_B}^{\infty} \frac{a_{\alpha}^k e^{-a_{\alpha}}}{k!};$$

$$\beta = 1 - \sum_{k=m_B}^{\infty} \frac{a_{\beta}^k e^{-a_{\beta}}}{k!}, \quad (84)$$

где

$$a_{\alpha} = m_B \left(\frac{T_{B\alpha}}{T_{Bc}} \right)^b;$$

$$a_{\beta} = m_B \left(\frac{T_{B\beta}}{T_{Bc}} \right)^b \quad (85)$$

На основании соотношений (84), (85) можно записать

$$K_B = \left(\frac{T_{B\beta}}{T_{B\alpha}} \right)^b = \frac{\chi_{1-\beta}^2(2m_B)}{\chi_{\alpha}^2(2m_B)}. \quad (86)$$

Используя данные табл. 4 и 2 при решении соотношения (86) относительно m_B , можно найти необходимое для контроля T_B (L_B) число измерений времени (трудоемкости) восстановления работоспособности:

$$m_B = \Phi(T_{B\alpha}, T_{B\beta}, \alpha, \beta, b). \quad (87)$$

При использовании зависимостей (84) можно получить оценочный норматив

$$T_{Bc} = \min(T_{Bc\alpha}, T_{Bc\beta}), \quad (88)$$

где

$$T_{Bc\alpha} = T_{B\alpha} \left(\frac{2m_B}{\chi_{\alpha}^2(2m_B)} \right)^{1/b},$$

$$T_{Bc\beta} = T_{B\beta} \left(\frac{2m_B}{\chi_{1-\beta}^2(2m_B)} \right)^{1/b} \quad (89)$$

[m_B определяется из соотношений (86), (87)].

Зависимость между суммарным объемом испытаний (t_B , m_B) и оценочным нормативом T_{Bc} определяется выражением (83).

Пример 4. Время восстановления работоспособности изделия имеет распределение Вейбулла с параметром формы $b = 1,5$. В технических усло-

виях на производство изделия установлены приемочный $T_{B\alpha} = 0,50$ ч и браковочный $T_{B\beta} = 0,75$ ч уровни среднего времени восстановления работоспособности, а также соответствующие им риски поставщика $\alpha = 0,1$ и заказчика $\beta = 0,1$. Требуется установить план одноступенчатого статистического контроля времени восстановления работоспособности изделия.

Для $T_{B\beta} = 0,75$ ч, $T_{B\alpha} = 0,50$ ч, $b = 1,5$ согласно (86) имеем $K_B = \left(\frac{0,75}{0,50} \right)^{1,5} = 1,84$. По табл. 4 для $K_B = 1,84$ и $\alpha = \beta = 0,1$ найдем $m_B = 18$. По зависимостям (89) с использованием данных табл. 2 рассчитаем

$$T_{Bc\alpha} = 0,50 \sqrt[1,5]{\frac{2 \cdot 18}{25,6}} = 0,625;$$

$$T_{Bc\beta} = 0,75 \sqrt[1,5]{\frac{2 \cdot 18}{47,2}} = 0,626.$$

Из выражения (88) найдем $T_{Bc} = 0,625$. По соотношению (83) определим суммарное время восстановления $t_B = 18 \cdot 0,625 = 11,25$ ч. Таким образом, искомый план одноступенчатого статистического контроля времени восстановления работоспособности характеризуется величинами $t_B = 11,25$ ч и $T_{Bc} = 0,625$ ч.

Параметрический многоступенчатый контроль. Основным видом параметрического как и непараметрического многоступенчатого контроля качества продукции на стадии серийного производства является метод усеченного последовательного анализа, при котором в пределах объема испытаний, соответствующего методу одноступенчатого контроля, решения принимаются по правилам последовательного анализа, а по достижении максимального объема испытаний, запланированного по методу одноступенчатого контроля, испытания прекращаются и оценка их результатов производится методом однократной выборки.

При многоступенчатом статистическом контроле показателей безотказности — наработки на отказ (до отказа,

между отказами) — руководствуются следующими условиями:

$m \leq c_{\text{пр}}$ — прекращения испытаний и приемки (соответствия безотказности установленным требованиям);

$m \geq c_{\text{бр}}$ — прекращения испытаний и бракования (несоответствия безотказности установленным требованиям);

$c_{\text{пр}} < m < c_{\text{бр}}$ — необходимости продолжения испытаний до выполнения одного из предыдущих условий.

В этих условиях m — число реализаций наработки на отказ (до отказа, между отказами) в процессе испытаний.

В свою очередь, линии приемки $c_{\text{пр}}$ и бракования $c_{\text{бр}}$ при многоступенчатом контроле безотказности — наработки на отказ (до отказа, между отказами) — определяются следующими зависимостями:

$$c_{\text{пр}} = \frac{K-1}{K \ln K} a_{\beta} - \frac{\ln [(1-\alpha)/\beta]}{\ln K}; \quad (90)$$

$$c_{\text{бр}} = \frac{K-1}{K \ln K} a_{\beta} + \frac{\ln [(1-\beta)/\alpha]}{\ln K}, \quad (91)$$

где

$$K = \left(\frac{T_{\alpha}}{T_{\beta}} \right)^b; \quad a_{\beta} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{t_i}{T_{\beta}} \right)^b \quad (92)$$

В уравнении (90) $a_{\beta} \geq \frac{K}{K-1} \times \ln \frac{1-\alpha}{\beta}$, а в уравнении (91) $a_{\beta} \geq 0$; в (92) t_i — i -я реализация наработки до отказа (между отказами) или наработка на i -й отказ (между $(i-1)$ -м и i -м отказами).

В точке усечения многоступенчатых испытаний по контролю безотказности

$$a_{\beta} = m \left(\frac{T_c}{T_{\beta}} \right)^b; \quad c_{\text{пр}} = m; \quad c_{\text{бр}} = m + 1, \quad (93)$$

где m определяется из выражений (70), (71), а T_c — из (72), (73).

Соотношениями (90)—(93) можно пользоваться при различных распределениях, если предварительно опре-

делить коэффициент формы аппроксимирующего распределения Вейбулла в зависимости от коэффициента вариации $b = \varphi(v)$ при помощи зависимостей (74)—(76).

В свою очередь, при многоступенчатом статистическом контроле показателей ремонтпригодности — времени (трудоемкости) восстановления работоспособности — решения принимаются с учетом условий:

$m_{\text{в}} \geq c_{\text{в. пр}}$ — прекращения испытаний и приемки (соответствия ремонтпригодности установленным требованиям);

$m_{\text{в}} \leq c_{\text{в. бр}}$ — прекращения испытаний и бракования (несоответствия ремонтпригодности установленным требованиям);

$c_{\text{в. пр}} < m_{\text{в}} < c_{\text{в. бр}}$ — необходимости продолжения испытаний до выполнения одного из предыдущих условий.

В этих условиях $m_{\text{в}}$ — число реализаций восстановления работоспособности изделия в процессе испытаний.

Соответственно, линии приемки $c_{\text{в. пр}}$ и бракования $c_{\text{в. бр}}$ при многоступенчатом статистическом контроле ремонтпригодности времени (трудоемкости) восстановления работоспособности — определяются следующими зависимостями:

$$c_{\text{в. пр}} = \frac{K_{\text{в}}-1}{\ln K_{\text{в}}} a_{\text{в}\beta} + \frac{\ln [(1-\alpha)/\beta]}{\ln K_{\text{в}}}; \quad (94)$$

$$c_{\text{в. бр}} = \frac{K_{\text{в}}-1}{\ln K_{\text{в}}} a_{\text{в}\beta} - \frac{\ln [(1-\beta)/\alpha]}{\ln K_{\text{в}}}, \quad (95)$$

где

$$K_{\text{в}} = \left(\frac{T_{\text{в}\beta}}{T_{\text{в}\alpha}} \right)^b; \quad a_{\text{в}\beta} = \sum_{i=1}^{m_{\text{в}}} \left(\frac{t_{\text{в}i}}{T_{\text{в}\beta}} \right)^b \quad (96)$$

В уравнении (94) $a_{\text{в}\beta} \geq 0$, а в уравнении (95) $a_{\text{в}\beta} \geq \{\ln [(1-\beta)/\alpha]\} / (K_{\text{в}} - 1)$; в (96) $t_{\text{в}i}$ — i -я реализация времени (трудоемкости) восстановления работоспособности.

В точке усечения многоступенчатых испытаний по контролю ремонтпригодности

$$a_{в\beta} = m_{в} \left(\frac{T_{вс}}{T_{в\beta}} \right)^b;$$

$$c_{в. пр} = m_{в}; c_{в. бр} = m_{в} - 1, \quad (97)$$

где $m_{в}$ определяется соотношениями (86), (87), а $T_{вс}$ — (88), (89).

Приведенными соотношениями (94)—(97) при контроле ремонтпригодности можно пользоваться при различных распределениях после предварительного определения коэффициента формы аппроксимирующего распределения Вейбулла при помощи зависимостей (74)—(76) в зависимости от величины коэффициента вариации $b = \varphi(v)$.

Пример 5. Для условий примера 4 установить план параметрического многоступенчатого (усеченного последовательного) статистического контроля времени восстановления работоспособности изделия.

При $K_{в} = 1,84$ имеем $\ln K_{в} = \ln 1,84 = 0,609$; для $\alpha = \beta = 0,1$ получим $\ln \frac{1-0,1}{0,1} = \ln 9 = 2,197$;

$$\frac{K_{в} - 1}{\ln K_{в}} = \frac{1,84 - 1}{0,609} = \frac{0,84}{0,609} =$$

$$= 1,38; \quad \frac{\ln \frac{1-\alpha}{\beta}}{\ln K_{в}} =$$

$$= \frac{\ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln K_{в}} = \frac{2,197}{0,609} = 3,61.$$

Из соотношений (94) и (95) получим $c_{в. пр} = (1,38a_{в\beta} + 3,61)$ — для линии приемки, т. е. соответствия $T_{в}$ заданным требованиям;

$c_{в. бр} = (1,38a_{в\beta} - 3,61)$ — для линии бракования, т. е. несоответствия $T_{в}$ заданным требованиям.

По зависимостям (97) в точке усечения многоступенчатых испытаний по контролю времени восстановления работоспособности

$$a_{в\beta} = 18 \left(\frac{0,625}{0,75} \right)^{1,5} = 13,7;$$

$$c_{в. пр} = 18; c_{в. бр} = 18 - 1 = 17.$$

3. МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРТИЙ И ВЫБОРОК ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Общие понятия и определения. Контролируемая партия продукции — это одновременно представленная для контроля совокупность единиц продукции одного наименования, типоминнала или типоразмера и исполнения, произведенная в течение определенного интервала времени в одних и тех же условиях.

В общем случае могут рассматриваться два типа совокупностей, связанных с понятием партии: совокупность конечного объема реальных объектов и совокупность бесконечного объема реальных или гипотетических объектов. При контроле качества обычно исходят из того, что задана совокупность конечного объема, а при контроле надежности предполагают, что генеральная совокупность имеет бесконечный объем.

Объем партии — число единиц продукции, составляющих партию. Выборка — это единицы продукции, отобранные из контролируемой партии или потока продукции для контроля.

Объем выборки — число единиц продукции, составляющих выборку.

Формирование контролируемой партии — это процесс отбора (комплектации) необходимого и достаточного (возможного) числа единиц продукции для проверки качества.

Формирование выборки от партии продукции представляет процесс отбора необходимого и достаточного (возможного) числа единиц продукции для проверки качества из контролируемой партии.

Задача формирования контролируемой партии продукции и выборки из нее актуальна только при выборочном контроле качества.

В зависимости от различных признаков (плана контроля, времени формирования выборки и т. д.) выборки могут быть классифицированы в соответствии со схемой, представленной на рис. 3.

Методы формирования партии промышленной продукции. Формирование

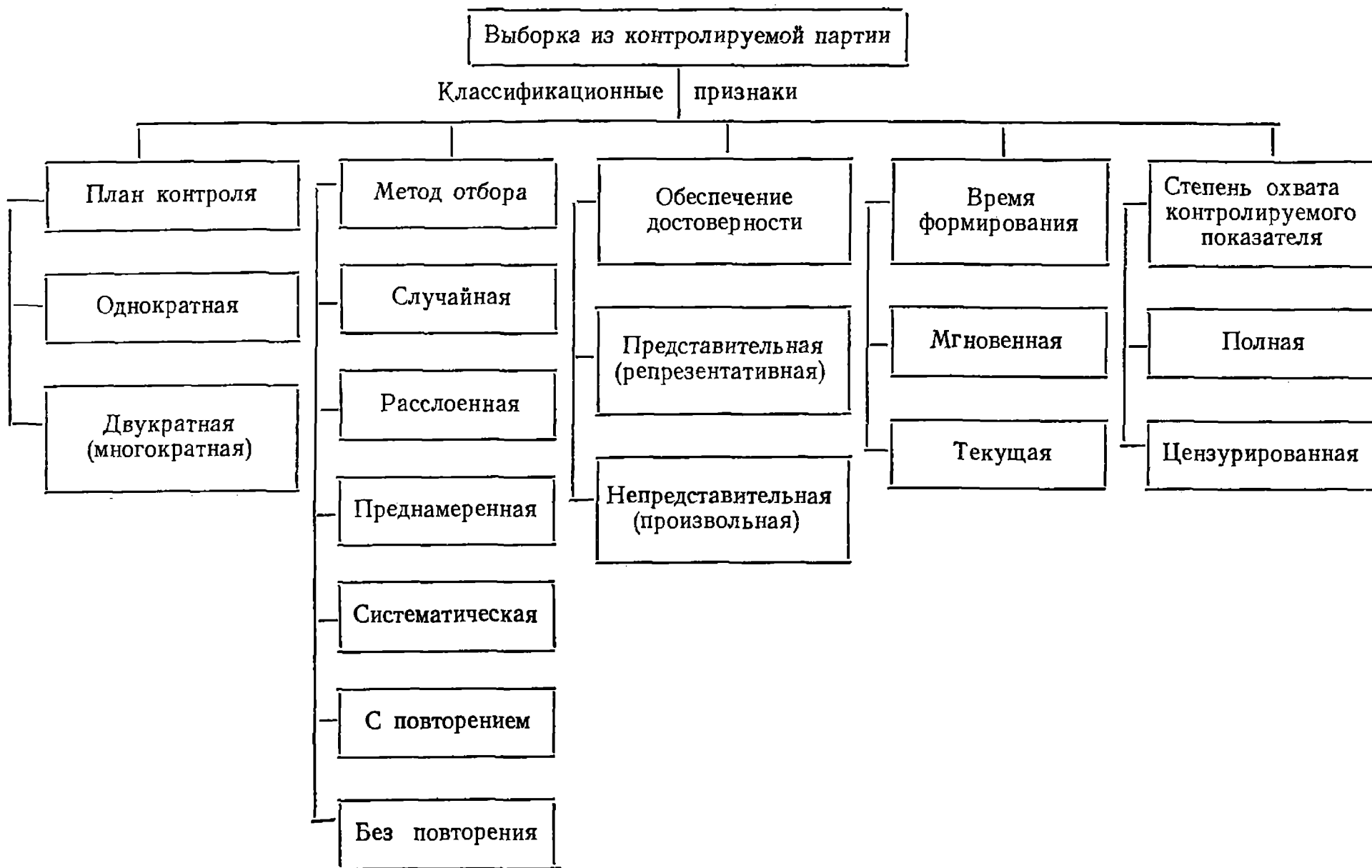


Рис. 3. Классификация видов выборок

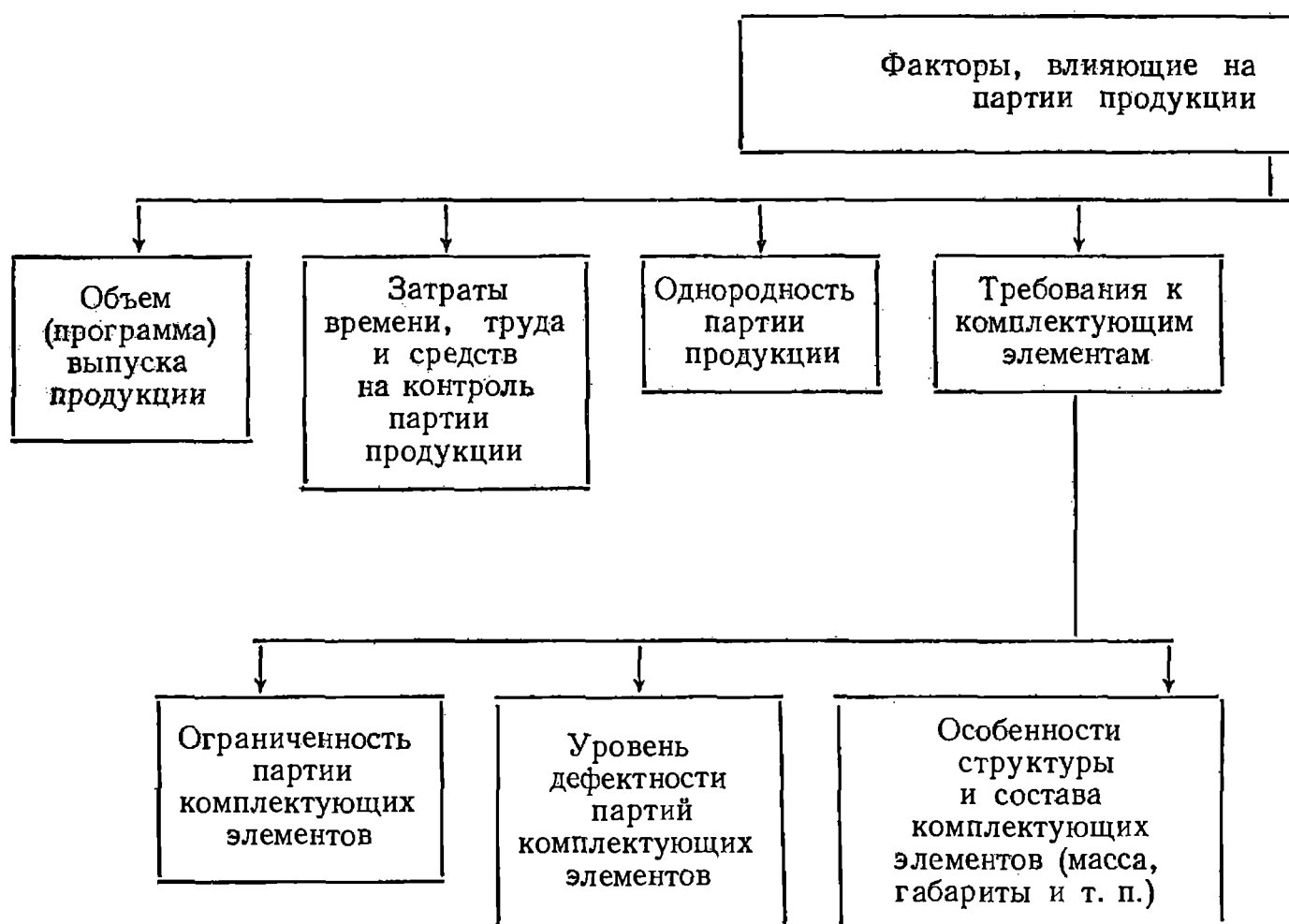


Рис. 4. Классификация факторов,

(комплектация) партии для контроля имеет большое практическое значение, так как во многом предопределяет процедуру контроля, представительность выборки и качество принимаемой продукции. При формировании партии для контроля необходимо соблюдать один из следующих принципов: независимости единиц продукции (элементов) в партии; независимости функционирования элементов в структуре изделий, формирующих партии; максимальной однородности свойств изделий в партии.

При комплектации партии по принципу независимости (статистической однородности) единиц продукции в партии объем формируемой партии может быть установлен заранее, до начала производства.

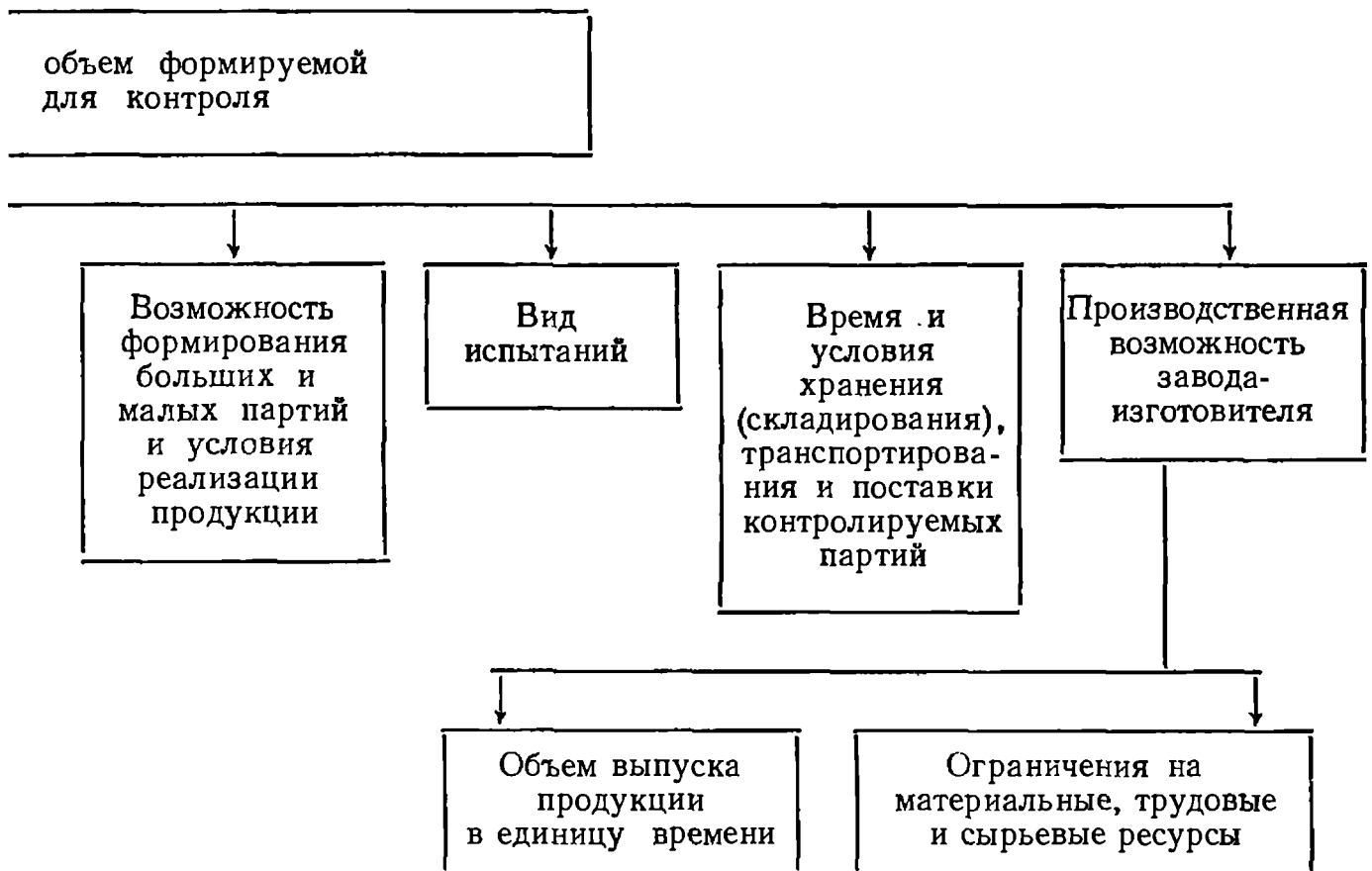
Комплектация партии по принципу независимости функционирования элементов в структуре изделий (функциональная однородность) производится после сборки изделий, каждое из

которых состоит из последовательно соединенных независимых элементов, поставляемых партиями объемов N единиц, сформированных, в свою очередь, по принципу независимости элементов в партии.

Комплектация партий по третьему принципу связана с соблюдением следующих требований: каждое изделие комплектуемой партии должно быть изготовлено из одной и той же партии сырья («сырьевая» однородность), по одной и той же технологии, на одном и том же оборудовании («технологическая» однородность).

В случае невозможности соблюдения принципа однородности партии продукции целесообразно проводить расслоение партии на однородные части для обеспечения отбора представительной выборки.

Объем контролируемой партии зависит от многих факторов: объема выпуска, времени, затрачиваемого на изготовление и контроль партии



влияющих на объем партии продукции

и т. д. Классификация этих факторов представлена на рис. 4.

Наиболее существенным фактором, влияющим на объем партии, формируемой для контроля, является тип производства.

Объем партии обуславливается также видом испытаний продукции: при приемочных и квалификационных испытаниях партией является совокупность (гипотетическая) изделий, предназначенных к последующему выпуску; при приемо-сдаточных испытаниях объем партии обычно равен числу изделий, изготовленных за рабочую смену; при периодических испытаниях объем партии равен числу изделий, выпущенных за отчетный период.

Методы определения объема контролируемых выборок от партий. Формирование выборок продукции для контроля. Выборки единиц продукции из контролируемой партии формируются для определения и (или) контроля

среднего значения (математического ожидания) измеряемой величины как меры качества изготовления; среднего квадратического отклонения (или дисперсии) измеряемой величины как меры однородности качества изготовления; доли реализаций измеряемой случайной величины, находящейся в заданном допуске, и вероятности выполнения контрольных норм при различных методах измерения (пороговом или абсолютном); толерантных (допустимых) пределов и т. д.

Достоверность оценки качества контролируемой партии продукции определяется организацией отбора единиц продукции в выборку.

Существует несколько типовых способов отбора единиц продукции в выборку: случайный, типический (расслоенный) и направленный (преднамеренный). Случайный отбор заключается в извлечении n единиц из партии объема N , при котором обеспечивается одинаковая вероятность

быть отобранной каждой из возможных выборок. При типическом (расслоенном) отборе партия продукции сначала подразделяется на качественно однородные (типические) группы (слои) в отношении контролируемого показателя, а затем из каждой группы методами случайного отбора извлекают единицы продукции. Сумма единиц продукции, отобранных пропорционально по группам, равна объему выборки. При направленном отборе из партии объема N извлекается выборка объема n таким образом, чтобы отобранные единицы продукции обладали определенными, наперед заданными свойствами.

«Сырьевая» и «технологическая» однородность партии продукции при анализе, например, механических свойств (твердость, прочность и т. п.) позволяет комплектовать выборку методом направленного отбора «слабейших» изделий партии.

В свою очередь, случайный отбор подразделяется на следующие виды: отбор с применением случайных чисел; многоступенчатый; вслепую (наибольшей объективности); систематический (механический). При проведении выборочного контроля на этапе приемочных испытаний методы отбора единиц в выборку зависят от способа представления продукции на контроль. Различают четыре способа представления продукции на контроль: «ряд», «россыпь», «поток», «в упаковке».

При способе «ряд» продукция, поступающая на контроль, упорядочена. Ее единицы могут иметь сплошную нумерацию, например, 0, 1, 2, ... Изделия, отмеченные любым номером, можно легко отыскать и извлечь. Количество единиц продукции, поступающей на контроль, ограничено. При способе «россыпь» единицы продукции, поступающие на контроль, неупорядочены, их невозможно нумеровать и нельзя отыскать и извлечь какую-то определенную единицу; количество единиц, поступающих на контроль, велико. При способе «поток» единицы продукции поступают на контроль непрерывным потоком одновременно с выпуском продукции. Количество единиц продукции, поступающей на контроль, велико. Единицы продукции

упорядочены, можно легко отыскать и извлечь каждую вторую, пятую и десятую и т. д. При способе «в упаковке» единицы продукции, поступающие на контроль, не могут быть упорядочены и пронумерованы, так как находятся в контейнерах, ящиках, коробках одного и того же объема. Упаковочные единицы имеют те же особенности, что и продукция, поступающая по способу «ряд».

Случайный отбор с применением случайных чисел используют при проверке продукции, поступающей на контроль по способу «ряд». Для этого N единиц продукции, входящих в партию, нумеруют порядковыми числами от 0 до $N - 1$. Число $N - 1$ определяет необходимое число знаков v случайных чисел. Величина v выбирается из условия $10^v \geq N - 1$. Существующие таблицы случайных чисел содержат k -значные десятичные числа. При $v < k$ берутся только v знаков каждого числа (слева, справа или посередине), а остальные знаки отбрасывают. Из таблицы случайных чисел выбирают n чисел (n — объем выборки). Порядок их выбора может быть произвольным, при этом числа, большие $N - 1$, а также повторяющиеся числа опускают.

Выборка составляется из единиц продукции, порядковые номера которых соответствуют n отобранным случайным числам.

Многоступенчатый отбор предполагает извлечение из партии сначала укрупненных групп единиц, затем групп, меньших по объему, и так до тех пор, пока не будут отобраны отдельные единицы продукции, которые должны подвергнуться испытаниям. Частным случаем многоступенчатого отбора является двухступенчатый отбор, при котором партия разбивается на группы и производится сначала отбор групп, а затем внутри групп — отбор единиц продукции. На обеих ступенях отбор производится случайным образом. Число ступеней отбора не должно быть большим из-за организационных сложностей формирования выборки. Многоступенчатый отбор отличается от расслоенного тем, что при первом способе отбирают не все группы изделий, а при втором —

отбор производится из всех без исключения групп. Многоступенчатый отбор применяют для испытаний продукции в упаковке. Из отобранных упаковочных единиц на первой ступени извлекают отдельные изделия методами случайного отбора (при выборочном контроле) или все изделия (при сплошном контроле), и на основе полученных данных выносят суждение о качестве продукции.

Отбор «вслепую» применяют для продукции, поступающей на контроль по способу «россыпь», а также в том случае, когда применение метода отбора с использованием случайных чисел затруднено или экономически нецелесообразно. Единицы продукции должны отбираться независимо, из разных частей партий. Метод не применяют, когда бракованные изделия можно определить органолептически. Он обеспечивает независимость попадания изделий в выборку, но не гарантирует равную вероятность попадания единиц продукции в выборку.

Систематический (механический) отбор применяют для продукции, поступающей на контроль в виде «потока», если задан определенный порядок следования единиц продукции. Изделия отбирают через фиксированный интервал времени или через определенное число изделий (каждое 10-е, каждое 20-е и т. д.). При этом в следующих одна за другой единицах продукции период изменения контролируемого параметра не должен быть равен периоду отбора изделий.

Этот способ обеспечивает равную вероятность попадания каждой единицы продукции в выборку при случайном начале отсчета периода, но не обеспечивает независимость попадания единицы продукции в выборку (в отличие от отбора «вслепую»).

При периодических испытаниях выборки для контроля формируют способом расслоенного отбора, обеспечивая пропорциональность включения изделий каждой однородной партии, входящей в общую партию изделий, выпущенных за отчетный период.

Основные подходы для определения объема выборки. Существуют три подхода определения объема выборки: статистико-вероятностный, экономи-

ческий и комбинированный. При статистико-вероятностном подходе основной процедур вычисления объема выборки n являются соотношения, связывающие объем выборки n с точностью и достоверностью получаемых оценок показателей (при определительных испытаниях), или применяется прием «обращения» относительно величины n в статистических критериях проверки гипотез (при контрольных испытаниях). Экономический подход основан на расчете потерь, обусловленных расходами на проведение испытаний (с учетом разрушения испытываемых изделий) и последствий от принятия того или иного решения по результатам испытаний при некотором объеме выборки n . Комбинированный подход базируется на совместном использовании статистико-вероятностного и экономического подходов.

Рассмотрим наиболее распространенный статистико-вероятностный подход определения объема выборки при оценке качества продукции.

Определим объем выборки при оценке показателей качества продукции. Исходными данными для вычисления объема выборки являются предельная абсолютная Δ_x или относительная δ_x ошибки в оценке среднего значения показателя и предельная абсолютная ошибка Δ_p в оценке доли признака; степень достоверности оценки, выраженная доверительной вероятностью q .

В табл. 5 приведены формулы для расчета объема выборки при случайном и систематическом отборе единиц продукции в выборку при оценке среднего значения показателя качества и доли единиц продукции, обладающих определенным признаком (например, доля дефектных единиц).

В формулах табл. 5 учтено, что измеряемая величина имеет нормальное распределение. При больших n ($n \geq 30$) для упрощения расчетов целесообразно вместо значения t_q ($n - 1$) использовать квантиль нормального распределения u_q .

На рис. 5, а и б приведены номограммы для определения объема выборок для случая оценки среднего значения показателя качества, а на рис. 6, а и б — доли единиц продукции, обладающих данным признаком.

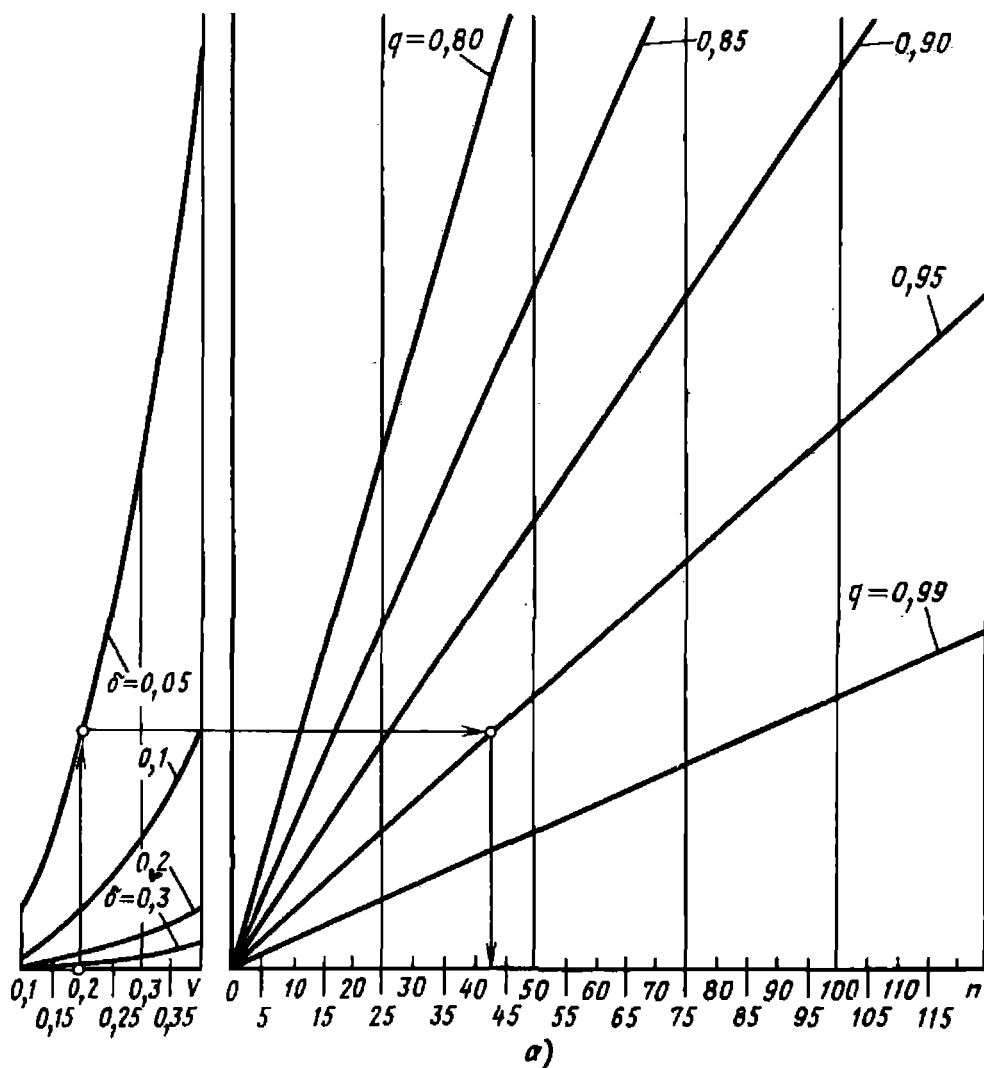


Рис. 5. Номограмма для вычисления объема выборки при оценке
 а — выборка с повторением; б — выборка без повторения

Для больших партий (при серийном производстве) расчет объема выборки без повторения можно проводить по более простым формулам для выборки с повторением.

Если после проведения испытаний окажется, что оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2$ или коэффициента вариации $\hat{V}$ больше, чем ожидаемые их значения, то необходимо произвести перерасчет значения n и повторно провести дополнительные испытания, так как требуемая достоверность или точность оценки среднего значения не обеспечены.

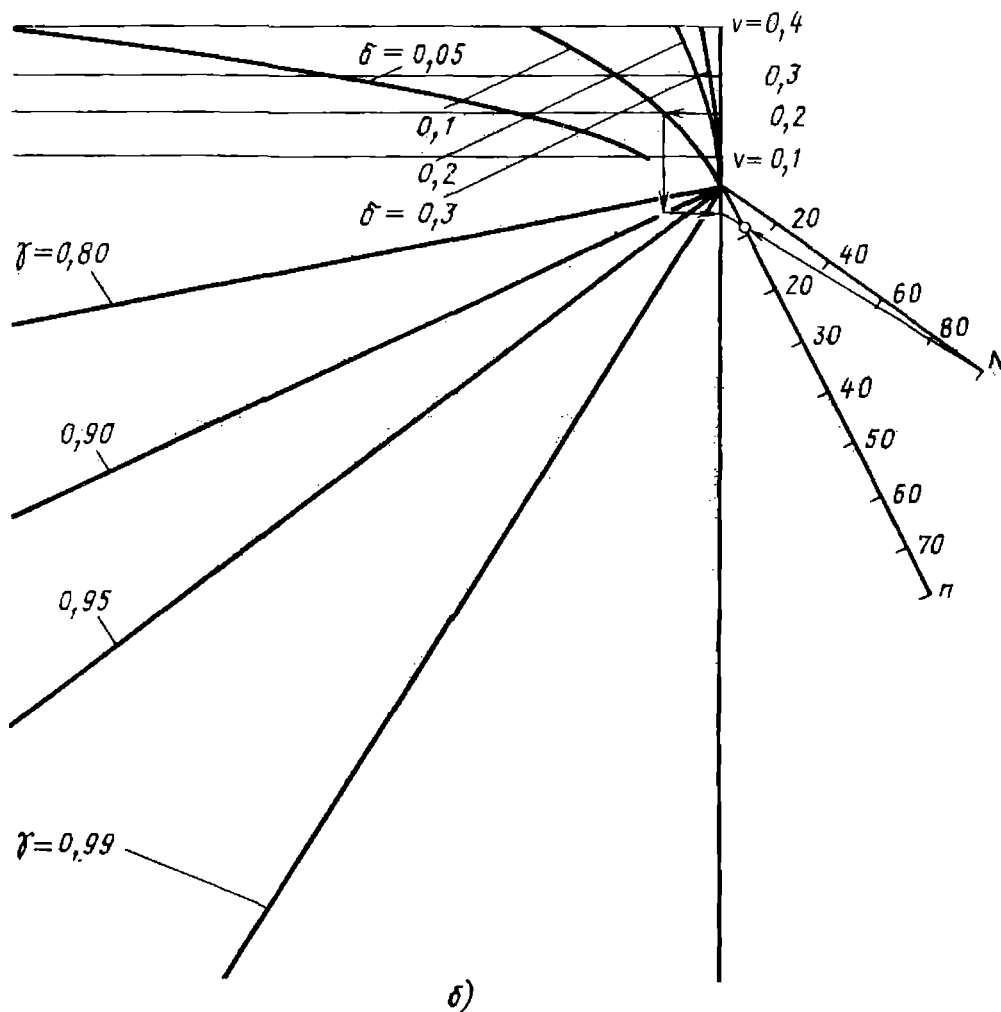
Если после проведения испытаний для определения доли единиц продукции окажется, что оценка доли $\hat{p}$ больше, чем ожидаемое ее значение (для $p < 0,5$) или меньше p (для $p > 0,5$), то необходимо произвести перерасчет объема выборки для нового значения $\hat{p}$.

При невозможности проведения дополнительных испытаний необходимо снизить требования к точности и (или) достоверности оценки.

При случайном многоступенчатом (двухступенчатом) отборе объем выборки

$$n = \frac{\sigma^2}{\frac{\Delta_x^2}{u_q^2} - \frac{\sigma_1^2}{r}} \quad \text{или} \quad n = \frac{V^2}{\frac{\delta_x^2}{u_q^2} - \frac{V_1^2}{r}},$$

где σ_1^2 , V_1 — соответственно межгрупповые дисперсия и коэффициент вариации измеряемой величины; r — число первичных упаковочных единиц, подлежащих отбору, которое зависит от количества первичных упаковочных единиц в партии R :



среднего значения показателя качества:

r	Все	5	1/20 часть (5 %)	20
R	1—5	6—99	100—399	400 и более
	Предельные объемы выборки при многоступенчатом отборе		выборка с повторением	

$$\frac{u_q^2 (V_1^2 + V^2)}{\delta_x^2} \leq n \leq \frac{u_q^2 (V_1^2 m + V^2)}{\delta_x^2},$$

где m — число изделий в упаковочной единице.

Объем выборки при типическом (рас-
слоенном) отборе рассчитывают по
следующим формулам:

выборка без повторения

$$n = \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_q^2 \bar{\sigma}^2 N}{\Delta_x^2 + u_q^2 \bar{\sigma}^2}; \\ \frac{u_q^2 V^2 N}{\delta_x^2 N + u_q^2 V^2}; \end{array} \right.$$

$$n = \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_q^2 \bar{\sigma}^2}{\Delta_x^2}; \\ \frac{u_q^2 V^2}{\delta_x^2}, \end{array} \right.$$

где $\bar{\sigma}^2$ — средняя частных дисперсий
по слоям.

Объем выборок из i -го слоя вы-
числяется по следующим форму-
лам:

выборка, пропорциональная объ-
ему слоев:

$$n_i = n \frac{N_i}{\sum_{i=1}^k N_i};$$

5. Формулы для расчета объема выборки n при оценке показателей качества продукции

Вид оцениваемого показателя	Выборка	Формулы для расчета n при заданных	
		Δ	δ
Среднее значение показателя	С повторением	$\frac{t_q^2 (n-1)}{\Delta_x^2} \sigma^2$	$\frac{t_q^2 (n-1)}{\delta_x^2} V^2$
	Без повторения	$\frac{t_q^2 (n-1) \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t_q^2 (n-1) \sigma^2}$	$\frac{t_q^2 (n-1) V^2 N}{\delta_x^2 N + t_q^2 (n-1) V^2}$
Доля единиц продукции	С повторением	$\frac{t_q^2 (n-1) p (1-p)}{\Delta_p^2}$	—
	Без повторения	$\frac{t_q^2 (n-1) p (1-p) N}{\Delta_p^2 N + t_q^2 (n-1) p (1-p)}$	—

Примечания: 1. Принятые обозначения: σ^2 — ожидаемое значение дисперсии измеряемой величины; V — коэффициент вариации; p — ожидаемое значение доли единиц продукции, обладающих данным признаком; $t_q (n-1)$ — квантиль распределения Стьюдента для доверительной вероятности q и числа степеней свободы $n-1$.

2. При расчете n значение округляется до ближайшего целого числа.

выборка с учетом изменения измеряемой величины в слоях

$$n_i = n \frac{\sigma_i N_i}{\sum_{i=1}^k \sigma_i N_i} \quad \text{или}$$

$$n_i = n \frac{V_i N_i}{\sum_{i=1}^k V_i N_i},$$

где N_i — объем слоя; k — число слоев в партии; σ_i^2 — ожидаемое значение дисперсии измеряемой величины в i -м слое; V_i — ожидаемое значение коэффициента вариации в i -м слое.

Ниже приведены типовые примеры расчета объема выборки с учетом рассмотренных способов формирования выборки.

Пример 6. Партия проката ($N = 100$ листов) представлена на испытания для определения средней толщины листа с относительной погрешностью $\delta = 0,1$ при доверительной вероятности $q = 0,9$. Необходимо определить объем выборки для оценки средней толщины проката, если известно, что коэффициент вариации толщины листа равен 0,2.

Способ представления продукции на испытания — «ряд», поэтому для формирования выборки целесообразно использовать случайный отбор. Так как выборка без повторения, то для расчета n необходимо воспользоваться формулой из табл. 5, заменив значение $t_q (n-1)$ на u_q :

$$n = \frac{u_q^2 V^2 N}{\delta^2 N + u_q^2 V^2}.$$

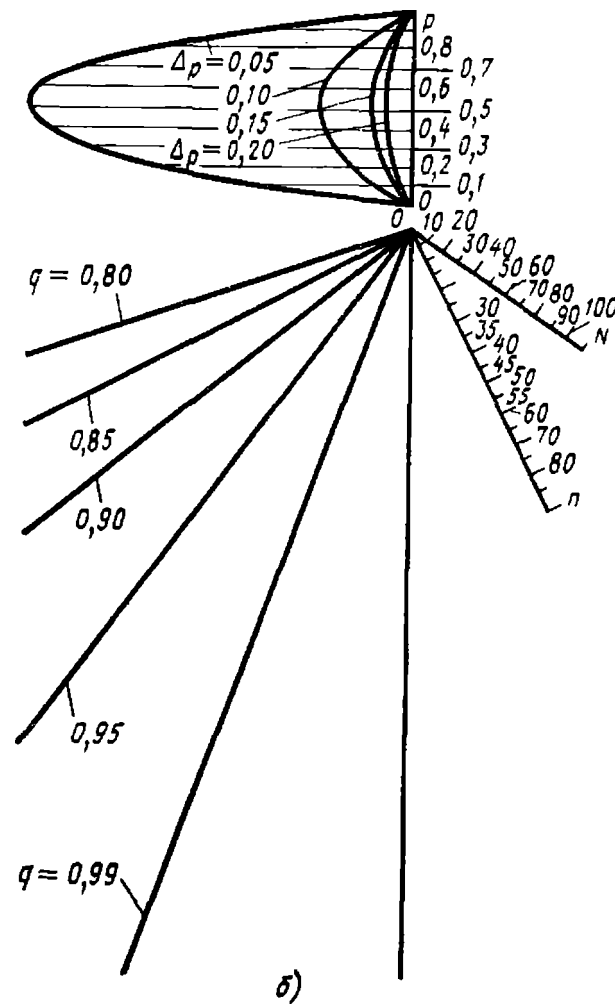
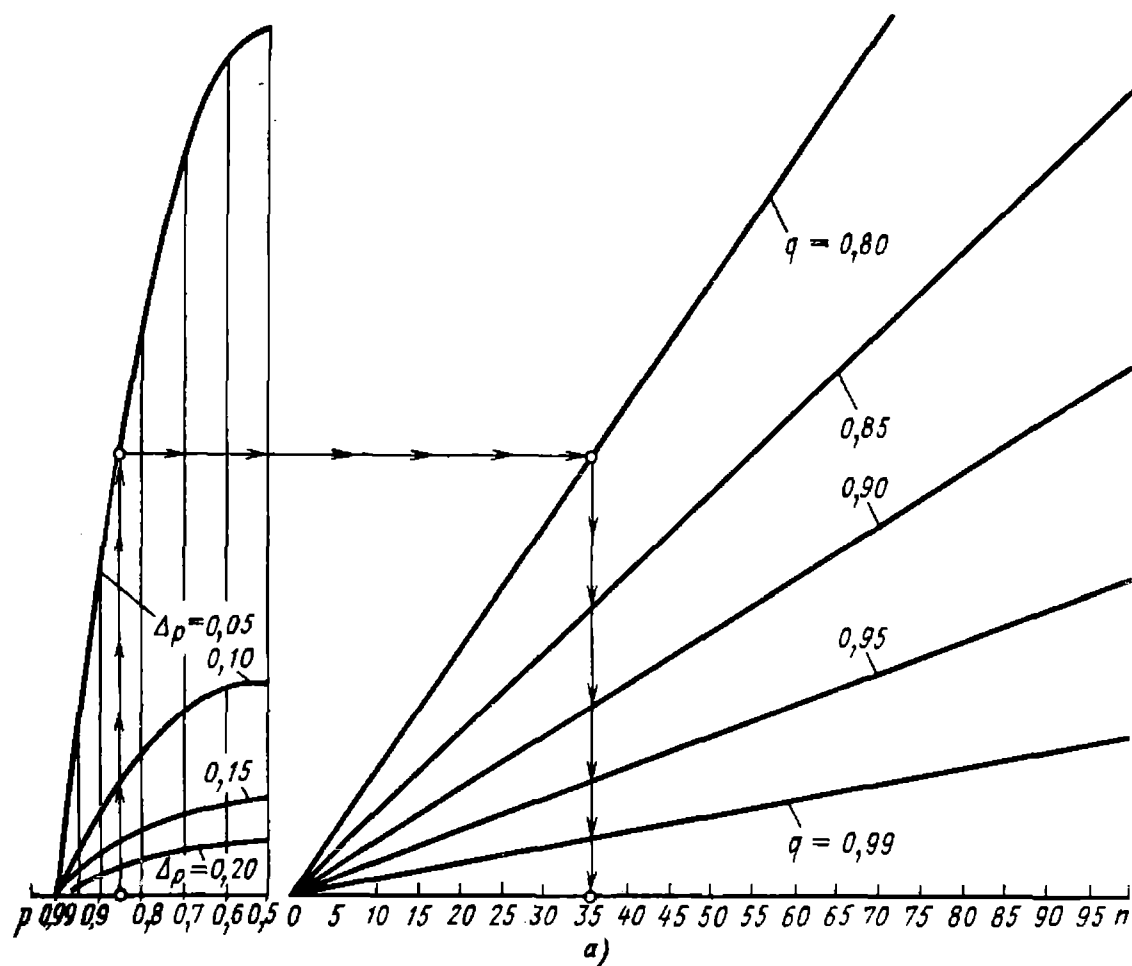


Рис. 6. Номограмма для вычисления объема выборки для оценки доли единиц продукции, обладающих данным признаком:

a — выборка с повторением; b — выборка без повторения

По таблице квантилей нормального распределения для $q = 0,9$ найдем $u_q = 1,28$. Тогда

$$n = \frac{1,28^2 \cdot 0,2^2 \cdot 100}{0,1^2 \cdot 100 + 1,28^2 \cdot 0,2^2} = 6.$$

Определение объема выборки по номограмме, представленной на рис. 5, б для $V = 0,2$; $\delta = 0,1$; $q = 0,9$; $N = 100$, дает такой же результат.

Если условно считать, что выборка с повторением, то

$$n = \frac{u_q^2 V^2}{\delta^2} = \frac{1,28^2 \cdot 0,2^2}{0,1^2} = 7.$$

Таким образом, для обоих типов выборок их объем примерно одинаков.

Пример 7. Партия стержней ($N = 20\,000$ шт.), упакованная в 100 ящиков (упаковочных единиц), представлена на испытания для определения предела усталости, необходимо определить объем выборки для испытаний, если $\delta = 0,1$; $V = 0,3$; $V_1 = 0,05$; $q = 0,95$.

Определим количество ящиков, подлежащих отбору от партии (см. с. 78). Для $100 \leq R \leq 399$ количество отобранных упаковочных единиц $r = \frac{100}{20} = 5$.

Для $q = 0,95$ по таблице квантилей найдем $u_q = 1,64$. Тогда

$$n = \frac{V^2}{\frac{\delta_x^2}{u_q^2} - \frac{V_1^2}{r}} = \frac{0,3^2}{\frac{0,1^2}{1,64^2} - \frac{0,05^2}{5}} = 28.$$

Таким образом, из пяти ящиков, случайно отобранных из партии объемом 100 ящиков, необходимо методом случайного отбора отобрать 28 стержней (примерно 6 шт. из каждого ящика) на испытания.

Вычислим предельные объемы выборки. Так как $N = 20\,000$, $R = 100$, то

$$m = \frac{N}{R} = \frac{20\,000}{100} = 200;$$

$$\frac{1,64^2 (0,05^2 + 0,3^2)}{0,1^2} = 25 \leq n \leq$$

$$\leq \frac{1,64^2 (0,05^2 \cdot 200 + 0,3^2)}{0,1^2} = 159.$$

Следовательно, границы объема выборки, исходя из условий примера, составляют 25—159 единиц.

Пример 8. Учитывая условия примера 7, определить объем выборки для испытаний стержней, если вся партия продукции распределена на четыре однородные группы (слоя):

группа 1 — ящики с 1-го по 20-й ($R_1 = 20$);

группа 2 — ящики с 21-го по 60-й ($R_2 = 40$);

группа 3 — ящики с 61-го по 80-й ($R_3 = 20$);

группа 4 — ящики с 81-го по 100-й ($R_4 = 20$).

Так как партия продукции неоднородна (расслоена), то формирование выборки необходимо проводить методом расслоенного отбора с учетом наличия четырех слоев. Число упаковочных единиц (ящиков) и общий объем выборки определены в примере 7 ($r = 5$; $n = 28$).

Определим число упаковочных единиц, которые необходимо отобрать из первого слоя:

$$r_1 = r \frac{R_1}{R} = 5 \frac{20}{100} = 1;$$

аналогично найдем

$$r_2 = r \frac{R_2}{R} = 5 \frac{40}{100} = 2;$$

$$r_3 = r_4 = r \frac{R_3}{R} = 5 \frac{20}{100} = 1.$$

Таким образом, из первого, третьего и четвертого слоев необходимо отобрать по одному ящику, из второго слоя — два ящика.

Определим объем подвыборки, которую необходимо сформировать из продукции первой группы;

$$n_1 = n \frac{N_1}{N} = 28 \cdot \frac{20 \cdot 200}{20\,000} = 6;$$

аналогично рассчитаем

$$n_2 = n \frac{N_2}{N} = 28 \cdot \frac{40 \cdot 200}{20\,000} = 12;$$

$$n_3 = n_4 = 6.$$

Отметим, что $\sum_{i=1}^4 n_i > n$. Этот факт обусловлен округлением при вычислении значений n_i .

Рассмотренный пример показывает, что расслоение партии приводит к более сложной процедуре организации формирования выборки при одинаковых требованиях к точности и достоверности оценки среднего значения и не вызывает увеличения объема выборки.

4. МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ КРИТЕРИЕВ

Необходимость использования информационного подхода к контролю качества продукции. Основная задача формирования планов контроля — рациональное выделение из множества возможных выборочных характеристик двух подмножеств. Если наблюдавшаяся выборочная характеристика попадает в одно из них, то принимается решение u_1 о соответствии, если в другое (критическая область) — решение u_0 о несоответствии. Задание рисков α и β (рисков изготовителя и заказчика) однозначно определяет критическую область, и наоборот. Соответствующий выбор критической области позволяет сделать сколь угодно малым либо α , либо β . Но при ограниченном и фиксированном объеме выборки нельзя одновременно сделать сколь угодно малыми и α и β .

Важнейшая особенность рекомендаций при выборе планов контроля (которая нашла свое отражение и в нормативных документах) состоит в том, что используются не величины рисков изготовителя и заказчика (условные вероятности ошибки первого и второго рода), а несколько иные величины: α' и β' . Если $\underline{p}$ — допустимый уровень надежности, то величина $\beta' = P\{u_1/p = \underline{p}\} = \beta_{\max}$ представляет собой максимальное значение опасности, существующей для заказчика при данном плане контроля. Аналогично риск изготовителя будет максимальным в тех случаях, когда p практически совпадает с $\underline{p}$ (однако больше последнего), т. е. $\alpha_{\max} = P\{u_0/p = \underline{p}\}$. Величины $\beta_{\max}$ и $\alpha_{\max}$ не являются независимыми (они связаны соотношением $\beta_{\max} + \alpha_{\max} = 1$), они определяют только одну точку оперативной характеристики.

При малой величине максимального риска заказчика максимальный риск изготовителя будет велик, т. е. близок к единице. По этим причинам при формировании планов контроля принято считать, что изготовитель для успешной сдачи продукции обеспечивает некоторый «запас надежности» относительно заданного допустимого уровня надежности $\underline{p}$ и предъявляет изделия с параметром надежности p_0 не ниже некоторого численного значения: $p_0 > \underline{p}$ (величина p_0 устанавливается заданием величины $\kappa = \frac{1 - \underline{p}}{1 - p_0}$).

Тогда модифицированная величина риска изготовителя $\alpha' = P\{u_0/p = p_0\}$.

Планы контрольных испытаний на надежность любым из известных методов однозначно определяются заданием величин α' , β' , $\underline{p}$, p_0 . Если эти величины заданы, то контрольные испытания по соответствующему методу планируются согласно известным критериям Неймана-Пирсона, Вальда и т. д. (по «оптимальным» процедурам). Обычно при выборе критерия учитывается объем выборки (средний объем), продолжительность испытаний во времени, трудоемкость их организации и проведения и т. д. Однако во всех

случаях планирование считается оптимальным при установленном критерии оптимизации.

В зависимости от принятого набора исходных данных результаты оптимального (в отмеченном смысле) планирования испытаний будут существенно различны (даже в рамках одного метода). Например, объемы «оптимальных» выборок могут отличаться в десятки раз.

Практика показывает, что принимаемые значения модифицированных рисков α' и β' устанавливаются в диапазоне 0,1—0,5, а n — 1,3—20 (условный «запас надежности»).

Рекомендации относительно правила выбора значений этих величин весьма разнообразны, например, в отечественных нормативных документах обычно принимают $\alpha' = \beta' = 0,1$; $n = 1,5 \div 3,0$, а в зарубежных — $\alpha' = 0,1 \div 0,3$; $\beta' = 0,1$; $n = 2 \div 7$. Поэтому имеются значительные резервы (возможности) дальнейшего совершенствования методов формирования оптимальных планов контроля путем рационального выбора исходных данных α' , β' , p_0 . При формировании планов контроля существенные преимущества по сравнению с традиционными методами дает использование методов, основанных на информационном подходе. Использование критерия полезности информации (КПИ) особенно эффективно при формировании планов контроля надежности высоконадежных изделий.

Принятие решений о годности продукции на основе информационных критериев. Пусть заданы дискретные пространства X и Y некоторых обобщенных событий. Наблюдение в эксперименте конкретного события y_k приводит к изменению вероятности какого-либо события x_i от $P(x_i)$ до $P(x_i/y_k)$. Для указания того, какое именно событие имело место, вводится решение u_j из дискретного пространства U .

Правило решения δ устанавливает соответствие между решениями и результатами эксперимента, приписывая в общем случае каждому решению u_j некоторую вероятность (рандомизированная стратегия). Сущность

принятия решения состоит в задании $\delta(u_j/y_k)$ на основе наблюдения y_k .

Использование понятия функции правдоподобия L , значение $L(x_i/y_k)$ которой численно равно условной вероятности $P(y_k/x_i)$, а также естественных допущений о свойствах информации приводит к следующему выражению для количества информации, содержащейся в y_k относительно x_i :

$$J(x_i, y_k) = [-\ln L(y_k)] - [-\ln L(x_i/y_k)],$$

которое можно трактовать как меру изменения (прироста) правдоподобия некоторого события, если наблюдалось другое: первый член можно трактовать как неправдоподобие следствия y_k , а второй член — как неправдоподобие причины x_i с точки зрения наблюдаемого следствия y_k .

Если вместо y_k использовать u_j , то величину $J(x_i, u_j)$ можно рассматривать как количество информации о событии x_i , содержащейся в некотором решении u_j .

Можно также представить J в следующей форме:

$$J(x_i, y_k) = \ln \left\{ \sum_U \exp [J(x_i, u_j) \times \delta(u_j/y_k)] \right\},$$

которая является основополагающей для формулировки выводов из рассматриваемого подхода.

При выборе правила решения δ следует исходить не из количества получаемой информации, а из ее ценности (полезности), измеряемой разностью ожидаемых потерь до и после получения информации. Пусть v_1 и v_2 — потери соответственно до и после получения информации $J(x_i, u_j)$ о событии x_i , когда принимается решение u_j . Тогда можно использовать следующий вариант введения соотношения для ценности информации:

$$v(x_i/u_j) = v_1 - v_2 = R(x_i) J(x_i, u_j),$$

где $R(x_i)$ — не зависящий от принятого решения коэффициент ценности информации, т. е. ценность единицы информации о событии x_i . Более тщательный анализ этого допущения по-

казывает его достаточную общность и содержательность.

Для ценности $v(x_i/y_k)$ информации $J(x_i, y_k)$ и полной средней ценности V информации могут быть получены соотношения:

$$v(x_i/y_k) = R(x_i) \sum_U J(x_i, u_j) \delta(u_j/y_k);$$

$$V(X/\delta) = \sum_X \sum_Y P(x_i/y_k) v(x_i/y_k).$$

Из последнего выражения следует, что средняя ценность информации измеряется не уменьшением усредненных потерь (как принято обычно предполагать), а средним уменьшением потерь, что позволяет оценивать принимаемые решения при каждом конкретном исходе.

Оптимизация планов контроля на основе информационных критериев. Формирование контрольных планов производится в условиях, когда принимаемое решение не фиксировано, а является случайным, так как зависит от случайного исхода эксперимента. Решение u_1 будет принято лишь в том случае, если фактически наблюдавшееся в эксперименте количество отказов $m \leq S$ (S — приемочное число). В противном случае принимается решение u_0 . Это означает, что с некоторой вероятностью $P(u_1)$ в результате испытаний по данному плану будет получена информация, полезность которой равна $V(X, u_1)$, а с вероятностью $P(u_0) = 1 - P(u_1)$ — информация, полезность которой равна $V(X, u_0)$. В этих условиях полезность информации, полученной при использовании данного плана испытаний, определяется математическим ожиданием полезности информации при отдельных случайных решениях.

При использовании информационного подхода максимальная разность между величиной $V(X)$ и стоимостью эксперимента $C(n)$ соответствует оптимальному плану контроля:

$$W = [V(X) - C(n)] = \{M[V(X, u_j) - C(n)]\} \rightarrow \max.$$

Метод формирования контрольного плана, основанный на использовании критерия полезности информации, в дальнейшем тексте называется КПИ-метод.

Реализация принципа максимума критерия полезности информации приводит к алгоритму определения многошагового процесса испытаний. Задача по существу сводится к определению объема испытаний на каждом шаге с учетом возможных исходов испытаний на предыдущих шагах.

При реализации указанного КПИ-метода значения рисков заказчика и изготовителя не задаются. Поэтому для рационального выбора приемочных чисел должно быть сформулировано дополнительное условие, например, минимизация среднего объема испытаний до принятия решения u_0 о соответствии, которое должно приниматься в подавляющем большинстве случаев.

Другой принципиальной особенностью КПИ-метода является то, что неизвестный параметр p рассматривается как случайная величина (в отличие от традиционных методов формирования контрольных планов, где p считается неизвестной величиной, но неслучайной). Только при такой интерпретации имеет смысл использовать закон распределения возможных значений параметра надежности в той или иной ситуации.

Критерий полезности (ценности) информации может быть непосредственно использован для выбора решения по результатам испытаний, если известен исход

$$p^* = \frac{n - m}{n} \quad \text{эксперимента}$$

объемом n (m — число отказов).

Если x_1 и x_0 — события, состоящие в том, что изделие удовлетворяет и, соответственно, не удовлетворяет требованиям, то процедура выбора решения заключается в определении $R(u_1)$, $R(u_0)$, $J(x_1, u_1)$, $J(x_1, u_0)$, расчете $V(X, u_1)$, $V(X, u_0)$ и сравнении полезностей информации об ансамбле X в решениях u_1 и u_0 на основе следующего условия:

$$R(u_1) J(X, u_1) > R(u_0) J(X, u_0).$$

В двухальтернативном случае, когда это условие выполняется, принимается решение u_1 , когда неравенство не выполняется — решение u_0 .

В граничном случае неравенство превращается в равенство, по которому для заданного p можно построить границу областей приемки и браковки

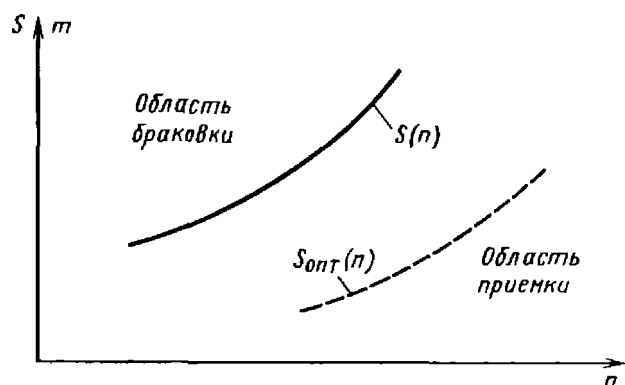


Рис. 7. Границы областей приемки и браковки в плоскости $\{n, m\}$:

$S_{\text{опт}}$ — оптимальное приемочное число

$S(n)$ в плоскости $\{n, m\}$ (рис. 7).

Когда точка (n, m) , соответствующая исходу испытаний, попадает в область приемки, принимается решение u_1 , когда она попадает в область браковки — u_0 . В точках, лежащих на границе областей, полезность информации в решениях u_1 и u_0 одинакова и безразлично, какое решение принять.

Описанная процедура позволяет выбрать одно из двух альтернативных решений u_1 или u_0 . Необходимо, чтобы выбранному решению соответствовали определенные качественные показатели, например, модифицированные риски изготовителя и заказчика не должны превышать установленных значений. С учетом этого условия определяются границы областей браковки и приемки.

Особенностью постановки задачи планирования испытаний по КПИ-методу является то, что качественным показателем принятого решения служит полезность полученной об ансамбле X информации с учетом затрат на ее получение. Эти затраты $C(n)$ определяются стоимостью эксперимента. Оптимальным считается такой план испытаний, при котором указанный показатель наибольший.

Во всех точках области приемки (см. рис. 7) принимается решение u_1 , но полезность информации $V(X, u_1)$ и затраты $C(n)$, соответствующие различным точкам области, будут различны. Очевидно, что задача оптимального планирования контрольных испытаний при фиксированном решении (например, u_1) состоит в выборе такой зависимости $S_{\text{опт}}(n)$, целиком лежащей в области приемки, при

которой разность $W(X, u_1)$ полезности информации $V(X, u_1)$ и стоимости эксперимента $C(n)$ максимальна:

$$W(X, u_1) = V(X, u_1) - C(n) \rightarrow \max.$$

Задача оптимального планирования существенно отличается от задачи выбора оптимальных интервальных оценок надежности (доверительных вероятностей и интервалов) при определительных испытаниях. В последнем случае эксперимент объемом n уже проведен ($C(n) = \text{const}$) и его результат p^* известен. Поэтому выбор оптимальных интервальных оценок надежности может производиться по максимальному количеству полученной информации $J(X, u_1)$, если коэффициенты полезности информации одинаковы [величина $J(X, u_1)$ имеет максимум на множестве возможных интервальных оценок].

Оптимальное планирование контрольных испытаний удобнее сводить не к определению зависимости оптимального приемочного числа $S_{\text{опт}}(n)$ от объема эксперимента, а к нахождению обратной зависимости $n_{\text{опт}}(S)$, когда в качестве аргумента используется приемочное число ($S = 0, 1, 2, \dots$) и определяется оптимальный объем испытаний для этого приемочного числа.

При фиксированном решении u_1 и некотором заданном приемочном числе S количество полученной информации $J(X, u_1)$ и ее полезность $V(X, u_1)$ возрастают с увеличением объема испытаний (приближаясь к своим асимптотическим значениям), стоимость эксперимента $C(n)$ также увеличивается, но неограниченно. В этих условиях должен существовать максимум их разности $W(X, u_1)$, соответствующий значению $n_{\text{опт}}$, определяемому соотношением:

$$\frac{\Delta V(X, u_1)}{\Delta n} = \frac{\Delta C(n)}{\Delta n}.$$

На рис. 8 видно, что с увеличением приемочного числа значение $n_{\text{опт}}$ возрастает, кроме того, существует максимальное приемочное число, при превышении которого затраты на проведение испытаний больше полезности полученной информации при любом объеме испытаний.

Испытания планируются в условиях,

когда принимаемое решение не фиксировано, а является случайным, ибо зависит от случайного исхода эксперимента. Решение u_1 будет принято лишь в том случае, если фактически наблюдавшееся в эксперименте число отказов $m \leq S$. В противном случае принимается решение u_0 .

В этих условиях полезность информации, полученной при использовании данного плана испытаний, определяется математическим ожиданием $V(X)$ полезности информации при отдельных случайных решениях. Максимальная разность между $V(X)$ и стоимостью эксперимента соответствует оптимальному плану контрольных испытаний на надежность:

$$W = V(X) - C(n) = M[V(X, u_j) - C(n)] \rightarrow \max.$$

Полезность информации $V_S(X)$ при любом плане контрольных испытаний, характеризующемся ограниченным приемочным числом S , имеет максимум (рис. 9). Можно сделать важный вывод: объем контрольных испытаний, когда приемочное число ограничено, не должен превышать $(n_S)_{\text{опт}}$ даже в том случае, когда стоимость этих испытаний равна нулю. Значение $(n_S)_{\text{опт}}$ определяется из решения уравнения:

$$\frac{\Delta V_S(X)}{\Delta n} = 0.$$

Реальная зависимость стоимости $C(n)$ контрольных испытаний от их объема обычно специфична для данного изготовителя. Однако во всех практически встречающихся случаях можно утверждать, что она является возрастающей и выпуклой. При этом оптимальный объем испытаний $(n_S^1)_{\text{опт}}$, определяемый из соотношения

$$\frac{\Delta V_S(X)}{\Delta n} = \frac{\Delta C(n)}{\Delta n},$$

будет всегда меньше $(n_S)_{\text{опт}}$ для любого заданного приемочного числа S .

Весьма затруднительным является определение величин потерь $C(x_0, u_1)$ и $C(x_1, u_0)$, а также рациональный выбор допустимого уровня надежности p . Эти вопросы можно решать, используя идею, что надлежащий выбор p определяется отношением потерь

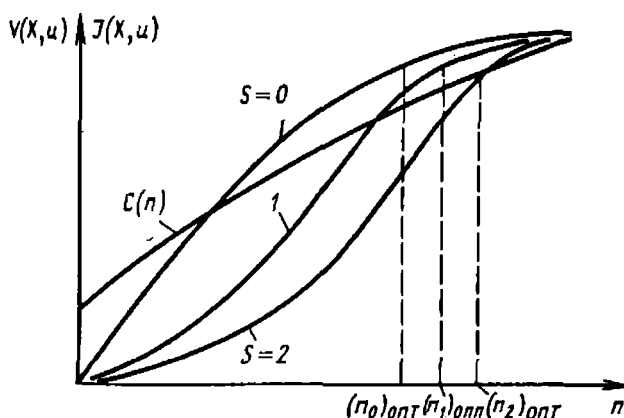


Рис. 8. Взаимозависимость $n_{\text{опт}}$ и S

$C(x_0, u_1)/C(x_1, u_0)$ заказчика и изготовителя при ошибочных решениях. Действительно, в соответствии с КПИ-методом в двальтернативной ситуации для коэффициентов полезности информации справедливы соотношения ($a = 1 - p$):

$$R(u_1) = C(x_0, u_1) (1 - a) / -\ln a;$$

$$R(u_0) = C(x_1, u_0) a / -\ln (1 - a).$$

Если допустить, что оптимальный план контрольных испытаний изделий инвариантен к их использованию в дальнейшем (т. е. не зависит от последующего их применения, что, например, для многих элементов и предполагается), то математическим выражением такого условия может служить равенство коэффициентов полезности информации при альтернативных решениях u_1 и u_0 , т. е.

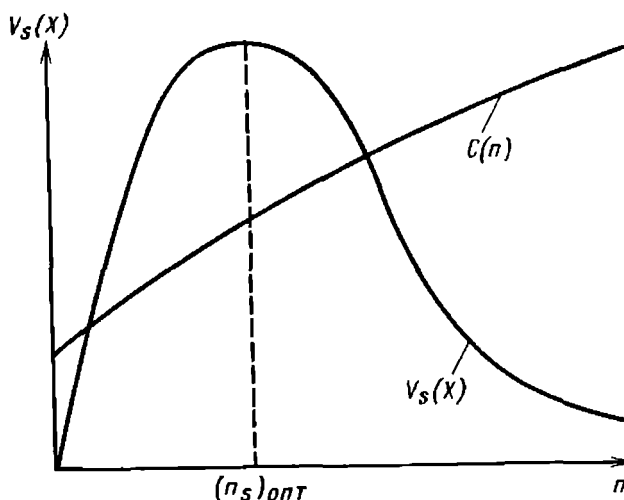


Рис. 9. Зависимости затрат C на проведение эксперимента и полезности V_S информации от объема испытаний n

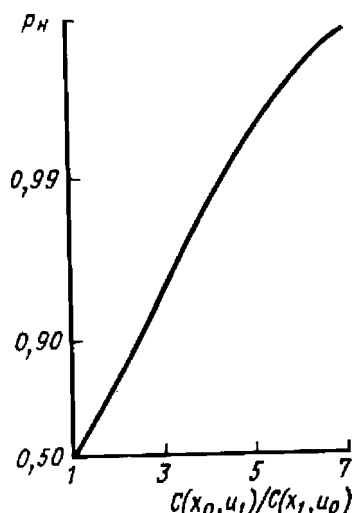


Рис. 10. Зависимость p_n от отношения потерь заказчика и изготовителя при ошибочных решениях

$$R(u_1) = R(u_0) = R.$$

Тогда справедливо следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{C(x_0, u_1)}{C(x_1, u_0)} &= \frac{a[-\ln a]}{(1-a)[- \ln(1-a)]} = \\ &= \frac{(1-p) \ln(1-p)}{p \ln p}. \end{aligned}$$

Анализ зависимости $p = f[C(x_0, u_1)/C(x_1, u_0)]$ (рис. 10) показывает, что если отношение потерь равно, например, единице, то целесообразно установить $p = 0,5$ (что вполне логично); допустимому уровню надежности $p = 0,9$ соответствует отношение потерь 2,5 и т. д.

Таким образом, можно по установленному отношению потерь $C(x_0, u_1)/C(x_1, u_0)$ выбрать надлежащий допустимый уровень надежности (обычно это делает заказчик по соглашению с изготовителем).

Оптимизация планов контроля с использованием критериев полезности информации. КПИ-методика состоит в следующем.

Заказчиком по согласованию с изготовителем оценивается отношение потерь $C(x_0, u_1)/C(x_1, u_0)$ в случаях, когда принимается несоответствующая установленным требованиям партия (изделие) и бракуется партия (изделие), отвечающая этим требованиям. По величине этого отношения с помощью графика на рис. 10 выби-

рается допустимый уровень p надежности изделия. ($p \equiv p_n$).

Величина p может быть установлена заказчиком и на основе любых других соображений, чем фактически фиксируется в соответствии с графиком на рис. 10 отношение потерь $C(x_0, u_1)/C(x_1, u_0)$.

Изготовителем по согласованию с заказчиком устанавливается число отказов $q+1$, при наблюдении которого испытания усекаются и заканчиваются решением u_0 о браковке. Тем самым определяется предельное приемочное число S и номер плана испытаний. Конкретный выбор $q+1$ (или S) на практике производится на основе ориентировочной оценки изготовителем соотношения между истинным p_n и допустимым p уровнями надежности изделий. Если есть основания считать, что p_n значительно больше p , принимается $q+1 = 1$ и $S = 0$, т. е. выбирается план 1. Если p_n существенно больше p , принимается $q+1 = 2$ и $S = 1$, т. е. выбирается план 2. Когда величина p_n близка к p , принимается $q+1 = 3$ и $S = 2$, т. е. план 3. С увеличением предельного числа S объем испытаний возрастает.

Если при использовании плана 3 удельный вес отклоняемых партий велик, то нецелесообразно затрачивать время и средства на дальнейшее увеличение объема испытаний. Ясно, что уровень надежности изделий низок, и вместо увеличения затрат на испытания следует использовать эти средства на повышение реального уровня надежности конструктивными и (или) технологическими мероприятиями.

По установленному допустимому уровню надежности p и выбранному предельному приемочному числу S с помощью табл. 6 или по графикам на рис. 11 определяется оптимальный объем испытаний $(n_S)_{\text{опт}}$. С учетом эксперимента по формированию априорной плотности вероятности возможных значений надежности общий объем испытаний будет равен $(n_S)_{\text{опт}} + 1$. По указанной таблице или по графикам на рис. 12 и 13 находятся значения рисков $\alpha_{\text{опт}}$ изготовителя

6. Характеристики оптимальных планов, полученные КПИ-методом

Характеристика	S	p_H						
		0,5	0,7	0,9	0,95	0,97	0,98	0,99
$(n_S)_{\text{опт}}$	0	2	3	8	13	20	27	47
	1	5	7	17	28	42	58	99
	2	7	10	24	41	61	83	145
$\alpha_{\text{опт}}$	0	0,417	0,367	0,319	0,268	0,250	0,229	0,203
	1	0,298	0,234	0,176	0,131	0,113	0,098	0,077
	2	0,227	0,164	0,109	0,075	0,060	0,049	0,036
$\beta_{\text{опт}}$	0	0,083	0,086	0,048	0,037	0,026	0,021	0,013
	1	0,098	0,105	0,061	0,046	0,033	0,026	0,017
	2	0,110	0,119	0,069	0,052	0,036	0,029	0,018
γ'	0	0,875	0,760	0,613	0,512	0,473	0,432	0,383
	1	0,890	0,745	0,550	0,429	0,371	0,331	0,264
	2	0,856	0,687	0,463	0,351	0,285	0,237	0,181
γ''	0	0,688	0,853	0,964	0,986	0,992	0,995	0,998
	1	0,528	0,725	0,912	0,956	0,974	0,983	0,991
	2	0,516	0,712	0,905	0,952	0,971	0,981	0,990

и $\beta_{\text{опт}}$ заказчика, которые имеют место при данном оптимальном (по критерию полезности информации) плане испытаний. В табл. 6 в качестве справочного материала приведены также значения доверительных вероятностей γ' и γ'' того, что, соответственно, принятые изделия отвечают установленным требованиям, а забракованные не отвечают им.

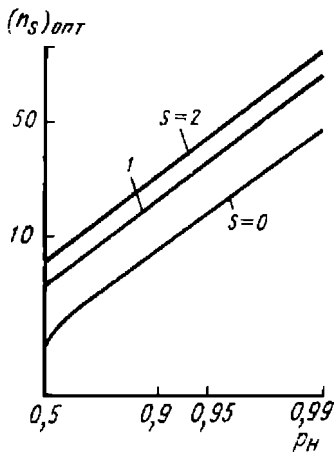


Рис. 11. Зависимость оптимального объема испытаний $(n_S)_{\text{опт}}$ от p_H

На этом оптимальное планирование контрольных испытаний заканчивается.

Практическая реализация испытаний производится в соответствии с установленным алгоритмом, минимизиру-

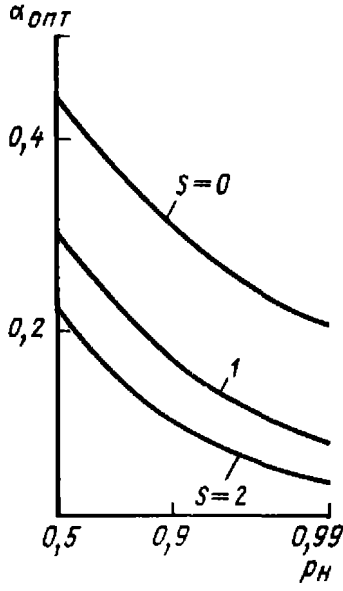


Рис. 12. Зависимость риска изготовителя $\alpha_{\text{опт}}$ от p_H

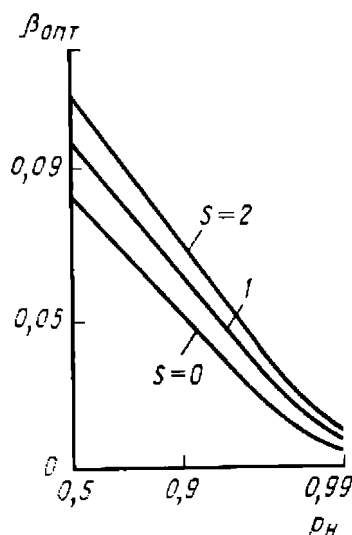


Рис. 13. Зависимость риска заказчика $\beta_{\text{опт}}$ от p_H

ющим средний объем испытаний до принятия решения u_1 о приемке. При этом испытания представляют собой многошаговый процесс. На первом шаге испытываются $(n_0)_{\text{опт}}$ изделий в течение заданного времени T_3 . Если отказов не было, партия принимается. Если был отказ, с момента его наблюдения испытанию дополнительно подвергаются $(n_1)_{\text{опт}} - (n_0)_{\text{опт}}$ изделий, которые также испытываются в течение времени T_3 . Если больше отказов не наблюдалось, партия принимается. В противном случае дополнительно испытывают $(n_2)_{\text{опт}} - (n_1)_{\text{опт}}$ изделий и т. д. Усечение испытаний производится в тот момент времени, когда число имевших место отказов $m > S$. При этом выносятся решение u_0 о браковке.

Средний объем испытаний $\bar{n}_0$ при оптимальном плане 1 ($S = 0$) равен $(n_0)_{\text{опт}}$.

Средний объем испытаний при оптимальном плане 2 ($S = 1$)

$$\bar{n}_1 = P_0(u_1) (n_0)_{\text{опт}} + [1 - P_0(u_1)] (n_1)_{\text{опт}} = \frac{(n_0)_{\text{опт}}}{[(n_0)_{\text{опт}} + 1]} \times [1 + (n_1)_{\text{опт}}] < (n_1)_{\text{опт}}.$$

Средний объем испытаний при оптимальном плане 3 ($S = 2$)

$$\bar{n}_2 = P_0(u_1) (n_0)_{\text{опт}} + [1 - P_0(u_1)] \times [P_1(u_1) (n_1)_{\text{опт}} + (1 - P_1(u_1)) (n_2)_{\text{опт}}] =$$

$$= \frac{(n_0)_{\text{опт}}}{[(n_0)_{\text{опт}} + 1]} \left\{ 1 + \left[(n_2)_{\text{опт}} - \frac{(n_0)_{\text{опт}} ((n_2)_{\text{опт}} - (n_1)_{\text{опт}})}{(n_1)_{\text{опт}} ((n_1)_{\text{опт}} + 1)} \right] \right\} < (n_2)_{\text{опт}}.$$

Выигрыш в среднем объеме испытаний сопровождается увеличением их средней продолжительности. Для плана 2 она составляет примерно $1,5 T_3$, а для плана 3 — примерно $2 T_3$. Точное значение средней продолжительности испытаний зависит от закона распределения отказов изделий.

В некоторых конкретных условиях увеличение времени испытаний нежелательно или невозможно. Тогда в соответствии с выбранным планом и установленным S определяется соответствующий оптимальный объем испытаний $(n_S)_{\text{опт}}$. Контрольные испытания на надежность представляют собой одношаговый процесс, причем все изделия испытываются в течение времени T_3 . Решение u_1 о приемке принимается, если число наблюдавшихся отказов $m \leq S$, решение u_0 о браковке — если число отказов $m > S$.

В частном случае, когда имеет место экспоненциальный закон надежности, допустимый уровень надежности может задаваться наибольшей величиной интенсивности отказов λ . Значение $\underline{p}$ определяется выражением $\underline{p} = e^{-\lambda T_3}$, после чего планирование испытаний производится обычным порядком.

В рассматриваемом случае справедливы условия эргодичности, вследствие чего имеется возможность при планировании испытаний варьировать временем и объемом последних. При этом на каждом шаге испытаний должна сохраняться суммарная наработка выборки для соответствующего приемочного числа, т. е. должно соблюдаться соотношение $[1 + (n_S)_{\text{опт}}] T_3 = \text{const}$.

Время испытаний может быть существенно уменьшено по сравнению с T_3 путем увеличения числа испытываемых изделий.

При одношаговом процессе испытаний, когда оптимальный объем выборки соответствует предельному

приемочному числу S , испытания заканчиваются решением u_1 о приемке при достижении наработки $[1 + (n_0)_{\text{опт}}] T_3$, если отказов не наблюдалось, далее при достижении наработки $[1 + (n_1)_{\text{опт}}] T_3$, если наблюдался один отказ, и т. д.

Пример 9. Необходимо выбрать план контрольных испытаний некоторого невозстанавливаемого изделия, имеющего заданное время нормальной эксплуатации $T_3 = 2000$ ч. Закон распределения времени безотказной работы неизвестен, и контроль производится по заданному допустимому уровню надежности $\underline{p}(T_3) = 0,9$.

При планировании контрольных испытаний методом однократной выборки надо знать приемлемый уровень надежности ρ_0 и модифицированные величины рисков α' и β' изготовителя и заказчика. Пусть $\rho_0 = 0,97$; $\alpha' = \beta' = 0,1$. Тогда параметры плана испытаний (число испытаний и приемочное число): $n = 80$, $S = 4$; если же, например, $\alpha' = \beta' = 0,2$, то $n = 29$, $S = 1$.

При планировании контрольных испытаний по тем же исходным данным двухступенчатым методом $n_1 = 23$, $S_1 = 0$; $n_2 = 6$, $S_2 = 1$. Среднее количество испытываемых образцов $n_{\text{ср}} = 25$, что примерно на 15 % меньше, чем при контроле надежности методом однократной выборки.

При оптимизации планирования контрольных испытаний по КПИ-методике для $\underline{p} = 0,9$ и плана 2 с наибольшим приемочным числом $S = 1$ согласно графикам на рис. 11 найдем $n_{\text{опт}} = 17$. Следовательно, полный объем контрольных испытаний равен $n_{\text{опт}} + 1 = 18$, что примерно на 30 % меньше, чем в предыдущем случае.

Пример 10. Пусть срок службы изделий $T_3 = 1000$ ч, а отношение потерь при приемке несоответствующей ТУ партии к потерям при браковке партии, отвечающей требованиям ТУ, равно трем. В этом случае в соответствии с графиком на рис. 10 следует установить допустимый уровень надежности $\underline{p}(T_3) = \underline{p}(1000) = 0,95$. Изготовитель считает, что истинный уровень надежности предъявляемых к приемке изделий существенно боль-

ше ρ и по согласованию с заказчиком выбирает план 2 контрольных испытаний с предельным приемочным числом $S = 1$.

Вначале спланируем двухшаговый процесс испытаний. На первом шаге при $S = 0$ в соответствии с данными табл. 1 (или графиком на рис. 11) для $\underline{p} = 0,95$ следует испытать $(n_0)_{\text{опт}} = 13 + 1 = 14$ изделий. Если в течение времени испытаний, равного сроку службы ($T_3 = 1000$ ч), отказов не наблюдается, партия принимается. Если имеет место отказ, испытаниям дополнительно (второй шаг) подвергаются $(n_1)_{\text{опт}} - (n_0)_{\text{опт}} = 29 - 14 = 15$ изделий, которые также должны испытываться в течение 1000 ч. Если больше отказов не было, партия принимается, а в противном случае бракуется. Средний объем испытаний (с учетом вероятности перехода на второй шаг) равен $27 + 1 = 28$ изделий. Средняя продолжительность испытаний увеличивается в 1,5 раза. Поскольку объем испытаний (число изделий) незначительно отличается от $(n_1)_{\text{опт}} + 1 = 29$, а среднее время испытаний существенно возрастает, использование двухшагового процесса испытаний нецелесообразно. На испытания продолжительностью 1000 ч следует поставить одновременно 29 изделий и принять решение о приемке, если наблюдалось меньше двух отказов. Решение о браковке принимается сразу же после наблюдения второго отказа, и испытания прекращаются.

Таким образом, полный (оптимальный) объем испытаний равен 29 изделиям, риск изготовителя $\alpha_{\text{опт}} = 0,131$, риск заказчика $\beta_{\text{опт}} = 0,046$.

Пример 11. Пусть для изделий со сроком службы 40 000 ч и с распределением надежности по экспоненциальному закону в нормативной документации установлена допустимая интенсивность отказов $\lambda_d = 2,5 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Допустимый уровень надежности

$$\underline{p} = e^{-2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4} = e^{-0,1} \approx 0,9.$$

Необходимо спланировать контрольные испытания на надежность.

Изготовитель считает, что истинный уровень надежности значительно боль-

7. Характеристики оптимальных планов, полученные КПИ-методом (в сравнении с традиционными методами)

Характеристика	S	A _i						
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
A ₂	0	2	3	3	5	8	13	47
	1	5	6	7	10	17	28	99
	2	7	8	10	14	24	41	145
A ₃	0	3	4	5	7	15	32	149
	1	5	6	9	14	29	62	299
	2	7	10	13	20	42	87	427
A ₄	0	3	5	6	10	22	45	228
	1	7	9	12	18	38	77	388
	2	9	12	16	25	52	105	531

Примечания: 1. При $S = 0$ $k = 15 \div 25$; при $S = 1$ $k = 6 \div 7$; при $S = 2$ $k = 4 \div 5$.

2. A_1 — допустимый уровень надежности $\underline{p}$; A_2 — оптимальный объем испытаний $n_{\text{опт}}$; A_3 — объем испытаний при $\gamma' = 0,88$; A_4 — объем испытаний при $\alpha' = \beta' = 0,1$.

ше $\underline{p}$. Поэтому следует выбрать план 1 с приемочным числом $S = 0$. По табл. 6 определим оптимальный объем выборки $(n_0)_{\text{опт}} = 8$ изделиям. Полный объем испытаний — $8 + 1 = 9$ изделий. Риск изготовителя $\alpha_{\text{опт}} = 0,319$, риск заказчика $\beta_{\text{опт}} = 0,047$.

Изделия должны испытываться 40 000 ч. Поскольку надежность распределяется по экспоненциальному закону, целесообразно уменьшить время испытаний, увеличив их объем. Если выбрать время испытаний равным, допустим, 1000 ч, то оптимальный объем испытаний будет равен $9 \frac{40\,000}{1000} = 360$ изделиям, что в 1,67 раза меньше, чем рекомендуется действующими в настоящее время методиками.

Подход к формированию контрольных планов КПИ-методом принципиально отличен от формирования планов контроля другими методами, что создает некоторые трудности при их сравнении.

Представляется правильным сравнивать конечные результаты при числовых значениях исходных данных, наи-

более часто используемых на практике или рекомендуемых нормативными документами.

Например, обычно рекомендуется планировать контрольные испытания при фиксированном значении доверительной вероятности $\gamma = 0,8$, по величине которой рассчитаны объемы выборок в зависимости от $\underline{p}$ и приемочного числа S .

Модифицированные риски α' и β' обычно принимаются равными 0,1.

Особую сложность представляет задание отношения $k = \frac{1 - \underline{p}}{1 - \underline{p}_0}$, вели-

чина которого весьма неопределенна. Задания величины k можно избежать, если производить сравнение методов для одних и тех же приемочных чисел. При этом оказывается, что величина k весьма велика и объемы выборок минимальны, т. е. сравнение будет происходить в наиболее неблагоприятных для КПИ-метода условиях.

Результаты сравнения для приемочных чисел S , равных 0; 1 и 2, приведены в табл. 7. Они показывают, что при формировании контрольных пла-

нов КПИ-методом объем испытаний всегда меньше, чем при других методах (для $p = 0,9$ — в 1,5—2 раза, а для $p = 0,99$ — в 3—4 раза), что дает существенный экономический эффект. При увеличении или уменьшении объемов испытаний полезность эксперимента (измеряемая, в частности, в руб.) значительно снижается. Так, для $p = 0,95$ и $S = 0$ при увеличении объема испытаний с 13 до 32 изделий полезность эксперимента уменьшается на 16 %, а при объеме испытаний в 45 изделий уменьшается на 35 % и при этом равна полезности, получаемой при испытании только трех образцов. Именно в этом и заключается основной эффект, получаемый при формировании контрольных планов КПИ-методом.

Эффект, получаемый при оптимальном планировании контрольных испытаний по критерию полезности информации, оказывается тем больше, чем выше надежность изделия.

5. МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для различных технических устройств в процессе их конструкторско-технологической отработки и серийного освоения в производстве проводятся контрольно-технологические испытания на прочность, устойчивость, герметичность сварных соединений, по проверке структурной целостности конструкционных материалов при некоторой нагрузке $Q < R$ (R — некоторая предельная нагрузка, при которой однозначно происходит потеря изделием несущей способности или устойчивости, нарушается герметичность сварных швов, структурная целостность конструкционного материала и т. д.). Причем некоторые программы испытаний предусматривают многократные нагружения конструкций изделий по самым различным циклограммам. В соответствии с этими циклограммами предусматриваются также испытания с несколько повышенными

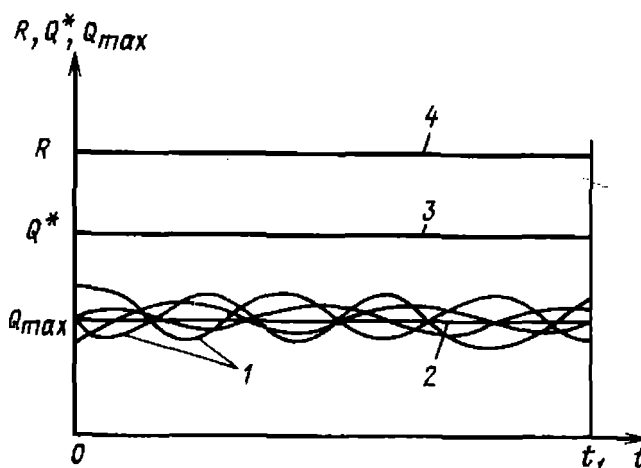


Рис. 14. Графики функций:

1 — реализации $Q_{\max}^t$; 2 — осредненного значения максимальной рабочей нагрузки $\bar{Q}_{\max}$; 3 — повышенной нагрузки Q^* при проведении контрольно-технологических испытаний; 4 — предельной (разрушающей) нагрузки R

нагрузками Q^* (рис. 14). При этом Q^* обычно выбирается в зависимости от специфики конкретного технического устройства, например, так:

$$Q^* = (\bar{Q}_{\max} + 3\sigma_{Q_{\max}}) \eta,$$

где $\bar{Q}_{\max}$ и $\sigma_{Q_{\max}}$ — соответственно среднее значение и среднее квадратическое отклонение максимальной статической эксплуатационной нагрузки $Q_{\max}$; η — коэффициент запаса, обычно являющийся нормативной величиной для конкретных видов технических устройств и их составных частей.

По результатам контрольно-технологических и других видов испытаний изделий, которые подвергаются нагрузкам Q , Q^* и R , делается заключение о пригодности продукции данного вида к эксплуатации. Процедура исследования качества партии из N изделий заканчивается принятием службой ОТК завода, представителем заказчика и т. д. этой партии в том случае, если при испытаниях установленных выборок от этой партии оказываются выполненными условия

$$Q^* \geq Q_{\text{треб}}^*; R > R_{\text{треб}} \text{ и т. д.}$$

В практических ситуациях при проведении необходимых контрольных операций стремятся преодолеть ряд

естественных трудностей, например, избежать излишне «жесткого» контроля, при котором необоснованно высокие значения нагрузок Q^* при многократном нагружении (например, при контрольно-технологических испытаниях на статическую прочность, устойчивость, герметичность и т. д.) могут сопровождаться снижением качества и надежности изделий вследствие ухудшения механических характеристик материала, возникновения и развития при последующих повторных нагружениях определенных деградационных процессов и т. д.; излишне «мягкого» контроля, при котором необоснованность конкретных значений величин Q , Q^* и R может привести к снижению качества изделий; необоснованного завышения затрат основных видов ресурсов (временных, денежных, трудовых, материальных) в связи с многократными контрольными процедурами при нагрузках Q^* и обязательными выборочными испытаниями изделий до предельного состояния.

Процедуры контроля и оценки качества и надежности изделий по данным сплошного контроля изделий путем проведения контрольно-технологических операций (испытаний), при которых изделия нагружаются некоторыми нагрузками $Q^* < R$, а также по данным контрольно-выборочных испытаний до предельного состояния в значительной степени учитывают вышеперечисленные трудности.

Априорная оценка качества продукции по данным контрольно-технологических испытаний. Основная задача производственного процесса в ходе изготовления продукции — обеспечить заложенный при проектировании уровень качества и надежности каждой товарной партии из N единиц изделий. При этом система контроля как некоторая совокупность контрольно-технологических операций должна обеспечивать выполнение условия

$$P > \underline{P}_\gamma, \quad (98)$$

где $\underline{P}_\gamma$ — некоторый нижний предел показателя качества (надежности) контролируемого изделия с доверительной вероятностью уровня γ .

Система анализа качества и выходного контроля надежности изделий в вышеописанной ситуации состоит из двух контрольных процедур:

исследования качества всех изделий (всей партии из N изделий) путем испытаний некоторой нагрузкой Q^* ; это могут быть, например, опрессовочные испытания, при проведении контроля которых проверяется герметичность изделий, целостность структуры конструкционного материала в наиболее напряженных сечениях, надежность сварных швов и т. д.;

исследования надежности n изделий из партии N штук путем проведения контрольно-выборочных испытаний до предельного состояния (до разрушения, потери устойчивости, предельных перемещений в расчетных сечениях и т. д.).

После проведения первой процедуры контроля, которая обычно предназначается для отсева некондиционных изделий, относительно исследованных изделий получают следующую информацию

$$R > Q^*. \quad (99)$$

Информация об эксплуатационных нагрузках для исследования качества и надежности изделия может быть представлена в виде качественной картины (см. рис. 14). Тогда вероятность того, что R превзойдет Q^* , всегда больше вероятности того, что $Q_{\max}$ превзойдет R , при котором изделие теряет несущую способность (прочность, устойчивость, герметичность и т. д.), т. е.

$$\text{Вер} \{Q_{\max} > Q^*\} \geq \text{Вер} \{Q_{\max} > R\}. \quad (100)$$

Оценка вероятности ненаступления предельного состояния изделия применительно к рассматриваемой ситуации может быть представлена в виде следующего соотношения:

$$\hat{P} = e^{-m}, \quad (101)$$

где среднее число выбросов случайной функции $Q(t)$ за время t_1 функционирования изделия за некоторый предельный уровень

$$m = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{B} \frac{\varphi(h)}{\sqrt{1 + S_R^2/S_{Q_{\max}}^2}}.$$

Здесь

$$\hat{h} = (\bar{R} - \bar{Q}_{\max}) / \sqrt{S_R^2 + S_{Q_{\max}}^2};$$

$\bar{Q}_{\max}$ — среднее значение случайной функции $Q_{\max}(t)$, рассматриваемой в качестве стационарной на интервале $[0, t_1]$ функционирования изделия (время нагружения изделия нагрузкой $Q_{\max}$); $\bar{R}$ — среднее число пересечений реализациями $Q_{\max}(t)$ прямой $Q_{\max} = \bar{Q}_{\max}$, которое определяется визуально как общее число пересечений реализациями $\bar{Q}_{\max}$ снизу вверх прямой $\bar{Q}_{\max}$, отнесенное к числу реализаций $\bar{Q}_{\max}$; $\bar{R}$ — среднее значение разрушающей нагрузки; $S_{Q_{\max}}^2$ — оценка дисперсии $D_{Q_{\max}}$ случайной функции $Q_{\max}(t)$; S_R^2 — оценка дисперсии D_R разрушающей нагрузки R ;

$$\varphi(\hat{h}) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-\hat{h}^2/2)$$

— плотность нормального распределения случайной величины $\hat{h}$.

Условие (100) может быть записано в виде

$$\hat{P} \geq e^{-m^*}, \quad (102)$$

где

$$m^* = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{B}_\varphi(\hat{h}^*)}{\sqrt{1 + \sigma^{*2}/S_R^2}};$$

$$(\hat{h}^* = \frac{\bar{Q}^* - \bar{Q}_{\max}}{\sqrt{\sigma_{Q^*}^2 + S_{Q_{\max}}^2}},$$

$\sigma_{Q^*}^2$ — среднее квадратическое отклонение величины Q^*).

Таким образом, после проведения первой контрольной процедуры при условии, что величины $\bar{Q}_{\max}$ и $S_{Q_{\max}}$ известны, можно найти следующую априорную информацию в виде гарантированной оценки априорной вероятности ненаступления предельного состояния:

$$\hat{P}_a = e^{-m^*}. \quad (103)$$

На второй контрольной операции оценка вероятности ненаступления предельного состояния изделия нахо-

дится по данным выборочных контрольных испытаний и поэтому сопровождается ошибками, приводящими к забракованию партии качественных изделий при $P \geq P_\gamma$; количественно эти ошибки оцениваются некоторой вероятностью α -риском поставщика и ошибками, приводящими к принятию некачественных изделий при $P < P_\gamma$; количественно эти ошибки оцениваются некоторой вероятностью β -риском заказчика.

Величина $\bar{P}_\gamma$ (верхний предел оценки $\hat{P}$ уровня γ) может быть связана с P_γ (нижний предел оценки $\hat{P}$ уровня γ) соотношением

$$[(1 - P_\gamma)/(1 - \bar{P}_\gamma)] = K.$$

Рекомендуется принимать $K = 2-3$. В предположении нормального закона распределения величины m риски α и β могут быть найдены по следующим соотношениям:

$$\alpha = 1 - F\left(\frac{m - \bar{m}}{S_m}\right);$$

$$\beta = 1 - F\left(\frac{m - m}{S_m}\right), \quad (104)$$

где $F(\cdot)$ — функция нормированного нормального распределения; S_m — оценка среднего квадратического отклонения величины m , $\bar{m}$; m — корни уравнений $P = e^{-\bar{m}}$, $P = e^{-m}$.

Вероятности $\bar{P}_\gamma$, P_γ , α , β полностью определяют план контроля. Действительно, поскольку S_m зависит от n и N , то из (104) можно найти объем выборки n и контрольный параметр m_k приемки партий изделий из $N - n$ единиц таким образом, что при значениях $m \leq m_k$ партия изделий из $N - n$ единиц принимается, при $m > m_k$ партия изделий из $N - n$ единиц отклоняется (бракуется).

Представим оценку S_m в следующем виде:

$$S_m^2 = \left(\frac{\partial m}{\partial S_R}\right)^2 \frac{S_R^2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) c}{2} +$$

$$+ \left(\frac{\partial m}{\partial R}\right)^2 S_R^2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) c +$$

$$+ \left(\frac{\partial m}{\partial \bar{B}} \right)^2 \frac{S_{\bar{B}}^2}{n_Q} + \left(\frac{\partial m}{\partial S_R} \right)^2 \frac{S_R^2}{2n_Q} + \left(\frac{\partial m}{\partial Q} \right)^2 \frac{S_Q^2}{n_Q}, \quad (105)$$

где n — число испытаний изделий до предельного состояния; n_Q — число испытаний изделий при максимальной эксплуатационной нагрузке; $S_{\bar{B}}$ — оценка среднего квадратического отклонения величины $\bar{B}$, входящей в формулу (102); $c = N(N-1)$.

Представим соотношение (105) в виде

$$S_m^2 = A \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) c + \frac{D}{n_Q}, \quad (106)$$

где

$$A = m^2 \left[\frac{h^2 - 1}{2(1 + q^2)} + \frac{h^2}{1 + q^2} \right];$$

$$D = m^2 \left[\frac{h^2 q^2 + 1}{2(1 + q^2)} + \frac{h^2}{1 + q^2} + \frac{S_{\bar{B}}^2}{\bar{B}^2} \right];$$

$$q^2 = S_Q^2 / S_R^2.$$

Числа m и n находятся из уравнений, эквивалентных (104),

$$h_{1-\alpha} = \frac{m - \underline{m}}{S_m}; \quad h_{1-\beta} = \frac{m - \bar{m}}{S_m}, \quad (107)$$

где $h_{1-\alpha}$, $h_{1-\beta}$ — квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям $1 - \alpha$ и $1 - \beta$; S_m — среднее квадратическое отклонение величины m при $m = m_k$. По известному соотношению найдем

$$m_k = \frac{h_{1-\alpha} \underline{m} + h_{1-\beta} \bar{m}}{h_{1-\alpha} + h_{1-\beta}}. \quad (108)$$

Это соотношение удовлетворяет (107). При $\alpha = \beta$

$$m_k = \frac{1}{2} (\bar{m} + \underline{m}). \quad (109)$$

При $\beta \gg \alpha$

$$m_k \approx \bar{m}.$$

Из (106) и (107) получим

$$\frac{1}{A \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) + \frac{D}{n_Q}} = \left(\frac{h_{1-\alpha} + h_{1-\beta}}{\underline{m} + \bar{m}} \right)^2$$

или

$$n = \left[\frac{1}{N} - \frac{c_1}{n_0} - \frac{c_1 D}{A n_Q} \right]^{-1}; \quad (110)$$

$$n_0 = A \left(\frac{h_{1-\alpha} + h_{1-\beta}}{\underline{m} + \bar{m}} \right)^2; \quad (111)$$

$$c_1 = \frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{N}.$$

В ряде практических случаев $h_Q \gg n$. Тогда членом $\frac{c_1 D}{A n_Q}$ в выражении (110) можно пренебречь.

Из (110) и (111) следует, что с уменьшением α и β растут величины $h_{1-\alpha}$ и $h_{1-\beta}$, тем самым повышается «жесткость» контроля. При этом увеличивается число n испытаний изделий до предельного состояния. Величины α и β обычно задаются из условий оптимальной стоимости и эффективности процедуры контроля и принимаются, как правило, достаточно малыми. Наиболее часто используют диапазон их значений 0,01—0,1.

Апостериорная оценка качества продукции с учетом априорной информации. Соотношения (110) и (111) справедливы для случая, когда не учитывается априорная информация по данным контрольно-технологических испытаний изделий. С целью учета этой информации в форме (99) для повышения точности и достоверности анализа качества изделий рассмотрим следующую систему событий:

событие U , состоящее в том, что данная партия изделий из $N - n$ единиц принята после проведения n контрольно-выборочных испытаний до предельного состояния (по прочности, устойчивости, герметичности и т. д.);

событие V , состоящее в том, что данная партия из $N - n$ единиц изделий является качественной;

событие UV , состоящее в том, что данная партия изделий из $N - n$ единиц принята и является качественной.

Вероятность события UV

$$P(UV) = P(U) \cdot P(V/U),$$

где $P(V/U)$ — вероятность ненаступления предельного состояния любого из изделий в партии из $N - n$ единиц (при последующем их функционировании при нагрузке $Q_{\max}$), принятой по результатам n контрольно-выборочных испытаний с нагрузкой R .

Вероятности $P(U)$ и $P(UV)$ можно определить с помощью следующих соотношений:

$$P(U) = P_a(1 - \alpha) + \beta(1 - P_a);$$

$$P(UV) = P_a(1 - \alpha),$$

где P_a — априорная вероятность ненаступления предельного состояния изделий.

Следовательно,

$$P = P(V/U) = \frac{P(UV)}{P(U)} = \frac{P_a(1 - \alpha)}{P_a(1 - \alpha) + (1 - P_a)\beta},$$

откуда

$$\left(\frac{1 - P}{P}\right) \left(\frac{P_a}{1 - P_a}\right) = \frac{\beta}{1 - \alpha}. \quad (112)$$

Из (112) следует, что с ростом априорной вероятности P_a при $P = \text{const}$ «жесткость» контроля может быть снижена. При этом выходное качество контроля остается неизменным, т. е. $P(V/U) = P$.

Из (104), (109) и (112) получим (при $\alpha = \beta$):

$$m = m_h = \frac{\bar{m} + m}{2};$$

$$\left(\frac{1 - P}{P}\right) \left(\frac{P_a}{1 - P_a}\right) = \frac{1 - F\left(\frac{m - \bar{m}}{S_m}\right)}{F\left(\frac{m - \bar{m}}{S_m}\right)};$$

$$F(\Delta) = \frac{1}{1 - Q} = Q_1; \quad \Delta = \frac{m - \bar{m}}{S_m};$$

$$\theta = \left(\frac{1 - e^{-m_h}}{e^{-m_h}}\right) \left(\frac{P_a}{1 - P_a}\right), \quad (113)$$

откуда

$$\frac{m - \bar{m}}{2S_m} = h_{Q_1}; \quad \frac{1}{S_m} = \frac{2h_{Q_1}}{m - \bar{m}}. \quad (114)$$

Из (106) и (114) найдем

$$n = \left[\frac{1}{N} + \frac{c_1}{n_{01}} - \frac{c_1 D}{n_Q A}\right]^{-1}; \quad (115)$$

$$n_0 = \frac{4h_{Q_1}^2}{(m - \bar{m})}, \quad (116)$$

где h_{Q_1} — квантиль, соответствующая вероятности Q_1 .

В целом ряде практических случаев величины A и D , входящие в соотношения (115) и (116), удовлетворяют следующим условиям:

$$A \leq \left(1 + \frac{h_k^2}{2}\right) \varphi^2(h_k) \frac{1}{F^2(h_k)};$$

$$D \leq \left(1 + \frac{h_k^2}{2}\right) \varphi^2(h_k) \frac{1}{F^2(h_k)},$$

где h_k — корень уравнения $e^{-m_h} = F(h_k)$.

С учетом изложенного можно записать выражение

$$n \approx \left[\frac{1}{N} + \frac{c_1}{n_{01}} - \frac{c_1}{n_Q}\right]^{-1} \quad (117)$$

Из (111), (116) и (117) следует, что использование априорной информации в виде зависимости (103) изменяет значение n_0 в $h_{Q_1}^2/h_{1-\beta}^2$ раз. Величина n_{01} равна объему выборки n при больших партиях ($N \rightarrow \infty$) и неизвестных генеральных характеристиках максимальной эксплуатационной нагрузки $Q_{\max}$, т. е. $\lim_{N \rightarrow \infty} n = n_{01}$.

Величина n_0 и контрольный параметр m_h , определяемые без учета (103),

8. Значения величин n_0 и A_0

K	β						K	β					
	0,01			0,05				0,01			0,05		
	n_0	A_0	n_0	A_0	n_0	A_0		n_0	A_0	n_0	A_0	n_0	A_0
1,5	136	0,81	101	0,79	83	0,76	1,5	95	0,84	67	0,81	55	0,79
2,0	46	0,69	35	0,65	30	0,62	2,0	33	0,73	23	0,68	19	0,65
2,5	27	0,61	21	0,56	18	0,53	2,5	19	0,65	14	0,61	11	0,56
3,0	19	0,54	15	0,50	13	0,47	3,0	13	0,60	10	0,54	8	0,50
4,0	12	0,45	10	0,41	9	0,39	4,0	9	0,52	7	0,47	6	0,44
5,0	9	0,39	8	0,36	7	0,33	5,0	7	0,47	5	0,39	4	0,34
10,0	5	0,26	4	0,21	4	0,21	10,0	4	0,34	3	0,27	3	0,27
$\alpha = 0,01$							$\alpha = 0,05$						
$\alpha = 0,10$							$\alpha = 0,10$						
1,5	136	0,81	101	0,79	83	0,76	1,5	77	0,86	52	0,83	41	0,81
2,0	46	0,69	35	0,65	30	0,62	2,0	26	0,76	18	0,71	15	0,69
2,5	27	0,61	21	0,56	18	0,53	2,5	15	0,69	11	0,64	9	0,60
3,0	19	0,54	15	0,50	13	0,47	3,0	11	0,64	8	0,58	6	0,53
4,0	12	0,45	10	0,41	9	0,39	4,0	7	0,56	5	0,49	4	0,44
5,0	9	0,39	8	0,36	7	0,33	5,0	5	0,49	4	0,44	3	0,37
10,0	5	0,26	4	0,21	4	0,21	10,0	3	0,37	2	0,27	2	0,27

могут быть найдены по табл. 8, в которой их значения получены на основе точного χ^2 -распределения, которому подчинена случайная величина m . Контрольный параметр

$$m_k = \frac{\bar{m}}{A_0} \approx \frac{1 - \bar{P}}{A_0} = \frac{1 - P}{KA_0}, \quad (118)$$

где A_0 находится по табл. 8.

Таким образом, соотношение (116) следует использовать при применении зависимости

$$n_{01} = n_0 \frac{h_{Q_1}^2}{h_{1-\beta}^2}. \quad (119)$$

Из анализа соотношений (117) и (119) следует, что с ростом априорной вероятности, получаемой по выражению (103) или (что эквивалентно) с ростом нагрузки Q^* , величина n_0 уменьшается. При равенстве априорной вероятности требуемому значению, т. е. $P_a = e^{-m_k}$, величина $n = 0$ (рис. 15). В этом случае от процедуры контроля, в которой изделия доводятся до предельного состояния, можно отказаться, если нагрузка Q^* удовлетворяет условию

$$m^* = m_k. \quad (120)$$

При этом предполагается, что за промежуток времени $[0, t_1]$ проведения контрольно-технологических испытаний с нагрузкой Q^* не изменяются механические свойства конструкционного материала. Значения m^* находят из соотношения (102). График, представленный на рис. 15, может быть перестроен в график функции $n(P^*)$ (рис. 16).

Таким образом, при условии неизменности механических свойств конструкционного материала испытываемых изделий с нагрузкой Q^* полученная зависимость $n(P^*)$ позволяет выбирать рациональные величины Q^* и n .

При изменении механических свойств конструкционного материала, например, из-за повторных нагружений изделий при проведении контрольно-технологических испытаний с нагрузкой Q^* снижение надежности изделий может быть учтено по специальной методике [2].

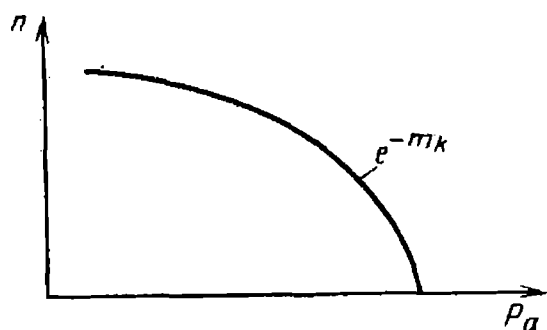


Рис. 15. Качественная зависимость $n(P_a) = e^{-m_k}$

Рациональное число эксплуатационных испытаний изделий с нагрузкой $Q_{\max}$, используемое в соотношении (117) для расчета объема n , может быть определено, например, из незначительности влияния члена c_1/n_Q по сравнению с $[(1/N) + c_1(n_{01})]$. Таким условием, в частности, может явиться зависимость

$$\frac{1 - 1/N}{n_Q} \leq 0,1 \left(\frac{1}{N} + \frac{1 - 1/N}{n_0} \right),$$

откуда

$$n_Q \geq \frac{10(1 - 1/N)}{\frac{1}{N} + \frac{1/N}{n_0}}.$$

Обычно при больших $Nn_Q \leq 10n_{01}$, что приближенно эквивалентно $n_Q \geq 15$. Для определения числа n могут быть использованы также результаты эксплуатационных испытаний изделий при нормальных режимах, число которых обычно меньше, чем рекомендуемое. Согласно (117) это вызовет некоторое увеличение n .

После проведения контрольно-выборочных испытаний изделий до предельного состояния следует по данным этих испытаний определить значения

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i; S_R = \\ &= \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

с последующей их подстановкой в соотношение (102).

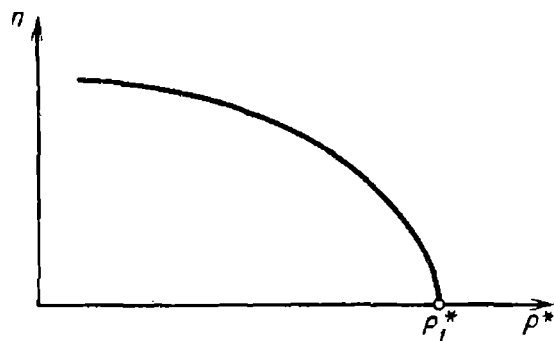


Рис. 16. Качественная зависимость $n(P^*)$:

точка P_1^* — корень уравнения (60)

При этом, если выполняется условие

$$m \approx (1 - P) \leq \bar{m}/A_0,$$

то партия изделий из $N - n$ единиц принимается.

При $m \approx (1 - P) > \bar{m}/A_0$ партия изделий из $N - n$ единиц отклоняется (бракуется).

Число A_0 находится по табл. 8 по значениям α , β и K .

Пример 12. Пусть по данным $n_Q = 30$ контрольно-эксплуатационных испытаний изделий в номинальном режиме с нагрузкой Q^* и известным S_{Q^*} найдена априорная оценка P_a (по $N = 15$). Партия изделий прошла контрольно-технологические испытания с нагрузкой Q^* и поступила на контрольные испытания до предельного состояния (до разрушения, до потери устойчивости, герметичности и т. д.). Требуется определить объем выборки n для изделий с целью их испытаний до предельного состояния.

Пусть приняты $\alpha = \beta = 0,05$ и $K = 2,5$.

1. Из табл. 6 по $\alpha = \beta = 0,05$ и $K = 2,5$ найдем $n_0 = 14$ и $A = 0,61$.

2. По (118)

$$m_k = \frac{0,008}{0,61 \cdot 2,5} = 0,0052.$$

Пусть $Q_1 = 0,72$, тогда из таблиц нормированного нормального распределения по вероятностям $1 - \beta = 0,95$ и $Q_1 = 0,72$ найдем соответствующие им квантили $h_{1-\beta} \approx 1,65$ и $h_{Q_1} = 0,58$.

3. По (117) с учетом того, что $c_1 = 1 - 1/N = 0,93$, найдем объем выборки

$$n = \left[\frac{1}{15} + \frac{0,93}{14 \cdot (0,58/1,65)^2} - \frac{0,93}{30} \right]^{-1} \approx 2.$$

Учет многократности проведения испытаний при контроле и априорной оценке качества. В целом ряде случаев контрольно-технологические испытания изделий (по проверке герметичности сварных швов, структурной целостности конструкционного материала в определенных зонах и т. д.) могут проводиться неоднократно, что обычно оговаривается в соответствующих технических условиях. В таких случаях количественная оценка априорной вероятности вида (103) подлежит уточнению. Это можно сделать с помощью следующего методического подхода.

Пусть нагрузка Q^* при проведении контрольно-технологических испытаний воздействует на изделия дважды. Тогда вероятность того, что нагрузка Q^* в обоих случаях окажется меньше разрушающей нагрузки, будет равна P_1 . При этом вероятность того, что нагрузка Q^* достигнет предельного значения R хотя бы один раз, равна $1 - P^2$. Следовательно, при n -кратном воздействии нагрузки Q^* эта вероятность будет равна $1 - P^n$. Таким образом, при n -кратном воздействии нагрузки Q^* интегральная кривая вероятности P переходит в P^n . В таком случае плотность вероятности для случая n -кратного нагружения изделия нагрузкой Q^*

$$P_n = \frac{d}{dx} P_1^n = n P_1^{n-1} p_1, \quad (121)$$

где p_1 — ординаты кривой распределения в случае однократного нагружения. Если кривая p_1 подчиняется нормальному закону распределения, то кривая p_n будет отлична от нормального распределения. Однако это отличие при небольших n незначи-

тельно. Поэтому плотность распределения $\varphi(p_n)$ можно приближенно заменить нормальной кривой с теми же параметрами, а именно:

математическим ожиданием

$$m_{Q_n^*} = \int_{-\infty}^{\infty} x p_n dx = n \int_{-\infty}^{\infty} x P_1^{n-1} p_1 dx; \quad (122)$$

дисперсией

$$\sigma_{Q_n^*}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_{Q_n^*})^2 P_1^{n-1} p_1 dx. \quad (123)$$

При двухразовом нагружении с нормальным законом распределения нагрузки

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{Q_1^*}} \exp \left(-\frac{h^2}{2} \right) = \frac{1}{\sigma_{Q_1^*}} \Phi(h), \quad (124)$$

где $\Phi(h)$ — табличная функция Лапласа параметра $h = (x - m_{Q_1^*})/\sigma_{Q_1^*}$;

$$P_1 = \frac{1}{2} + \Phi(h). \quad (125)$$

Тогда с учетом (124) и (125)

$$m_{Q_2^*} = \frac{2}{\sigma_{Q_1^*}} \int_{-\infty}^{\infty} x \left[\frac{1}{2} + \Phi(h) \right] \times \Phi(h) dx = m_{Q_2^*} - m_{Q_1^*} = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \approx 0,56 \sigma_{Q_1^*}; \quad (126)$$

$$\sigma_{Q_2^*}^2 = \frac{2}{\sigma_{Q_1^*}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_{Q_1^*} - \frac{\sigma_{Q_1^*}}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \times \left[\frac{1}{2} + \Phi(h) \right] \Phi(h) dx = \sigma_{Q_1^*}^2 \left(1 - \frac{1}{\pi} \right) \approx 0,83 \sigma_{Q_1^*}^2. \quad (127)$$

Аналогично при трехразовом нагружении изделия

$$\begin{aligned}
 m_{Q_3^*} &= \frac{3}{\sigma_{Q_1^*}} \int_{-\infty}^{\infty} x \left[\frac{1}{2} + \Phi(h) \right]^2 \times \\
 &\times \Phi(h) dx = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{Q_1^*}}{\sqrt{\pi}} + m_{Q_1^*}; \quad (128) \\
 m_{Q_3^*} &= m_{Q_1^*} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{Q_1^*}}{\sqrt{\pi}} \approx 0,85\sigma_{Q_1^*}; \\
 \sigma_{Q_3^*}^2 &= \frac{3}{\sigma_{Q_1^*}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_{Q_1^*} - \frac{3\sigma_{Q_1^*}}{2\sqrt{\pi}} \right)^2 \times \\
 &\times \left(\frac{1}{2} + \Phi(h) \right)^2 \Phi(h) dx = \\
 &= \sigma_{Q_1^*} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} - \frac{9}{4\pi} \right), \\
 \sigma_{Q_3^*} &\approx 0,75\sigma_{Q_1^*}. \quad (129)
 \end{aligned}$$

При четырехразовом нагружении изделия

$$m_{Q_4^*} = m_{Q_1^*} + 1,029\sigma_{Q_1^*}; \quad (130)$$

$$\sigma_{Q_4^*} \approx 0,68\sigma_{Q_1^*}. \quad (131)$$

При большом числе повторного нагружения изделий для получения параметров нагрузки Q^* , как нормально распределенной случайной величины, можно воспользоваться следующими приближенными формулами:

$$m_{Q_n^*} = m_{Q_1^*} + 3,38(1 - n^{0,262})\sigma_{Q_1^*}; \quad (132)$$

$$\sigma_{Q_n^*} = n^{0,262}\sigma_{Q_1^*}. \quad (133)$$

В общем случае вероятность ненаступления предельного состояния изделия при повторном его нагружении нагрузкой Q^*

$$P_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(h), \quad (134)$$

где $h = (\bar{R} - m_{Q_n^*})/\sigma_{Q_n^*}$; $m_{Q_n^*}$ — величина, определяемая по формуле (132); $\sigma_{Q_n^*}$ — величина, определяемая по формуле (133).

Глава 3

Контроль качества и надежности продукции с применением ускоренных испытаний

1. ПРИНЦИПЫ УСКОРЕНИЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ

В зависимости от способа получения исходных данных методы контроля показателей надежности подразделяются на расчетные, экспериментальные и расчетно-экспериментальные. К расчетным относят методы, основанные на вычислении показателей надежности по справочным данным о надежности составных частей с учетом функциональной структуры и видов разрушения, по информации о надежности изделий-аналогов, по результатам экспертной оценки надежности, по данным о свойствах материалов, физической природе механизма отказа и по другой информации об изделии, имеющейся к моменту оценки надежности.

К экспериментальным относят методы, основанные на использовании статистических данных, получаемых при испытаниях изделий на надежность, в том числе в условиях нормальной эксплуатации или при экстремальных условиях.

К расчетно-экспериментальным относят методы, основанные на вычислении показателей надежности по исходным данным, определяемым экспериментальными методами. Исходные данные для расчетно-экспериментального метода контроля надежности изделий следующие.

1. Информация о надежности изделия, имеющаяся к моменту оценки надежности (результаты предшествующих испытаний, данные эксплуатации, технических обслуживаний и ремонтов и т. д.).

2. Экспериментальные оценки: единичных показателей, определяющих контролируемый комплексный показатель надежности; показателей надежности составных частей изделий, полученные при их автономных испытаниях или при испытаниях в составе изделия; параметров нагрузки и прочности изделия и его составных частей, используемых для расчета показателей надежности на основе моделей «непревышения» (моделей «нагрузка—прочность», «нагрузка—изнашивание»).

3. Экспериментальные данные об изменении параметров, характеризующих работоспособное состояние изделий, используемые для прогнозирования их надежности на заданное время (заданную наработку);

4. Показатели надежности составных частей, содержащихся в технических условиях на эти изделия и т. п.

Состав испытаний на надежность приведен в табл. 1.

Испытания на надежность серийных изделий проводят в составе периодических и типовых испытаний или выделяют в самостоятельно проводимые испытания или наблюдения при подконтрольной эксплуатации.

Контрольные испытания на надежность проводят по методикам, содержащимся в стандартах и технических условиях, или по отдельно изданным методикам, согласованным, утвержденным и аттестованным в установленном порядке.

Периодичность контрольных испытаний на надежность устанавливают в зависимости от контролируемых показателей и числа выпускаемых изделий с учетом возможности завершения предыдущего цикла испытаний

1. Состав испытаний на надежность

Контролируемое свойство надежности	Контроль при испытаниях					
	предваритель- ных	приемочных	квалифика- ционных	приемо- сдаточных	периодических	типовых
Безотказность	Определитель- ные (нормаль- ные или уско- ренные)	Контрольные (нормальные или ускорен- ные)	Контрольные (нормальные или ускорен- ные)	Контрольные (нормаль- ные) **	Контрольные (нормальные или ускорен- ные)	Сравнительные (нормальные или ускорен- ные)
Ремонтопригодность	Определитель- ные (ускорен- ные)	Контрольные (ускоренные)	Контрольные (ускоренные)	Не проводят	Не проводят	Сравнительные (ускоренные)
Долговечность Сохраняемость	Самостоятельно проводимые определительные (ускоренные или нормальные)		Не проводят *	Не проводят	Самостоятельно проводимые контрольные (ускоренные или нормальные)	
Комбинация несколь- ких свойств	Определитель- ные	Контрольные	Контрольные	Не проводят	Контрольные	Контрольные или сравни- тельные

* По требованию заказчика испытания установочной серии изделий на долговечность и сохраняемость могут проводиться как самостоятельные контрольные испытания (ускоренные или нормальные).

** Только для изделий кратковременного действия.

к началу очередного цикла и необходимого резерва времени для технического обслуживания и ремонта испытательного оборудования.

Контрольные испытания на ремонтпригодность проводятся с целью проверки соответствия показателей ремонтпригодности изделий значениям, установленным в нормативно-технической документации. Если специально организованные контрольные испытания на ремонтпригодность невозможны или экономически нецелесообразны при разработке изделий или при приемочных испытаниях, то контроль ремонтпригодности проводится в процессе эксплуатации при выполнении операций технического обслуживания и ремонта (например, для дорогостоящих изделий, разборка которых невозможна без нарушения работоспособности).

Контрольные испытания на ремонтпригодность, как правило, совмещаются с испытаниями по оценке других показателей надежности изделий.

При контроле ремонтпригодности применяются методы испытаний с *возникающей необходимостью* технического обслуживания (ТО) и ремонта, испытания с создаваемой необходимостью проведения ТО и ремонта и *комбинированные*.

Метод испытаний с *возникающей необходимостью* ТО и ремонта заключается в том, что изделия подвергаются нормальным или ускоренным испытаниям на безотказность, долговечность или сохраняемость, а необходимую информацию о продолжительности или трудоемкости операций технического обслуживания и ремонта получают при выполнении операций плановых и неплановых ремонтов, выполняемых в процессе проведения испытаний.

Метод испытаний на ремонтпригодность с создаваемой необходимостью в проведении ТО и ремонтов основан на проведении ремонтных операций на работоспособном изделии в установленное для испытаний время или путем введения в изделие повреждений по заранее принятому плану. Такие испытания проводятся как самостоятельные испытания на ремонтпригодность.

Метод комбинированных испытаний на ремонтпригодность строится на комбинировании перечисленных выше методов.

Определение показателей ремонтпригодности во всех методах проводится по данным хронометража отдельных операций по техническому обслуживанию и ремонту (смазка, регулировка, сборка, разборка, восстановление изношенных элементов и др.).

Эксплуатационные испытания на надежность проводятся, как правило, в рамках работ по сбору и обработке информации о надежности изделий.

Типовые схемы организации работы по сбору и обработке информации о надежности изделий приведены на рис. 1.

Сбор информации заключается в составлении и передаче первичных сообщений о надежности в организацию, проводящую сбор информации, в обследовании или анкетировании. Составление и передачу первичных сообщений проводит опорный пункт или эксплуатационные и ремонтные предприятия, а обследование — организация, осуществляющая сбор информации; при этом изучается техническое состояние изделий на месте их эксплуатации, анализируются первичные формы учета информации; результаты обследования отражают в формах-накопителях информации. Анкетирование проводит организация, осуществляющая сбор информации с помощью специальных опросных листов, направляемых в эксплуатационные и (или) ремонтные предприятия.

Выбор эксплуатационных предприятий должен производиться с учетом охвата всех типовых для данного изделия условий эксплуатации, предусмотренных нормативно-технической документацией.

Для получения информации о надежности следует также использовать ремонтные и эксплуатационные документы; акты расследования аварий и рекламаций; научно-технические отчеты по результатам анализа технического состояния и надежности изделий, находящихся в эксплуатации; материалы машиноиспытательных (научно-исследовательских) станций испытательных центров и полигонов.

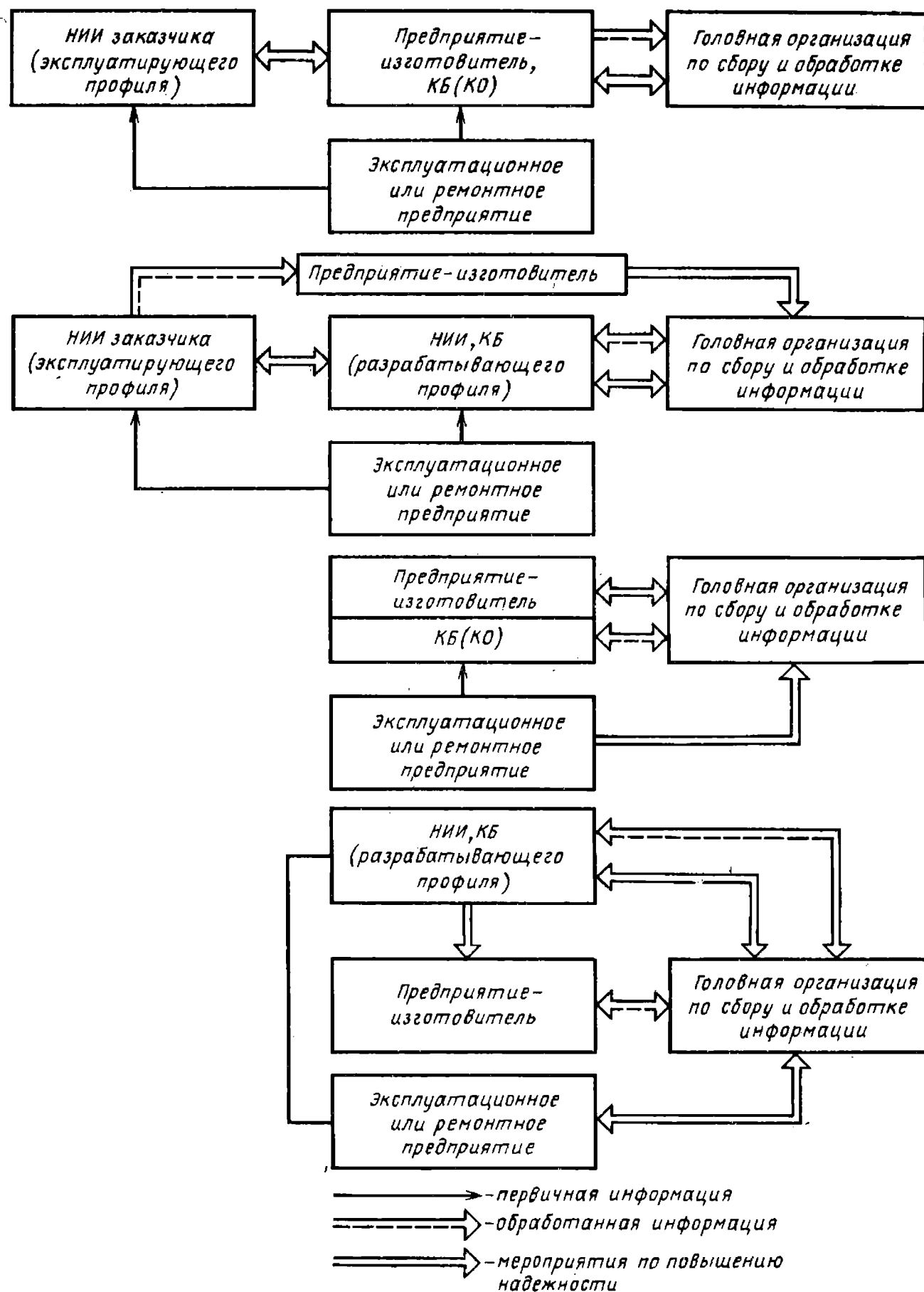


Рис. 1. Типовые схемы организации работ по сбору и обработке информации о надежности изделий

Для сбора и обработки информации предусматриваются первичные формы ее учета; формы-накопители эксплуатационной информации и формы записи результатов анализа надежности.

Первичные формы учета, предназначенные для записи несистематизированной информации, заполняются на месте эксплуатации. К ним относятся журналы учета наработок, повреждений и отказов изделий, технического обслуживания и ремонта изделий; разовые документы эксплуатации изделия предприятием-потребителем (путевой лист, карточка на ремонт агрегата, донесение об отказе изделия и т. п.).

Формы-накопители, служащие для записи систематизированной по необходимому признаку информации, заполняются по данным первичных форм или в процессе наблюдения за эксплуатацией изделия специально выделенным персоналом. К ним относятся карты-накопители сведений о техническом обслуживании и ремонте изделия.

Формы записи результатов анализа надежности включают данные о количественных и (или) качественных результатах анализа надежности изделия и его составных частей, режимах работы, фактическом расходе запасных частей, причинах отказов, номенклатуре деталей и сборочных единиц, лимитирующих надежность изделия. К формам записи результатов анализа надежности относятся: сводный перечень оценок показателей надежности изделия и его составных частей; сводный перечень видов повреждений и отказов изделия; сводные ведомости расхода запасных частей, трудоемкости и стоимости технического обслуживания и ремонта.

Принципы ускоренных испытаний. Под испытанием понимается экспериментальное определение количественных или качественных характеристик свойств изделия как результата его функционирования, воздействий или моделирования воздействий. В отличие от контроля при испытании всегда осуществляются некоторые воздействия на изделия, которыми могут быть факторы внешней среды или

взаимодействия, возникающие внутри изделия.

В тех случаях, когда цель испытаний — установление соответствия характеристик изделия заданным требованиям, испытания изделия сводятся к контролю. Такие испытания называются *контрольными*.

Испытания подразделяются на нормальные и ускоренные. К *нормальным* относятся испытания, которые обеспечивают получение необходимого объема информации о показателях качества изделий в такой же интервал времени, как и в предусмотренных условиях эксплуатации. К *ускоренным* относятся такие испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимой информации в более короткий срок, чем при нормальных условиях.

Ускоренные испытания могут проводиться в нормальном, форсированном или комбинированном режимах.

Ускорение испытаний в форсированном режиме достигается интенсификацией деградационных процессов, приводящих к отказам или повреждениям. Такие испытания называются *форсированными*. Ускоренные испытания без интенсификации процессов, приводящих к отказам или повреждениям, называются *сокращенными*.

Сокращение продолжительности испытаний при ускоренных испытаниях характеризуется *коэффициентом ускорения*, показывающим, во сколько раз продолжительность ускоренных испытаний меньше продолжительности испытаний, проведенных в условиях и режимах эксплуатации, регламентированных нормативно-технической документацией, т. е. при нормальных испытаниях.

Совокупность теоретических и экспериментальных закономерностей или обоснованных допущений, на основе которых достигается сокращение продолжительности испытаний, называется *принципом ускоренных испытаний*. Сокращенные испытания строятся на основе принципов *уплотнения рабочих циклов* или *экстраполяции по времени* (наработке). Уплотнение рабочих циклов достигается сокращением перерывов в работе, устранением простоев, сокращением времени на вспомога-

ные работы и т. п. Сокращение рабочих циклов допускается только в тех случаях, когда перерывы в работе не влияют на скорость процессов, приводящих к отказам. Экстраполяцию по времени (наработке) осуществляют на основе модели отказов. Нарботку до отказов оценивают по результатам кратковременных (усеченных) испытаний. Различают модели отказов, основанные на изучении закономерностей изменения выходных параметров или статистики отказов.

При использовании принципов сокращенных испытаний последние проводятся в нормальных режимах или в режимах, максимально приближенных к ним. При использовании этих принципов соблюдается эквивалентность разрушающих воздействий при сокращенных испытаниях и в условиях эксплуатации. При разработке полигонных или стендовых испытаний, основанных на данных принципах, основной задачей является обеспечение эквивалентности режимов испытаний. Эта эквивалентность должна оцениваться при выборе (назначении) режимов испытаний и при получении фактических характеристик нагруженности.

Первая оценка эквивалентности, сводящаяся к уточнению передаточной функции от задающего к исполнительному элементу нагружающего устройства, проводится при разработке стенда, а также во время периодических проверок его параметров, вторая оценка сводится к сравнению параметров стендового и эксплуатационного режимов нагружения. В зависимости от формы задания нормального режима проводится сопоставление (для стендовых и эксплуатационных режимов) средних значений нагрузок и дисперсии (при задании постоянного уровня нагрузки); тех же параметров и закона распределения (при задании нагрузок, распределенных по некоторому закону); тех же характеристик и корреляционной функции или спектральной плотности (при задании случайного процесса нагружения); аналитического вида зависимости параметров детерминированного нагрузочного режима от времени.

Принципы *форсированных испытаний* по способу пересчета их результатов на условия нормального режима подразделяются на две группы:

с пересчетом по известному до испытаний численному значению коэффициента ускорения;

с оценкой показателей надежности без предварительного определения коэффициента ускорения для заданного режима форсированных испытаний.

К первой группе относятся принципы *усечения спектра нагрузок, учащения рабочих циклов, сравнения*, ко второй — принципы *экстраполяции по нагрузке, «доламывания», запросов* и др.

Совокупность правил применения принципов ускоренных испытаний для определения или контроля показателей надежности групп или видов изделий образует *метод ускоренных испытаний*. В одном методе может быть использовано несколько принципов ускоренных испытаний.

Усечение спектра нагрузок заключается в исключении части нагрузок, не оказывающих существенного повреждающего воздействия на объект испытаний, что приводит к повышению среднего уровня нагрузок и, следовательно, к более быстрому наступлению отказа или предельного состояния.

Использование этого принципа обусловлено тем, что большинство машин и их элементов подвержены в нормальных условиях эксплуатации воздействию определенного спектра случайных или периодически повторяющихся нагрузок, точное воспроизведение которых представляет большие трудности. Поэтому в большинстве случаев проводят статистический анализ повторяемости нагрузок различных уровней и составляют программный блок нагрузок, в котором учитываются только нагрузки, влияющие на рассматриваемый процесс разрушения. Частным случаем усечения спектра нагрузок является исключение установившейся (постоянной) части рабочего цикла, например в случаях, когда при установившемся движении имеет место гидродинамическая смазка и, как следствие, малая величина износа, а во время пуска-остановок возникают условия граничной смазки или даже

полного отсутствия смазки. Исходя из предположения, что установившееся движение не приводит к существенному износу, испытания проводят только в режиме «пуск-остановка».

Принцип утащивания рабочих циклов основан на увеличении частоты циклического нагружения или скорости движения под нагрузкой. Его применение допустимо только в тех случаях, когда долговечность изделия, выраженная в количестве циклов, зависит от количества приложенных циклов воздействий, но не зависит от частоты их приложения или когда скорость скольжения не изменяет природу изнашивания поверхностей.

Принцип сравнения основан на использовании данных об аналогичных изделиях. В зависимости от имеющейся информации оценка надежности проводится следующими способами:

сравнением показателей надежности двух видов изделий по результатам только форсированных испытаний, а также изделий в форсированном режиме с результатами испытаний в этом же и нормальном режимах изделия-аналога;

пересчетом результатов испытаний изделия в форсированном режиме к нормальному режиму по имеющейся зависимости показателей надежности от уровня нагрузки.

К группе принципов форсированных испытаний, не требующих предварительного определения коэффициента пересчета, относят: экстраполяцию по нагрузке, принцип «доламывания» и принцип запросов. Примерами принципа экстраполяции по нагрузке служат ускоренные методы оценки предела выносливости. При использовании принципа «доламывания» изделия, имеющие различную наработку в нормальном режиме, доводят затем до отказа в форсированном режиме («доламывают»). Одновременно с этим по результатам испытаний только на форсированном режиме определяют показатели надежности новых изделий на этом режиме. На основании этих данных определяют показатели надежности приме-

нительно к нормальным режимам эксплуатации. Этот принцип используется при испытании дорогостоящих изделий (за время наработки в условиях эксплуатации они частично окупают свою первоначальную стоимость).

Принцип запросов применяется в тех случаях, когда возможно измерение параметра, выход которого за допустимые пределы означает отказ. В ходе испытаний нормальные и форсированные режимы нагружения чередуются (например, при испытаниях на износостойкость).

Разработка методов ускоренных испытаний, основанных на принципах форсирования, должна начинаться с изучения структуры изделия, т. е. характеристик взаимосвязи элементов, а также характера внешнего воздействия. Наиболее простыми по структуре являются изделия с одним видом разрушения и нагрузки. Такие изделия можно рассматривать как один элемент и использовать для них методы ускоренных испытаний на усталость (например, изделия типа валов и осей), износостойкость (например, режущий инструмент), электрическую прочность, коррозионную стойкость и т. п.

Изделия со слабой взаимосвязью между элементами можно рассматривать как систему, состоящую из несвязанных по критерию надежности элементов. Для таких изделий входное воздействие может задаваться избирательно, применительно к каждому элементу. Схемы проведения ускоренных испытаний таких изделий могут строиться двояко. В первом случае испытания планируют таким образом, чтобы получить показатели надежности изделия по критериям отказа каждого элемента. Для испытания должна браться партия изделий объема не меньшего, чем количество элементов в изделии. Режим испытаний устанавливается для каждого элемента. При такой схеме испытаний общая длительность испытаний тем больше, чем больше число элементов в изделии. Наиболее часто применяется другая схема испытаний, при которой показатели надежности изделия контролируются по надежности слабого элемента (лимитирующего работоспо-

способность изделия в целом). В этом случае само изделие используется как стенд для наиболее точного воспроизведения воздействия на его испытываемый элемент.

Для изделий с сильной взаимосвязью между элементами (по критерию надежности) метод испытаний должен планироваться с учетом специфических особенностей этих взаимосвязей и вида разрушающих воздействий. Однако коэффициенты ускорения для различных элементов изделий в этом случае не будут равными. Для их выравнивания могут использоваться методы, основанные на периодическом снятии нагрузки с наименее долговечных элементов, на замене отдельных элементов другими, имеющими предварительную эквивалентную наработку, и т. п.

Способы определения коэффициентов ускорения и пересчета. Коэффициент ускорения испытаний при использовании принципа уплотнения рабочих циклов

$$K_y = \frac{M(C_{N, N})}{M(C_{N^*, N}^*)}, \quad (1)$$

где $M(C_{N, N})$, $M(C_{N^*, N}^*)$ — математические ожидания срока службы N -го объекта в выборке объема N (упорядоченной по возрастанию) соответственно при нормальных и ускоренных испытаниях.

Коэффициент пересчета показателей надежности, полученных при ускоренных испытаниях, в показатели надежности для нормальных режимов, выраженные в единицах календарной продолжительности, определяют по методу равных вероятностей (рис. 2). На стадии предварительных исследований берут две случайные выборки из одной и той же партии изделий. Одна из них испытывается в нормальных условиях, другая — в режиме ускоренных испытаний. В процессе испытаний фиксируются моменты отказа изделий. По полученным экспериментальным данным находится функция $K_{y, P}$ (см. рис. 2) как геометрическое место точек, соответствующих равным вероятностям P недостижения предельного состояния. Для этого

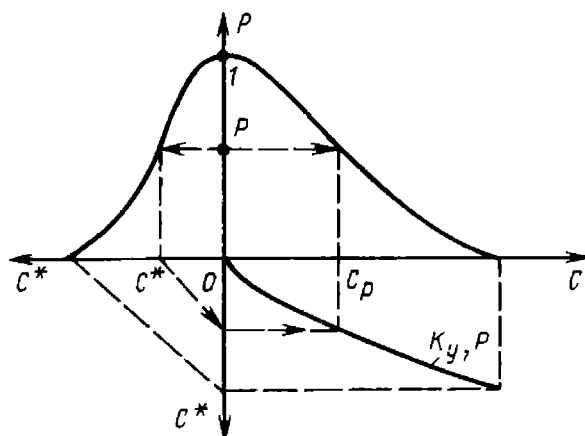


Рис. 2. Схема пересчета показателей надежности по методу равных вероятностей:

C , C^* — срок службы при нормальных и ускоренных испытаниях; P — вероятность недостижения предельного состояния

задается ряд значений вероятности P и определяются соответствующие им пары значений C_P и C_P^* , которые являются координатами точек искомой функции $K_{y, P}$. Для подтверждения инвариантности полученной функции испытания могут быть проведены на нескольких партиях. Результаты ускоренных испытаний любой другой выборки пересчитывают к нормальным условиям с определением коэффициента ускорения по кривой $K_{y, P}$.

Если показатель надежности при ускоренных испытаниях и в эксплуатации подсчитывается в единицах наработки, то коэффициент пересчета равен единице.

Принцип экстраполяции по времени (наработке) основан на гипотезе о возможности достаточно достоверного прогнозирования надежности изделия по результатам усеченных или кратковременных испытаний. Прогнозирование может осуществляться на основе изучения закономерностей изменения выходных параметров, определяющих работоспособное состояние, и статистических данных об отказах изделий.

Параметрическая модель отказов представлена на рис. 3. Вероятность отказа $F(t)$ характеризует вероятность выхода параметра x за установленную границу. В начальный момент ($t = 0$) имеет место рассеяние

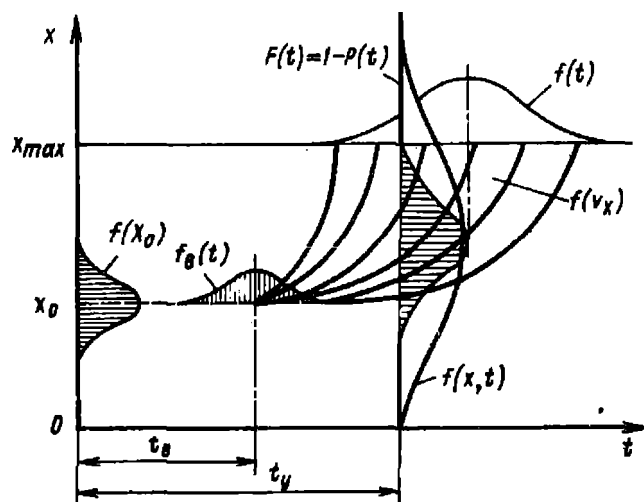


Рис. 3. Параметрическая модель отказов:

$x_{\max}$ — предельное допустимое значение выходного параметра; $f(x_0)$ — плотность распределения выходного параметра в начале испытаний; t_0 — начало старения, изнашивания и т. д.; $f(t)$ — плотность распределения наработок до отказа; $F(t) = 1 - P(t)$ — вероятность отказа; $f(x, t)$ — плотность распределения выходного параметра; $f(v_x)$ — плотность распределения скорости изменения выходного параметра; t — наработка; t_y — наработка на момент усечения испытаний

параметра x , определяемое функцией $f(x_0)$ при среднем значении x_0 . По мере увеличения наработки выходной параметр x изменяется. В большинстве случаев существенное изменение параметра x начинается после некоторой наработки t_0 и протекает со случайной скоростью $v_x = dx/dt$. Изменяя значение параметра x в момент усечения испытаний t_y , можно получить плотность распределения значений выходного параметра $f(x, t)$, который определяет вероятность выхода параметра x за границу $x_{\max}$, т. е. вероятность отказа $F(t)$.

Цензурированная (усеченная) модель отказов основана на регистрации отказов до момента усечения испытаний, что приводит к получению выборки, представляющей собой наработки всех N объектов испытаний как отказавших, так и оставшихся работоспособными.

Различают два вида цензурирования (усечения): прекращение испытаний при заданной наработке и при заданном количестве отказов.

При использовании принципа экстраполяции по времени (наработке) коэффициент ускорения

$$K_y = \begin{cases} M(C_{N,N})/C_y & \text{— при усечении испытаний по наработке;} \\ M(C_{N,N})/M(C_{r,N}) & \text{— при усечении испытаний по количеству отказов,} \end{cases}$$

где $M(C_{N,N})$, $M(C_{r,N})$ — математические ожидания продолжительности испытания, соответствующие наработкам $t_{N,N}$ и $t_{r,N}$ последнего и r -го объекта в упорядоченной (по возрастанию наработки) выборке объема N ; C_y — продолжительность испытания, соответствующая наработке t_y на момент усечения испытаний.

Если показатель надежности подсчитывают в эксплуатации по календарной продолжительности, а при испытаниях — по наработке, то коэффициент пересчета определяют по методу равных вероятностей (см. рис. 2).

Можно считать, что экстраполяция по наработке дает удовлетворительные результаты по точности при продолжительности испытаний не менее 40—70 % ресурса изделий при нормальных испытаниях.

При известных характеристиках случайного процесса $\xi(t)$ изменения во времени основного параметра экстраполяция сводится к определению вероятности безотказной работы до момента времени T , рассматриваемой как вероятность первого пересечения установленной границы изменения параметра T_0 (рис. 4).

Случайную функцию изменения параметра можно представить в виде

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t) + x(t),$$

где m_0 — начальное значение параметра (центр настройки); $\eta(t)$ — изменения параметра, обусловленные деградиационными процессами, протекающими со средней скоростью; $x(t)$ — флуктуация параметра, обусловленная медленно протекающими процессами. Флуктуация параметра может быть представлена в следующем виде: $x(t) = z(t) + c(t)$, где $z(t)$ — периодическая составляющая, являющаяся детерминированной

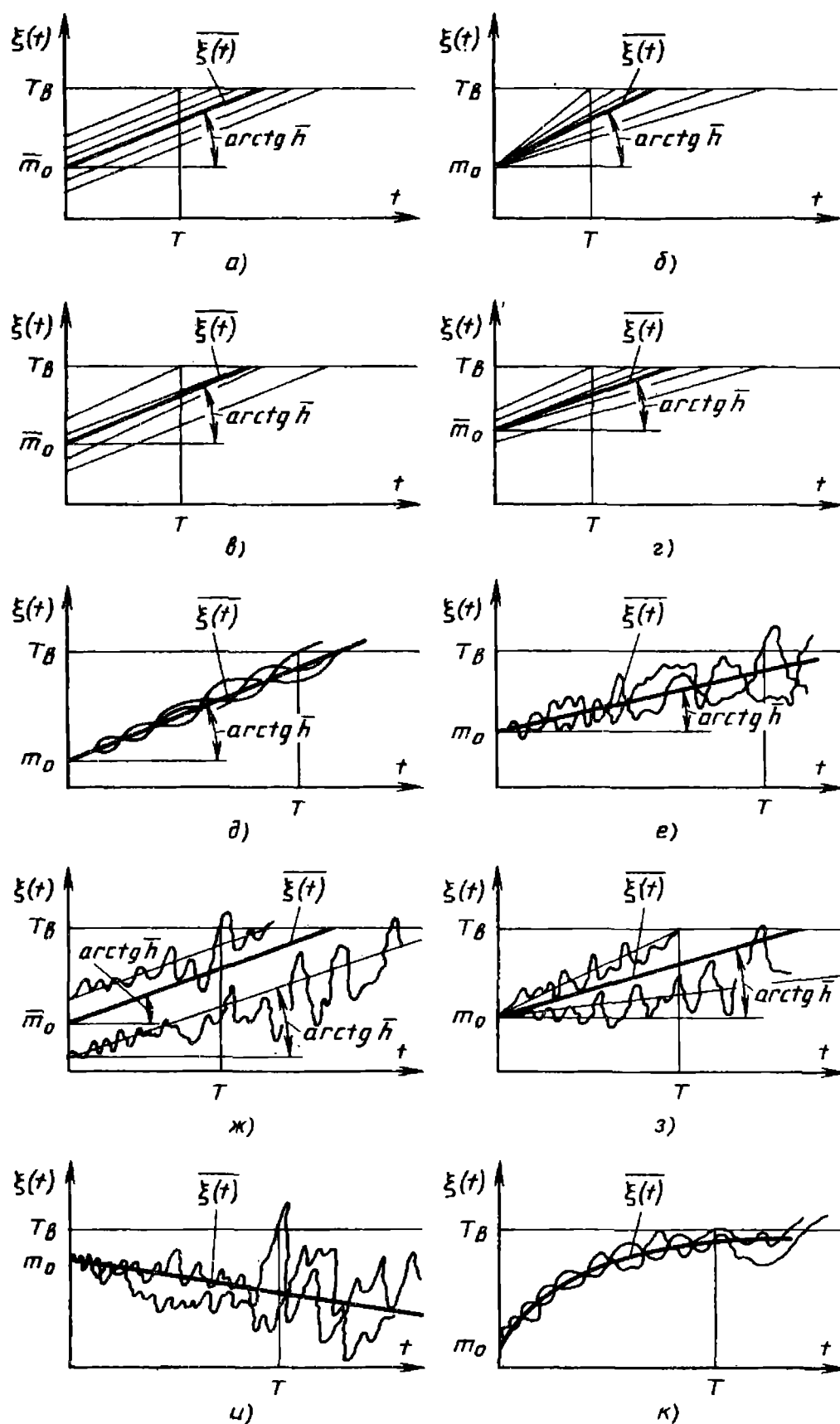


Рис. 4. Основные виды случайных функций изменения параметров

функцией; $c(t)$ — случайная составляющая, являющаяся стационарной случайной функцией.

Основные виды случайных функций изменения параметра приведены на рис. 4.

Линейная расслоенная случайная функция (см. рис. 4, а)

$$\xi(t) = m_0 + ht; \quad h > 0,$$

где h — скорость смещения параметра (центра настройки).

Для погрешности настройки (измерения параметра m), распределенной по нормальному закону с параметрами $\bar{m}_0$ и σ_{m_0} , наработка на отказ подчинена нормальному закону с параметрами:

$$\bar{t} = \frac{T_B - \bar{m}_0}{h}; \quad \sigma = \frac{\sigma_{m_0}}{h},$$

а вероятность безотказной работы

$$P(t) = \Phi \left\{ \frac{T_B - \bar{m}_0 - th}{\sigma_{m_0}} \right\},$$

где $\Phi\{x\}$ — функция Лапласа.

Линейная веерная случайная функция (см. рис. 4, б)

$$\xi(t) = m_0 + ht,$$

где $h \sim [N, \bar{h}, \sigma_h]$.

Здесь N — символ нормального распределения.

Для этого процесса

$$\xi(t) = m_0 + ht;$$

$$\sigma_\xi^2(t) = \sigma_h^2 t^2.$$

Вероятность недостижения предельного состояния изделием

$$P(t) = \Phi \left\{ \left(\frac{T_B - m_0}{\sigma_h} - t \right) / \frac{\sigma_h t}{h} \right\}.$$

Линейная ветвящаяся случайная функция с некоррелированными параметрами m_0, h (см. рис. 4, в)

$$\xi(t) = m_0 + ht.$$

При этом

$$m_0 \sim [N, \bar{m}_0, \sigma_{m_0}];$$

$$h \sim [N, \bar{h}, \sigma_h].$$

Наработка до отказа подчинена следующему распределению:

$$P(t) = \Phi \left(\frac{T_B - \bar{m}_0 - \bar{h}t}{\sqrt{\sigma_{m_0}^2 + \sigma_h^2 t^2}} \right).$$

Линейная ветвящаяся случайная функция с коррелированными параметрами m_0 и h (см. рис. 4, г)

$$\xi(t) = m_0 + ht,$$

где

$$m_0 \sim [N, \bar{m}_0, \sigma_{m_0}];$$

$$h \sim [N, \bar{h}, \sigma_h].$$

В этом случае

$$\bar{\xi}(t) = \bar{m}_0 + \bar{h}t.$$

Если

$$\text{cov}(m_0, h) = \alpha \sigma_{m_0}^2;$$

$$\alpha > 0; \quad \sigma_{m_0} \leq 0,25 (T_B - \bar{m}_0),$$

то наработка до отказа при данной модели подчиняется закону

$$P(t) = \Phi \left(\frac{T_B - \bar{h}t - \bar{m}_0}{\frac{\sigma_h}{\bar{h}} (\bar{h}t + \bar{m}_0)} \right).$$

Компактная случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, д)

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t); \quad \bar{\eta}(t) = \bar{h}t;$$

$$\sigma_{m_0}^2(t) = dt; \quad \sigma_\eta^2(t) = dt, \quad \text{где } d > 0.$$

Наработка до отказа подчиняется нормальному закону с параметрами

$$\bar{t} = \frac{T_B - m_0}{h}; \quad \sigma^2 = \frac{d(T_B - m_0)}{h^3}.$$

Тогда

$$P(t) = \Phi \times \left\{ \left(\frac{T_B - m_0}{h} - t \right) / \sqrt{\frac{d(T_B - m_0)}{h^3}} \right\}.$$

Разнесенная возрастающая случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, е)

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t); \quad \bar{\eta}(t) = \bar{h}t; \quad h > 0;$$

$$\sigma_\eta^2(t) = dt; \quad \sigma_\xi^2(t) = dt;$$

$$\bar{\xi}(t) = m_0 + \bar{h}t.$$

Наработка до отказа имеет диффузионное распределение (собственное)

$$P(t) = \Phi \times \left\{ \frac{\left(\frac{T_B - m_0}{h} - t \right)}{\frac{T_B - m_0}{h} \sqrt{\frac{dt}{(T_B - m_0)^2}}} \right\} - \left[\exp \left(\frac{2}{\frac{d}{(T_B - m_0)^2} \frac{T_B - m_0}{h}} \right) \right] \times \frac{\left[- \left(\frac{T_B - m_0}{h} \right) - t \right]}{\frac{T_B - m_0}{h} \sqrt{\frac{dt}{(T_B - m_0)^2}}}.$$

Средняя наработка до отказа

$$\bar{t} = \frac{T_B - m_0}{h}.$$

Расслоенная возрастающая случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, ж)

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t); m_0 \sim [N, \bar{m}_0, \sigma_{m_0}];$$

$$\overline{\eta(t)} = \bar{h}t; h > 0; \sigma_{\eta}^2(t) = dt;$$

$$\overline{\xi(t)} = \bar{m}_0 + \bar{h}t; \sigma_{\xi}^2(t) = \sigma_{m_0}^2 + dt.$$

Наработка до отказа имеет диффузионное расслоенное распределение (собственное)

$$P(t) = \Phi \left\{ \frac{(T_B - \bar{m}_0) - th}{\sqrt{d \left(t + \frac{\sigma_{m_0}^2}{d} \right)}} \right\} - \\ - \exp \left\{ \frac{2h}{d^2} [d(T_B - \bar{m}_0) + \sigma_{m_0}^2 h] \right\} \times \\ \times \Phi \left\{ \left[-ht - (T_B - \bar{m}_0) - \frac{2h - \sigma_{m_0}^2}{d} \right] / \sqrt{dt + \sigma_{m_0}^2} \right\}.$$

Средняя наработка до отказа

$$\bar{t} = \frac{T_B - \bar{m}_0}{h}.$$

Веерная возрастающая случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, з)

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t);$$

$$\overline{\eta(t)} = \bar{h}t; h \sim [N, \bar{h}, \sigma_h];$$

$$\sigma_{\eta}^2(t) = dt; \xi(t) = m_0 + \bar{h}t;$$

$$\sigma_{\xi}^2(t) = dt + \sigma_h^2 t^2.$$

Распределение наработок до отказа подчинено диффузионному веерному несобственному распределению

$$P(t) = \Phi \left\{ \frac{(T_B - m_0) - \bar{h}t}{\sqrt{(d + \sigma_h^2 t)}} \right\} - \\ - \exp \left\{ \frac{2(T_B - m_0)^2}{d} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{\sigma_h^2}{d} + \frac{h}{T_B - m_0} \right] \times \\ \times \Phi \left[- \frac{(T_B - m_0) - th - \frac{\sigma_h^2 t}{d}}{\sqrt{t(d + t\sigma_h^2)}} \right].$$

Разнесенная убывающая случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, у)

$$\xi(t) = m_0 + \eta(t),$$

$$\overline{\eta(t)} = \bar{h}t; h < 0;$$

$$\sigma_{\eta}^2(t) = dt; \overline{\xi(t)} = m_0 + \bar{h}t;$$

$$\sigma_{\xi}^2(t) = dt.$$

Распределение наработок до отказа подчинено диффузионному несобственному распределению

$$P(t) = \Phi \left\{ \frac{(T_B - m_0) - th}{\sqrt{dt}} \right\} - \\ - \exp \left\{ \frac{2h(T_B - m_0)}{d} \right\} \times \\ \times \Phi \left\{ \frac{-(T_B - m_0) - th}{\sqrt{dt}} \right\}.$$

Компактная замедленная случайная функция с сильным перемешиванием (см. рис. 4, к)

$$\xi(u) = m_0 + \eta(u),$$

$$\text{где } u = \ln(1 + \alpha t).$$

При этом

$$\overline{\eta(u)} = hu; \sigma_{\eta}^2(u) = du;$$

$$\overline{\xi(u)} = m_0 + hu;$$

$$\sigma_{\xi}^2(u) = du;$$

$$\overline{\xi(t)} = m_0 + h \ln(1 + \alpha t).$$

Наработка до отказа подчинена логарифмически нормальному закону

$$P(t) = \Phi \left\{ \frac{(T_B - m_0) - h \ln \alpha - h \ln t}{\sqrt{\frac{d(T_B - m_0)}{h}}} \right\}.$$

При форсированных испытаниях коэффициент ускорения определяется

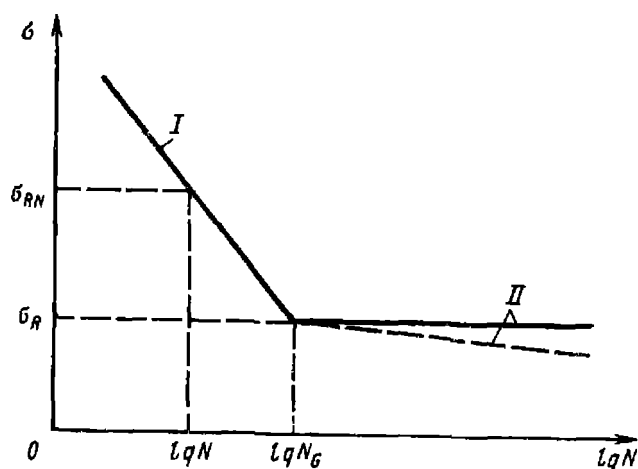


Рис. 5. Кривая усталости

по выражению (1); в качестве C_N^* , N в этом случае принимается продолжительность форсированных испытаний. Коэффициент пересчета показателей надежности также определяют по методу равных вероятностей.

Для изделий, испытываемых в нескольких различных нормальных и форсированных режимах, коэффициент пересчета показателей надежности определяется как средневзвешенный:

$$K_y = \left(\frac{\sum_i \frac{\alpha_j}{\sum_i \alpha_i K_{ij}}}{\sum_i \frac{\alpha_i}{\sum_j \alpha_j K_{ji}}} \right)^{1/2},$$

где α_i , α_j — доли наработки в i -м (нормальном) и j -м (форсированном) режимах; $K_{ji} = 1/K_{ij}$, K_{ij} — коэффициенты пересчета соответственно от j -го форсированного режима к i -му нормальному и наоборот.

2. УСКОРЕННЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЙ ПРОДУКЦИИ НА УСТАЛОСТЬ

Общая характеристика методов испытаний. Усталость — процесс постепенного накопления повреждений материала под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению (ГОСТ 23207—78).

Сопротивление усталости — свойство материала противостоять усталости.

Испытания на усталость — испытания, при которых определяются количественные характеристики сопротивления усталости. К основным характеристикам сопротивления усталости относятся:

циклическая долговечность (N) — число циклов напряжений или деформаций, выдержанных нагруженным объектом до образования усталостных трещин определенной протяженности или до усталостного разрушения;

предел выносливости (σ_R , τ_R) — максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостное разрушение до базы испытания (предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытаний).

Предел ограниченной выносливости (σ_{RN} , τ_{RN}) — максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, соответствующее задаваемой циклической долговечности N .

В результате обычных (классических) испытаний на усталость партии объектов получают *кривую усталости* $\sigma(N)$, $\varepsilon(N)$, характеризующую зависимость между максимальными напряжениями (деформациями) или амплитудами цикла и циклической долговечностью одинаковых образцов (рис. 5).

Кривая усталости имеет две ветви — наклонную левую (I) при $\sigma > \sigma_R$ и правую (II) горизонтальную (для металлов и сплавов, имеющих физический предел выносливости) или пологую (для легких сплавов и других металлов и сплавов, не имеющих физического предела выносливости на бесконечно большой базе испытаний).

Левая ветвь кривой усталости (I) переходит в правую (II) в точке с абсциссой N_G (число циклов, соответствующее точке перелома кривой усталости, представляемой двумя прямыми линиями).

Широкое применение в конструкциях машин, аппаратов и сооружений легких сплавов, для которых характерно отсутствие горизонтального уча-

стка на кривой усталости, определяет необходимость в изучении усталостных свойств при больших долговечностях, соответствующих реальным числам циклов нагружения элементов конструкций до выработки ими усталостного ресурса (для ряда элементов авиаконструкций эти числа достигают 10^8 — 10^{10} , а при акустическом нагружении 10^{11} циклов).

Характеристики сопротивления усталости определяются путем испытаний на усталость образцов, моделей, натурных деталей и конструкций в целом, что требует больших материальных затрат и длительного времени. Поэтому ведутся поиски косвенных, форсированных и сокращенных методов оценки усталостных свойств, обеспечивающих резкое сокращение длительности и числа объектов испытаний при удовлетворительной надежности получаемых результатов.

Методы ускоренных испытаний могут использоваться для получения либо конкретных (абсолютных) значений характеристик сопротивления усталости, либо их относительных значений. В последнем случае, при проведении сравнительных или контрольных усталостных испытаний, достоверность результатов всегда выше. Использование этих методов позволяет сократить время доводки новых конструкций, внедрения новой технологии производства полуфабрикатов и деталей.

Принципы и методы сокращенных испытаний на усталость. Принцип уплотнения рабочих циклов используется при испытаниях на усталость несущих элементов сельскохозяйственных машин, имеющих сезонную загрузку, или машин периодического действия, когда относительно кратковременная работа сменяется длительным режимом ожидания.

Принцип экстраполяции по времени (наработке) предполагает возможность достаточно достоверной оценки закономерностей процесса накопления повреждений по начальным этапам этого процесса. При этом на начальном этапе работы изделия измеряется параметр, определяющий накопленное повреждение, а затем эти результаты экстраполируются до предельного

состояния. Экстраполяция проводится графически или аналитически.

Практически при всяком детерминированном изменении накопленного повреждения во времени можно процесс его накопления путем соответствующего преобразования координат отобразить в линеаризованном виде.

Этот принцип, достаточно широко применяемый для сокращения продолжительности испытаний на износ, длительную прочность и ползучесть, относительно редко применяется для ускорения испытаний на усталость, так как процесс усталости значительно более сложный и немонотонный и трудно найти достаточно надежный физический параметр, определяющий накопленное усталостное повреждение в детали или конструкции на всех этапах ее жизненного цикла. При этом закономерности изменения этого параметра на ранних стадиях испытаний должны быть однозначно прогнозируемы вплоть до момента разрушения объекта испытаний.

Проблема экстраполяции по времени (наработке) требует решения в каждом конкретном случае трех основных задач:

1. Выбор уравнения состояния, достаточно надежно описывающего экспериментальные результаты в области изменения параметров испытаний.

2. Исследование поведения выбранного уравнения вне области эксперимента, что сводится к определению оценки точности прогнозирования.

3. Выбор объема экспериментальных данных, обеспечивающих надежный прогноз на заданный срок службы.

Принципы и методы форсированных испытаний. У с е ч е н и е с п е к т р а н а г р у з о к. В целях оценки усталостной долговечности изделий в условиях эксплуатации проводят статистический анализ повторяемости нагрузок различных уровней в эксплуатационном спектре нагружения объекта (ГОСТ 25.101—83) и составляют программный блок нагрузок (ГОСТ 25.507—85), имитирующий с той или иной степенью приближения спектр эксплуатационных нагрузок.

При испытаниях изделий многократно воспроизводят на стенде программный блок нагрузок, а ресурс,

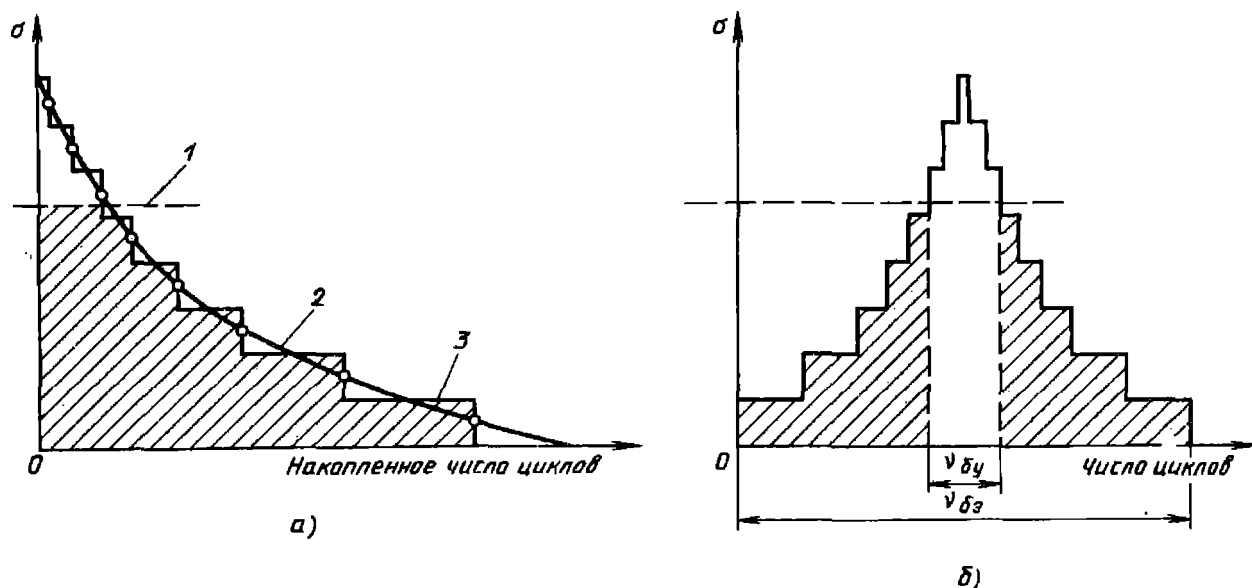


Рис. 6. Схемы ступенчатой аппроксимации спектра эксплуатационного нагружения (а) и усечения блока эксплуатационной нагруженности (б) по нижнему уровню повреждающих напряжений:

1 — нижний уровень повреждающих напряжений; 2 — спектр эксплуатационного нагружения; 3 — ступенчатая аппроксимация спектра эксплуатационного нагружения

полученный в результате программных испытаний, считают оценкой ресурса изделия в эксплуатационных условиях. Недостаток такого подхода — большая длительность испытаний для изделий высокой надежности.

В целях сокращения длительности программных испытаний в определенных случаях может быть использован принцип усечения спектра нагрузок, заключающийся в отбрасывании определенной части нагрузок, не оказывающих заметного повреждающего действия на объект испытаний. Коэффициент ускорения этого метода определяется отношением общего числа циклов в блоке эксплуатационного нагружения ($\nu_{\delta z}$) к общему числу циклов в усеченном блоке нагружения ($\nu_{\delta y}$), т. е. $K_y = \nu_{\delta z} / \nu_{\delta y}$ (рис. 6).

В некоторых случаях нагрузки, вызывающие напряжения в изделии ниже предела выносливости, ошибочно не включаются в программный блок. Однако эти нагрузки, не оказывая влияния на стадии возникновения усталостных трещин, сказываются на стадии их распространения. Рекомендуется поэтому нижний уровень повреждающих напряжений принимать равным $(0,5 \div 0,6) \sigma_R$.

Учащение рабочих циклов. Принцип учащения рабочих

циклов, основанный на увеличении частоты циклического нагружения или скорости движения под нагрузкой испытываемого элемента изделия, применяется в тех случаях, если долговечность изделия, выраженная в количестве циклов до предельного состояния, не зависит от частоты приложения нагрузки. При этом коэффициент ускорения

$$K_y = \frac{f_y}{f_n},$$

где f_y и f_n — частоты приложения нагрузки соответственно при ускоренных и нормальных испытаниях.

Принцип используется при стендовых усталостных испытаниях конструкций и их элементов. Например, применяются ускоренные испытания на магнитострикционных и электродинамических стендах при высоких звуковых частотах нагружения (до 10—20 кГц), что позволяет значительно сократить продолжительность испытаний по сравнению с последней при обычных частотах нагружения (до 300 Гц). Величина коэффициента ускорения ограничивается скоростными возможностями испытательного оборудования, а иногда и возникновением сопутствующих процессов (например, повышение температуры), искажаю-

щих прямой переход к нормальным условиям по частоте нагружения.

Для поддержания заданного температурного режима возможно при ускоренных испытаниях использовать охлаждение объекта испытания.

Применение принципа учащения рабочих циклов требует отдельного учета влияния частоты нагружения в выбранном диапазоне ее варьирования на предел выносливости объекта и его усталостный ресурс при заданных условиях нагружения.

Экстраполяция по нагрузке. Рассматриваемый принцип применяется достаточно широко при ускоренных испытаниях на усталость.

Для ускоренной оценки предела выносливости (σ_R) проводят испытания нескольких групп образцов или деталей машин на уровнях напряжения, превышающих предел выносливости, и строят отрезок левой ветви I (см. рис. 5) кривой усталости (кривой Велера). Экстраполируя этот отрезок левой ветви до предполагаемой абсциссы точки перелома (N_G) кривой усталости, получают ориентировочную оценку предела выносливости. Для априорного определения абсциссы точки перелома кривой усталости используют данные о кривых усталости изделий-аналогов, справочную информацию по параметрам кривых усталости, корреляционные зависимости или формулу, имеющую следующий вид:

$$N_G = \left(2 + \frac{\alpha_\sigma}{2}\right) 10^6,$$

где α_σ — теоретический коэффициент концентрации напряжений в опасном сечении образца.

Экстраполяция по нагрузке применяется и в *методе Штрмейера*, который предполагает выравнивание кривой усталости в координатах σ , $\left(\frac{10^6}{N}\right)^{1/4}$. В этом случае результаты испытаний при изгибе и кручении изображаются в виде прямой, которая пересекает ось напряжений при некотором положительном напряжении, соответствующем базе $N = \infty$. Это указывает на существование предельного напряжения, которое никогда не вы-

зывает разрушения (физического предела выносливости).

Аналитическое выражение для σ имеет вид

$$\sigma = bN^{-a} + \sigma_R,$$

где σ и N — текущие значения соответственно напряжений и долговечностей; σ_R — предел выносливости на бесконечной большой базе испытаний; a и b — постоянные, зависящие от конструкционного материала.

Принцип экстраполяции по нагрузке применяется также в ускоренном методе, основанном на экстраполяции кривой усталости, представленной в виде

$$N = (N' - N) \frac{a - \sigma}{\sigma - \sigma_R}.$$

При $N' - N = \text{const}$ и $a = \sigma_S$ (предел текучести при соответствующем виде нагружения) уравнение для экстраполированной оценки предела выносливости по результатам испытания двух групп образцов на форсированных уровнях напряжений σ_1 и σ_2 , соответствующих средним значениям ресурса $\bar{N}_1$ и $\bar{N}_2$, имеет вид

$$\sigma_R = \sigma_S - \frac{\bar{N}_1 - \bar{N}_2}{\frac{\bar{N}_1}{\sigma_S - \sigma_1} - \frac{\bar{N}_2}{\sigma_S - \sigma_2}}.$$

Принцип и методы «доламывания». Если несколько однотипных изделий имеют различные наработки при эксплуатационном режиме нагружения, то в общем случае эти изделия в результате различной продолжительности экстраполяции получают различную степень повреждения в зависимости от той доли, которую составляет их эксплуатационная наработка от полного ресурса при эксплуатации.

Для оценки степени повреждения объекта испытаний за время эксплуатационной наработки его подвергают воздействию форсированного режима нагружения и на этом режиме доводят объект до предельного состояния, т. е. «доламывают» его. В результате «доламывания» объекта оценивается его остаточный ресурс на форсированном

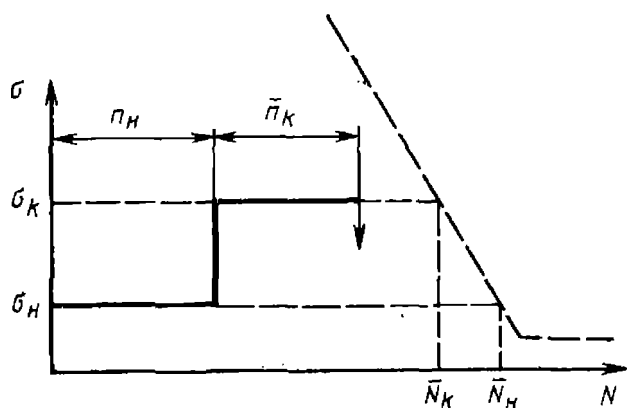


Рис. 7. Схема нагружения при использовании методов «доламывания»

режиме. Путем сравнения полученного остаточного ресурса объекта с полным ресурсом нового (без предварительной эксплуатационной наработки) объекта того же типа на форсированном режиме нагружения оценивается степень повреждения (степень истощения ресурса) объекта за время его эксплуатационной наработки.

Если полный ресурс объектов испытаний на форсированном режиме нагружения неизвестен, необходимо несколько новых объектов из той же партии испытать на этом режиме до предельного состояния, что не займет много времени при правильном выборе коэффициента форсирования нагрузки.

Принцип «доламывания» допускает планирование ускоренных испытаний с другим вариантом нагружения: предварительные испытания объекта на форсированном режиме с целью накопления в нем повреждений и последующее его «доламывание» при эксплуатационном режиме нагружения.

Если при доламывании на форсированном режиме для сокращения продолжительности испытаний целесообразно уменьшать предварительную наработку на эксплуатационном режиме нагружения, то при «доламывании» на эксплуатационном режиме ее целесообразно увеличивать для увеличения степени повреждения объекта на форсированном режиме.

При «доламывании» изделий на эксплуатационном режиме: малые наработки на форсированной нагрузке вносят малое повреждение и не обеспечивают высокого коэффициента уско-

рения метода, а увеличение предварительной наработки объекта увеличивает опасность его преждевременного разрушения уже на первой ступени нагружения; изделие доводится до разрушения при эксплуатационном режиме нагружения, и разрушение его может привести к аварийным ситуациям; невозможно использовать для испытаний изделия, частично окупившие свою первоначальную стоимость за время эксплуатационной наработки, а необходимы новые изделия.

Ускоренный метод «доламывания» применяется для оценки усталостной долговечности изделий при заданном напряжении σ_H . При этом процесс накопления усталостных повреждений рассматривается как случайный процесс марковского типа, а закон распределения усталостной долговечности принимается логарифмически нормальным.

Метод «доламывания» Х. Б. Кордонского (рис. 7) предусматривает кратковременные испытания изделий при заданном (эксплуатационном) напряжении σ_H и последующее «доламывание» объекта испытаний высокой нагрузкой σ_K . Формула для оценки остаточного ресурса при напряжении σ_K имеет вид

$$\bar{n}_K = (1 + \mu n_H) \times \left[(\bar{N}_K + 1)^{1 - \frac{\lg(n_H + 1)}{\lg(\bar{N}_H + 1)}} - 1 \right]$$

или после упрощения

$$\bar{n}_K \approx \mu n_H \left[\bar{N}_K^{\frac{1 - \frac{\lg n_H}{\lg \bar{N}_H}}{\lg \bar{N}_H}} - 1 \right], \quad (2)$$

где $\bar{n}_K$ — математическое ожидание остаточного ресурса изделия при «доламывании» его контрольной нагрузкой σ_K ; μ — «масштаб времени», характеризующий поведение металла при однократной перегрузке (упрочнение или разупрочнение); n_H — предварительная наработка изделия при эксплуатационной нагрузке σ_H ; $\bar{N}_K$ — средний усталостный ресурс изделия при контрольном (форсированном) напряжении σ_K ; $\bar{N}_H$ — искомый средний ресурс изделия при напряжении σ_H .

Оценку $\bar{n}_k$ можно получить из эксперимента в виде $\bar{n}_k$, но величины μ и $\bar{N}_H$ остаются неизвестными. В первом варианте метода «доламывания» из двух уравнений вида (2), полученных в результате двух экспериментов с двумя значениями предварительной наработки $n_H^{(1)}$ и $n_H^{(2)}$, исключается коэффициент μ путем деления одного уравнения на другое.

При этом среднее значение искомого ресурса ($\bar{N}_H$) определяется методами итераций или последовательного приближения из уравнения

$$\frac{\bar{n}_k^{(1)}}{\bar{n}_k^{(2)}} - \frac{n_H^{(1)} \left[\bar{N}_k^{1 - \frac{\lg n_H^{(1)}}{\lg \bar{N}_H} - 1} \right]}{n_H^{(2)} \left[\bar{N}_k^{1 - \frac{\lg n_H^{(2)}}{\lg \bar{N}_H} - 1} \right]} = 0.$$

Во втором варианте метода «доламывания» оценки $\bar{N}_H$ и μ вычисляются на ЭВМ с использованием метода максимума правдоподобия. Для этого необходимо провести уже 5—10 экспериментов с различными предварительными наработками ($n_{H \max} = 35 \div 50\%$ ожидаемого значения искомого ресурса $\bar{N}_H$). Второй вариант метода, как правило, обеспечивает более высокую точность оценки за счет использования большего объема экспериментальной информации.

На основании экспериментально-теоретических исследований были предложены два модифицированных метода «доламывания», отличающихся большей точностью и стабильностью получаемых оценок усталостного ресурса.

При использовании *первого модифицированного метода «доламывания»* искомым ресурс определяется методом итераций по уравнению

$$\frac{n_H^{(1)} \bar{n}_k^{(1)} [A_1 - 1]}{n_H^{(2)} \bar{n}_k^{(2)} [A_2 - 1]} -$$

$$- \frac{\bar{n}_k^{(1)} - [A_1 - 1]}{\bar{n}_k^{(2)} - [A_2 - 1]} = 0,$$

$$\text{где } 1 - \frac{\lg n_H^{(i)}}{\lg \bar{N}_H};$$

$$A_i = \bar{N}_k \quad i = 1; 2.$$

Расчетное уравнение *второго модифицированного метода «доламывания»*, также решаемое методом итераций относительно $\bar{N}_H$, выглядит следующим образом:

$$\bar{N}_k (\bar{n}_k^{(1)} n_H^{(2)} c_2 - \bar{n}_k^{(2)} n_H^{(1)} c_1) + \bar{n}_k^{(1)} \bar{n}_k^{(2)} \bar{N}_H (c_2 - c_1) = 0,$$

где

$$c_i = n_H^{(i)} [A_i - 1] =$$

$$= n_H^{(i)} \left[\bar{N}_k^{1 - \frac{\lg n_H^{(i)}}{\lg \bar{N}_H} - 1} \right], \quad i = 1; 2.$$

Точность и трудоемкость подавляющего большинства методов ускоренных испытаний зависит от правильности выбора режимов нагружения.

При использовании методов, основанных на принципе «доламывания», важно правильно выбрать длительность предварительных наработок $n_H^{(1)}$, $n_H^{(2)}$. Для этой цели разработаны две номограммы (рис. 8, 9), позволяющие выбрать оптимальные относительные длительности предварительных наработок, исходя из заданной априори погрешности в оценке ресурса (обычно 0 % или —20 %) и из условия обеспечения максимального коэффициента ускорения.

Методика использования номограмм заключается в следующем. Выбрав метод и уровень относительной погрешности в оценке ресурса (см. цифры в скобках на рис. 8), находят соответствующую кривую и на ней точку с минимальной ординатой, абсцисса которой и дает оптимальное значение относительной длительности меньшей предварительной наработки $(n_H^{(1)} / \bar{N}_H)_{\text{опт}}$. По этому значению $(n_H^{(1)} / \bar{N}_H)$ с помощью второй номограммы (см. рис. 9) для того же метода

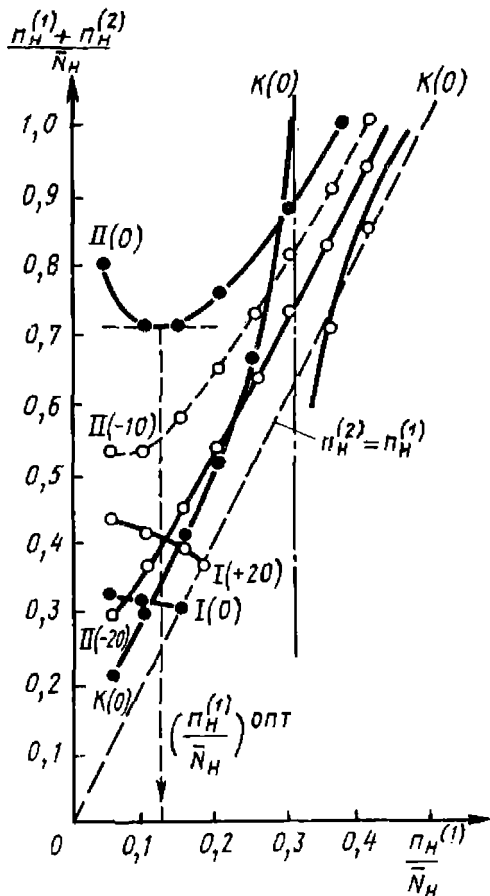


Рис. 8. Номограмма для определения оптимальной относительной длительности первой (меньшей) предварительной наработки $(n_H^{(1)} / \bar{N}_H)_{\text{опт}}$ из условия минимальной продолжительности испытаний:

K — метод «доламывания» Х. Б. Кордонского; I — первый модифицированный метод «доламывания»; II — второй модифицированный метод «доламывания»

и уровня погрешности выбирается значение относительной длительности большей предварительной наработки $(n_H^{(2)} / \bar{N}_H)_{\text{опт}}$, которое соответствует заданной погрешности при максимальном коэффициенте ускорения метода.

На рис. 9 заштрихованные области характеризуют допустимые пределы изменения предварительных наработок $(n_H^{(1)} / \bar{N}_H$ и $n_H^{(2)} / \bar{N}_H)$, соответствующие постоянному для всех методов допуску на относительную погрешность $(-20\% \leq \Delta \leq +20\%)$. Из этой номограммы следует, что наименее критичен к выбору предварительных наработок второй модифицированный метод (II), а наиболее критичен — метод Х. Б. Кордонского (K). Первый модифицированный метод (I) занимает про-

межуточное положение с этой точки зрения, однако при $\Delta = 0\%$ обеспечивает больший коэффициент ускорения.

Диагональ $n_H^{(2)} = n_H^{(1)}$ отсекает на номограмме область реальных комбинаций предварительных наработок, когда $n_H^{(2)} > n_H^{(1)}$ (по условию).

Первый модифицированный метод наиболее эффективен для испытания изделий с малыми эксплуатационными наработками и при наличии априорной информации об ожидаемом усталостном ресурсе или о ресурсе изделий-аналогов.

Второй модифицированный метод целесообразно использовать в тех случаях, когда нет никаких данных о надежности изделий по критерию усталости, но при этом оптимальные длительности эксплуатационных наработок оказываются большими, чем для первого модифицированного метода, а коэффициент ускорения испытаний снижается.

Сравнительная оценка точности метода «доламывания» и двух модифицированных методов выполнена в статическом аспекте в результате обработки на ЭВМ 273 экспериментов, проведенных на самых различных объектах.

При этом относительная погрешность методов (Δ) определялась сравнением оценок среднего ресурса, полученных ускоренным методом $(\bar{N}_H^y)$, со средними экспериментальными значениями ресурса при эксплуатационном режиме нагружения $(\bar{N}_H)$, полученными в результате прямых испытаний партии новых изделий на уровне нагружения σ_H , т. е.

$$\Delta = \frac{\bar{N}_H^y - \bar{N}_H}{\bar{N}_H} 100\%.$$

Для повышения эффективности методов, использующих принцип «доламывания», имеет значение правильный выбор длительности предварительных наработок и уровня форсированной нагрузки. Поэтому оценивалось влияние параметров нагружения на точность методов с использованием математического аппарата теории экстре-

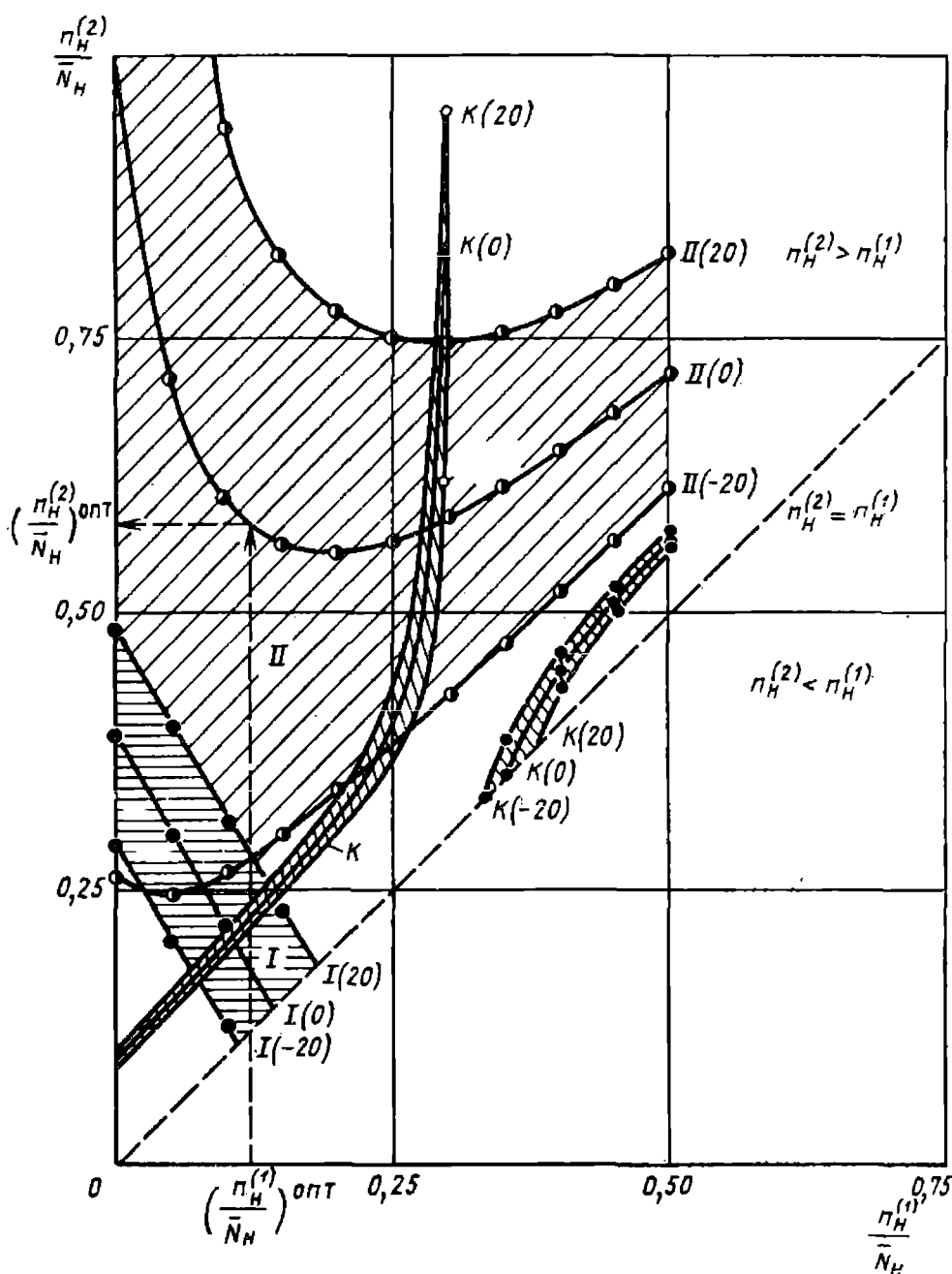


Рис. 9. Номограмма для выбора относительной длительности второй (бóльшей) предварительной наработки $(n_H^{(2)}/\bar{N}_H)_{\text{опт}}$ из условия обеспечения заданной априори точности в оценке ресурса

мального планирования эксперимента.

Для подтверждения эффективности применения рассмотренных номограмм из 273 экспериментов, использованных для сравнительной оценки точности методов, были выбраны для каждого метода эксперименты со значениями $n_H^{(1)}/\bar{N}_H$ и $n_H^{(2)}/\bar{N}_H$, близкими к оптимальным (попадающими в заштрихованные области номограммы на рис. 9). Полученные в этих экспериментах относительные погрешности методов Δ использованы для построения эмпи-

рических распределений случайной величины Δ и расчета их статистических характеристик (оптимальная выборка).

В табл. 2 приведены для сравнения статистические характеристики распределения Δ для модифицированных методов, полученные при произвольном выборе предварительных наработок (по 273 экспериментам) и для оптимальной выборки.

При обработке гистограмм распределения оценивались математическое ожидание $\bar{\Delta}$, модальное значение по

2. Сравнительные статистические характеристики распределения Δ (%) для первого и второго модифицированных методов «доламывания»

Модифицированный метод	$\bar{\Delta}$	Mo_{Δ}	S_{Δ}	A	E	95 %-ный доверительный интервал Δ	$P \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 100 \% \\ \Delta < -50 \% \end{array} \right\}$
Первый	$\frac{104,21}{3,68}$	$\frac{23,3}{2,6}$	$\frac{100,24}{15,08}$	$\frac{0,763}{0,064}$	$\frac{0,232}{-1,003}$	$\frac{-20,6 \div 347}{-20 \div 32}$	$\frac{42}{0}$
Второй	$\frac{-7,73}{-1,75}$	$\frac{-23,5}{2,0}$	$\frac{29,98}{16,07}$	$\frac{0,268}{0,018}$	$\frac{-0,866}{0,877}$	$\frac{-57,3 \div 41,3}{-34 \div 32}$	$\frac{5}{0,1}$

Примечание. В числителе даны значения для полной выборки, в знаменателе — для оптимальной.

грешности Mo_{Δ} , среднее квадратическое отклонение S_{Δ} , коэффициент асимметрии A и эксцесс E распределений. В табл. 2 также приведены 95 %-ные доверительные интервалы Δ и вероятность P получения ошибки в оценке ресурса, превышающей двукратную ($-50 \% > \Delta > 100 \%$).

Установлено, что при испытаниях методами «доламывания» принципиально возможно выбрать такие режимы испытаний, при которых в определенном интервале предварительных наработок обеспечивается линейное суммирование повреждений, что дает возможность ограничиться одной предварительной наработкой и предельно упростить вычисление искомого ресурса по формуле Пальмгрена—Майнера:

$$\bar{N}_H^y = \frac{n_H}{1 - n_K / \bar{N}_K}.$$

Принцип «доламывания» может применяться как для ускоренной оценки усталостного ресурса, так и предела выносливости объектов испытаний.

Принцип прогрессивного форсирования нагрузок. Для ускоренного определения предела выносливости используются методы, основанные на принципе прогрессивного форсирования нагрузок на объект испытаний до дости-

жения объектом предельного состояния (методы Про, Нэдэшана, Локати, Эномото).

Для определения предела выносливости металла методом Про необходимо испытать не менее трех серий образцов или деталей при различных скоростях непрерывного возрастания напряжений для каждой серии объектов. Максимальная скорость выбирается с таким расчетом, чтобы разрушающее напряжение не превышало предела текучести материала. Минимальная скорость определяется с учетом двух взаимопротиворечащих соображений:

скорость возрастания напряжений должна быть возможно меньшей во избежание значительного упрочнения; длительность испытаний определяется, в основном, испытаниями при минимальной скорости нагружения, т. е. коэффициент ускорения метода тем меньше, чем меньше минимальная скорость возрастания напряжений.

Поэтому обычно скорость возрастания напряжения α выбирается в диапазоне (50—500) Па/цикл.

Испытания всех серий образцов начинают при одинаковом начальном напряжении, а в результате испытаний получают для каждой скорости роста напряжений свои значения разрушающих напряжений σ_p . Искомое

значение предела выносливости определяют путем экстраполяции экспериментальной зависимости разрушающего напряжения от скорости роста напряжений до значения $\alpha = 0$ на основании уравнения

$$\bar{\sigma}_p = \sigma_{-1} + A\alpha^c, \quad (3)$$

где σ_{-1} — предел выносливости объекта при симметричном цикле нагружения; α — скорость возрастания амплитуды напряжения; $\bar{\sigma}_p$ — медиана разрушающих напряжений, соответствующая данной скорости α ; A и c — параметры.

Зависимость $\bar{\sigma}_p$ от α^c является линейной, а параметр c определяют методом подбора из условий обеспечения минимального отклонения экспериментальных точек от линейной зависимости.

Методом Нэдзшана определяют предел выносливости для нелегированных сталей

$$\sigma_{-1} = \sigma_p - h \sqrt[3]{\alpha},$$

где $h = 12,34$ — для нормализованных сталей; $h = 16,29$ — для улучшенных сталей; $\alpha \leq 30$ Па/цикл.

Для тех же сталей были получены следующие простые соотношения при скорости роста напряжений $\alpha = 26,5$ Па/цикл:

$\sigma_{-1} = \sigma_p - 36,75$ МПа — для нормализованных сталей; $\sigma_{-1} = \sigma_p - 48,5$ МПа — для улучшенных сталей.

Таким образом, метод Нэдзшана является модификацией метода Про для некоторых частных условий и предполагает испытание лишь одной серии образцов с одинаковой вполне определенной скоростью роста напряжений.

Метод Про целесообразно использовать как контрольный для оценки среднего значения предела выносливости объектов испытаний, для которых однажды экспериментально установлены оптимальные значения параметров уравнения (3), и для ускоренной оценки среднего значения и дисперсии предела выносливости [на основе инвариантности дисперсии к параметрам уравнения (3)].

При определении среднего значения предела выносливости метод Про в сравнении с испытаниями по ГОСТ

25.502—79 позволяет сократить время испытаний в 5—10 раз без сокращения необходимого числа образцов. При определении среднего значения и дисперсии предела выносливости метод позволяет сократить время испытаний в 10—30 раз, а необходимое число образцов в 4—5 раз.

Для ускоренной оценки предела выносливости образцов из легких сплавов для произвольной базы испытаний модифицируют уравнение (3) путем введения коэффициента K , учитывающего базу испытаний:

$$\sigma_R = K (\sigma_p - A\alpha^c).$$

Для баз испытаний $2 \cdot 10^5$, 10^6 , 10^7 , $5 \cdot 10^7$ и 10^8 циклов значения K соответственно равны 1,5; 1,2; 1,0; 0,9 и 0,85 при его относительной средней квадратической ошибке 3—4 %. Значения K мало зависят от состава сплавов на основе алюминия.

Другой модификацией метода Про является метод Энмото, основанный на предположении о постоянстве для всех материалов отношения σ_p/σ_R при заданной скорости роста напряжений α . В этом случае

$$\sigma_R = \frac{\sigma_p}{C},$$

где C — постоянная величина.

При скорости роста напряжений α , равной 100 Па/цикл, систематическая средняя квадратическая погрешность метода для алюминиевых, магниевых сплавов и черных металлов составила 7—12 %.

Более широко применяется метод Локати, предназначенный для ускоренной оценки пределов выносливости образцов и деталей машин при контрольных испытаниях различных объектов.

Метод предусматривает испытание одного или нескольких объектов при ступенчатом увеличении напряжений (или нагрузки) от начального уровня до разрушающего с последующей обработкой результатов испытаний с использованием линейной гипотезы накопления повреждений для получения ускоренной оценки предела выносливости σ_R^y (рис. 10).

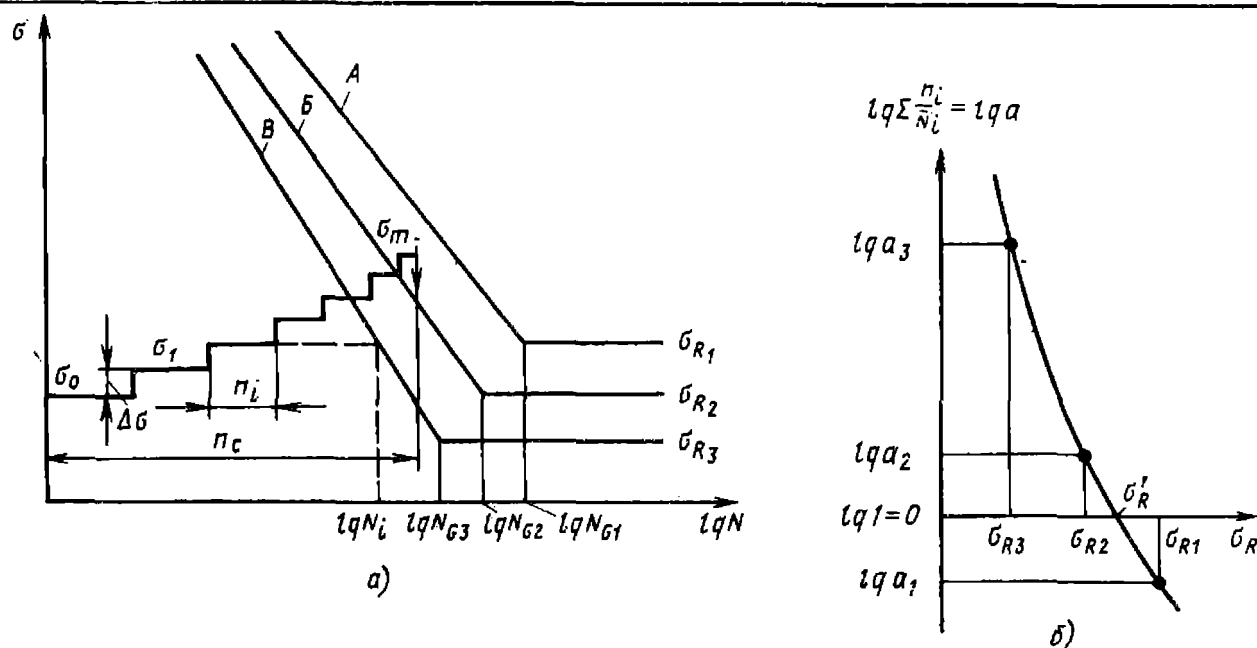


Рис. 10. Схемы ступенчато-возрастающего нагружения (а) и определения предела выносливости (б) при ускоренных испытаниях методом Локати:

$\sigma_{R1} - \sigma_{R3}$ — значения пределов выносливости для трех условных кривых усталости

Схема нагружения и кривая сумм накопленных повреждений приведены на рис. 10.

При использовании этого метода коэффициент ускорения достигает 70 (при испытании одного объекта) и 25 (при испытании партии из 5—6 объектов) в сравнении с испытаниями по ГОСТ 25.502—79. Этот метод гарантирует достаточно точные и стабильные оценки предела выносливости при соблюдении следующих рекомендаций по выбору режимов нагружения:

$$\sigma_0 = (1 - 1,2) \sigma_R^{\text{ож}};$$

$$\Delta\sigma = (0,05 - 0,15) \sigma_R^{\text{ож}};$$

$$\alpha = \Delta\sigma/n_i = 160 - 170 \text{ Па/цикл},$$

где $\sigma_R^{\text{ож}}$ — ожидаемое значение предела выносливости; $\Delta\sigma = \sigma_i - \sigma_{i-1}$ — приращение напряжения на ступень.

При высокой оперативности самого метода испытаний некоторые неудобства связаны с обработкой результатов испытаний, т. е. с подсчетом относительных долговечностей (n_i/N_i) на каждой ступени нагружения и для каждой из трех условных кривых усталости (А, Б и В), а также трех сумм относительных долговечностей

$$\left(\sum \frac{n_i}{N_i} \right).$$

Выражение для прямого вычисления сумм относительных долговечностей по параметрам условных кривых усталости и режима нагружения имеет вид

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = a = (n_i/N_G) \times (10^{B \cdot p} - 1) / (10^B - 1), \quad (4)$$

где $B = \Delta\sigma/k$; k — коэффициент угла наклона левой ветви условной кривой усталости в полулогарифмических координатах, равный $\lg \beta$ (рис. 11); $n = n_c/n_i$ — условное число ступеней нагрузки (может быть дробным) (n_c — суммарное число циклов, воспринятое образцом до разрушения).

При контрольных испытаниях методом Локати, когда в качестве условных кривых усталости рекомендуется использовать вероятностные кривые усталости для одной из партий продукции, следует использовать следующее выражение:

$$\sum_{i=0}^m \frac{n_i}{N_i} = a = \frac{n_i \cdot 10^{\frac{\sigma'_0 - \sigma_R}{k}}}{N_G} \times \left(\frac{10^{mB} - 1}{10^B - 1} + \frac{n_m}{n_i} 10^{mB} \right), \quad (5)$$

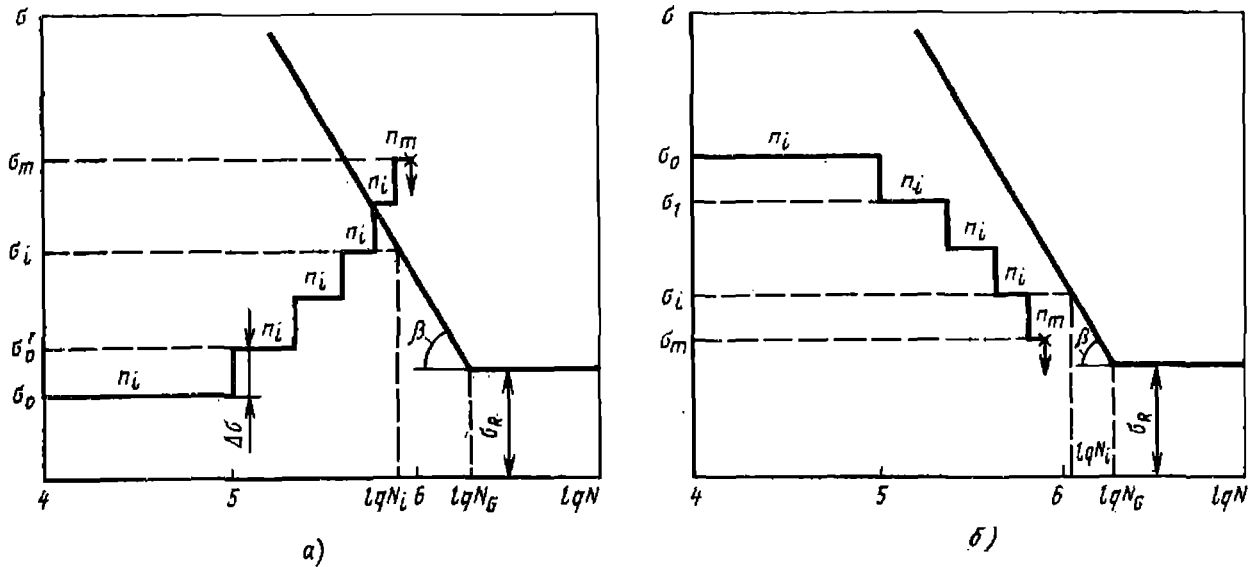


Рис. 11. Схема к расчету сумм относительных долговечностей при ступенчато-возрастающем (а) и ступенчато-убывающем (б) нагружениях

где σ'_0 — расчетное начальное напряжение ($\sigma'_0 \geq \sigma_R$), равное пределу выносливости или превышающее последний для выбранной условной кривой усталости А, Б или В.

При переходе от меньших напряжений к большим наблюдается тенденция к упрочнению и росту суммы относительных долговечностей, что может привести к дополнительным погрешностям метода Локати вследствие несоблюдения гипотезы линейного суммирования повреждений. Поэтому предложена методика испытаний, предусматривающая комбинацию ступенчато-возрастающих и ступенчато-убывающих нагрузок. В простейшем случае это испытания двух образцов, из которых один подвергался бы ступенчато-возрастающему нагружению (рис. 11, а), а второй — ступенчато-убывающему (см. рис. 11, б).

Сумма относительных долговечностей при ступенчато-убывающем нагружении

$$\sum_{i=0}^m \frac{n_i}{N_i} = a = \frac{n_i \cdot 10^{\frac{\sigma_0 - \sigma_R}{k}}}{N_G \cdot 10^{mB}} \times \left[\frac{(10^{mB} - 1) 10^B}{10^B - 1} + \frac{n_m}{n_i} \right], \quad (6)$$

где m — номер последней ступени нагружения; n_m — число циклов на последней разрушающей ступени нагружения ($n_m \leq n_i$); σ_0 — начальное напряжение при ступенчато-убывающем нагружении, численно равное разрушающему напряжению σ_m , полученному при испытании первого образца при ступенчато-возрастающем нагружении.

Подсчет сумм накопленных повреждений по формулам (5) и (6) производится для тех же условных кривых усталости при ступенчато-возрастающем и ступенчато-убывающем нагружении.

В осредненных для возрастающего и убывающего нагружения суммах относительных долговечностей упрочнение при возрастающей нагрузке компенсируется разупрочнением при убывающей нагрузке.

3. УСКОРЕННЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЙ ПРОДУКЦИИ НА ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ

Общая характеристика методов. Используемые на практике ускоренные испытания на износостойкость могут быть разделены на сокращенные, проводимые в нормальных эксплуатационных режимах, не изменяющих интен-

сивность изнашивания, и форсированные, основанные на применении режимов с повышенной (по сравнению с эксплуатационной) интенсивностью изнашивания.

Основными исходными данными при выборе рабочего метода и режимов ускоренных испытаний являются: условия работы испытываемых изделий в эксплуатации, предельный износ, диапазон допустимых значений коэффициента ускорения, нормативы по ресурсу, нормальные значения параметров режима работы (нагрузки, скорости, температуры), по отношению к которым контролируют износостойкость (ресурс). При этом также используют данные об условиях, механизме и результатах изнашивания (виде изнашивания), о статистических закономерностях накопления износа и показателях безотказности, полученных на основе результатов эксплуатационных наблюдений за изделиями испытываемого вида или их аналогами.

Для максимального сокращения продолжительности испытаний метод измерения износа должен обладать высокими чувствительностью и точностью, а также низким порогом чувствительности.

Сокращенные испытания. Сокращение календарной продолжительности испытаний путем *устранения перерывов в накоплении наработки* или снижения их длительности — наиболее простой принцип ускоренных испытаний, эффективность которого высока, если для нормальной эксплуатации изделия характерны длительные простои или периодичность работы связана со спецификой условий эксплуатации (например, для сельхозмашины, используемой сезонно, насоса с резервуаром-накопителем, используемого для водоснабжения и т. п.).

Реализация принципа обеспечивается проведением круглосуточных испытаний; сокращением перерывов, связанных с измерением износа, с ремонтом и профилактическим обслуживанием испытываемых изделий и испытательного оборудования и автоматизацией контроля рабочих параметров режима испытаний и др.

Ограничения его применения связаны с наличием процессов разрушения (иногда и самовосстановления) в период простоев, например, вследствие коррозионных явлений.

Пример 1. Насос в системе водоснабжения включается для заполнения накопительного резервуара периодически так, что среднегодовая наработка его составляет 2028 ч. В условиях 20-часовой суточной продолжительности стендовых испытаний эта наработка может быть достигнута за 5 месяцев. Коэффициент ускорения по календарной продолжительности в этом случае

$$K_y = \frac{12}{5} = 2,4.$$

Пример 2. Сенокосилка имеет средний ресурс ≈ 400 ч. В эксплуатационных условиях она может работать только в летний период (наличие травы), в течение определенного времени суток (наличие росы и др.). При стендовых испытаниях с суточной производительностью 20 ч, имитирующих эксплуатационные нагрузочные воздействия, наработка 400 ч, соответствующая обычной календарной продолжительности эксплуатации в 2 года (т. е. 24 месяца), будет выработана за один месяц.

Коэффициент ускорения по календарной продолжительности

$$K_y = \frac{24}{1} = 24.$$

Использование принципа *исключения из эксплуатационного спектра нагружающих воздействий, не оказывающих существенного влияния на изнашивание*, целесообразно, когда эксплуатационный режим характеризуется последовательным (ступенчатым или плавным) чередованием нагрузок, скоростей скольжения и температур, изменяющихся в достаточно широком диапазоне. В общем случае, изменение уровня того или иного параметра нагружающих воздействий — случайный процесс. Эффективность принципа выше, если режимы, практически не приводящие к изнашиванию (режим гидродинамической смазки и др.), составляют во времени значитель-

ную часть общего эксплуатационного спектра рабочих режимов.

Пример 3. Испытывается радиальный подшипник скольжения (пара трения бронза—сталь) при постоянной скорости скольжения. Известно эксплуатационное распределение нагрузок на подшипник по продолжительности. На стадии предварительных исследований методом ступенчатого возрастающего нагружения в диапазоне эксплуатационных нагрузок и измерением электрического сопротивления контакта взаимно трущихся поверхностей определяется минимальное значение сопротивления $R_{\min}$, выше которого наблюдается гидродинамический характер смазки, а также регистрируется соответствующее значение нагрузки $P_{кр}$, ниже которой $R > R_{\min}$.

Считая, что такой режим практически не приводит к ощутимому износу за срок службы изделия (незначительное влияние загрязнений в смазочном масле и др.), принимают, что ресурс определяется только режимами, при которых $P > P_{кр}$.

Ускоренные испытания проводят при воспроизведении нагрузок, превышающих $P_{кр}$, с сохранением эксплуатационной относительной продолжительности работы на каждой из них.

Пусть в эксплуатационном спектре доля нагрузок P , отвечающих условию $P > P_{кр}$, составляет 20 %. Тогда коэффициент ускорения равен 5.

Пример 4. Предварительными экспериментами показано, что сцепная фрикционная муфта центробежного сепаратора очистки масел и топлива работает только в период пуска сепаратора до достижения ротором очистного барабана номинальной частоты вращения. Средняя эксплуатационная частота пусков сепаратора — 6 пусков в сутки (1/4 пуска в час). Поскольку проскальзывание в муфте в периоды стационарной работы незначительно, то при испытаниях воспроизводят только переходные режимы, связанные с пусками. Контролируют, превышает ли срок службы муфты 5000 ч. При разработке режима испытаний учитывают, что при эксплуатации в перерывах между очередными пусками детали муфты успевают охладиться

до температуры окружающей среды. Исходя из этого, а также продолжительности разгона и выбега ротора, принята частота пусков 5 ч^{-1} . Количество пусков, соответствующее 5000 ч эксплуатации, в этих условиях может быть воспроизведено за время $t = 5000/5 = 1000 \text{ ч}$. Коэффициент ускорения

$$K_y = \frac{5000}{1000} = 5.$$

Принцип учащения рабочих циклов или ускоренного воспроизведения эксплуатационного спектра нагрузочных воздействий целесообразно использовать только при одновременном и пропорциональном повышении скорости скольжения трущегося сопряжения. В этом случае его путь трения, соответствующий работе при любой данной нагрузке или любом заданном диапазоне нагрузок, будет таким же, как в эксплуатационных условиях.

Если интенсивности изнашивания в эксплуатации и при испытаниях с теми же нагрузками равны, то скорость изнашивания при испытаниях увеличивается пропорционально снижению продолжительности работы сопряжения при данной нагрузке (при заданном диапазоне нагрузок) в процессе испытаний в сравнении с соответствующей продолжительностью в эксплуатации. Это обеспечит пропорциональное повышению скорости скольжения сокращение продолжительности испытаний.

Пример 5. Работа радиального подшипника скольжения характеризуется периодическим чередованием действующих нагрузок. Относительная продолжительность приложения нагрузок отражена в табл. 3.

3. Распределение продолжительности испытаний при различных нагрузках

Нагрузка (давление), МПа	Продолжительность	
	%	ч
1	60	300
5	30	150
9	10	50

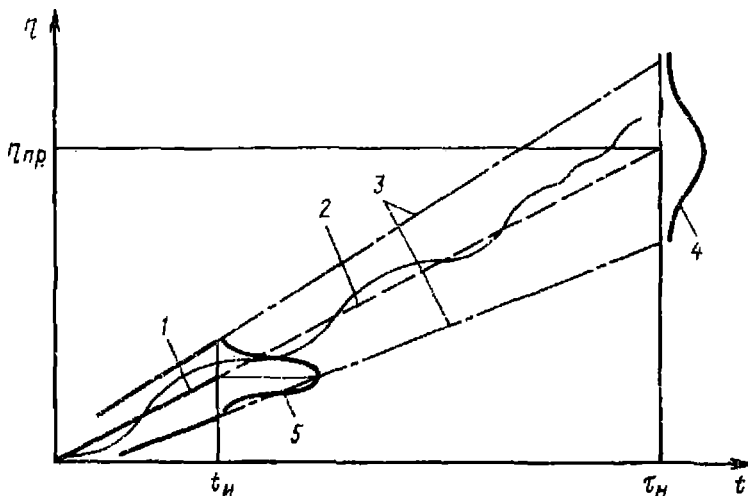


Рис. 12. Схема экстраполяции износа η по наработке t :

1 — изученный участок закономерности накопления износа; 2 — участок экстраполяции; 3 — границы доверительных интервалов износа при различных наработках; 4 и 5 — распределение износа для наработки, соответствующей среднему ресурсу и окончанию испытаний; t_n — продолжительность испытаний; τ_n — средний ресурс; $\eta_{пр}$ — предельный износ

Требуется установить, превысит ли износ предельно допустимое значение при эксплуатационной наработке 1000 ч.

Специальным охлаждением обеспечена неизменность поверхностных температур при повышении скорости скольжения в 2 раза. Предварительными исследованиями установлено, что интенсивность изнашивания от такого повышения скоростей не изменяется.

Коэффициент ускорения по наработке в этом случае равен 2.

Суммарная продолжительность испытаний 500 ч. Продолжительность приложения каждой нагрузки приведена в табл. 3.

Пример 6. Несмазываемый подшипник шарнирного механизма работает в условиях возвратно-вращательного движения с частотой 5 мин⁻¹. Работа подшипника характеризуется циклическим непрерывным изменением действующих нагрузок. Установлено, что увеличение частоты в 2 раза при той же амплитуде колебаний не приводит к существенному повышению температуры и интенсивности изнашивания. При удвоенной частоте в единицу времени вдвое повышается путь трения, соответствующий каждому значению нагрузки, и, соответственно, должна повышаться скорость изнашивания. Следовательно, общий коэффициент ускорения по наработке равен 2.

Принцип экстраполяции по времени (наработке) состоит в том, что на основе изучения статистических характеристик кинетики накопления износа на начальных этапах установившегося процесса (после завершения приработки) экстраполяцией функций

изменения износа и (или) скорости изнашивания во времени прогнозируется изменение их вне изучаемого интервала времени (времени испытаний) вплоть до достижения предельного износа (рис. 12). Предполагается, что функции сохраняются неизменными в течение всего процесса изнашивания, вплоть до достижения предельного износа, и что на всем этом интервале они монотонны и имеют производные. Практический способ экстраполяции зависит от принятых физической и математической моделей изнашивания и от метода выравнивания эмпирических данных к теоретическому виду (метод наименьших квадратов, экспоненциальное сглаживание и др.).

Практически любую функцию накопления износа η во времени (наработке) t путем соответствующего преобразования координат можно отображать в линеаризованном виде.

Выравнивание методом наименьших квадратов в этом случае сводится к отысканию коэффициентов α и β уравнения

$$\eta = \alpha t + \beta.$$

Эти коэффициенты определяются на основе результатов испытаний по средним значениям износа η_i , соответствующим определенным частным моментам времени t_i :

$$\alpha = \frac{n \sum t_i \bar{\eta}_i - \sum t_i \sum \bar{\eta}_i}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2};$$

$$\beta = \frac{\sum \bar{\eta}_i \sum t_i^2 - \sum t_i \sum t_i \bar{\eta}_i}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}.$$

Среднее значение

$$\bar{\eta}(t_i) = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} \eta^{(j)}(t_i),$$

где $\eta^{(j)}(t_i)$ — износ по j -й реализации в момент t_i ; N_j — количество имеющихся реализаций.

Для каждого момента t_i вычисляется оценка дисперсии

$$S_{\eta}^2(t_i) = \frac{1}{N_j - 1} \sum [\eta^{(j)}(t_i) - \bar{\eta}(t_i)]^2.$$

При стационарном изнашивании результаты испытаний по среднему для исследуемых реализаций износу в функции наработки выравнивают к прямой, а данные по оценке дисперсии к квадратичной зависимости:

$$S_{\eta}^2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,$$

где a_0 , a_1 , a_2 — постоянные параметры.

Если значения $a_2 t^2$ в пределах изучаемого интервала времени незначительны по сравнению с $a_1 t$, то последним слагаемым при экстраполяции дисперсии можно пренебречь (процесс с сильным перемещиванием реализаций, эргодический процесс). Если $a_1 t \ll \ll a_2 t^2$, то можно пренебречь случайными колебаниями качественного состояния объекта в процессе испытаний, связанными со случайными нерегулируемыми колебаниями режима трения и изнашивания (процесс детерминирующего начального качества).

Для процесса с сильным перемещиванием реализаций оценка ресурса может быть получена экстраполяцией результатов испытаний даже одного образца, но достаточно большой продолжительности. В этом случае возрастание во времени t математического ожидания $\bar{\eta}(t)$ износа и дисперсии $D\{\eta(t)\}$ отражается следующими функциями:

$$\bar{\eta}(t) = \frac{1}{h} t;$$

$$D\{\eta(t)\} = \frac{H}{h^3} t,$$

где h и H — параметры, оцениваемые на основе результатов испытаний по формулам

$$h = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi(t_i)};$$

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi^2(t_i)} \frac{2A}{\alpha}.$$

Здесь n — общее количество последовательных по наработке измерений износа на изученном отрезке времени; $\xi(t_i)$ — среднее значение скорости изнашивания на i -м интервале между очередными замерами; A , α — параметры автокорреляционной функции случайного эргодического процесса изменения скорости изнашивания, имеющей вид

$$B(\tau) = A e^{-\alpha |\Delta t|}$$

(Δt — интервал между двумя моментами времени, для которых определялись скорости изнашивания).

Формальное изучение статистических реализаций требует информации по нескольким десяткам реализаций при нескольких десятках последовательных измерений износа на каждой из них. Учитывая возможности современных методов измерения износа для типовых значений предельных износов, экстраполяция по времени возможна при коэффициентах ускорения по наработке, равных 2—2,5 (не более). В связи с этим такую экстраполяцию рекомендуется применять для ориентировочного сопоставления износостойкости объектов, характер изнашивания которых хорошо изучен в результате наблюдения за изнашиванием данных объектов или их аналогов в заданных условиях для всего срока службы.

Форсированные испытания. Часто используемым в практике испытаний на износостойкость является *принцип сравнения*, когда для испытываемых объектов устанавливается связь (коэффициент пересчета) между ресурсами в нормальном (эксплуатационном) и форсированном режимах. Затем

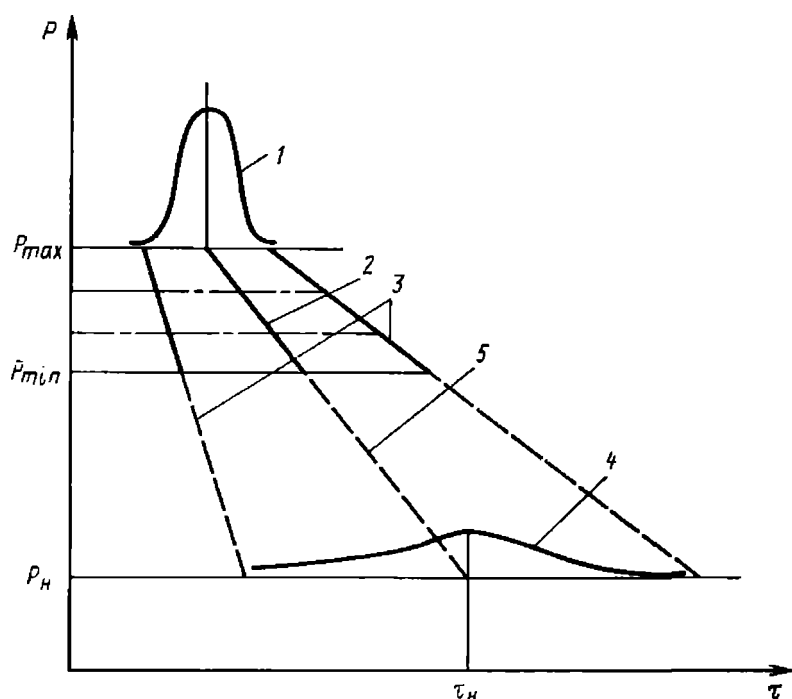


Рис. 13. Схема экстраполяции по форсируемому параметру P режима испытаний:

1 — распределение наработки на форсированном режиме; 2 и 5 — зависимость средней наработки от значения форсируемого параметра соответственно на изученном участке и на участке экстраполяции; 3 — границы доверительных интервалов наработки на различных режимах; 4 — распределение наработки на нормальном режиме

определяется ресурс в форсированном режиме, который используют для контроля ресурса в нормальном режиме. Недостатки принципа — высокая трудоемкость, большие затраты времени и образцов для достоверного установления коэффициента пересчета, значение которого не может использоваться для изделий измененной конструкции.

Результаты испытаний до предельного износа при различных уровнях того или иного форсируемого параметра P режима испытаний могут использоваться для оценки ресурса при эксплуатационном значении $P = P_n$ этого параметра путем применения принципа экстраполяции по форсируемому параметру, т. е. экстраполяции закономерностей $\tau = \tau(P)$ изменения ресурса τ в функции P (рис. 13). В этом случае проводят некоторое количество испытаний при форсированных значениях параметра: $P = P_{min} \dots P = P_{max}$ и оценивают параметры функции $\tau = \tau(P)$, значение которой $\tau = \tau_n$ при $P = P_n$ соответствует эксплуатационному ресурсу.

К недостаткам использования этого принципа, кроме необходимости наличия большого количества образцов, испытанных до предельного состояния, относится невозможность одновременного форсирования по нескольким составляющим режима, а также оценки

или контроля индивидуальной долговечности испытанного экземпляра объекта в эксплуатационном режиме (результат может быть отнесен только к совокупности однородных объектов).

Использовать этот принцип рекомендуется, когда нужна информация о долговечности как при тяжелых, так и при более легких режимах работы, а также когда уже имеется априорная информация о долговечности при тяжелых режимах.

Пример 7. Проводят испытания с целью контроля среднего ресурса при нагрузке $P_n = 400$ Н резино-металлического упорного подшипника, работающего в водной среде при температуре 45°C . Связь ресурса τ и нагрузки P описывается зависимостью

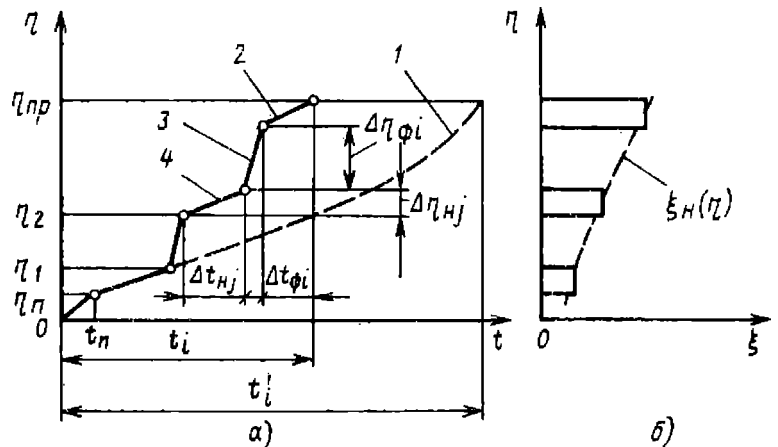
$$\tau = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{P_{пр}}{P},$$

где $P_{пр}$ — нагрузка, приводящая к отказу сразу же после нагружения; λ — постоянный параметр в принятых условиях.

В результате испытаний пяти образцов со ступенчато-возрастающей нагрузкой при поддержании температуры воды 45°C получены следующие значения $P_{пр}$ (Н) 7000, 9000, 8000, 8500, 7500. Среднее значение $\bar{P}_{пр} = 8000$ Н. Значения τ при испытаниях на форсированной нагрузке $P_{ф} =$

Рис. 14. Схема испытаний по ГОСТ 23.205—79:

a — накопление износа во времени; 1 — результаты обработки опытных данных; 2 — результаты испытаний; 3 — форсированная ступень; 4 — нормальная ступень; *b* — зависимость скорости изнашивания от износа



= 4000 Н составляли (ч) 620, 665, 995, 820, 720. Средний ресурс в форсированном режиме $\bar{\tau}_\phi = 764$ ч. Используя приведенную выше формулу связи нагрузки и ресурса для $P = P_H$ и $P = P_\phi$, получим оценку среднего ресурса $\bar{\tau}_H$ в нормальном режиме (при $P_H = 400$ Н):

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_H &= \frac{\lg \frac{P_{\text{пр}}}{P_H}}{\lg \frac{P_{\text{пр}}}{P_\phi}} \bar{\tau}_\phi = \\ &= \frac{\lg \frac{8000}{400}}{\lg \frac{8000}{4000}} 764 = 3300 \text{ ч.} \end{aligned}$$

Принцип двойной последовательной экстраполяции используют, если даже на форсированных режимах достижение предельного износа ведет к недопустимо большой продолжительности испытаний, а износ на нормальном режиме при максимально допустимой продолжительности практически не ощутим.

Осуществляют испытания при нескольких уровнях форсирующего воздействия (например, нескольких форсированных нагрузках) и регистрируют износы, соответствующие последовательному ряду наработок, по которым экстраполяцией по наработке оценивают значения ресурса, соответствующие каждому уровню форсирующего воздействия. На основе этого экстраполяцией по уровню форсирующего воздействия оценивают ресурс в нормальном режиме.

Испытания по принципу вопросов проводят при последовательном сту-

пенчатом чередовании нормального (эксплуатационного) и форсированного (по одному или нескольким параметрам) режимов для каждого испытанного образца (рис. 14).

При этом на ступенях с нормальным режимом (на нормальных ступенях) устанавливают зависимость $\xi_H(\eta)$ скорости ξ изнашивания от уровня накопленного износа η , а различные значения этого износа достигают на форсированных ступенях.

Износ испытываемого образца, соответствующий заданной наработке t_B , получают, решая относительно η уравнение

$$t_B = t_H + \int_{\eta_H}^{\eta} \frac{d\eta}{\xi_H(\eta)}, \quad (7)$$

где t_H , η_H — соответственно продолжительность начальной приработки и приработочный износ (износ, накопленный на начальном, приработочном этапе).

Нормальным может быть любой режим (постоянный, режим с циклическим или непрерывным случайным изменением уровня внешних нагружающих воздействий и др.), применительно к которому проводят контроль долговечности. Форсированный режим должен быть таким, чтобы после его применения скорость изнашивания была бы такой, как после достижения того же износа в нормальном режиме. Применение форсированного режима не должно приводить к изменению относительного распределения скорости изнашивания между отдельными деталями и узлами испытываемого объекта, в том числе между взаимно трущимися поверхностями сопряже-

ния, между отдельными участками одной и той же поверхности трения и т. п.

Испытания начинают (после приработки) и заканчивают на ступенях с нормальным режимом, минимальная продолжительность которых определяется условием накопления минимального износа $\Delta\eta_{\min}$, который может быть достаточно достоверно измерен. Эту продолжительность увеличивают или уменьшают от ступени к ступени в зависимости от изменения математического ожидания скорости изнашивания по мере накопления износа. Для исключения влияния повторной приработки измерение износа должно производиться, по возможности, без прекращения трения. Пересчет результатов возможен на основе не требующих разборки трущихся сопряжений измерений любых параметров, связанных линейной зависимостью с выходным параметром, по которому задается предельный износ (например, работоспособность зубчатого зацепления определяется уровнем линейного износа шестерен, а в процессе испытаний измеряют люфт в зацеплении).

Рациональным подбором контролируемого параметра можно повысить порог чувствительности метода и тем сократить продолжительность испытаний и (или) повысить их точность.

Число нормальных ступеней m_H ограничивается условием

$$2 \leq m_H \leq \frac{\eta_{\text{пр}} - \eta_{\text{п}}}{\Delta\eta_{\min}},$$

а также максимально допустимой продолжительностью испытаний (она, в основном, определяется суммарной продолжительностью нормальных ступеней).

Целесообразно на каждой форсированной ступени проводить испытания с износом

$$\Delta\eta_{\Phi} = \frac{\eta_{\text{пр}} - \eta_{\text{п}} - m_H \Delta\eta_{\min}}{m_H - 1}.$$

Если отсутствует возможность непрерывного в процессе испытаний контроля износа, то требуемую продолжительность $\Delta t_{\Phi i}$ (см. рис. 14) очередной форсированной ступени определяют в процессе испытаний в зависимости от результатов по предыдущим ступеням:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\Phi i} = & \eta_{\text{пр}} - \eta_{\text{п}} - \sum_{l=1}^{i-1} \Delta\eta_{\Phi l} - \\ & - \sum_{j=1}^{z=i} \Delta\eta_{Hj} - (m_H - j) \Delta\eta_{Hj} \\ = & \frac{m_H - i - 2}{m_H - i - 2} \times \\ & \times \frac{\Delta t_{\Phi} (i-1)}{\Delta\eta_{\Phi} (i-1)}. \end{aligned}$$

При обработке результатов оценивают на нормальных ступенях средние скорости изнашивания:

$$\xi_{Hj} = \frac{\Delta\eta_{Hj}}{\Delta t_{Hj}},$$

где $\Delta\eta_{Hj}$ — износ, накопленный на данной нормальной ступени; Δt_{Hj} — продолжительность ступени.

Затем выравнивают зависимость изменения скорости изнашивания в нормальном режиме от уровня накопленного износа методом наименьших квадратов, принимая в качестве аргумента средний износ и в качестве функции среднюю скорость изнашивания на соответствующей нормальной ступени. По результатам выравнивания определяют количественные параметры функции $\xi = \xi(\eta)$. Если априорно вид этой функции неизвестен, то по результатам испытаний возможен подбор функции, наилучшим образом соответствующей опытным данным.

В общем случае контроль ресурса осуществляют на основе зависимости (7). Для ориентировочной оперативной оценки эквивалентных наработок нормального режима в процессе испытаний используют графическое выравнивание. Такая оценка может быть уточнена расчетным путем.

При выравнивании зависимости $\eta(t)$ степенной функцией находят эквивалентную наработку t'_i , соответствующую окончанию i -й ступени, экстраполяцией результатов на интервалах форсирования:

$$\begin{aligned} & \text{для форсированной ступени при} \\ & \text{четном } i > 2 \quad \text{нх)} \\ \lg t'_i = & \lg t'_{i-1} + \quad \text{сб} \\ & + \frac{\lg \frac{\eta_i}{\eta_{i-1}}}{\lg \frac{\eta_{i-1}}{\eta_{i-2}}} \lg \frac{t_{i-1}}{t_{i-2}}; \quad \text{срж} \end{aligned}$$

для нормальной ступени при нечетном $i > 1$

$$\lg t'_i = \lg t'_{i-1} + \lg \frac{t_i}{t_{i-1}}.$$

При этом для начального участка, где $t'_0 = t_0$ и $t'_1 = t_1$,

$$\lg t'_2 = \lg t_1 + \frac{\lg \frac{\eta_2}{\eta_1}}{\lg \frac{\eta_1}{\eta_0}} \lg \frac{t_1}{t_0}.$$

При отсутствии предварительной информации о виде функции $\eta = \eta(t)$ или $\xi = \xi(\eta)$ эквивалентная наработка нормального режима, соответствующая i -й ступени форсированного режима:

$$\Delta t'_i = \frac{2 \Delta \eta_i}{\xi_{i-1} + \xi_{i+1}},$$

где $\Delta \eta_i$ — износ, накопленный на данной форсированной ступени; ξ_{i-1} , ξ_{i+1} — скорость изнашивания соответственно на предшествующей и последующей нормальных ступенях.

По результатам пересчета эквивалентных наработок и известным продолжительностям Δt_{hi} испытаний на нормальных ступенях оценивают эквивалентную наработку нормального режима на любой момент испытаний и, в частности, на конец испытаний:

$$t'_i = \sum_{l=1}^{i=m_H-1} \Delta t'_l + \sum_{l=i}^{l=m_H} \Delta t'_{hi} + t_{\Pi}.$$

Методы форсирования режима. Режим при испытаниях на износостойкость в общем случае характеризует комплекс механических, температурных, химических и иных воздействий, обуславливающих изнашивание испытываемого объекта. Форсирование режима, в общем случае, понимается как увеличение действующей нагрузки, скорости, повышение уровня разрушающего воздействия рабочей среды (химической агрессивности, абразивности и т. д.). В зависимости от конкретных условий может выбираться один из методов форсирования или комбинация из нескольких методов.

Изнашивание связано со сложным взаимодействием разнородных процес-

сов: пластической деформацией, упрочнением, возникновением и разрушением адгезионных связей, явлениями адсорбции из окружающей среды и смазочного масла, диффузии, образованием химических соединений, изменением первоначальных свойств поверхностных слоев материалов в результате этих процессов. Однако при работе конкретных трущихся сопряжений в определенных условиях обычно четко выражен основной (определяющий) вид изнашивания и, кроме того, наблюдаются сопутствующие виды, мало влияющие на протекание процесса. Обычно по определяющему виду изнашивания и осуществляется форсирование режима.

Наиболее существенного ускорения испытаний добиваются путем повышения интенсивности абразивного изнашивания, определяющего износостойкость большинства машин и механизмов.

Для идентификации условий работы сопряжения по абразивным частицам недостаточно указать только их концентрацию; необходима также информация о фракционном составе (размерах частиц и их распределении), химическом и физическом составе, форме частиц и др. Наиболее важно относительное содержание частиц с твердостью, превышающей твердость материалов деталей изнашиваемого сопряжения, поскольку только они практически вызывают абразивное действие. При этом режущее действие обуславливают частицы, твердость которых превышает твердость детали не менее чем в 1,5 раза. При прочих равных условиях интенсивность изнашивания повышается пропорционально концентрации частиц, приводящих к абразивному действию, а не общей концентрации твердого загрязнителя. Наилучшим способом воспроизведения натуральных условий при форсировании является использование концентрированного загрязнителя, собранного в местах эксплуатации. Так, для испытаний судовых насосов используют продукты очистки сепараторами топлива и масла. Эти продукты содержат до 1 % SiO_2 , до 0,3 % Al_2O_3 , до 6 % Fe_2O_3 . Указанные составляющие имеют повышенную твердость и главным об-

4. Методы контроля износа

Метод	Достоинства	Недостатки	Область применения
Взвешивание	Доступность и универсальность измерительных средств	Необходимость разборки. Невозможность оценки местного износа и износа в результате остаточных деформаций	Контроль интегрального износа
Микрометрирование, профилографирование			Контроль интегрального и местного (по сечению) изменения размеров
По глубине вырезанных лунок	Возможность измерения местного (по поверхности) износа	Необходимость разборки. Неприемлемость для многих материалов	Контроль местного износа и распределения износа
Поверхностная активация (ГОСТ 23.209—79)	Безразборное и непрерывное измерение	Необходимость предварительной активации выбранных участков детали	Непрерывный контроль износа при стендовых или эксплуатационных испытаниях
Активационный анализ смазочного масла (ГОСТ 23.217—84)	Отсутствие необходимости предварительной активации	Пригоден только при обильном смазывании. Невозможность оценки местного износа	Периодический контроль интегрального износа в машинах, где возможен отбор проб масла
По гашению сцинтилляций в смазочном масле (ГОСТ 23.206—79)	Отсутствие необходимости прекращения испытаний для измерений	Пригоден только для прозрачных масел	Сравнительные лабораторные испытания на износостойкость

разом обуславливают абразивное изнашивание насоса.

Близка по составу к абразиву, содержащемуся в нефтепродуктах, кварцевая пыль с удельной поверхностью $10\ 600\ \text{см}^2/\text{г}$, применяющаяся при ускоренных испытаниях автотракторных двигателей и гидроаппаратуры. В состав продуктов загрязнения топлив и масел входят органическая (10—30 %) и неорганическая (70—90 %) составляющие. Последняя состоит из продуктов коррозии металлов трубопроводов и емкостей (Zn, Fe) и из загрязнений, проникающих извне во время транспортировки и хранения (Si).

Поскольку для большинства трущихся сопряжений интенсивность из-

нашивания гораздо выше в переходном режиме, чем в установившемся, то в качестве форсирующего фактора можно использовать повышение частоты пусков-остановок. Эта частота характеризует фактически скорость накопления наработки или же является просто фактором, ускоряющим накопление износа (например, при испытаниях по ГОСТ 23.205—79).

Методы контроля износа. Основные, применяемые при ускоренных испытаниях методы приведены в табл. 4.

Метод вырезанных лунок предназначен для измерения местного (на определенном участке поверхности трения) линейного износа, определяемого по уменьшению глубины лунки, предва-

рительно нарезанной на заданном участке поверхности. Линейный износ связан с уменьшением глубины лунки. Метод обеспечивается специально выпускаемыми по ГОСТ 23.301—78 приборами, с помощью которых нарезают лунки и измеряют их длины. Минимальный порог чувствительности метода 0,015 мм.

Метод поверхностной активации по ГОСТ 23.209—79 пригоден при всех видах испытаний (включая эксплуатационные). Его применяют для измерения износа деталей из железа, меди или их сплавов и композиций. Метод обеспечивает непрерывное или периодическое измерение местного или интегрального износа по уменьшению интенсивности гамма-излучения, связанному с изменением при изнашивании толщины предварительно активированного в месте измерения поверхностного слоя детали или вставки.

Метод по ГОСТ 23.217—84 основан на измерении массового содержания элемента индикатора в пробе масла по спектру гамма-излучения после облучения ее потоком тепловых нейтронов. Порог чувствительности метода 10^{-12} — 10^{-6} г с погрешностью не более 5 %. При этом обычно износ стальных и чугунных деталей оценивают по содержанию Fe, Mn; бронзовых и баббитовых — по Cu, Sb; хромовых покрытий — по Cr.

Метод по ГОСТ 23.206—79 также основан на анализе и отборе проб масла, смазывающего поверхности трения. Оценка износа проводится по уменьшению интенсивности сцинтилляций (свечения) масла, находящегося под действием источника ионизирующего излучения, по мере увеличения количества продуктов изнашивания в анализируемых пробах масла равного объема. Чувствительность метода составляет 10^{-5} % при погрешности не более 5 %.

Для ускоренных испытаний, требующих повторных измерений износа при разных его уровнях, предпочтение следует отдавать методам, не требующим перерыва в работе испытываемого изделия и его разборки. Повторная сборка вследствие вторичной приработки может привести к износу, превышающему значение, которое на-

блюдалось бы на той или иной ступени испытаний без предшествующей остановки и разборки.

Естественно, для контроля износа при ресурсных испытаниях предпочтительнее использовать тот изменяющийся при накоплении износа параметр, для которого задано значение, определяющее предельное состояние (параметрический отказ). При этом, учитывая потребности контроля долговечности методами ускоренных испытаний, целесообразно соответствующие нормы по предельным значениям параметров задавать применительно к условиям, обеспечивающим максимальную чувствительность и точность измерений (например, применительно к температуре, которая обеспечивает наименьшее влияние ее колебаний на колебания производительности насоса и т. п.).

Радиометрические методы практически обеспечивают близкие значения предельной систематической погрешности измерений линейного износа, поскольку для тарировки при этом используются весовой метод или микрометрирование.

Несколько более высокую чувствительность обеспечивает профилографирование и метод вырезанных лунок. Однако у всех методов разрешающая способность на практике лимитируется также уровнем помех, обусловленных тепловым расширением, остаточной загрязненностью, царапанием поверхности ощупывающей иглой профилографа, шумовым фоном при радиометрических измерениях и др.

Для исключения влияния систематических погрешностей все повторные измерения при разных уровнях износа для оценки интенсивности изнашивания рекомендуется проводить, используя одни и те же приборы. Случайная погрешность снижается при этом рациональным увеличением количества повторных замеров при одном и том же уровне износа.

При постановке задачи о сравнительной оценке или контроле износостойкости, ресурса, не требующих проведения тарировочных операций, увеличиваются возможности методов по чувствительности. Так метод по ГОСТ 23.217—84 позволяет улавли-

вать очень малые значения массового износа по концентрации элемента-индикатора в смазочном масле. Пересчет результатов измерений к линейному износу, в принципе, может быть осуществлен с учетом геометрии соответствующей детали и содержания элемента-индикатора в поверхностном слое изнашивающейся детали. Однако наблюдаемое на практике переменное содержание элементов по глубине поверхностного слоя затрудняет такой пересчет.

4. УСКОРЕННЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЙ ПРОДУКЦИИ НА КОРРОЗИОННУЮ СТОЙКОСТЬ

Общие требования. Целью ускоренных коррозионных испытаний является контроль и определение коррозионной стойкости металлов, сплавов, металлических и неметаллических неорганических покрытий к агрессивному коррозионному воздействию различных сред, а также выяснение механизма и кинетики коррозионного процесса, установление лимитирующих стадий и факторов, влияющих на скорость коррозии. С помощью ускоренных коррозионных испытаний устанавливается эффективность различных методов защиты материалов от коррозии.

При ускоренных испытаниях проводятся кратковременные эксперименты в условиях более жестких, чем эксплуатационные, что позволяет сделать сравнительную оценку коррозионной стойкости различных материалов или защитных покрытий. Ужесточение условий заключается в повышении температуры или концентрации коррозионно-активной среды или ее агрессивных составляющих. Однако ужесточение не должно приводить к изменению механизма коррозии.

Общие требования к коррозионным испытаниям по ГОСТ 9.905—82.

В зависимости от целей ускоренных испытаний применяют четыре типа образцов в виде пластин, деталей или сборочных единиц (узлы, изделия),

макетов изделий или конструкций и самих изделий. В образцах всегда воспроизведены материалы, контакты, форма, технология изготовления, состояние поверхности (вид, толщина и технология получения покрытий самих изделий).

Испытания проводят на плоских образцах прямоугольной формы размерами $150 \times 100 \times 2$ и $100 \times 50 \times 2$ мм. Допускается применять образцы другой формы и размеров, площадью не менее 50 см^2 , подобные деталям и сборочным единицам изделий.

Покрытия, наносимые на образцы, должны соответствовать требованиям ГОСТ 9.301—86, ГОСТ 9.304—84 и другой нормативно-технической документации.

Количество образцов зависит от общей продолжительности испытаний, числа промежуточных съёмов, количества образцов, снимаемых с испытаний, и количества контрольных образцов. В установленные программой испытаний сроки от каждого варианта образцов, изготовленных из определенного материала, снимают с испытаний пять образцов. Контрольные образцы и образцы, снятые с испытаний, хранят в условиях, исключающих дальнейшее развитие коррозии.

При проведении ускоренных испытаний для подготовки коррозионной среды применяют химические реактивы квалификации «чистые для анализа» и дистиллированную воду.

Камеры, емкости и другая испытательная аппаратура, а также приспособления для крепления образцов должны быть стойкими к воздействию коррозионной среды и не влиять на результаты испытаний.

Конструкция испытательной аппаратуры должна исключать попадание в камеру солнечного излучения и примесей, содержащихся в атмосфере, а также предупреждать колебания температуры, влияющие на результат испытаний.

Допускаются другие требования к реактивам и испытательной аппаратуре, если это предусмотрено программой испытаний.

Испытания проводят по программе, в которой должны быть описаны:

испытуемый образец и контроли-

руемые свойства, включая химический состав, структуру и другие свойства материалов; средства и технологические особенности противокоррозионной защиты;

цель испытаний (вид и точность информации, которая должна быть получена в результате испытаний);

условия и режим испытаний с характеристикой всех существенных факторов химического и физического воздействия, последовательность и периодичность воздействия и измерений;

методика обработки и оценки результатов испытаний.

При испытаниях отношение объема жидкой коррозионной среды к площади поверхности образцов должно соответствовать реальным условиям эксплуатации. Если это требование не может быть выполнено, то выбирают такое соотношение, при котором параметры, определяющие агрессивность среды, не могут существенно изменяться во время испытаний, или предусматривают в программе испытаний обновление или корректировку среды в процессе испытаний.

Не допускается одновременно испытывать в жидкой коррозионной среде в одном сосуде образцы из разных материалов или образцы с разным покрытием, если это не предусмотрено программой испытаний.

Испытания образцов из различных материалов или с различными покрытиями в газовой среде допускаются в том случае, если все образцы подвергаются одинаковому воздействию и их взаимное влияние исключено или если исследуют возможность такого влияния.

Образцы при испытаниях размещаются таким образом, чтобы они подвергались одинаковому химическому и физическому воздействию, если нет специальных указаний.

Продолжительность испытаний выбирают такой, чтобы можно было однозначно оценить поведение образцов.

Метод оценки результатов зависит от цели испытаний, вида коррозии и выбранных критериев (ГОСТ 9.908—85 и ГОСТ 9.308—85).

Способ обработки результатов испытаний выбирают в зависимости от конкретного метода испытаний по ГОСТ 27.503—81*.

Испытания на атмосферную коррозию. Сущность методов заключается в ускорении коррозионного процесса ужесточением искусственно создаваемых условий, имитирующих воздействие климатических факторов промышленной атмосферы, и получении сравнительных данных по коррозионной стойкости металлов, сплавов и защитной способности покрытий по ГОСТ 9.308—85.

Методы испытаний распространяются на металлы, сплавы, металлические и неметаллические неорганические покрытия.

Методы испытаний не определяют сроков службы покрытий в природных условиях.

Оборудование должно обеспечивать поддержание заданных режимов в рабочем объеме камеры в течение всего времени испытаний автоматически. Испытания по всем методам проводят в специальных камерах объемом не менее 0,3—0,4 м³. Скорость повышения температуры в камере должна быть не более 2 град/мин, а температура поддерживаться с точностью $\pm 2^\circ\text{C}$. Для выравнивания параметров режима по объему камеры должна быть предусмотрена циркуляция воздуха со скоростью не более 1 м/с.

Испытания по методу попеременного погружения в электролит проводят на установках типа «коррозионного колеса». Конструкция таких установок должна обеспечивать полное погружение образцов в электролит в вертикальном положении. Объем электролита в ванне устанавливают в зависимости от площади поверхности образца (из расчета 30—50 мл электролита на 1 см²).

Продолжительность испытания устанавливают в программе испытаний в соответствии с требованиями, предъявляемыми к испытываемым образцам. Рекомендуемая продолжительность испытаний 2, 6, 24, 96, 240, 480, 720 ч и т. д.

Образцы перед испытаниями обезжиривают и проводят осмотр.

При осмотре образцов, коррозионное поведение которых оценивают по изменению внешнего вида, отмечают: цвет, блеск поверхности, наличие и

местоположение допустимых дефектов по ГОСТ 9.908—85.

Образцы, коррозионное поведение которых оценивают по изменению массы, замеряют для определения площади поверхности, выдерживают в эксикаторе с силикагелем не менее 24 ч и взвешивают с точностью до 0,0001 г или до 0,01 г в зависимости от массы.

Результаты осмотра и взвешивания заносят в протокол.

При испытании по методам II, IV (см. с. 138, 139) образцы в камере устанавливают под углом 15° , по методам NSS, ASS, CASS (см. с. 139) — под углом $15\text{--}30^\circ$, а при испытании другими методами образцы устанавливают вертикально.

Существует два метода испытаний на атмосферную коррозию при повышенной относительной влажности и температуре: без конденсации влаги (метод I) или с периодической ее конденсацией (метод II). Ускорение коррозионного процесса достигается повышением влажности воздуха и температуры без конденсации влаги или с ее периодической конденсацией (ГОСТ 9.308—85).

Образцы в камере подвешивают на нитях или крючках из полимерных материалов; образцы должны занимать не более 15 % объема камеры.

Метод I. В камере устанавливают температуру $(40\pm 2)^\circ\text{C}$ или $(50\pm 2)^\circ\text{C}$. После прогрева образцов до заданной температуры создают относительную влажность воздуха $(93\pm 3)\%$. Заданные значения температуры и относительной влажности воздуха поддерживают постоянными в течение всего времени испытаний.

Метод II. Испытания состоят из нескольких циклов (продолжительностью 24 ч каждый), непрерывно следующих друг за другом. Число циклов устанавливают в программе испытаний.

При первом режиме каждый цикл имеет два режима испытаний. В камере с образцами устанавливают температуру $(25\pm 2)^\circ\text{C}$ и относительную влажность не менее 95 %. Температуру в камере повышают до значений $(40\pm 2)^\circ\text{C}$ или $(55\pm 2)^\circ\text{C}$ в течение 3 ч и поддерживают влажность не менее 95 %, за исключением последних

15 мин, в течение которых она должна быть не менее 90 %. На образцах в этот период должна конденсироваться влага.

При втором режиме в камере поддерживают температуру $(40\pm 2)^\circ\text{C}$ или $(55\pm 2)^\circ\text{C}$, а влажность в пределах $(93\pm 3)\%$ в течение 12 ч от начала цикла. Затем температуру в камере понижают до $(25\pm 2)^\circ\text{C}$ в течение 6 ч, а относительная влажность должна быть не менее 80 %. После этого температуру поддерживают на уровне $(25\pm 2)^\circ\text{C}$ и относительную влажность не менее 95 % до конца цикла.

Существует также два метода испытаний при повышенной относительной влажности и температуре и воздействии сернистого газа без конденсации влаги (метод III) или с периодической конденсацией влаги (метод IV). Ускорение коррозионного процесса достигается повышением относительной влажности воздуха и температуры при воздействии сернистого газа без конденсации влаги или с ее периодической конденсацией.

Методы не применяются для испытания никеля и его сплавов, никелевых и хромовых пористых покрытий.

Методы рекомендуются применять для испытаний изделий и покрытий из драгоценных металлов (кроме серебра и его сплавов).

Форму и размеры образцов для испытаний из драгоценных металлов устанавливают в программе испытаний.

Камера с герметичной дверцей должна иметь устройство для ввода газа; устройство для отбора проб и удаления отработанного газа из камеры; газоанализатор.

Поток газовой смеси в полезном объеме камеры должен обеспечивать трехкратный обмен в час.

Метод III. Образцы помещают в камеру, в которой устанавливают следующий режим испытаний: температура $(25\pm 2)^\circ\text{C}$; относительная влажность $(75\pm 5)\%$; концентрация сернистого газа $(75\pm 15)\text{ мг/м}^3$. Сернистый газ вводят в камеру сразу после установления заданных значений температуры и относительной влажности. Концентрацию сернистого газа поддерживают постоянной и контролируют.

Метод IV. Испытания являются циклическими с непрерывным следованием циклов с заданными режимами (первым или вторым). Продолжительность цикла 24 ч от начала нагрева закрытой камеры.

При первом режиме после ввода двуокиси серы камеру нагревают за 90 мин до температуры $(40 \pm 2)^\circ\text{C}$ и поддерживают ее в течение 24 ч, после чего выключают нагрев и сливают из бани воду.

Второй режим: после ввода двуокиси серы камеру нагревают за 90 мин до температуры $(40 \pm 2)^\circ\text{C}$ и поддерживают эту температуру в течение 8 ч, затем камеру открывают, воду из бани сливают и извлеченные образцы выдерживают в течение 16 ч при температуре помещения и относительной влажности воздуха не более 75 %.

К началу каждого цикла в водяную баню на дне камеры наливают установленное в программе испытаний количество воды, камеру плотно закрывают. Затем в камеру вводят $(2 \pm 0,2)$ г/м³ сернистого газа.

При испытаниях на атмосферную коррозию используют методы переменного погружения в электролит (метод V) и методы воздействия соляного тумана (метод VI) различных модификаций (NSS, ASS, CASS).

Метод V. Ускорение коррозионного процесса при этом достигается чередованием погружения образцов в электролит и высушиванием их на воздухе (ГОСТ 9.908—85).

Испытания проводят на установке, расположенной в помещении с температурой $(25 \pm 10)^\circ\text{C}$ и относительной влажностью 45—80 %, если программа испытаний не предусматривает других условий.

Образцы периодически погружают в раствор хлористого натрия концентрацией (30 ± 3) г/дм³. Продолжительность пребывания образцов в растворе 10 мин, на воздухе 50 мин. Во время вынужденных перерывов в испытаниях образцы должны находиться на воздухе. Смену раствора проводят через каждые 15 суток испытаний. Уровень раствора в ванне должен поддерживаться постоянным в процессе испытаний.

Магний и его сплавы испытывают при другой концентрации коррозионной среды (ГОСТ 9.019—74*).

Метод VI. Ускорение коррозионного процесса в этом случае достигается повышением температуры окружающей среды и введением во влажную атмосферу нейтрального раствора хлористого натрия (NSS), или кислого раствора хлористого натрия (ASS), или кислого раствора хлористого натрия и двуххлористой меди (CASS) по ГОСТ 9.308—85.

Методы не применяются для магния и его сплавов.

Соляной туман в камере образуют распылением растворов, его дисперсность должна быть 1—10 мкм. В камере устанавливают не менее двух сборников осаждающегося соляного тумана.

Образцы помещают в камеру, которую нагревают до температуры $(35 \pm 2)^\circ\text{C}$, и подвергают воздействию соляного тумана. Отсчет времени испытаний начинают с момента достижения заданной температуры. Время промежуточных осмотров и других перерывов не включают в общую продолжительность испытаний.

Испытания проводят при непрерывном распылении раствора, нагретого до 35°C . Повторное применение раствора не допускается.

При методе NSS приготовленный для распыления раствор хлористого натрия при 25°C должен иметь рН 6,0—7,0.

Метод ASS применяют для определения (контроля) защитных свойств покрытий медь—никель—хром и никель—хром. Применяют метод для испытания металлов и сплавов, если известно, что ускорение коррозионного процесса достигается без изменения его механизма.

К раствору хлористого натрия концентрацией (50 ± 5) г/дм³ добавляют ледяную уксусную кислоту в количестве, необходимом для получения рН 3,0—3,1 распыляемого раствора при температуре 25°C .

Метод CASS применяют для определения (контроля) защитных свойств покрытий медь—никель—хром, никель—хром и анодно-окисных покрытий на алюминии и его сплавах.

К раствору хлористого натрия концентрацией (50 ± 5) г/дм³ добавляют двухлористую медь до концентрации 0,26 г/дм³ и ледяную уксусную кислоту в количестве, необходимом для получения рН 3,0—3,1 распыляемого раствора при температуре 25 °С.

Метод испытаний «Корродкот». Ускорение коррозионного процесса в этом случае достигается повышением температуры и относительной влажности в камере с образцами, покрытыми пастой, содержащей коррозионно-агрессивные соли (ГОСТ 9.308—85).

Метод применяют для определения (контроля) защитных свойств, а также пористости покрытий медь—никель—хром и никель—хром на стали и цинковых сплавах по ГОСТ 9.302—79*.

Пасту наносят на поверхность образца мягкой кистью. Толщина слоя пасты во влажном состоянии должна быть 0,08—0,2 мм. Образцы сушат в течение 1 ч на воздухе при относительной влажности не более 50 % и температуре 18—25 °С. Пасту готовят следующим способом: растворяют в 50 см³ воды 0,035 г азотнокислой меди, 0,165 г хлорного железа и 1,0 г хлористого аммония. В полученный раствор отдельными порциями при помешивании добавляют 30,0 г каолина. Приготовленную суспензию тщательно перемешивают и выдерживают перед нанесением в течение 2 мин.

Высушенные образцы устанавливают в камере так, чтобы покрытые пастой поверхности образцов не соприкасались между собой, а также с деталями камеры.

Испытания проводят при температуре (38 ± 2) °С и относительной влажности воздуха 80—90 % без конденсации влаги.

Продолжительность одного цикла испытания составляет 16 ч. По окончании цикла образцы вынимают из камеры, смывают полностью пасту в холодной проточной воде мягкой щеткой или губкой и осматривают. Перед проведением следующего цикла наносят свежую пасту.

После окончания последнего цикла испытания образцы вынимают и оценивают результаты испытания.

Образцы из цинковых сплавов с покрытиями подвергают визуальному осмотру после каждого удаления пасты.

Стальные образцы с покрытиями осматривают до и после удаления пасты с поверхности.

По окончании испытаний по любому методу образцы извлекают из камеры и оценивают коррозионную стойкость.

Оценка результатов испытаний. Оценку результатов испытаний с помощью изложенных выше методов проводят в соответствии с выбранными критериями (ГОСТ 9.908—85 и ГОСТ 9.909—86): визуально, по изменению массы оптических, электрических и механических свойств, а также по глубине очагов коррозии и т. д.

Визуально оценивают коррозионное поведение покрытий, продукты коррозии которых отличаются по внешнему виду от продуктов коррозии основного металла.

При оценке коррозионной стойкости учитывают очаги коррозии покрытия; при оценке защитной способности — очаги коррозии основного металла.

При осмотре покрытий различают следующие виды коррозионных поражений: точечное поражение — коррозионный очаг размером до 1,5 мм, коррозия пятнами — коррозионный очаг размером более 1,5 мм и вздутия покрытий.

Коррозионную стойкость и защитную способность покрытий оценивают при точечном поражении — по величине частотного показателя коррозии; при коррозионном поражении пятнами и вздутиями — по величине частотного показателя, характеризующего отношение пораженной поверхности к оцениваемой поверхности образца.

Для определения частотного показателя коррозии на образец (поверхностью не менее 50 см²) накладывают пластину из прозрачного материала с нанесенной на нее сеткой, которая делит поверхность на квадраты размером 5×5 мм. При расположении очага коррозии на границе двух квадратов учитывается только один квадрат.

Частотный показатель коррозии (%)

$$C = \frac{n100}{N},$$

где n — число квадратов, имеющих один и более коррозионных очагов; N — общее число квадратов на поверхности образца.

Оценка изменения оптических свойств заключается в сравнении величин относительного коэффициента отражения покрытия до и после испытаний.

По изменению оптических свойств оценивают коррозионную стойкость блестящих покрытий.

Относительный коэффициент отражения (%)

$$A = \frac{I_{100}}{I_0},$$

где I — фототок для испытуемого покрытия, мкА; I_0 — фототок для эталона, мкА.

Оценку результатов испытаний по измерению массы проводят следующим образом. Образцы выдерживают в эксикаторе 24 ч, взвешивают и удаляют продукты коррозии. После удаления продуктов коррозии образцы промывают, высушивают, выдерживают 24 ч в эксикаторе и взвешивают. Скорость коррозии [г/(м²·год) или мг/(см²·сут)]

$$K = \frac{\Delta P}{ST},$$

где ΔP — коррозионные потери на образце, г (мг); S — поверхность образца, м² (см²); T — время испытаний, год (сутки).

Оценку коррозионной стойкости металлов и сплавов рекомендуется производить по ГОСТ 9.908—85.

При равномерной коррозии скорость ее проникновения (мм/год)

$$П = \frac{K \cdot 10^{-3}}{d},$$

где K — скорость коррозии, г/(м²·год); d — плотность металла, г/см³.

Скорость коррозии в щелях и зазорах [г/(см²·год) или мг/(см²·сут)]

$$K_{щ} = \frac{\Delta P}{S_{щ}T},$$

где $S_{щ}$ — площадь поверхности металла в щели или зазоре, м² (см²).

При расчете скорости коррозии в щелях или зазорах коррозионными по-

терями с открытых поверхностей образца пренебрегают.

Для образцов, открытые поверхности которых поражены коррозией не менее чем щели или зазоры, указанная формула не применима.

Оценку (измерение) результатов испытаний по глубине очагов коррозии (питтинга, язв, раковин) проводят одним из следующих способов:

микроскопом с калибровочным микрометрическим винтом;

индикаторным глубиномером;

микроскопом на поперечном шлифе.

При осмотре шлифов коррозионную стойкость оценивают по среднему числу очагов коррозии на 10 мм длины шлифа; максимальной глубине очагов коррозии; среднему из пяти наибольших значений глубин очагов коррозии для всех шлифов; среднему значению глубины очагов коррозии из всех значений для всех шлифов.

При расчете допускается пользоваться усредненными значениями указанных величин для обеих сторон образца — лицевой и обратной.

Испытания на коррозионное растрескивание. Сущность метода заключается в том, что образцы с заданной деформацией или заданной осевой растягивающей нагрузкой подвергают воздействию коррозионной среды.

Устанавливаются два метода испытаний, которые распространяются на алюминиевые и магниевые сплавы без защитных покрытий по ГОСТ 9.019—74*.

Критериями оценки коррозионного растрескивания сплавов являются уровень безопасных напряжений — максимальное напряжение, при котором не происходит разрушение образцов за установленный срок испытаний; время до появления первой визуально обнаруживаемой трещины при испытании на одном уровне напряжений; характер коррозионного разрушения.

Для получения характеристик, регламентируемых в документах на сплавы, используют не менее десяти образцов каждого варианта.

При испытании методом заданной деформации применяют образцы размером 110×15×2,5 мм. Допускается применять образцы толщиной не более 5,0 мм. При технической необхо-

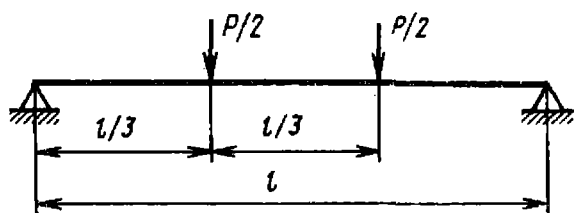


Рис. 15. Схема четырехточечного изгиба

димости допускается применять образцы размером 40×10 мм и толщиной до 3,0 мм, а также кольцевые образцы высотой 20 мм, диаметром не менее 10 мм с толщиной стенки не более 0,1 внешнего диаметра.

Шероховатость поверхности образцов должна соответствовать шероховатости образцов, находящихся в состоянии поставки или после механической обработки: $R_a 2,5$ мкм — для круглых образцов, $R_a 1,25$ мкм — для плоских образцов.

Образцы из алюминиевых сплавов обезжиривают органическим растворителем и затем травят в 5—10 %-ном растворе едкого натра при температуре 50—60 °С в течение 0,5—2 мин. Далее образцы промывают в проточной воде, осветляют в 30 %-ном растворе азотной кислоты в течение 2—6 мин, вновь промывают в проточной, а затем в дистиллированной воде при температуре 70—90 °С и высушивают.

Образцы из магниевых сплавов с механически необработанной поверхностью зачищают стеклянной шкуркой, затем поверхность образцов протирают тампоном, смоченным этиловым спиртом.

Метод заданной деформации. Заданную деформацию в одноосном напряженном состоянии для плоских или цилиндрических образцов создают специальной скобой по четырехточечной схеме изгиба (рис. 15) под действием изгибающей нагрузки P .

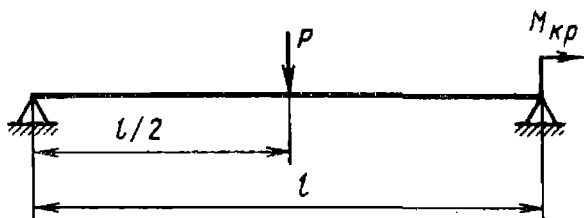


Рис. 16. Схема изгиба с кручением

Стрелу прогиба (мм) вычисляют (с погрешностью не более $\pm 0,02$ мм) по формуле

$$f = 0,213 \frac{l^2 \sigma}{E \delta},$$

где σ — расчетное напряжение, МПа; E — модуль упругости, МПа; l — расстояние между опорами в скобе, мм; δ — толщина для плоского образца или внешний диаметр для цилиндрического образца, мм.

Заданную деформацию в сложно-напряженном состоянии (изгиб с кручением) создают по схеме, приведенной на рис. 16, в специальных приспособлениях.

Стрела прогиба при изгибе (мм)

$$f_2 = \frac{1350 \sigma}{E \delta}.$$

Угол скручивания (в радианах)

$$\varphi = \frac{9 \tau}{G \delta},$$

где τ — напряжение кручения, МПа; G — модуль сдвига, МПа.

Испытания основного материала проводят при расчетных напряжениях (σ), составляющих определенную долю (K) от предела текучести при растяжении ($\sigma_{0,2}$).

Для алюминиевых сплавов K принимают равным 1,0; 0,9; 0,75; 0,5 и 0,25; для магниевых сплавов — 0,9; 0,75; 0,5 и 0,25.

При испытаниях на одном уровне напряжений K принимают равным 0,9 для алюминиевых сплавов и 0,75 для магниевых сплавов.

Метод заданной осевой растягивающей нагрузки. Напряжения растяжения создают на установках или устройствах, обеспечивающих поддержание постоянной нагрузки в течение всего времени испытаний. Растягивающие нагрузки (H) $P_p = \sigma S$,

где S — площадь поперечного сечения образца (для сварных соединений по основному металлу), мм².

При испытании на одном уровне напряжений напряжения принимают равными 0,75 $\sigma_{0,2}$ для алюминиевых сплавов и 0,5 $\sigma_{0,2}$ для магниевых сплавов. При испытании на нескольких

уровнях указанные напряжения принимают за начальные. Следующие значения напряжений последовательно изменяют на 20 МПа.

Испытания алюминиевых сплавов проводят при периодическом погружении образцов в 3 %-ный раствор хлористого натрия по циклу 10 мин в растворе, 50 мин на воздухе. Температура окружающей среды 18—25 °С.

Испытания магниевых сплавов проводят при периодическом погружении в 0,001 %-ный раствор хлористого натрия по циклу: 10 мин в растворе, 50 мин на воздухе (температура окружающей среды 18—25 °С) и во влажной атмосфере (камере) по двухступенчатому циклу:

1-я ступень — влажность 95—98 %, температура 50 ± 2 °С, выдержка 16 ч;

2-я ступень — влажность 95—98 %, температура 18—25 °С, выдержка 8 ч.

Образцы в камере размещают таким образом, чтобы выпуклая (растянутая) сторона образца была обращена вверх.

Допускается испытывать сплавы методом заданной одноосной растягивающей нагрузки при постоянном погружении образцов в растворы.

Объем раствора составляет не менее 10 мл на 1 см² поверхности образца. Смена раствора производится через каждые 15 сут испытаний. Раствор по мере испарения доливают дистиллированной водой.

Испытания при периодическом погружении проводят без перерыва в течение заданного времени экспонирования образцов.

Продолжительность испытаний составляет: по методу заданной деформации 90 сут — при периодическом и полном погружении, 180 сут — при испытании в камере; по методу заданной нагрузки — 45 сут.

Допускается увеличивать продолжительность испытаний до 90, 190, 270 и 360 сут.

При испытании методом заданной деформации периодически проводят восстановление деформации. Для этого образец полностью разгружают и вновь деформируют на первоначальную стрелу прогиба. Восстановление деформации образцов проводят через 15 и 45 сут с момента начала испытаний, а затем через каждые 45 сут.

При количестве образцов 10 шт. и более в варианте полученные данные подлежат математической обработке с построением вероятностных кривых в координатах: накопленная вероятность разрушения — время до разрушения.

При количестве образцов в варианте менее 10 шт. определяют только среднее арифметическое время до разрушения ($\bar{X}$) с указанием времени до разрушения первого и последнего образцов.

Дополнительным критерием при оценке результатов испытаний служит характер коррозионных трещин, определяемый микроскопическим исследованием шлифов.

Плоскость шлифов должна быть перпендикулярна рабочей поверхности образца и параллельна направлению растягивающих напряжений.

Глава 4

Контроль качества и надежности продукции с применением физико-технического анализа (ФТА)

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФТА

Под физико-техническим анализом понимается применение физических методов и средств для установления причин отказов.

Рациональное использование результатов ФТА позволяет количественно оценивать показатели качества и надежности и осуществлять необходимые мероприятия по их повышению.

В общем случае оценка качества и надежности изделий с использованием ФТА основывается на следующих основных положениях.

1-е положение заключается в том, что объект анализа и методы, средства анализа рассматриваются как общая система. Реализация этого положения требует накопления и использования статистической информации о повторяемости в условиях возникновения отказов и создания специальных форм записи данных, пригодных для непосредственного ввода в ЭВМ; глубокого исследования причин возникновения отказов, основанного на использовании новейшего оборудования; организации анализа как единого процесса, в котором во взаимосвязи должны осуществляться действия исследовательского, конструктивно-технологического и другого характера.

2-е положение состоит в том, что в результате анализа должны быть выявлены все отказовые дефекты и (или) деградационные процессы. Для реализации этого положения необходимо обеспечить полное описание возможных дефектов (деградационных процессов) с оценкой степени опасности каждого дефекта, с тем, чтобы осуществить оптимальный выбор

средств ФТА, позволяющих в совокупности обнаруживать (с требуемой достоверностью) все «опасные» дефекты; контролепригодность объекта анализа для каждого из используемых средств ФТА; техническую (в том числе и метрологическую) совместимость объекта и средств анализа.

3-е положение заключается в том, что в результате анализа должны быть обеспечены требуемые достоверности установления причин, видов и механизмов развития дефектов, а также — образования отказовых ситуаций (т. е. степени «опасности» дефекта). Для реализации этого положения практически необходимо сочетание различных видов анализа с моделированием процессов деградации и дефектообразования и с прогнозированием развития дефектов (деградационных процессов).

Полное описание возможных дефектов должна содержать соответствующая модель контролируемого изделия, так как дефектом является каждое отклонение от требований нормативно-технической документации. Перечень возможных дефектов должен содержаться в соответствующем классификаторе дефектов.

ФТА промышленных изделий проводится в последовательности, указанной на рис. 1.

1. Вертикальная декомпозиция контролируемого изделия, т. е. его представление в виде элементарных звеньев. В качестве таких звеньев могут выступать как простейшие изделия (резистор, конденсатор, транзистор в радиоэлектронике, шарик подшипника, болт, гайка, мембрана — в машиностроении и т. п.), так и зоны однородных материалов (покрытие, основной металл). Для каждого элементарного звена должны быть априорно уста-

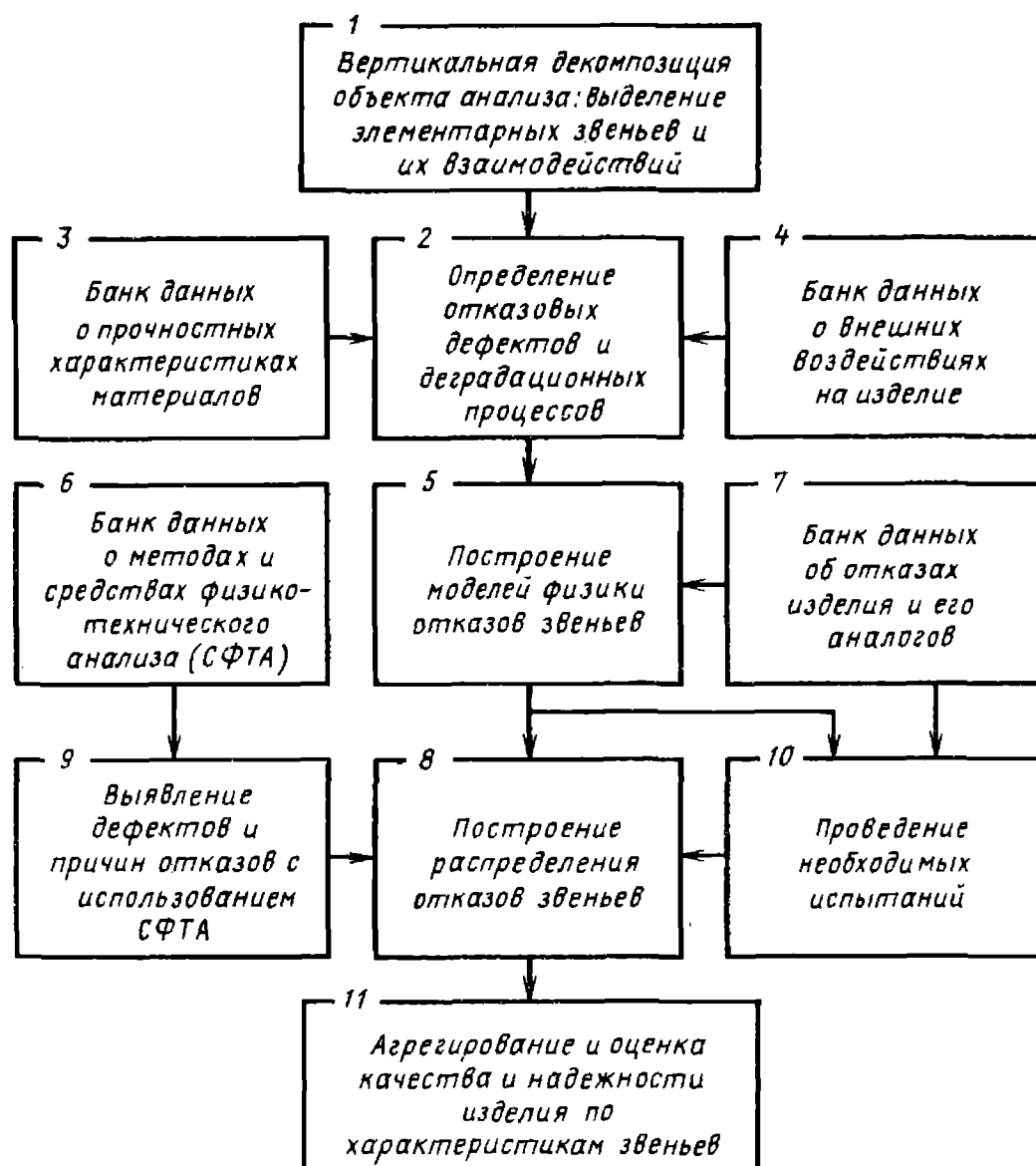


Рис. 1. Алгоритм контроля и оценки качества и надежности с использованием ФТА

новлены ожидаемые внешние воздействия (т. е. «заполнен» банк данных блока 4 на рис. 1) и прочностные характеристики (т. е. «заполнен» банк данных блока 3 на рис. 1 для всех воздействий, указанных в блоке 4).

2. Определение отказовых дефектов и деградационных процессов. Перечень этих дефектов и деградационных процессов должен содержаться в соответствующем классификаторе дефектов. Поэтому блок 2 реализует процесс поиска i -го дефекта (деградационного процесса в пространстве трех видов координат), соответственно сформированных блоками 1, 3, 4.

3. Обобщение данных о дефектах и деградационных процессах (блоки 2,

7) и их представление в виде моделей физики отказов (блок 5).

4. Экспериментальная проверка выбранной модели физики отказа путем использования испытаний (блок 10), выбора методов и средств ФТА (блок 6) и проведение ФТА (блок 9) испытанных изделий с последующей проверкой (блок 8) априорной гипотезы о распределении отказов, даваемой блоком 5 (проверка моделей физики отказов) на основе апостериорных данных от блоков испытаний (блок 10) и физико-технического анализа (блок 9). Полученное в блоке 8 апостериорное распределение отказов элементарных звеньев дает возможность определить как показатели «индивидуального» ка-

чества и надежности каждого проконтролированного изделия, так и статистические значения этих показателей для контролируемых совокупностей изделий.

5. Агрегирование (объединение) данных о качестве и надежности элементарных звеньев изделия (полученных для каждого звена в блоке 8) и получение на этой основе характеристик качества и надежности изделия в целом (блок 11).

Классификация дефектов и деградационных процессов. Необходимую для построения блока 2 (см. рис. 1) классификацию дефектов и деградационных процессов в изделиях можно осуществлять по различным признакам, в совокупности образующих полную картину отступлений от требований нормативно-технических документов. Эта классификация тесно связана с системным описанием свойств объекта ФТА, т. е. с его системной моделью.

Поскольку для построения банков данных о дефектах их классификаторы должны быть машинно-ориентированными, то возникает задача рационального кодирования обозначений дефектов. С этой целью дефекты характеризуются рядом свойств, объединяемых в группы. Каждой группе (соответственно — категории, виду) дефектов присваивается соответствующий код. Например, могут быть сформированы следующие группы (категории, виды) дефектов:

01 — нарушение геометрии элементов (011 — размеров, 012 — местоположения, 013 — ориентации);

02 — нарушение сплошности элементов (021 — поверхностные, 022 — подповерхностные, 023 — объемные, 024 — трещины, 025 — пустоты, 026 — волосовины и т. п.);

03 — нарушение состава (031 — химического — элементного, 032 — физического — компонентного);

04 — нарушение структуры элементов (041 — кристаллической, 042 — молекулярной, 043 — атомной, 044 — геометрической, микроскопической, 045 — фазовой);

05 — нарушение свойств элементов (051 — физических, 052 — химических);

06 — нарушение характеристик физических полей в элементах (061 — электрических, 062 — магнитных, 063 — электромагнитных, 064 — гравитационных).

Для дальнейшего развития кодирования дефектов необходимо каждому виду дефекта придать количественную характеристику, т. е. определить некоторую систему координат, в которой «здоровое» изделие будет описываться как совокупность однородных конечных малых размеров элементов. В выбранной системе координат каждый i -й элемент характеризуется:

своим местоположением, геометрией, составом и структурой материала;

наличием электрического, магнитного и других полей;

диэлектрическими, магнитными и другими свойствами материала.

Обозначим индексом 0 значение данного вектора, соответствующего норме. Дефекты будут характеризоваться отличиями в фактических и требуемых по норме значений вектора, а также изменениями в этих отличиях в пространстве и во времени. В практике оценки качества и надежности изделий обычно применяется более обобщенная характеристика дефектов по размещению и динамике изменения. По размещению дефекты делятся на поверхностные и объемные (иногда дополнительно выделяют группу подповерхностных дефектов). По динамике изменения дефекты делятся на статические (не изменяющиеся с течением времени), динамические (изменяющиеся по детерминированным временным зависимостям) и статистические (изменяющиеся стохастически).

Кроме того, в качестве классификационного признака используются процессы (явления), вызвавшие возникновение дефекта: коррозия, электрический или тепловой пробой и т. п.

Классификация деградационных процессов обычно осуществляется по термодинамической характеристике (например, диффузии), по процессу разрушения (например, деструкции) или характеру повреждения (сдвигу и т. п.).

Модели физики отказов, на использовании которых основываются количественные оценки качества и надеж-

ности по результатам ФТА, должны в совокупности описывать все свойства объекта анализа. Полное описание этих свойств включает представления:

структуры изделия в целом, свойств и взаимосвязей его элементов, что определяет возможные внутренние состояния объекта анализа;

целей (задач) и областей (условий) использования изделия и факторов, способствующих или препятствующих достижению этих целей, что определяет применимость этих изделий для решения определенных задач в конкретных условиях (например, возможность использования измерительного прибора с требуемой точностью в условиях больших колебаний напряжения сети, наличия вибрации стенда и электромагнитных помех);

реакции изделия на внешние воздействия и его взаимодействия с внешней средой и другими изделиями, чем определяется техническая совместимость различных изделий при их совместной работе;

возможности разделения изделия на минимально-самостоятельные элементы, на основе которого могут решаться задачи унификации, комплектации и типизации технологических процессов изготовления;

последовательностей изменения внутреннего состояния изделия в процессе нормального функционирования или при воздействиях, вызывающих внеплановые деградационные процессы, повреждения, разрушения, отказы.

Эти представления могут быть объединены в модели — нормативную, знаковую и диагностическую.

Под *нормативной* моделью понимается описание свойств изделий, вытекающих из нормативно-технической документации. Нормативная модель представляет собой перечень определяющих параметров, условий их измерения и пределов допустимых изменений. Нормативной моделью определяется категория «открытых» дефектов.

Под *диагностической* моделью понимается описание внутренних деградационных процессов, протекающих в изделии и вызывающих дефекты. Диагностическая модель представляет собой перечень диагностических параметров, условий их контроля и, в воз-

можных случаях, допустимые пределы изменения.

Знаковая модель отражает связь между нормативной и диагностической моделями. Эта модель может строиться на основе анализа влияния внутренних процессов комплектующего изделия на работоспособность объекта ФТА в целом или путем установления непосредственной (детерминированной или стохастической) связи между определяющими и диагностическими параметрами.

Связь между введенными моделями и реальным состоянием изделия определяется теми текущими ситуациями, в которых обусловлено обеспечение качества изделия. *Текущие ситуации* — это совокупность внешних воздействий и внутренних процессов в изделиях.

Диагностические модели можно разделить на две группы: модели объектов технической диагностики и модели физики отказов. Модели физики отказов делят на следующие *группы по основному принципу*, используемому при их построении:

параметрические, основанные на экспериментальном или теоретическом определении детерминированной или стохастической связи между параметрами изделия, определяющими его состояние (функционирования, работоспособности, отказа), и параметрами, определяющими внешние воздействия (время, вид, интенсивность или спектр);

квантово-механические, построенные на основе анализа элементарных актов и последствий взаимодействия материала изделия (его атомов и молекул) с внешними воздействиями; термодинамические, использующие энергетические или энтропийные соотношения.

Рассмотрим параметрические модели физики отказов. Для построения банков таких моделей рекомендуется кодировать:

внутренние факторы (химический состав, структура вещества, реологическое состояние — текучесть и вязкость вещества, упругие свойства, механические внутренние напряжения, тепловые свойства, тепловые напряжения, электрические свойства, электрические напряжения);

внешние факторы (высокая температура, низкая температура, изменение температуры, высокое давление внешней среды, низкое давление внешней среды, изменение давления, механические вибрации, относительное ускорение, гравитационное поле, электромагнитное поле, радиоактивное излучение, химические реагенты);

основные механизмы отказов: механические (прилипание, спекание, истирание, изнашивание, замазывание, забрызгивание, сублимация, релаксация, механический гистерезис, дрейф и сдвиг, разбаланс, динамические перегрузки, резонанс); электрические (дугообразование, утечка, пробой, эрозия, обрыв, перегрузка тока, короткие замыкания, пьезоэлектрический и тензометрический эффекты, вторичный ток); тепловые (тепловое расширение и пробой, плавление, испарение); оптические (засвечивание, разрушение от облучения); магнитные (магнитный гистерезис, перемагничивание, размагничивание, намагничивание); радиационные (образование точечных дефектов, перегрев, плавление, засвечивание, изменение состава, полимеризация, деструкция, сшивание); физикохимические (коррозия, диффузия, старение, карбонизация, декарбонизация).

Кодирование по перечисленным факторам позволяет с учетом специфики изделий накапливать параметрические модели и использовать для оценок качества и надежности. Однако существуют ограничения области применения этих моделей из-за необходимости корректирования коэффициентов модели при сравнительно небольших отклонениях свойств материалов и условий производства или применения от принятых в расчете, а также экспериментального определения этих коэффициентов для каждой партии изделий при их серийном производстве.

В связи с развитием автоматизации проектирования и управления производством параметрические модели стали приобретать характер подслеживающих (подстраивающихся) или адаптивных моделей. Их структура и коэффициенты автоматически изменяются по мере поступления измерительной информации о свойствах материалов конкретных партий изделий.

Существует две группы квантово-механических моделей: статистики распада и статистики Ферми для элементарных актов.

В модели статистики распада вследствие взаимодействия внешнего воздействия с изделием условно представляется цепью Маркова $\xi(t)$ с непрерывным временем t ; множеством состояний этой цепи являются числа $0, 1, \dots, n$; предполагается, что переходы из состояния i возможны только в состояние $j > i$. Состояния интерпретируются как типы дочерних ядер или их энергетические состояния. Состояние 0 соответствует исходному ядру. Марковский процесс описывает элементарный акт взаимодействия, последствиями которого являются превращения исходного ядра. Распады различных ядер исходного образца являются независимыми марковскими процессами. Предположим, что при $t = 0$ вероятность пребывания в состоянии $\xi(t + h)$ есть $P\{\xi(t + h)\}$. Обычно предполагается, что процесс начинается с ядра в состоянии 0 , т. е. $P_0(0) = 1$. Математическое ожидание $M\varphi_j(t)$ и дисперсия $D\varphi_j(t)$ числа ядер $\varphi_j(t)$, находящихся в состоянии j , если в образце было N ядер, выражаются следующими формулами:

$$M\varphi_j(t) = NP_j(t); D\varphi_j(t) = NP_j(t)[1 - P_j(t)].$$

Если каждому состоянию j приписать определенный дефект (из классификатора дефектов), то $M\varphi_j(t)$ и $D\varphi_j(t)$ будут описывать математическое ожидание и дисперсию числа дефектов данного вида в рассматриваемом изделии в момент времени t .

Используя далее изложенную в т. 2 настоящего справочника (с. 142—143) теорию марковских однородных процессов и представляя развитие дефекта путем последовательных стадий (как это имеет место, например, в процессе образования, движения и ветвления трещины), можно определить распределение вероятностей дефектов P_j .

Для оценки качества и надежности по этой модели необходимо знать среднее число и дисперсию числа попадающих в заданное состояние i за время t . Обозначим через $\eta_i(t)$ число попада-

ний процесса $\xi(t)$ в состояние i за время t . Величина $\eta_i(t) = 1$, если за время t траектория $\xi(u)$ ($0 \leq u \leq t$) проходила через состояние i , и $\eta_i(t) = 0$ — если не проходила через него.

Примем $A(i, t) = M\eta_i(t)$, тогда

$$A(i, t) = P\{\eta_i(t) = 1\}$$

совпадает с вероятностью хотя бы одного попадания в состояние i за время t . Если состояние i есть отказовое состояние, то $A(i, t)$ дает вероятность хотя бы одного отказа за время t :

$$A(i, t) = \sum_{k=0}^{i-1} \lambda_{ki} \int_0^t P_k(u) du, \quad (i > 0),$$

причем $A(i, t)$ не убывает с течением времени и ограничена сверху пределом

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(i, t) = R_i, \quad (1)$$

где R_i — вероятность того, что процесс $\xi(t)$ когда-либо попадает в состояние i .

Эта вероятность совпадает с вероятностью попадания в состояние вложенной цепи Маркова $\hat{\xi}_n = \xi(\tau_n)$, где τ_n — момент n -го скачка цепи Маркова $\xi(t)$. Переходные вероятности цепи Маркова $\hat{\xi}_n$ определяются формулой

$$w_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i} \quad (2)$$

— вероятность перехода из состояния i в состояние j ,

$$\lambda_i = \sum_{j=i+1}^{\infty} \lambda_{ij}; \quad \lambda_{ij} = 0 \quad (i > j);$$

$$\lambda_{ii} = -\lambda_i < 0;$$

$$\lambda_i = \frac{1}{M\tau_i},$$

где $M\tau_i$ есть математическое ожидание времени τ_i пребывания в состоянии i .

Дисперсия величины $\eta_i(t)$

$$\begin{aligned} D\eta_i(t) &= M\eta_i^2(t) - [M\eta_i(t)]^2 = \\ &= A(i, t) [1 - A(i, t)] \end{aligned}$$

и имеет предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D\eta_i(t) = R_i(1 - R_i).$$

Рассмотренная модель статистики распада является априорной информацией и позволяет строить оценки результатов измерения выходных параметров средствами ФТА двух видов: спектрометрическими приборами, фиксирующими энергетические спектры потоков элементарных частиц, электромагнитных или фононных излучений, т. е. электронными микроскопами, оже-спектрометрами, ионными, рентгеновскими и масс-спектрометрами, приборами для контроля акустической эмиссии и т. п.;

счетчиками различных типов, фиксирующими временное распределение количества частиц и квантов, возникающих в контролируемом изделии в результате внешних воздействий или внутренних процессов, т. е. счетчиками радиоактивных излучений и измерителями интенсивности потоков фононов (акустических импульсов) при акустической эмиссии.

Термодинамические модели отражают зависимости между внешними и внутренними параметрами объектов ФТА. В качестве внутренних параметров могут использоваться термодинамические силы, в качестве внешних — энтропия или энергия взаимодействия объекта ФТА с внешней средой.

Термодинамические силы $X_j^{(i)}$ определяются разностью или градиентами соответствующих физических величин (температуры, массовых концентраций, механических напряжений и т. д.) и характеризуют степень неоднородности (неравновесности) физической структуры объекта. Относительно свойства надежности величины $X_j^{(i)}$ могут быть интерпретированы как дефекты структуры или потенциалы отказов объекта. Потенциалы $X_j^{(i)}$ являются причиной необратимых физико-химических процессов различного вида в объеме объекта ФТА. В свою очередь, эти процессы обуславливают потенциальную, а при достижении определенных границ (порогов) и реальную ненадежность объекта. Ис-

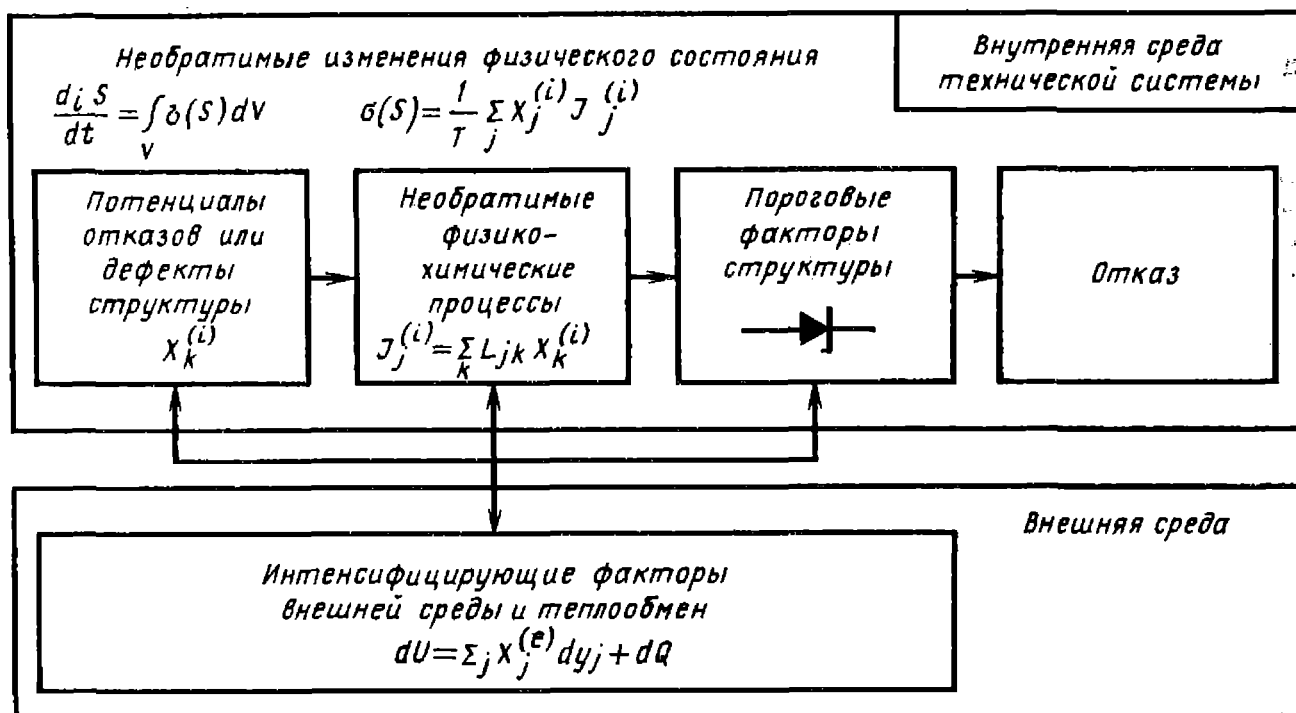


Рис. 2. Обобщенная термодинамическая модель формирования отказов

ходя из структуры и содержания термодинамических соотношений и иерархического представления технических систем, можно построить термодинамическую модель формирования отказов (рис. 2).

В такой модели интегральными характеристиками индивидуальной ненадежности объектов являются характеристики накопленной энтропии S физической структуры объекта. Изменение энтропии $\frac{d_i S}{dt}$ может служить интегральным по объему и механизмам физико-химических процессов базовым термодинамическим критерием потенциальной ненадежности. Эта величина может быть интерпретирована как скорость необратимого изменения интегрального состояния или интегральных параметров объекта для реальных условий его взаимодействия с внешней средой:

$$\frac{d_i S}{dt} \sim \frac{dy}{dt}, \quad (3)$$

где y — интегральные параметры или термодинамические функции состояния объекта.

Такой интегральный подход отличается от локальных методов ФТА и является физической основой интегральных методов и средств ФТА или

интегральной диагностики технических объектов.

Необратимые изменения физического состояния технических систем являются следствием второго закона термодинамики или неравновесного характера физической структуры объектов. Интегральный процесс изменения во времени энтропии может быть представлен в виде:

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_k B_k \exp(-t/\tau_k), \quad (4)$$

где B_k — коэффициенты, определенные для данного объекта и заданных внешних условий; τ_k — время релаксации необратимых процессов. Выражение (4) допускает различную аппроксимацию в зависимости от масштаба τ_k . Для относительно малых значений τ_k , соответствующих начальному этапу (эволюции объекта), т. е. этапу максимального проявления дефектов или потенциалов отказов и «внеплановых» деградиационных процессов, допустимо представление (4) в форме некоторой аппроксимирующей экспоненты:

$$\frac{d_i S}{dt} = B_H \exp(-t/\tau_H), \quad (5)$$

где B_H — коэффициент начального этапа эволюции; τ_H — постоянная времени начального этапа.

Для относительно больших значений $\tau_k \gg \tau_H$, соответствующих «плановым» деградационным процессам стационарного этапа эволюции, при условии $t \ll \tau_H$, допустима аппроксимация в виде

$$\frac{d_i S}{dt} = B, \quad (6)$$

где B — постоянный коэффициент стационарного этапа, характеризующий интегральную скорость процесса эволюции.

Модели (4)—(6) являются общими с учетом (3) и достаточно хорошо согласуются с экспериментальными результатами для различных технических систем. В данном случае рассматривается детерминированная составляющая (тренд) процесса изменения свойств объекта ФТА.

Характер изменения физического состояния объектов как по общему виду, так и по порядку времен совпадает с изменением статистической кривой интенсивности отказов $\lambda(t)$ для совокупности однотипных объектов. Такое совпадение не случайно является следствием общности механизмов изменения по критериям $\frac{d_i S}{dt}$ и $\lambda(t)$. Из термодинамической модели формирования отказов следует, что необратимые изменения физического состояния проявляются как процессы изменения работоспособности объектов. Исходя из изложенного запишем выражение для вероятности отказа в предельном случае:

$$P(t) = P\{K(t), T\}, \quad (7)$$

где K — порог, пересечение которого вызывает отказ; T — обобщенный фактор внешней среды; t — фактор времени.

Дифференцируя (7) по t при условии стационарного, допустимого для объекта состояния внешней среды $\frac{dT}{dt} \rightarrow 0$ и независимости отказов как по порогам, так и по механизмам физико-

химических процессов, можно записать

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dK} \frac{dK}{dt}.$$

Величина $\frac{dK}{dt}$ есть интегральная скорость необратимого изменения состояния объекта, определяемая изменением исходной величины $\frac{d_i S}{dt}$

Величина $\frac{dP}{dK}$ есть вероятностная характеристика пороговых факторов, в частности, плотность распределения отказов.

При $P \rightarrow 0$, что соответствует случаю высоконадежных объектов, можно записать

$$\lambda(t) = \frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dK} \frac{dK}{dt}.$$

Из приведенных выражений следует, что интегральные закономерности изменения внутренних параметров объектов ФТА должны сохраняться в виде интегральных закономерностей изменения внешних параметров. Степень проявления этих закономерностей будет различной из-за влияния статистических членов $\frac{dP}{dK}$. Эти выводы подтверждают закономерность качественного совпадения кривых $\frac{d_i S}{dt}$ и $\lambda(t)$ и позволяют использовать эволюционные модели как основу физического подхода в оценке надежности технических систем.

Рассматриваемые термодинамические модели имеют самостоятельный диагностический смысл в задачах ФТА как модели индивидуальной надежности. Они являются моделями расходования ресурса, если представить ресурс как интеграл от изменения энтропии. В частности, при выполнении условий $\lambda(t) = \text{const} \frac{d_i S}{dt}(t)$ для любого режима взаимодействия объекта со средой выполняется принцип надежности Седякина. Если дополнительно $\frac{d_i S}{dt} = \text{const}$, то выпол-

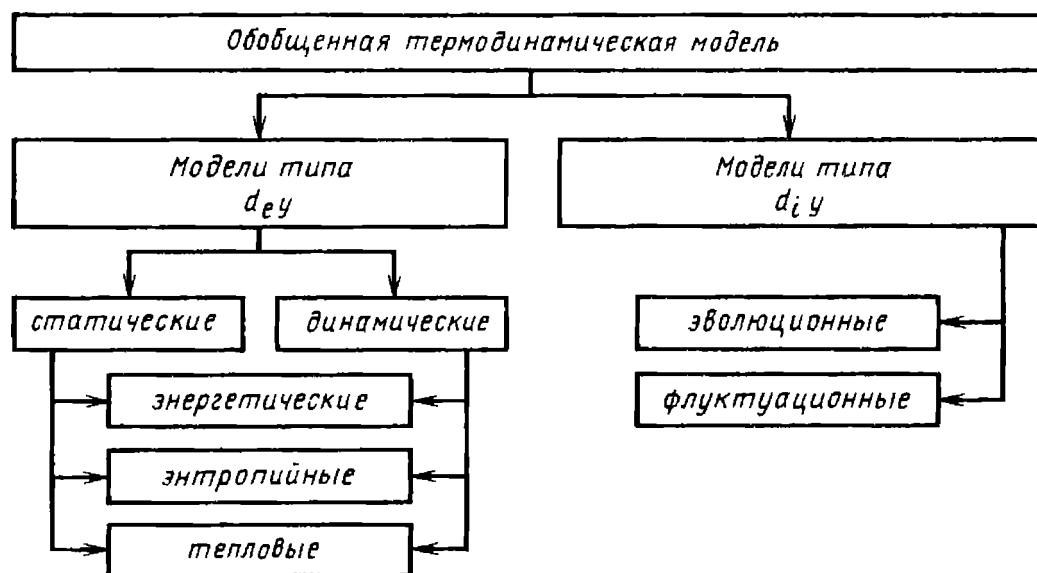


Рис. 3. Классификационная схема термодинамических моделей

няется принцип Майнера—Пальмгrena—Бейли. С другой стороны, эти модели составляют основу «энтропийного» подхода в теории надежности.

Пусть объект представлен динамической моделью вида

$$f\{y, y^{(k)}, S(t)\} = x(t), \quad (8)$$

где $x(t)$, $y^{(k)}(t)$ — входные и внутренние (выходные) функциональные параметры объекта соответственно; f — некоторая аналитическая функция; $S(t)$ — энтропия, учитывающая деградационные процессы в структуре объекта как процессы накопления энтропии.

Введя в явном виде $S(t)$, например, из (4)—(6) можно получить решение уравнения (8) для изменения состояния объекта с учетом деградации его параметров. Для сложных объектов решение такой задачи целесообразно с использованием ЭВМ. Например, для радиоэлектронных устройств такая задача решается обычно методом имитационного моделирования типовых электронных схем с использованием стандартных алгоритмов и программ.

Время выработки ресурса t^* может быть найдено из соотношения $S(t) = S^*$, где S^* — критическое значение накопленной энтропии. Практически целесообразно оценивать и прогнозировать t^* по критическим значениям термодинамических параметров объекта. Такие критические значения могут быть найдены экспериментально или

методом моделирования на ЭВМ. Для сложных объектов система моделей вида (8) может оказаться слишком объемной даже для машинного анализа. В этом случае целесообразно интегральное термодинамическое представление объекта по типу основного энергетического процесса.

Например, для электрических или электронных систем целесообразно представление в виде обобщенного управляемого импеданса по цепям питания в координатах тока и напряжения питания. Подобные интегральные термодинамические представления обладают большей информативностью и меньшим числом параметров состояния относительно функциональных представлений технических объектов. Эти обстоятельства являются решающими с точки зрения задач контроля качества и надежности.

Обобщенная термодинамическая модель (см. рис. 2) является моделью энергетического и энтропического баланса внешних $d_e y$ и внутренних $d_i y$ термодинамических параметров или функций состояния объектов. Из такой модели можно выделить конкретные термодинамические модели с непосредственными диагностическими параметрами для задач ФТА. Классификационная схема основных термодинамических моделей представлена на рис. 3. Флуктуационные модели можно рассматривать как частный случай эволюционных моделей, считая, что флук-

туационные процессы являются мелко-масштабными эволюционными процессами. Диагностическими параметрами флуктуационных моделей являются временные, амплитудные и спектральные характеристики флуктуаций (шумов) различной физической природы. Примерами практического применения флуктуационных методов ФТА является акустическая диагностика механизмов и шумовая диагностика изделий электронной техники.

Диагностический смысл моделей типа d_{ey} в задачах ФТА заключается в оценке влияния внутренних дефектов и процессов на внешние параметры или функции состояния технических объектов. Система таких термодинамических функций включает статические и динамические составляющие энергетических, энтропийных и тепловых процессов. Примерами практического применения статических моделей являются интегральная диагностика изделий электронной техники по параметрам вольт-амперных характеристик, тепловые методы ФТА, основанные на анализе распределения температуры по поверхности и объему объекта, гистерезисные методы интегральной диагностики конструкционных материалов и радиоэлектронных устройств. Динамические модели являются производными от статических моделей. Наиболее характерными динамическими диагностическими параметрами являются тепловые постоянные времени технических объектов, получаемые как решения уравнений теплопроводности во временной области при тепловом воздействии на объект. Тепловые постоянные времени могут с различной степенью эффективности интегрально характеризовать качество разнообразной промышленной продукции. Различие в тепловых постоянных времени отдельных объектов сложных изделий является методической основой декомпозиции и агрегирования таких изделий как объектов ФТА.

Термодинамические модели типа d_{ey} и d_{iy} взаимно дополняют друг друга. Поэтому термодинамические методы ФТА могут комплексно применяться в задачах контроля качества и надежности промышленной продукции на

этапе производства, испытаний и эксплуатации.

Основными характеристиками объектов ФТА, определяющими выбор конкретных методов и средств анализа, являются размеры, форма и контролепригодность изделия; внешние, внутренние факторы, обуславливающие возникновение отказов и их механизмы. Важно учитывать наличие дефектоопасных зон или воздействий, структуру (резервирование, многорежимность использования, отказоустойчивость, репрограммирование) и возможность анализа объекта в рабочем состоянии.

Наиболее эффективно ФТА может быть использован для оценки качества и надежности относительно простых изделий, с минимальным ресурсом или с низкой сохраняемостью. Например, в двигателях внутреннего сгорания, работающих с высокими динамическими и тепловыми нагрузками, сравнительно малым ресурсом обладают поршневые кольца. Модель физики отказа кольца может быть представлена уравнением Аррениуса. Работоспособность кольца во многом определяется глубиной и качеством легирования и термообработки его поверхности, поэтому для выбора средств анализа необходимо указать геометрию (диаметр, толщину, глубину закалки и т. п.) кольца и дать характеристику механических, тепловых свойств, состава и структуры поверхностного (закаленного, легированного) слоя и основного металла. Для выбора процедуры ФТА необходимо учесть, что кольцо — объект однорежимного использования со структурой без резервирования, может подвергаться ФТА только в нерабочем состоянии.

Кинескоп для дисплея представляет собой сложное изделие, состоящее примерно из 100 деталей (сборочных единиц), в процессе изготовления которого используется около 600 технологических и контрольных операций. Все отказовые дефекты кинескопа обуславливаются большой совокупностью различных причин, поэтому для его описания используется ряд моделей физики отказов. Ресурсные отказы кинескопа связаны, главным образом,

со снижением эмиссионной способности термокатада.

Работоспособность термокатада во многом определяется структурой его поверхности и распределением активного вещества по глубине оксидного слоя. Этими характеристиками будет определяться выбор средств анализа. Оксидный катод кинескопа является системой однорежимного использования со структурой без резервирования, которая может анализироваться в рабочем режиме (по характеристикам яркости, контрастности, цветности наблюдаемого изображения), в специальном контрольном режиме (по наблюдению за тест-таблицей на экране или по измерениям определенных электрических и световых параметров), а также во внерабочем состоянии. Наибольшее число отказов вызывается процессом деградации в слоистой структуре с полупроводниковым, металлическим и диэлектрическими слоями. В основном характер процесса деградации — детерминированный. Контролю подлежат электрические, оптические и радиационные (эмиссия электронов) параметры.

Основные методы ФТА объектов. Общая структура ФТА предназначена для решения двух задач: подтверждения факта отказа, выявления его причины, вида, механизма и (или) условий возникновения, а также получения информации, необходимой для оценки качества и надежности.

Для решения первой задачи последовательно используются методы технического диагностирования и параметрического контроля, неразрушающего контроля и собственно ФТА.

Если при ФТА не удалось с требуемой достоверностью установить причину отказа, а также в тех случаях, когда объект анализа отсутствует или непригоден к анализу, используется моделирование отказов.

Применяемые методы и технические средства вместе с процедурами (алгоритмами) анализа и обработки информации для оценки качества и надежности образуют системы анализа отказов. Примерная структура методов и средств ФТА приведена в табл. 1.

Применяемые методы ФТА в значительной степени определяются ис-

пользуемыми критериями отказа и свойствами объекта.

В зависимости от особенностей объекта ФТА в качестве критериев отказов выбираются в отдельности или в совокупности следующие признаки: прекращение или снижение эффективности функционирования; отклонение параметров от нормы; отказы составных частей; возникновение неплановых процессов (режимов) в работе; достижение заданного срока службы (ресурса); технико-экономическая нецелесообразность продолжения работы (например, увеличение простоев из-за частых ремонтов).

Для большинства современных видов техники (тракторные средства, изделия машиностроения и приборостроения, средства автоматики и вычислительной техники), содержащих механические и электронные компоненты, используются три стадии ФТА, позволяющие последовательно проводить (табл. 2) первичный анализ для подтверждения факта отказа; углубленный анализ с установлением вида и вероятной причины отказа; полный анализ с установлением механизма отказа и определением значений тех величин, которые необходимы для оценки качества и надежности.

Пользуясь приведенными данными в табл. 2, можно выбирать соответствующие группы технических средств ФТА, переходя, при необходимости, к построению взаимосогласованных систем анализа.

Целесообразно методы моделирования отказов разделить на две группы: математическое (аналоговое и цифровое) и физическое моделирование. Математическое моделирование осуществляется путем «введения» в модели объекта ФТА соответствующих внешних воздействий или дефектов и определения реакции изделий на эти ситуации. Наиболее часто используется имитационное и статистическое моделирование. При физическом моделировании могут проверяться условия возникновения и характеристики отказов вследствие субъективных (обусловленных деятельностью обслуживающего персонала) и объективных факторов. Методы моделирования отказов вследствие субъективных факторов основаны

I. Структура методов и средств ФТА

Метод	Средства
Параметрического контроля (измерений) и технического диагностирования	Измерения физических величин и параметров полей, цепей, изделий (веществ, материалов) Технического диагностирования объектов
Неразрушающего контроля	Дефектоскопы (оптические, радиоволновые, тепловые, ультразвуковые, вихретоковые, радиационные и др.) Сенсорные контрольные роботы (системы технического зрения, тензометрические устройства и др.) Томографы (рентгеновские, ультразвуковые, радиоволновые и т. п.) Голографические контрольные устройства (оптические, акустические и др.)
Физико-технического и химического (материаловедческого) анализа	Контроля структуры, состава и свойств материалов в объемах, на поверхности, в пленках Контроля состава и свойств технологических сред в различных фазах (твердой, жидкой, газообразной) Подготовки образцов к анализу
Моделирования внешних комплексных воздействий и условий возникновения отказов	Моделирования комплексов механических и климатических нагрузок сферы эксплуатации. Ускоренного моделирования условий возникновения отказов (центрифуги, импульсные лазеры и др.) Моделирования воздействия технологических факторов (ультразвука, пламени, лазерного термоудара, агрессивных сред, радиации)

ваются на оценке надежности человека-оператора.

Моделирование влияния объективных факторов можно разделить на моделирование внешних и внутренних факторов. К внешним факторам относятся действия окружающей среды (климатические, тепловые, механические, радиационные и другие воздействия), особенности эксплуатации, связанные с местом установки (механические воздействия), и режим работы объекта ФТА. Под режимом работы следует понимать частоту включений и переключений, которые приводят к возникновению переходных процес-

сов, перенапряжений, скачков тока и т. д. К внутренним факторам относятся процессы старения и изнашивания.

При выборе видов и интенсивности внешних воздействий, используемых для физического моделирования, можно исходить из: *эквивалентности внешних воздействий*, заключающейся в том, что эксплуатационное и моделирующее внешнее воздействие должны вызывать одинаковые (в пределах установленной точности) внутренние процессы деградации и разрушения (т. е. имеющие одинаковую физическую или химическую природу, равную скорость

2. Группы средств ФТА механических и электронных компонент технических систем

Анализ	Решаемая задача	Способ решения	Группа средств ФТА для компонент	
			механических	электронных
Первичный	Подтверждение факта отказа, установление предполагаемого вида отказа (без нарушения целостности и вскрытия)	Диагностирование по функциональным характеристикам Измерение параметров, включенных в технические условия	Измерители шумов, вибраций, усилий, геометрических параметров, свойств выходящих сред (газов, жидкостей) Стенды и приборы для измерения механических величин, акустических шумов и др.	Электрорадиоизмерительные приборы общего назначения; логические, тестовые и сигнатурные анализаторы Стенды и приборы для измерения функциональных параметров; характеристикографы; испытатели (тестеры) микросхем, транзисторов и др.
Углубленный	Установление вида и вероятной причины отказа (в том числе со вскрытием)	Измерение диагностических параметров, не включенных в технические условия Неразрушающий контроль Оптико-топологический анализ (после вскрытия)	Измерители диагностических параметров изделий и внешней среды Дефектоскопы всех видов; томографы Микроскопы: оптические, рентгеновские, ИК, лазерные, сканирующие, электронные растровые; голографические устройства, эндоскопы	Измерители шумов, параметров импульсов, m-фактора, спектроанализаторы Микроскопы всех видов, тепловизоры, ИК-микрорадиометры

Продолжение табл. 2

Анализ	Решаемая задача	Способ решения	Группа средств ФТА для компонент	
			механических	электронных
Полный	Установление механизма и причины отказа; определение величин, необходимых для оценки качества и надежности	Элементный и химический анализ состава материала Анализ фазового состава и структурных свойств материалов Химический анализ Локальный элементный анализ состава материалов дефектных зон, коррозии, инородных образований, включений	Спектрометры эмиссионного и абсорбционного спектрального анализа, газовые хроматографы, масс-спектрометры Рентгеновские дифрактометры, установки рентгеноструктурного анализа; спектрометры для ядерного магнитного, электронного парамагнитного и ядерного квадрупольного резонансов Комплектные химические лаборатории Рентгеновские микроанализаторы; оже-спектрометры; лазерные спектральные микроанализаторы	

3. Технические характеристики установок для моделирования воздействия комплекса эксплуатационных факторов

Установка	Моделируемые условия	Полный объем, м³
Комплексных испытаний УВТХ-0,15 (УВТХ-1М)	Тепло +155 °С (+125 °С), холод —155 °С (—65 °С), вибрация 5—5000 Гц	0,15 (1,0)
Термовакuumная ВКЗ-1	Тепло +100 °С, холод —180 °С, пониженное давление $1,3 \cdot 10^6$ Па, солнечное излучение с длинами волн 200—400 мкм	3,0
Камеры тепла, холода, пониженного давления: КТХ-0,4-65/155 (КТХБ-К-0,15)	Тепло +155 °С, холод —65 °С, пониженное давление 6,565 Па	0,4 (0,15)
Камера комплексных испытаний «Табай» (Япония) *	Тепло +120 °С, холод —65 °С, вибрация 5—5000 Гц, влажность (соляной туман) 100 %	0,4

* Все факторы программно или оперативно устанавливаются, стабилизируются, изменяются.

и т. п.); *определяющего воздействия*, состоящего в том, что из всей совокупности внешних воздействий выбирается один (или ограниченное малое число) вид внешнего воздействия, который считается основной причиной отказа, и в моделирующей установке создается именно этот вид внешнего воздействия.

В реальных условиях эксплуатации, как правило, совместно действуют несколько эксплуатационных факторов. В табл. 3 приведены характеристики некоторых установок для моделирования этих условий.

Из числа внешних воздействующих факторов, которые целесообразно моделировать с использованием нетрадиционных испытательных стендов, выделим вибрационные и ударные нагрузки, тепловые потоки, агрессивные среды. Вибрационные и ударные нагрузки в ряде случаев целесообразно моделировать с помощью термодвижков и термоударов, осуществляемых мощными лазерами.

В ряде случаев (это относится к авиационно-космической, автотракторной и дорожной технике, манипуляционным устройствам роботов и т. п.) необходимо моделировать одновременное или программно-управляемое воздействие внешних факторов.

2. СИСТЕМЫ ФТА КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ

Построение систем ФТА. В систему физико-технического анализа (СФТА) включаются технические средства и документы, регламентирующие все проводимые операции. Такие системы должны обеспечивать в массовом производстве оперативность и глубину анализа, сопоставимость достоверности его результатов.

СФТА должна строиться на основе элементарных ячеек, являющихся, в свою очередь, подсистемами общей системы. Каждая ячейка должна для своего объекта анализа реализовывать последовательность (типовой алгоритм анализа), показанную на рис. 4.

На каждом следующем уровне (блоки, комплектующие изделия и их элементы) схема должна повторяться,

но ее элементы должны иметь свое содержание в зависимости от используемых методов и технических средств.

Рассмотрим порядок рационального выбора элементов схемы (см. рис. 4), который должен обеспечить неповреждаемость объекта анализа. Основное требование состоит в том, что объект анализа, прошедший i -ю операцию, не должен иметь повреждений (дефектов), внесенных этой операцией и создающих помехи $(i + 1)$ -й операции или возможность ошибочного установления причины возникновения дефектов на $(i + 1)$ -й операции. Повреждаемость — это не только физические дефекты или разрушения, но и создание условий для протекания каких-либо внеплановых деградиационных (например, в результате попадания влаги) или информационных (например, переход триггеров в новое состояние) процессов.

При выборе элементов схемы (рис. 4) необходимо обеспечить их метрологическую совместимость между собой и с объектом ФТА. Метрологическая совместимость средств ФТА определяется различием в погрешностях измерений одного и того же параметра разными средствами анализа. Кроме того, средства ФТА должны иметь такую производительность, которая обеспечивала бы проведение за требуемое время и с установленной глубиной анализа всех отказавших изделий, всех их дефектов и других факторов, действие которых могло бы привести к отказу.

СФТА должна быть оптимизирована по совокупности выбранных методов и средств анализа и обладать адаптивностью (приспособляемостью) к изменяющимся с течением времени свойствам объекта анализа (например, видам дефектов).

Оптимизация совокупности методов и средств может осуществляться на основе выбора информативной совокупности контролируемых параметров и оценки эффективности методов их контроля. Для этого выбирается совокупность состояний объекта ФТА (его диагностическая модель) и совокупность средств ФТА и составляется таблица-матрица Ξ_{ij} эффективностей (табл. 4).

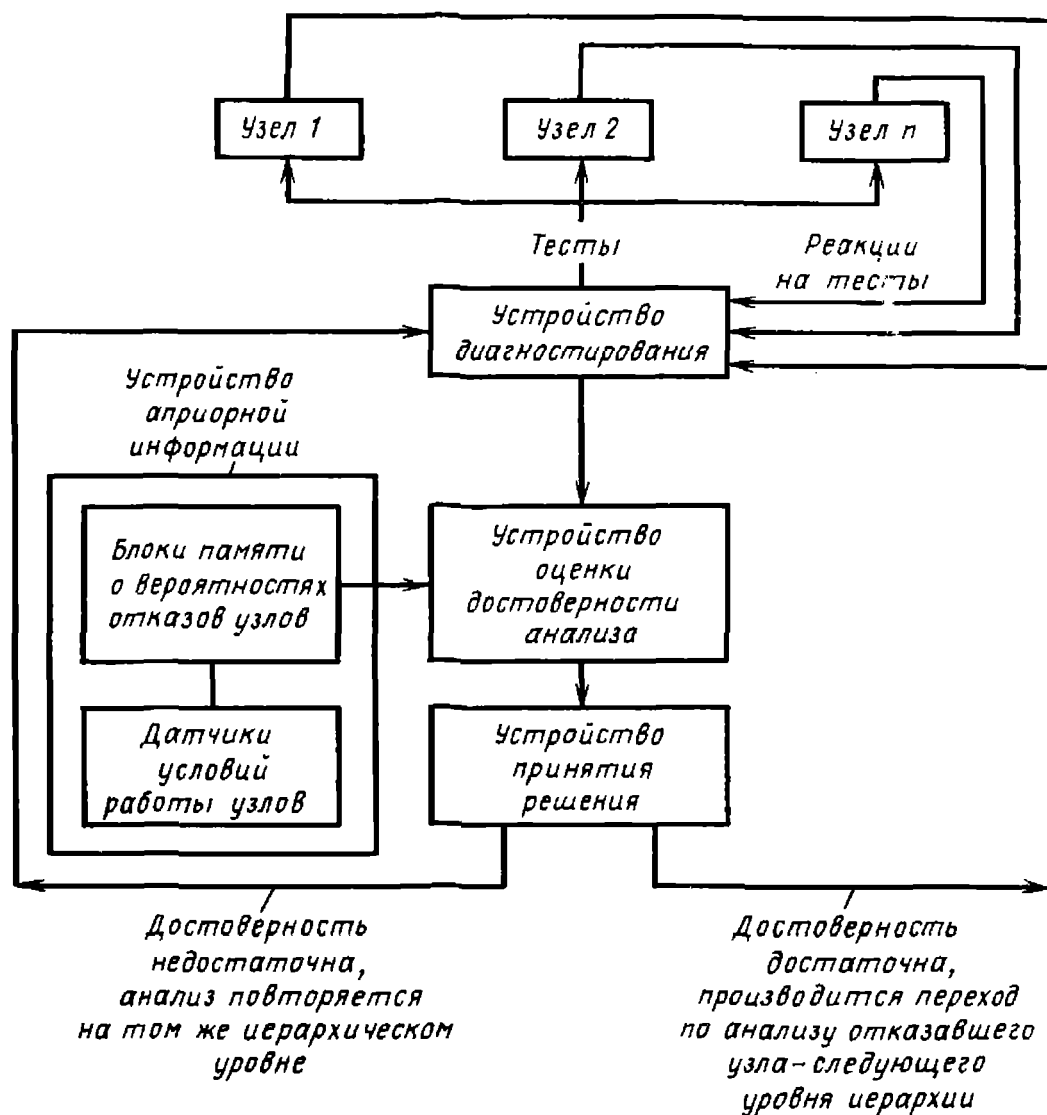


Рис. 4. Реализация принципа иерархичности СФТА

Для определения эффективности использования конкретных средств, реализующих выбранные по приведенным выше рекомендациям методы анализа, допустим, что имеется диагностическая модель изделия и известна априорная вероятность p_j возникновения каждого дефекта. Допустим также, что известна доля q_1 изделий со скрытыми дефектами в продукции, поступающей потребителю. По результатам анализа причин отказов необходимо провести соответствующие мероприятия по их устранению. Это приводит к сокращению доли дефектных изделий в продукции, поступающей потребителю, до значения q_2 , которое зависит от вероятностей ошибок первого α и второго β рода. Расчет может производиться по формуле

$$q_2 = q_1 \beta / [q_1 \beta + (1 - \alpha)(1 - q_1)] \quad (9)$$

для каждого метода анализа отказов.

Пользуясь описанной процедурой, можно выбрать средства анализа для каждого этапа. Затем составить сово-

4. Матрица эффективности обнаружения j -го дефекта i -м средством ФТА

Индекс средства ФТА	Коды дефекта			
	1	2		M
$i = 1$	$\mathcal{E}_{11}$	$\mathcal{E}_{12}$		$\mathcal{E}_{1M}$
$i = 2$	$\mathcal{E}_{21}$	$\mathcal{E}_{22}$		$\mathcal{E}_{2M}$
$i = N$	$\mathcal{E}_{N1}$	$\mathcal{E}_{N2}$		$\mathcal{E}_{NM}$

купность методов и для каждой из них найти функцию эффективности как взвешенную сумму эффективности отдельных методов. Роль «весов» играют вероятности возникновения отказов.

Критерий эффективности (9) не является единственным. В зависимости от условий анализа в качестве критерия эффективности могут быть выбраны экономические (например, затраты на

5. Требуемые значения метрологических характеристик средств ФТА микропроцессоров

Характеристика	Значение характеристики
Минимальные размеры дефекта (чувствительность контроля):	
линейные, см	10^{-7}
площадные, см ²	10^{-14}
объемные, см ³	10^{-20}
Минимальное расстояние между дефектами (разрешающая способность):	
линейное, см	$(2-5) \cdot 10^{-3}$
угловое, с	0,1—0,5
Контрастная чувствительность (превышение сигнала над фоном):	
тепловая, градусы	0,001
цветовая (по длине волны), мкм	0,01
химическая (по содержанию примесей), %	10^{-8}
физическая (главным образом, по электрическим параметрам материала), %	10^{-6}
Пропускная способность (производительность контроля):	
по количеству изделий, единица/с	100
по объему информации, двоичная единица/с	10^{10} — 10^{12}
Диапазон размеров изделий, см	10^{-5} — 10^2
Число разнородных слоев (материалов)	До 10^5

анализ в целом или на одну проверку), метрологические (достоверность анализа в целом или каждой проверки) и т. п.

Контролируемые параметры для диагностирования выбираются на основе оценки информации о состоянии изделия, которую получают измерением данного параметра и выделениями наиболее информативной совокупности параметров. Для этого следует вычислить взаимную корреляцию каждого двух параметров или множественную корреляцию и исключить параметры с сильной корреляционной связью; взаимную корреляцию изменений контролируемых параметров в момент t со значениями параметров критериев годности в момент $t + \Delta t$ и выбрать параметры с наиболее сильной связью; меру информации, получаемой от контролируемых параметров, о процессах деградации (разрушения) и вызываемых ими отказах, и выбрать параметры с наибольшим значением этой меры.

Обеспечение адаптивности СФТА достигается тем, что еще на стадии разработки изделия предусматривается его «приспособленность» к проведению анализа за счет контролепригодности и технической совместимости со средствами анализа, а при выборе средств анализа обеспечивается их совместимость с объектом с учетом прогнозируемых свойств.

Совместимость средств анализа с объектом может быть следующих видов: конструктивная — по совместимости присоединительных устройств; сигнальная по совместимости передаваемых от объектов анализа и воспринимаемых средством ФТА сигналов; программная (алгоритмическая) — по совместимости (в том числе во времени) программы работы объекта анализа и программы работы средств анализа; метрологическая — по совместимости допустимых погрешностей контролируемых параметров при функционировании объекта анализа (Δa) и погрешностей измерения (контроля) этих параметров средствами ФТА (Δa_c).

Метрологическая совместимость η (%) оценивается путем вычисления относительного различия в средних квадратических погрешностях Δa параметров объекта и результатом их

измерения Δa_c средством ФТА:

$$\eta = \frac{\Delta a - \Delta a_c}{\Delta a_c} 100.$$

При выборе средств, включаемых в СФТА, следует ориентироваться на систему специфических метрологических характеристик: геометрическое разрешение (минимальное расстояние между отдельно регистрируемыми неоднородностями), чувствительности: концентрационную (минимально регистрируемые концентрации внеплановой примеси) и структурную (доля структурных нарушений контролируемого типа), производительность и достоверность контроля.

В табл. 5 приведены наиболее жесткие требуемые значения метрологи-

ческих характеристик средств ФТА (СФТА), используемых в производстве микропроцессоров.

Выбор оптимальных средств для СФТА конкретного изделия позволяет получить максимальную достоверность анализа при минимальных затратах. Выбор средств с наиболее высокими значениями метрологических характеристик (см. табл. 5) максимизирует достоверность при больших затратах. Для многономенклатурного производства стремятся создать систему ФТА с минимальным количеством средств, универсального материаловедческого назначения. В такую систему могут входить восемь основных групп средств, метрологические характеристики которых приведены в табл. 6.

6. Метрологические характеристики средств для прецизионного материаловедческого анализа

Группа средств	Решаемая задача	Относительная чувствительность $\delta \times 10^{-4}$, %	Глубина анализируемого слоя, мкм
Электронно-зондового микроанализа	Определение состава. Количественное распределение компонентов на поверхности и по глубине	100—1000	0,03—1
Масс-спектрометрии вторичных ионов	Анализ состава неорганических материалов при послойном травлении с шагом 15—20 А	0,01—100	0,01
Спектрометрии: рассеянных ионов оже-электронов	Определение химического состава, энергии, связи, зонной структуры	0,1—1	Один атомный слой 2—10 атомных слоев 2—10 атомных слоев
рентгеновской фотоэлектронной		0,01—0,1	
рентгеновской флуоресцентной		0,1—1	
Измерения параметров дифракции медленных и быстрых электронов	Определение химического состава Исследование кристаллической структуры микроэлементов, дефектности и механизмов роста тонких пленок	1—100 —	3—100 0,003—0,03
Электронной микроскопии	Исследование топографии поверхности микроструктуры Поверхностное распределение потенциала	Разрешение (10—15) $\times 10^{-8}$ см	1—2

С информационной точки зрения средства получения информации в СФТА образуют информационный канал. Обработка информации может осуществляться внутри каждого канала (канальная, как правило, — встроенными в приборы микропроцессорными ЭВМ) и централизованно (с использованием мощной ЭВМ системы управления качеством или производством).

Сведения о дефектах, значениях параметров и характеристиках отказавших изделий целесообразно вводить в память ЭВМ, для чего необходимо представить их в виде машинно-ориентированных форм. В таком же виде целесообразно вводить в память ЭВМ результаты обследования режимов и условий применения комплектующих изделий и результаты контроля соблюдения технологии и правил эксплуатации. Во многих случаях желательно вводить данные о фактической эффективности анализа и корректирующих мероприятий. Целесообразно организовать длительное адресное (адреса должны соответствовать адресному кодированию в ЭВМ) хранение первичной информации (протоколов, рентгенограмм и т. п.).

При обобщении данных внутри канала и на центральной ЭВМ необходимо строго придерживаться единых (отраслевых или межотраслевых) классификаторов дефектов и отказов, строить их распределение по видам дефектов, причинам и механизмам отказов, условиям применения и эксплуатации, типам и группам изделий и видам изделий.

Методы оценки достоверности результатов ФТА. Задачи оценки достоверности вытекают из анализа источников ошибок (погрешностей) и процедур.

Процедуры анализа причин отказов могут быть двух взаимодополняющих видов. Первый вид процедур состоит в том, что на основе априорных данных (в том числе — модельного описания) формулируется гипотеза о причинах отказа, подтверждаемая или отвергаемая по результатам последующего диагностирования или испытаний. Второй вид процедур заключается в анализе статистических данных о при-

чинах отказа с определением наиболее вероятной причины. В соответствии с этими процедурами формулируются задачи оценки достоверности.

Для определения показателей достоверности рассмотрим следующие случаи:

дефект x проявляется с вероятностью $P(x)$ при измерениях параметра y , распределенного по закону $f(y)$; показателями достоверности могут служить вероятности ложной тревоги $P(x|\bar{m})$ и необнаруженного отказа $P(\bar{x}|m)$, создаваемые дефектом x ;

дефект проявляется в виде определенных значений статистических характеристик, получаемых по результатам детерминированных измерений (например, в отклонении оценок этих характеристик от значений, даваемых статистической моделью); за показатели достоверности могут приниматься показатели достоверности оценок параметров по результатам статистической обработки данных измерений: среднее значение, дисперсия и другие статистические характеристики;

когда на контролируемые параметры не заданы пределы (допуска), для оценки достоверности проводится прямой эксперимент; при этом контролю подвергается выборка изделий объемом n , которая по результатам контроля разбивается на две подвыборки: n_1 — отнесенные к годным; n_2 — отнесенные к дефектным. Обе подвыборки проходят установленные ТУ испытания всех видов, по результатам которых находится число отказов в подвыборках d_1 и d_2 . Точечные оценки могут рассчитываться по следующим соотношениям:

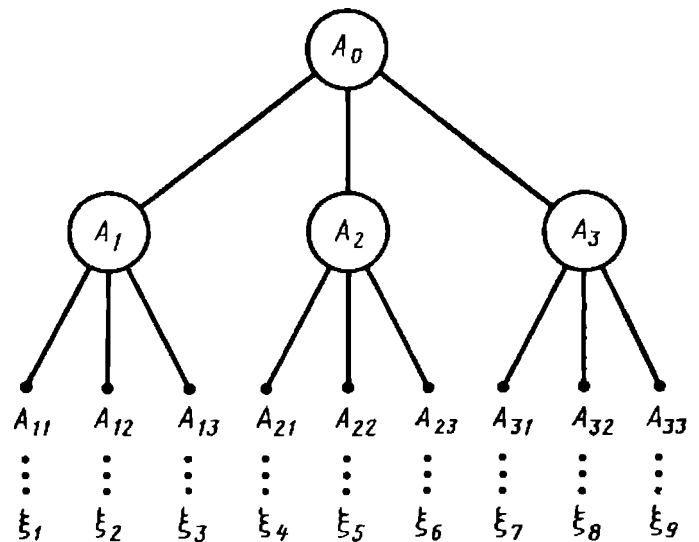
$$\alpha = \frac{n_2 - d_2}{n(d_1 + d_2)}; \quad \beta = \frac{d_1}{d_1 + d_2}.$$

При малых α и β вместо точечных оценок используются их верхние доверительные границы.

Рассмотрим типичные задачи оценки достоверности результатов ФТА.

Задача 1. Оценка достоверности подтверждения априорной гипотезы о причине отказа сводится к следующему. На первом этапе анализа на основе всей предварительной информации может быть сформулирована пер-

Рис. 5. Пример перехода от графа возможных состояний A_k объекта ФТА к множеству интервалов информации ξ_k ($k = 1, \dots, n$)



воначальная гипотеза о причине отказа и условиях его возникновения. Поэтому появляются необходимость в лабораторных (модельных) или натурных условиях воспроизвести этот отказ или спланировать испытания, провоцирующие отказ по данной причине, и определить на этой основе, подтверждается или не подтверждается первоначальная гипотеза о причине и условиях возникновения отказа.

Планирование таких испытаний во многом сходно с планированием контрольных испытаний на надежность.

Если известна оперативная характеристика плана испытаний $L\left(\frac{P}{x_1}\right)$, то можно определить вероятности ошибок первого α и второго β рода:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + P_H} \int_{P_H}^1 L\left(\frac{P}{x_1}\right) dP;$$

$$\beta = \frac{1}{P_H} \int_0^{P_H} L\left(\frac{P}{x_1}\right) dP,$$

где P — вероятность безотказной работы в течение заданного времени T_3 ; P_H — нижняя доверительная граница вероятности P .

Будем считать, что априорные данные о причинах отказов представлены не в виде какой-либо гипотезы, а в виде диагностической модели изделия (совокупности возможных причин отказов) — соответствующего графа A_0 .

A_k (рис. 5) и эквивалентного ему мно-

жества интервалов ξ_k . Тогда исследование (установление) причины отказа можно представить в виде научного эксперимента, при котором полезность полученной информации совпадает с количеством средней информации в данном эксперименте. В этом случае имеется оптимальная доверительная вероятность $b_{\text{опт}}$, соответствующая оптимальному доверительному интервалу $\xi_{\text{опт}}$.

Существование оптимальной оценки объясняется тем, что с увеличением доверительного интервала возрастает доверительная вероятность, что в этот интервал попадает неизвестное значение признака y (т. е. при меньшей детализации причин отказов возрастает доверительная вероятность того, что указанная причина отказа будет относиться к числу «крупных»). Но одновременно увеличивается и неопределенность выбора значения y внутри самого интервала (т. е. затрудняется указание той «мелкой» причины, по которой и возник отказ).

Практически нецелесообразно выбирать $b_{\text{опт}} > 0,98$, так как при этом объем исследований причин отказов будет очень большим.

Задача 2. Оценка достоверности установления причины отказа по результатам анализа статистических данных сводится к следующему. В результате процедур измерения, контроля, диагностирования имеется определенный объем статистических данных, который зависит от плана исследования, числа обследованных изделий, характера отказов и процессов их возникновения, метрологических

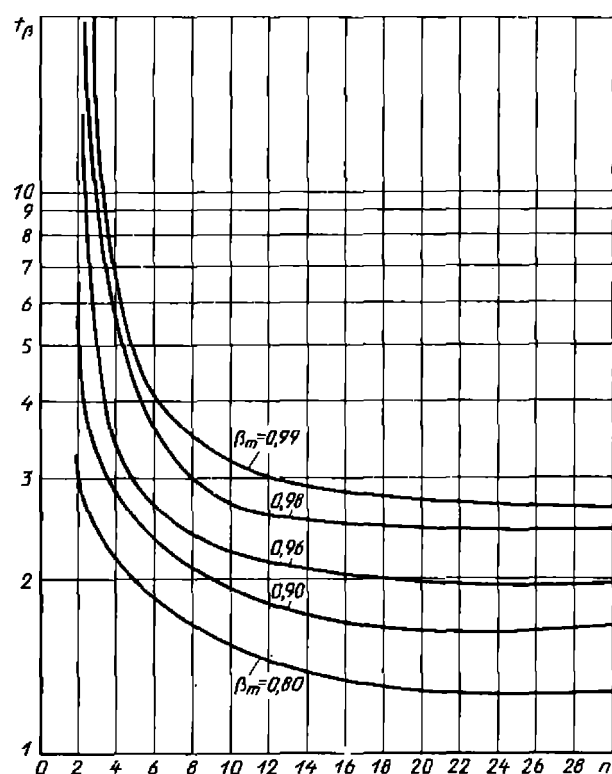


Рис. 6. Зависимость параметра t_β от числа измерений n при различных значениях доверительной вероятности

характеристик методов и средств ФТА. Ошибки в установлении причин отказов могут быть вызваны недостаточным объемом статистических данных, малой разрешающей способностью процедуры диагноза и низкой точностью измерительных (контрольных, диагностических) средств. Ошибки, обусловленные недостаточным объемом статистических данных, зависят от вида статистической характеристики, подлежащей оценке, и от степени полноты статистических данных, на основе которых дается оценка. Ошибки, обусловленные малой разрешающей способностью процедуры диагноза, зависят от свойств объекта диагноза (например, его структуры, наличия памяти и т. п.), последовательности проверок, диагностической информации в каждой проверке, алгоритма поиска неисправностей.

Используемую информацию можно разделить на две группы: измерительную и диагностическую.

Рассмотрим *достоверность измерительной информации*, т. е. дадим оценку того, является ли погрешность измерения параметров причиной отказа.

Если оценке подлежит среднее арифметическое значение m_N^* , а случайные величины независимы и подчиняются нормальному закону распределения, то в зависимости от числа испытуемых образцов n и выбранной доверительной вероятности β_m по рис. 6 определим величину t_β и рассчитаем m_N , пользуясь экспериментальными значениями среднего значения m_N^* и дисперсии D^* :

$$m_N = m_N^* \pm t_\beta \sqrt{D^*/n}.$$

Достоверность диагностической информации, используемой для установления причины отказа, зависит от повторяемости этой причины. С позиции оценки достоверности установления причин отказы целесообразно разделить на следующие три группы: повторяющиеся (массовые), для которых имеется достаточно представительный статистический материал; типичные, для которых имеются априорные данные в виде диагностических качественных или количественных моделей изделий; случайные, для которых отсутствует представительная статистика и не имеется количественных значений частоты возникновения отказов в диагностических моделях.

Достоверность установления причин повторяющихся отказов можно оценить, построив распределение отказов по видам дефектов. Для этого необходимо определить объем исследований отказавших изделий, обеспечивающих решение поставленной задачи. Определение числа исследований отказавших изделий сводится к задаче оценки неизвестной вероятности некоторого события A по его частоте P^* в n независимых опытах. Число таких опытов n при $P^* = 0,5$ составляет 385, а при $P^* = 0,9$ или $P^* = 0,1$ — 139.

Если установлен порог l_1 , превышение которого сигналом диагностического прибора принимается за решение о том, что наличие соответствующего этому сигналу j -го дефекта вызвало отказ, то вероятность ложного определения отказа из-за j -го дефекта при его фактическом отсутствии

$$P_0 = 1 - \Phi(l_1) \sqrt{D_N + D_T + D_{\text{и}}}, \quad (10)$$

D_{Π} — дисперсия ошибок средств измерения диагностических признаков; D_T — дисперсия сигнала помехи от статистической неоднородности свойств здорового материала, «маскирующей» сигнал от дефекта; D_N — дисперсия компонентов сигнала, отражающая быстрое (внеплановое) изменение свойств контролируемого объекта.

Тогда вероятность ложного определения отказа из-за j -го дефекта

$$\alpha = P_0 - 2P_j^2. \quad (11)$$

Рассмотрим случай типичных отказов, когда имеется априорное распределение вероятностей P_j отказов по видам дефектов. Ранее уже была проделана изложенная процедура определения P_j . Поэтому для расчета вероятностей ошибок первого и второго рода могут использоваться выражения (10) и (11). Необходимо только проанализировать метрологические характеристики средств анализа для определения дисперсии ошибок D_{Π} , дисперсии команд D_T и деградации D_N .

При случайных отказах отсутствует возможность построения распределения вероятностей отказов по видам дефектов P_j (j) на основе априорных данных (как это делалось в случае типичных отказов) или апостериорного анализа отказов (как это имело место при повторяющихся отказах). Достоверность установления причин единичных отказов по результатам анализа отказавших изделий будет крайне низкой. Поэтому используются различные пути повышения достоверности. Одним из них является использование байесовских стратегий, сущность которого состоит в следующем. Построим вначале качественную диагностическую модель изделия и допустим, что все причины отказов равновероятны. Если общее число возможных причин M , то вероятность отказа по каждой причине $P_j = 1/M$ (априорные данные). Далее примем, что в технологическом процессе используется Q операций и j -й дефект обусловлен нарушением q_i из них, тогда $P_{q_i} = q_i/Q$. Считаем, что имеется R видов внешних воздействий и отказ по j -й причине может возникнуть в результате превышения заданного уровня r_j внешними воздей-

ствиями, тогда $R_{R_j} = r_j/R$. Поэтому в целом апостериорные данные позволяют оценить $P_j^2 = q_i/a + r_j/R$. Пользуясь формулой Байеса, найдем

$$P_j^3 = P_j^1 P_j^2 / [P_j^1 P_j^2 + (1 - P_j^1)(1 - P_j^2)].$$

Вероятности P_j^3 примем за априорное распределение вероятностей случайных отказов P_j . Дальнейшее определение достоверности установления причин отказов производится аналогично изложенному.

Задача 3. Комплексная оценка достоверности заключается в следующем. Практически используются два взаимодополняющих метода комплексной оценки достоверности установления причины отказа. Если имеются основания считать, что диагностические признаки в полной мере описывают возможные виды и причины отказов, то достоверность установления причины отказа определяется степенью достоверности определения диагностических признаков. Она оценивается (в предположении независимости результатов, полученных ранее) произведением вероятностей правильного установления i -го диагностического признака с учетом соответствующих причин недоверности (вследствие погрешности измерений, недостаточного объема статистических данных и т. п.):

$$P_{\Pi} = \prod_{i=1}^m P_{i\Pi}.$$

Если отсутствуют основания считать достаточной полноту описания видов и причин отказов диагностическими признаками, то для комплексной оценки необходимо учесть степень полноты P_{Π} отражения последовательными признаками характера отказов и причины его возникновения и степень достоверности P_{Π} определения диагностических признаков в результате использования различных способов инструментального анализа. Степень полноты отражения характера отказа совокупностью диагностических признаков

$$P_{\Pi} = P(x_i) P(k/x_i)/R,$$

где $P(x_i)$ — априорная вероятность возникновения отказа по причине x_i , рассчитанная по диагностическим моделям или экспериментально; $P(k|x_i) =$

$$= \prod_{l=1}^m P(k_l|x_i) \quad (P — \text{условная ве-}$$

роятность появления в процессе анализа признака k_l при наличии отказа по причине x_i); $R = P(k_1|x_i) P \times \times [(k_2|x_i) k_1] \dots P[(k_m|x_i) k_1 k_2 \dots k_{m-1}]$ для независимых признаков k_l ;

$$R = \sum_{j=1}^n P(x_j) P(k|x_j) — \text{для за-}$$

висимых признаков [n — число вершин диагностической модели (возможных причин отказов); m — число исследованных признаков].

Информацию об условных вероятностях $P(k_j/\Pi_i)$ удобно представлять в виде диагностической матрицы, которую методологически удобно формировать в процессе исследований отказавшего изделия (при наличии необходимой информации), дополняя ее новым столбцом при исследовании очередного диагностического признака. Если исследуемый диагностический признак зависит от признаков, исследованных ранее, то очередной столбец диагностической матрицы, соответствующий исследуемому признаку, состоит из оценок условных вероятностей появления признака у изделий с возможными причинами отказов (x_i), содержащих признаки, от которых зависит исследуемый признак $P[(k_j|x_i) k_{\mu_1} \dots k_{\mu_r}]$, где k_j — исследуемый признак, $k_{\mu_1}, \dots, k_{\mu_r}$ — признаки, от которых зависит признак k_j . При этом

$$\{k_{\mu_1}, \dots, k_{\mu_r}\} \in \{k_1, k_2, \dots, k_{j-1}\}.$$

Элементы диагностической матрицы для независимых признаков

$$P(k^l/x_i) = n_{ji}/n_i,$$

где n_{ji} — число изделий, отказавших по причине Π_i ($i = 1, 2, \dots, n$), у которых зафиксировано наличие признака k_j ($j = 1, 2, \dots, m$); n_i — число изделий из их общего числа N , отказавших по причине Π_i .

В предположении независимости оценок P_d и P_{Π} результаты комплексной оценки будут определяться произведением

$$P_k = P_d P_{\Pi}.$$

3. ОСНОВНЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ФТА КАЧЕСТВА РАЗЛИЧНОЙ ПРОДУКЦИИ

Общие характеристики применимости основных групп методов ФТА. Применимость методов ФТА определяется возможностью выявления дефектов в соответствующих изделиях. Эта возможность зависит от свойств изделий и метрологических характеристик средств анализа. В качестве свойств изделий целесообразно рассматривать вытекающие из параметрических моделей дефекты наиболее отказоопасных элементов. В обобщенном виде эти дефекты могут быть представлены как дефекты геометрии, состава или структуры материала. Основные отказоопасные элементы и их дефекты в различных изделиях сведены в табл. 7, где указаны также наиболее информативные группы средств ФТА.

Кроме того, для каждого вида отказоопасных элементов могут использоваться приборы функционального контроля и специализированного диагностирования.

Спектральные методы. Их классифицируют по следующим признакам: виду анализируемого спектра (частотный спектр электромагнитного излучения, спектр масс или энергий корпускулярных излучений); анализируемому излучению и его диапазону (электромагнитное — световые, ИК, рентгеновские, гамма, корпускулярное — электроны, ионы, нейтроны).

Методы анализа спектров светового излучения, позволяющие анализировать состав материалов или сред, применяют для установления причин коррозионных и других отказов. При этом сложный спектр разлагается в определенной последовательности по частотам и (или) регистрируется ин-

7. Информативные группы средств ФТА, рекомендуемые для выявления дефектов отказоопасных элементов

Изделия	Дефекты отказоопасных элементов блоков											
	электронных			механического трения или работающих в агрессивных средах			тепло- или хладо- нагруженных			воспринимающие экстре- мальные механические нагрузки		
	Г	С	СТ	Г	С	СТ	Г	С	СТ	Г	С	СТ
Машиностроения: станки, инстру- менты, аппараты	Р, ЭМ	СП, ЭМ	Р, ЭМ	Р	СП	Р	Р	СП	Р, ЭМ	Р	СП	Р
Транспортные ро- бототехнические устройства	Р, ЭМ	СП, ЭМ	Р, ЭМ	Р	СП	Р	Р	СП	Р	Р	СП	Р
Металлургическое производство: тру- бы, прокат, лист, литье, поковки	—	—	—	—	—	—	Р	СП	ЭМ	Р	СП	ЭМ, Р
Приборостроения, радиоэлектроники, автоматики, вы- числительной тех- ники	Р, ЭМ	СП, ЭМ	ЭМ, Р	—	СП, ЭМ	Р, ЭМ	Р, ЭМ	СП, ЭМ	Р, ЭМ	Р, ЭМ	СП, ЭМ	Р, ЭМ

П р и м е ч а н и е. Дефекты: Г — геометрии, С — состава, СТ — структуры; группы средств: Р — рентгеновские, СП — спектральные, ЭМ — электронно-микроскопические.

тенсивность того или иного участка спектра на основе явлений физической оптики: дисперсии света, многолучевой интерференции, дифракции света в сочетании с многолучевой интерференцией. По положению спектральных линий в спектре можно судить об уровне энергии и внутреннем строении атома, а по интенсивности линий — о вероятностях переходов между отдельными уровнями; по ширине и контуру отдельной спектральной линии можно сделать заключение о температуре, при которой происходит излучение, и о влиянии электрических и магнитных полей соседних атомов. Кроме того, интенсивность спектральных линий пропорциональна числу излучающих атомов. Это позволяет по интенсивности линий определить состав исследуемого вещества, используя для сравнения образцы с известным содержанием элементов.

Существуют две основные разновидности такого анализа: абсорбционный и эмиссионный. При абсорбционном анализе яркий пучок света от источника со сплошным спектром пропускают через исследуемое вещество. Положение линий (полос) поглощения, их строение и интенсивность позволяют определить состав и строение этого вещества. При эмиссионном анализе в результате воздействия электрической дуги, искры или лазерного луча происходит ионизация материала, выбрасываемого в виде струй светящихся паров. Каждый из элементов, входящих в анализируемый образец, излучает электромагнитные колебания определенной длины волны, являющейся характеристикой данного элемента, в том числе пленок с толщиной, равной десятым и сотым долям микрона, и микропримесей с концентрацией до $(10^{-6}—10^{-4})\%$.

При необходимости анализировать отказы и дефекты малогабаритных изделий, связанные со значительными механическими напряжениями на поверхности и в объеме (из-за химической неоднородности и электрохимических реакций, протекающих в присутствии загрязняющих примесей; окисления и переноса металлов в точках контактирования и др.), могут использоваться отечественные микроана-

лизаторы МСЛ-2 и МСЛ-3, «Кристалл-1» с лазерной локализацией рядов, имеющие следующие характеристики: диаметр пятна лазерного воздействия 20—200 мкм; глубина лазерного воздействия от 3 до 50 мкм; концентрационная чувствительность не менее 0,1 % при локальности 50 мкм в глубине 30 мкм; абсолютный предел обнаружения элементов не менее 10^{-10} г.

Масс-спектрометрический метод обладает высокой чувствительностью, позволяет для твердых, жидких и газообразных веществ органического и неорганического происхождения анализировать изотопный, молекулярный и элементарный состав основных веществ и микропримесей; определять характер внутримолекулярных связей и энергию ионизации, идентифицировать большое число химических соединений; изучать структуру сложных молекул; исследовать физико-химические процессы на поверхности твердых тел; осуществлять высокочувствительное течение.

Масс-спектрометрия представляет собой ионно-оптический метод определения массы и относительного содержания изотопов, находящихся в некотором образце. Она включает в себя следующие операции: превращение исследуемых изотопов в положительные ионы с зарядом e (ионизация) и массой m ; создание пучка посредством ускорения ионов электрическим полем; анализ, заключающийся в пространственном или временном разложении ионного пучка на компоненты по значениям m/e электрическим и магнитным полями; регистрация и измерение интенсивности каждой компоненты ионного пучка.

Масс-анализаторы проводят разделение ионов по массам. Их можно разбить на три группы: магнитные, с двойной фокусировкой, динамические. В магнитных анализаторах разделение ионов по массам m основано на взаимодействии движущегося под действием разности потенциалов U заряда e с магнитным полем H по окружности радиуса:

$$r = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Таким образом, пучок ионов, проходя через магнитное поле H , разбивается на несколько пучков с разными m/e .

В масс-анализаторах с двойной фокусировкой отклонение осуществляется в зависимости не только от массы, но и от кинетической энергии. Такие анализаторы применяются при анализе твердых образцов с большой энергией выхода ионов и при структурном анализе сложных органических молекул. Для этих же целей используются динамические анализаторы.

При анализе элементного состава твердых веществ наибольшее распространение получила искровая масс-спектрометрия, основными достоинствами которой являются высокая абсолютная чувствительность, возможность одновременной регистрации большого числа примесей, малый расход анализируемых материалов (несколько миллиграммов), простота и немногочисленность операций при выполнении анализов.

Предел обнаружения может составлять 1 атом примеси на 10 млрд. атомов основного элемента, что превосходит пределы обнаружения, характерные для большинства других методов.

Ионно-ионная масс-спектрометрия распространена меньше, чем искровая, хотя соответствующие установки обладают уникальной абсолютной чувствительностью (10^{-15} — 10^{-18} г). С их помощью можно определить концентрацию поверхностных примесей, получать локальную характеристику материала и изучать распределение примесей по глубине. В зависимости от энергии первичного ионного пучка и его фокусировки возможен послойный анализ образцов толщиной $(5-10) \times 10^{-3}$ мкм площадью 1 мкм².

При использовании лазерного источника ионов можно изучать десорбцию газов с твердой поверхности, испарение металлов и многокомпонентных систем, формирование пленок различных веществ. В этом случае достигается высокая точность определения концентрации примеси (погрешность менее 10^{-6} %), стерильность отбора пробы с небольшой площади (10^{-6} см²),

независимость результатов анализа от тепло- и электрофизических свойств материала, предельная простота управления выходными параметрами источника.

Масс-спектрометры широко применяются для контроля наличия в оболочке сквозных дефектов (течей) или проницаемости основного ее материала с неразрушенной структурой. Проницаемость носит избирательный характер, т. е. различна для разных веществ.

Характерными признаками натекания воздуха являются повышенные парциальные давления кислорода, азота и аргона. Измеряя соответствующие парциальные давления, можно оценить герметичность оболочек. Для этого искусственно изменяют состав среды над дефектным участком с помощью пробного вещества (чаще всего гелия), на регистрацию которого настроено течеискательное устройство.

При контроле способом щупа внутри изделия поддерживают избыточное давление контролируемого газа или его смеси с воздухом. Если контролю подвергаются герметизированные изделия, то их предварительно опрессовывают в атмосфере гелия и после выдержки проводят контроль. В процессе контроля периодически проверяют щупом с выходом на масс-спектрометр наиболее подозрительные места на поверхности изделия. При способе обдува в испытуемом изделии удаляют газовое наполнение, а поверхность изделия обдувают пробным газом. Пробный газ, проникающий внутрь изделия, регистрируется масс-спектрометрическим методом.

Электронно-микроскопические методы. Физическую основу электронно-микроскопических методов составляют явления взаимодействия пучка электронов с веществом (просвечивающая и растровая микроскопия, электрография) или явления испускания электронов под воздействием тепла, света, ионного или электронного потока (эмиссионные и оже-спектроскопические методы). Классификация методов, используемых для анализа состояния поверхностей, работающих в условиях трения, воздействия агрессивных сред, знакопеременных меха-

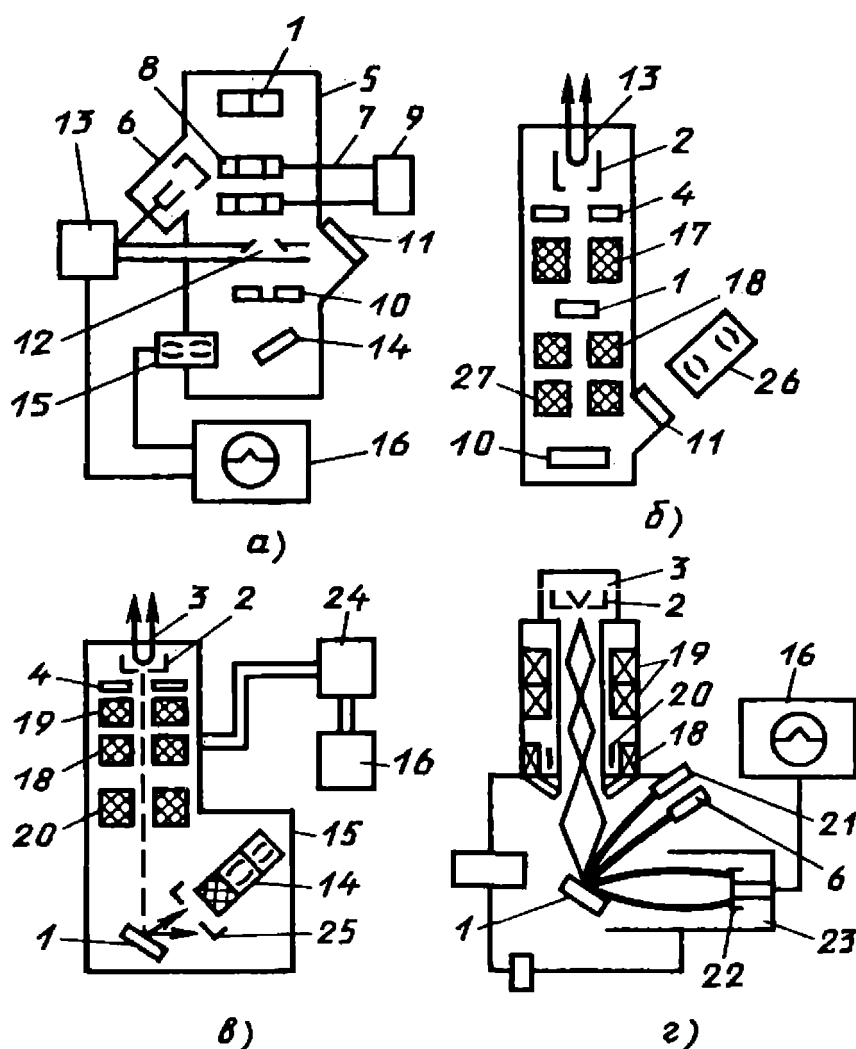


Рис. 7. Классификация схем электронно-микроскопических методов ФТА:

а — просвечивающей электронной микроскопии и электронографии; б — растровой электронной микроскопии; в — эмиссионной электронной микроскопии; г — оже-спектроскопии; 1 — образец; 2 — фокусирующий электрод; 3 — катод; 4 — анод; 5 — вакуумная камера; 6 — ионная пушка; 7 — фокусирующая линза; 8 — ускоряющий электрод; 9 — высоковольтный источник; 10 — экран; 11 — окно для наблюдения изображений; 12 — отклоняющие пластины; 13 — генератор пилообразного напряжения; 14 — сцинтиллятор; 15 — фотоэлектронный умножитель; 16 — видеоконтрольное устройство; 17 — линза; 18 — объективная линза; 19 — конденсорные линзы; 20 — отклоняющие катушки; 21 — детектор отраженных электронов; 22 — оже-спектрометр; 23 — оже-электронный детектор; 24 — блок развертки; 25 — коллектор; 26 — бинокулярный микроскоп; 27 — проекционная линза

нических нагрузок, приведена на рис. 7.

Принцип работы электронного просвечивающего микроскопа состоит в следующем. Электроны, излучаемые катодом, фиксируются оптической системой, ускоряются анодом и попадают на образец. Все процессы происходят в вакууме. Электроны, направленные на образец, рассеиваются как упруго (т. е. без потерь энергии), так и с заметными потерями энергии, а также когерентно дифрагируют. Расходящийся пучок, прошедший через образец, фокусируется с помощью линз и образует промежуточное изоб-

ражение на флуоресцирующем экране, которое через окно наблюдается с помощью бинокулярного микроскопа. При этом достигается большое увеличение в 100 000 раз и более, разрешение до $5 \cdot 10^{-4}$ мкм. При толщине просвечиваемых пленок и порошков до 0,1 мкм можно осуществлять структурный и фазовый анализ, выявлять нарушения кристаллической структуры (субзерна, дефекты укладки, дислокации), производить определение толщины пленок.

Электронный микроскоп может быть использован как электронограф, регистрирующий пространственное рас-

пределение электронов, дифрагируемых контролируемым образцом. Методы электронографии обычно используют для структурного анализа очень тонких пленок (порядка 0,01 мкм) и порошков, а также поверхностных слоев массивных образцов. Основными характеристиками этого метода являются: разрешение до $5 \cdot 10^{-4}$ мкм, увеличение в 100 000 раз, толщина просвечиваемых объектов не более 0,1 мкм, погрешность определения толщин пленок 5—10 %.

В растровом электронном микроскопе (РЭМ) осуществляется телевизионная развертка тонкого пучка электронов по поверхности образца. В результате взаимодействия электронного луча с веществом в каждой точке поверхности происходит ряд физических явлений: эмиссия вторичных электронов, отражение первичных электронов, возникновение рентгеновского излучения, возникновение катодолюминесцентного излучения, возбуждение наведенного (индуцированного) тока, поглощение образцом электронов (адсорбированные электроны), прохождение электронами пленочного образца. Эти явления используются для формирования изображения в РЭМ и регистрируются специальными датчиками. Сигнал от них после усиления модулирует локальную яркость кинескопа, развертка которого синхронизируется с первым электронным лучом. Таким образом, каждая точка поверхности образца находится во взаимнооднозначном соответствии с яркостью определенного места на экране.

Изображения, полученные с помощью РЭМ, различаются в зависимости от увеличения и используемого эффекта.

Варьируя энергию электронов луча и изменяя тем самым глубину их проникновения, можно определить пространственный рельеф залегания слоя определенной структуры или состава в многослойной структуре.

В стробоскопическом режиме РЭМ позволяет изучать быстротекающие процессы, фиксируя, например, кратковременное образование токопроводящих перемычек на загрязнениях поверхности.

РЭМ позволяет анализировать в раз-

личных режимах состояние поверхности с разрешением $2 \cdot 10^{-3}—2 \times 10^{-2}$ мкм и увеличением в 200 000 раз, наблюдать топографические и композиционные неоднородности, изучать дефекты на глубине 1—2 мкм, исследовать напряженность магнитных и электрических полей и их распределение по поверхности.

Основой методов оже-электронной спектроскопии и эмиссионной электронной микроскопии является получение и анализ (энергетических) спектров электронов, испускаемых атомами поверхности объекта при воздействии на них различных источников возбуждения. Такие спектры несут информацию о химическом (элементном) составе, химическом составе атомов поверхностных слоев и кристаллографической структуре вещества.

В зависимости от возбуждения электронных спектров существуют рентгеноэлектронная, фотоэлектронная, электронная, оже-спектроскопия и т. п.

Принцип действия оже-спектрометра состоит в следующем. При бомбардировке материала первичными электронами, обладающими энергией, достаточной для попадания во внутренние оболочки, некоторые атомы могут быть ионизированы. Образовавшиеся вакансии («дырки») заполняют электронами из валентного уровня. При этом выделяется энергия, равная разности энергий этих уровней, которая образует характеристическое рентгеновское излучение (ХРИ), или расходуется на отрыв электрона с одной из оболочек этого атома. Энергия этого электрона (его называют оже-электроном) зависит от атомного номера элемента, поэтому имеется возможность (при послойном травлении) анализировать профили распределения примесей и химических связей веществ по глубине (с глубинным разрешением $10^{-3}—1$ мкм) с минимальным размером анализируемой площадки до 0,05 мкм. При анализе состава вещества абсолютная чувствительность метода (необходимое количество вещества для анализа) равна $1 \cdot 10^{-22}$ м³. Относительная чувствительность метода равна 0,1 %. Такие свойства позволяют проводить широкий спектр материаловедческих исследований.

Особенно информативна оже-спектрометрия для анализа причин отказов термокомпрессионных, сварных, паяных, клеевых соединений, так как возникновение тонких слоев загрязнений может привести к уменьшению прочности соединения или преждевременному его разрушению. Суммарная толщина анализируемого материала 10^{-3} — 10^{-4} мкм, толщина анализируемых пленок при послойном анализе 10^{-3} —1 мкм, точность определения состава вещества 1—10 %.

Для анализа используются, как правило, оже-растровые электронные микроскопы, которые позволяют получать оже-электронную микроскопию микроучастка поверхности объекта, растровую электронную микроскопию с высоким разрешением в режимах вторичных обратно рассеянных и поглощенных электронов. В ряде случаев растровые электронные микроскопы комплектуются оже-электронными спектрометрами.

В тех случаях, когда необходимо определить реакцию анализируемого материала (элемента изделия) на внешнее воздействие (тепловое, механическое, радиационное), изменяющее структуру или состав во время воздействия, целесообразно использовать эмиссионную электронную микроскопию. В эмиссионном микроскопе (ЭЭМ) электроны, формирующие изображение, испускаются самим образцом (т. е. образец является катодом) под действием нагрева, облучения светом, ионами или электронами. При этом можно проводить анализ непосредственно самого изделия без его разрушения, что позволяет следить за изменениями, происходящими в образце при воздействии различных факторов.

На изображение влияют физические свойства материалов (атомный номер, работа выхода), топография поверхности образца, различие в ориентациях монокристаллов (в поликристаллическом веществе) и тип кристаллической решетки. Характер изображения может изменяться в зависимости от видов и способов воздействия внешних факторов, наличия электрических и магнитных полей в микрообластях поверхности образца. Это позволяет визуально наблюдать и измерять пара-

метры микрополей — полей рассеяния доменов ферромагнетика, электрических доменов полупроводника, а также контактных полей и полей рассеяния над переходами в полупроводниках. Точность измерения микрополей 10—20 %, а электрических полей — десятые доли вольта. Имеется возможность осуществлять стробоскопический режим наблюдения переменных микрополей и потенциального рельефа, выделяя временные интервалы до 10^{-10} с.

Рентгеновские методы. Для получения сигналов о свойствах и местоположении дефектной зоны применяют рентгеновские методы, основанные на использовании различных явлений. Классификация схем этих методов приведена на рис. 8.

Физическая сущность рентгеноструктурных методов состоит в том, что рентгеновские лучи, проходя через вещество, воздействуют на электроны его атомов. При этом электронам сообщается колебательное движение, частоты которого совпадают с частотой первичных электромагнитных колебаний рентгеновского излучения. Лучи, рассеянные электронами атомов, интерферируют между собой.

Если первичное излучение состоит из волн различной длины, то получается множество интерференционных максимумов от каждого семейства плоскостей с различными межплоскостными расстояниями. Измерение этого расстояния позволяет осуществлять рентгеноструктурный анализ. При ФТА практическое значение имеют следующие виды структурного анализа:

фазовый — определение фазового состава многокомпонентных структур;

структурный — установление нарушений кристаллических структур (в том числе определение зональных напряжений, характеристической температуры и статических смещений, размера частиц, концентраций дефектов упаковки);

анизотропии — выявление текстур, образованных при волочении, прокатке и т. п.;

ориентировки монокристаллов;

топографический — определение границ зерен и субзерен, выявление от-

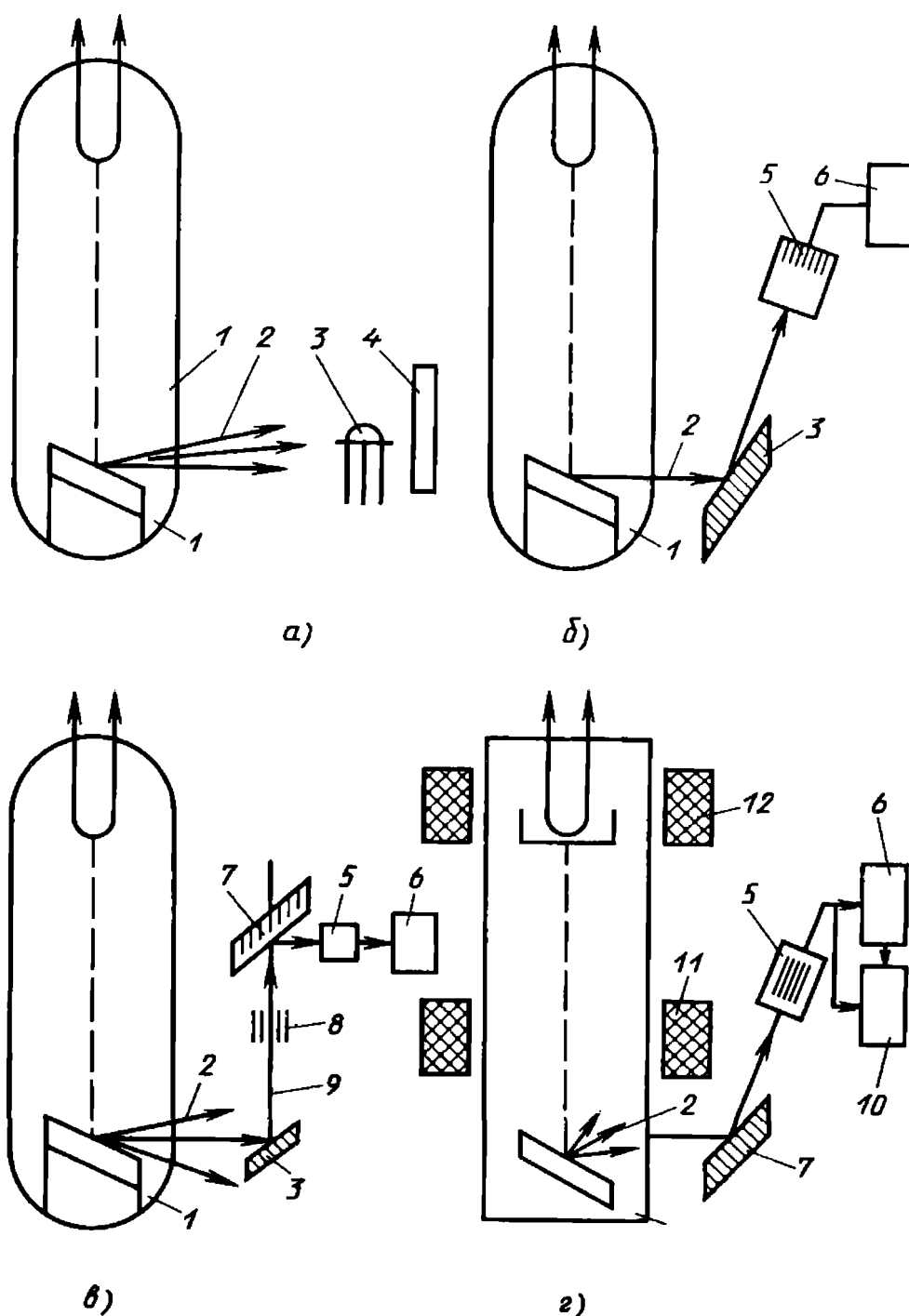


Рис. 8. Классификация схем рентгеновских методов ФТА:

a — теневая; *б* — структурная; *в* — спектральная флуоресцентная; *г* — микрорентгено-спектральная; 1 — источник рентгеновского излучения; 2 — рентгеновское излучение; 3 — исследуемый образец; 4 — преобразователь рентгеновского излучения; 5 — счетчик-детектор; 6 — регистратор интенсивности рентгеновского излучения; 7 — кристалл-анализатор; 8 — коллиматор; 9 — характеристическое излучение образца; 10 — телевизионная система; 11 — система развертки; 12 — система фокусировки

дельных дислокаций, выделений второй фазы в монокристаллах.

В основе фазового анализа лежит измерение энергии и числа рентгеновских квантов характеристического (вторичного) рентгеновского излучения многофазовой системы образца. Энергия квантов характеристического рент-

геновского излучения находится в прямой взаимосвязи с составом вещества, а их число определяет их процентное содержание в образце. По регистрации дифракционных максимумов при отражении излучения от различных семейств плоскостей кристалла определяется химический состав, тип кри-

сталлической решетки и структура вещества, а также физико-химическая природа фаз, образуемых в результате технологического процесса, старения, воздействия окружающей среды.

Наряду с изучением макроскопических свойств кристаллов (степени совершенства, размеров частиц в металлических порошках и т. д.) рассматриваемыми методами исследуются микроструктурные дефекты (мозаичность, дислокация и т. д.).

При определении типа и параметров кристаллической решетки, температурных коэффициентов линейного расширения микронапряжений, обнаружения дефектов в монокристаллах минимальный объем анализируемого вещества 10^{-2} см³ при глубине анализируемого слоя 10—100 мкм.

Топографические методы позволяют наблюдать дислокацию, а также выявлять различные несовершенства кристаллического строения, дефекты упаковки, границы зерен и субзерен, углы разориентировки. Обнаружение дислокаций основано на разнице между интенсивностью рентгеновских лучей, дифрагированных или прошедших через области с совершенной структурой кристалла вдали от дислокаций, и интенсивностью лучей, дифрагированных или прошедших через области с несовершенной структурой вблизи дислокаций. При этом удается фиксировать дислокацию только при их небольшой плотности не более 10^5 см⁻².

Методы дифрактометрии основаны на измерении углового рассеяния рентгеновских лучей, прошедших через контролируемый материал. Они используются для определения ориентации монокристаллов, оценивания текстуры (анизотропия свойства по отдельным кристалликам), вызываемой действием внешних сил. Для металлов, сплавов, полупроводников необходимо определять внутренние напряжения, возникающие под действием внешних сил, а также сохраняющиеся при удалении этого воздействия. Анализ параметров деформаций отказавших изделий позволяет оценить однородность механических свойств исходных материалов на различной глубине или существование избыточных внешних воздействий при эксплуатации.

Рентгеноспектральные методы основаны на анализе спектрального состава и интенсивности линий ХРИ. Интенсивность линий ХРИ зависит от массы данного элемента в образце. Используя анализаторы спектра ХРИ с достаточным разрешением, можно различать практически все элементы таблицы Менделеева, независимо от их физического и химического состояния.

Анализ спектров ХРИ позволяет определять причины и сроки коррозии, диффузии, точечных дефектов радиационного характера, а также микро неоднородности в исходных монокристаллах, фазовый состав включений, состав и химическое состояние атомов неорганических материалов.

Рентгенофлуоресцентный метод позволяет анализировать изделия сравнительно больших размеров (с поверхностью несколько квадратных сантиметров) при чувствительности 0,1—0,01 %. Его положительными свойствами являются достаточно высокая скорость анализа (1—2 ч при той же точности 5 %, как и при химическом анализе, требующем 7—8 ч) и возможность контроля без разрушения различных материалов (твердые образцы из металлов, керамики и порошки, жидкости — масла, растворы, суспензии) и элементов с атомными номерами от 11 до 92. Другими характеристиками метода являются: чувствительность (0,01—0,02) % при анализе состава; минимальный объем образца 10^{-2} см³; чувствительность при количественном анализе состава до 10^{-14} .

Рентгеновский микроанализ основан на изучении спектра ХРИ, возбуждаемого при сканировании электронным пучком диаметром 3—0,1 мкм. При этом на экране кинескопа распределение содержания различных элементов по площади сканирования получается в виде изображения выбранного участка образца с линейным разрешением менее 1 мкм. Важнейшим достоинством метода является возможность локального анализа сразу по всем элементам, начиная с $N = 5$. Несмотря на невысокую относительную чувствительность (0,1—0,01 %), метод обладает очень высокой абсолютной чувствительностью (10^{-14} г)

в определении микровключений элементов и фаз на поверхности материалов при малых объемах анализируемого вещества (1—3 мкм³).

4. МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ

В блоке 11 алгоритма (см. рис. 1) проводится определение показателей качества и надежности по результатам ФТА. Для этого можно использовать подходы, основанные на оценке доли дефектных изделий в контролируемой партии; определении надежности партии методами распознавания образцов; индивидуальной и групповой оценке надежности термодинамическими методами.

Оценка доли дефектных изделий может осуществляться с использованием неразрушающих или разрушающих способов ФТА. При применении неразрушающих способов ФТА оценка проводится по соотношениям для сплошного или выборочного приемочного контроля с учетом плана контроля, норм (допусков) на контролируемые параметры и погрешностей контроля, а также априорных данных о качестве изделий в контролируемой партии, в том числе данных, полученных по результатам неразрушающего ФТА на предыдущих этапах. При разрушающих способах ФТА оценка проводится только по соотношениям для выборочного приемочного контроля с учетом тех же факторов.

Определение надежности партии методами распознавания образов осуществляется с использованием параметрических диагностических моделей, дающих априорную характеристику дефектности исходной партии. По результатам разрушающего или неразрушающего ФТА партия разделяется

на подпартии с определенным диапазоном значений показателей надежности в каждой. Критериями разделения являются ошибки распознавания, зависящие от принятого плана контроля и метрологических характеристик распознающих систем. Ошибки распознавания определяются выбранными алгоритмами распознавания и решающими правилами. Этот метод эффективно используется для отбора изделий с повышенной надежностью.

Индивидуальная и групповая оценка надежности термодинамическими методами ФТА включает три группы задач, решаемых стандартными статистическими методами. Для оценки соответствия изделий требуемому уровню надежности («да — нет») могут использоваться все классы интегральных параметров с учетом специфики объектов и с применением методов: интервальной оценки параметров, проверки статистических гипотез и статистической классификации. Для задач «параметр—время», связанных с оценкой и повышением надежности путем электротермотренировок, прогонов и других способов отбора ненадежных изделий, обязательным является использование эволюционных термодинамических моделей в квазидетерминированной форме с оценкой их параметров методом наименьших квадратов. Для определения вероятности отказа или остаточного ресурса («параметр — поле допуска») используются модели задач типа «параметр—время». Необходимым условием решения задач типа «параметр—поле допуска» является установление номинальных и соответствующих границе поля допуска значений интегральных параметров. Такие значения могут быть получены экспериментально методами граничных (матричных) испытаний или методами имитационного машинного моделирования объектов.

1. МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯМИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ НА СТАДИЯХ ОСВОЕНИЯ ЕЕ ВЫПУСКА И УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРОИЗВОДСТВА

Модели управления. В процессе серийного освоения выпуска продукции и установившегося производства необходимо управлять конкретными показателями качества с целью обеспечения их значений в соответствии с требованиями нормативно-технической документации, а также с требованиями к техническому уровню конкретных видов продукции, определяемому их важнейшими технико-экономическими показателями (ТЭП).

В этих случаях достаточно эффективно могут быть использованы модели, базирующиеся на функциональном принципе управления, т. е. на формальном применении основных функций управления (прогнозирования, планирования, нормирования, учета, контроля, анализа, регулирования, обратной связи) к объектам управления. Такими объектами являются конкретные наиважнейшие показатели качества из групп функционального назначения, надежности, технологичности и т. д.

Модели функций прогнозирования, планирования и нормирования показателей качества. Функция прогнозирования. В достаточно общей постановке прогнозирование показателей качества изделий может быть осуществлено с помощью методов регрессионного анализа и использованием элементов теории случайных процессов в следующей последователь-

ности. Для данного класса изделий и их важнейших составных частей устанавливается представительная ретроспектива, в которой фиксируются значения показателей качества в моменты времени $t_1, \dots, t_N$ (рис. 1). Этим самым устанавливается некоторое корреляционное поле (x, t) . Для имеющихся статистических данных методом наименьших квадратов устанавливается регрессионная зависимость вида $x = at + b$ — линейная модель, $x = at^2 + bt + c$ — квадратичная модель и т. д. Адекватность модели некоторой действительной случайной последовательности точек $t_1, t_2, \dots, t_N$ устанавливается по F -критерию Фишера. Далее полученное корреляционное уравнение $\varphi(t)$ отождествляется оценкой математического ожидания некоторого дискретного случайного процесса, характеризующего статистическое поведение исследуемого показателя качества изделия данного класса (типа, вида, конструктивного ряда). По поведению корреляционной функции этого случайного процесса (по величине затухания корреляционной функции) находится интервал корреляции. Для стационарного случайного процесса всегда можно указать такое t'_0 (рис. 2), когда при $t > t'_0$ значения показателя качества в двух соседних точках на кривой $\varphi(t)$ можно считать практически некоррелированными, если, например, корреляционная функция $r(t)$ снизится до значения 0,05. Величина t'_0 в этом случае называется интервалом корреляции. На практике время корреляции t_0 обычно принимают равным половине ширины основания прямоугольника единичной высоты, площадь которого равна площади под кривой

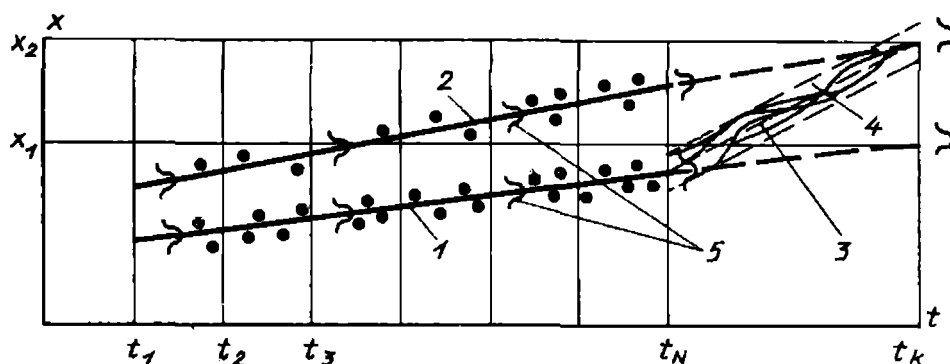


Рис. 1. К формализованному представлению функций прогнозирования и планирования показателей качества изделий в ходе их серийного освоения в производстве:

1 — статистическое поведение показателя качества x изделий данного класса (типа, вида); 2 — статистическое поведение показателя качества передового образца изделия данного класса; 3 — некоторая детерминированная программа развития показателя качества изделий данного класса; 4 — «трубка» возможных программ развития показателя качества x изделия данного класса; 5 — функции плотности распределения показателя качества изделия данного класса (осваваемого в производстве и передового образца соответственно); t_1 — начало ретроспективы; t_N — конец ретроспективы, совпадающий с началом освоения производства очередной модификации изделия данного класса (типа, вида, конструктивного ряда); t_k — момент окончания освоения производства изделия этой модификации

модуля нормированной корреляционной функции:

$$t_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{r}(t)| dt.$$

По величине найденного интервала корреляции устанавливается интервал экстраполяции как действие данного процесса, а следовательно, и коррективное использование полученного корреляционного уравнения $\varphi(t)$ на интервале упреждения $[t_N, t_k]$ (см. рис. 1).

Если ретроспективная информация не является представительной, то уравнение регрессии имеет вид

$$x = \varphi(z_1, z_2, \dots, z_N). \quad (1)$$

Конкретный вид зависимости $\varphi(z)$ в достаточно общем случае может быть определен в виде полиномов регрессии:

$$x = b_0 + \sum_i b_{i1} z_i + \sum_{i < j} b_{ij} z_i z_j + \sum_i b_{i11} z_i^2 + \dots \quad (2)$$

$$b_{i1} = \frac{\partial x}{\partial z_i} \Big|_{z_i = \bar{z}_i}; \quad b_{ij} = \frac{\partial^2 x}{\partial z_i \partial z_j} \Big|_{z_i = \bar{z}_i, z_j = \bar{z}_j};$$

$$b_{i11} = \frac{\partial^2 x}{\partial z_i^2} \Big|_{z_i = \bar{z}_i}$$

В зависимостях (1) и (2) в качестве случайных переменных $z_1, \dots, z_N$ могут, например, выступать технические

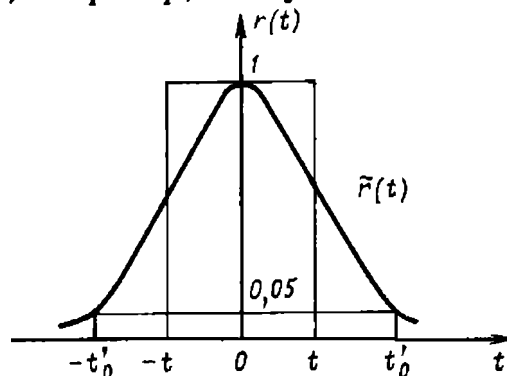


Рис. 2. К определению интервала упреждения при прогнозировании показателей качества изделий:

$r(t)$ — корреляционная функция случайного процесса $x(t)$; $\tilde{r}(t)$ — аналитическая аппроксимация корреляционной функции $r(t)$; $0 - t'_0$ — интервал корреляции, на котором корреляционная функция $r(t)$ затухает в 20 раз (от единицы до 0,05); $[-t, t]$ — интервал, которому соответствует основание прямоугольника, площадь которого равна единице

характеристики изделий данного класса (типа, вида, конструктивного ряда), их конструкторско-технологические характеристики и т. д. Конкретное множество таких характеристик устанавливается по данным специальных исследований.

Ф у н к ц и я п л а н и р о в а н и я. Планирование показателей качества конкретных изделий осуществляется на базе информации, получаемой по результатам точечных и интервальных прогнозных оценок показателей качества для данного осваиваемого в производстве изделия. Формальную модель функции планирования можно построить исходя из следующей типичной ситуации. Пусть в процессе осуществления прогнозируемых процедур выявилась ситуация, представленная на рис. 1, где кривая 1 (ее штриховая часть) описывает поведение естественно сложившейся тенденции показателя качества x . В соответствии с этой тенденцией следует ожидать в момент t_h (окончания освоения в производстве очередной модификации данного изделия) выхода значения показателя качества на уровень x_1 . Тогда, если ставится задача к моменту времени t_h выйти на значение показателя качества x_2 , то необходимо разработать некоторый план (программу развития), например, в виде кривой 2, в соответствии с которой за отрезок времени $[t_N, t_h]$ будет обеспечен выход показателя качества на запланированный уровень. С этой целью для каждого важнейшего показателя качества необходимо рассмотреть (построить) некоторый набор планов в виде вероятностных сетевых моделей. При этом ребра ориентированных графов, характеризующих доминирующие процессы, следует представить в виде некоторых моделей роста (например, в виде логистических кривых).

Ф у н к ц и я н о р м и р о в а н и я. Нормирование показателей качества в первом приближении целесообразно осуществлять с помощью нестрогих приближенных методов, например, основанных на использовании удельных затрат, «весовых» коэффициентов, получаемых по статистическим данным освоения в производстве од-

нотипных изделий или по данным экспертных исследований. В последующих приближениях проводятся уточненные расчеты для обоснования оптимальных значений показателей качества изделий, предполагаемых к их серийному производству, с учетом предыстории развития важнейших технико-экономических показателей изделий данного класса (типа, вида, конструктивного ряда), а также перспективы развития на некоторый программный период.

Пусть некоторую количественную меру R_x показателя надежности x изделия (комплекса, образца) требуется распределить (пронормировать) между его составными частями. В первых приближениях такое нормирование можно осуществлять с помощью соотношения

$$|\ln R_{xi}| = \left(b_i / \sum_{i=1}^N b_i \right) |\ln R_x|, \quad (3)$$

где R_x — количественная мера показателя надежности для данного класса изделий, установленная по результатам проведения прогнозных и плановых расчетов; R_{xi} — количественная мера показателя надежности i -й подсистемы изделия ($i = \overline{1, N}$; N — число подсистем);

$$b_i = c_i / |\ln (1 - R_{xi})|, \quad (4)$$

b_i — «весовой» коэффициент. Здесь c_i — суммарные затраты основных видов ресурсов в денежном выражении на единичную подсистему за весь жизненный цикл изделия (т. е. затраты на разработку, освоение серийного производства, серийное производство и эксплуатацию); R_{xi} — значение показателя надежности i -й подсистемы.

Нормирование показателей надежности изделий по последующим уровням технических структур (т. е. распределение показателей надежности подсистем между агрегатами, важнейшими узлами, сборочными единицами и т. д.) осуществляется аналогичным образом с использованием соотношений (3) и (4).

В последующих уточняющих приближениях нормирование показателей надежности изделий по техническим

1. Распределительная матрица для формирования рациональных мер R_j

Способ формирования показателя надежности изделия с мерой R_x	Мера R_j показателей надежности подсистем					Располагаемая затрата на способы формирования показателя надежности с мерой R_j
	B_1		B_j		B_N	
A_1	$Z_1^{C_{11}}$	.	$Z_{1j}^{C_{1j}}$	.	$Z_{1N}^{C_{1N}}$	a_1
A_i	$Z_{i1}^{C_{i1}}$	.	$Z_{ij}^{C_{ij}}$	.	$Z_{iN}^{C_{iN}}$	a_i
A_m	$Z_{m1}^{C_{m1}}$	.	$Z_{mj}^{C_{mj}}$	.	$Z_{mN}^{C_{mN}}$	a_m
Потребности в ресурсах при формировании меры R_x	b_1	.	b_j	.	b_N	$\sum a_i = \sum b_j$

структурам в общем случае может быть сведено к решению распределительных задач с оптимизацией некоторых целевых функций. Количественная мера R_x показателя надежности x может быть сформирована (обеспечена) различными способами $A_1, A_2, \dots, A_m$ путем рассмотрения некоторого конечного набора вариантов обеспечения значения показателя надежности на уровне x_2 (см. рис. 1), в общем случае удовлетворяющих программам развития $З$. Каждый способ обеспечения A_i ($i = \overline{1, m}$; m — число способов обеспечения), которому ставится в соответствие конкретный граф освоения выпуска очередной модификации данного изделия, удовлетворяет определенной стратегии из «трубки» возможных программ развития конкретного показателя надежности x . При этом каждая стратегия обходится в a_i единиц затрат ($i = \overline{1, m}$; m — число стратегий) и обеспечивает значение показателя надежности изделия не ниже требуемого уровня. Необходимо распределить количественную

меру R_x показателя надежности x изделия (системы, комплекса, образца) между N подсистемами в количествах R_j ($j = \overline{1, N}$; N — число подсистем). При этом предполагаются известными издержки C_{ij} на одно изделие формирования меры R_j i -м способом ($i = \overline{1, m}$) в зависимости от меры R_x . Необходимо таким образом решить распределительную задачу, чтобы обеспечить рациональное формирование меры R_x , получив искомые меры R_j . При этом некоторая целевая функция должна иметь экстремальное значение. Обозначим через z_{ij} число изделий, планируемых для обеспечения надежности j -й составной части изделий по i -й стратегии с количественной мерой R_j . Составим план распределения меры R_x таким образом, чтобы i -й способ ($i = \overline{1, m}$) формирования меры R_x определенным образом редуцировался с мерами R_j ($j = \overline{1, N}$). Тогда условие задачи может быть записано в виде следующей распределительной матрицы (табл. 1).

Математическая¹ модель распределительной задачи для рассматриваемого случая может быть составлена следующим образом. Так как i -й способ формирования количественной меры R_x и редукция ее к мерам R_j ($j = 1, N$) требуют затрат Z_{ij} числа изделий, то суммарные затраты при решении данной распределительной задачи

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N C_{ij} Z_{ij} \quad (5)$$

при следующих ограничениях:

все рациональные варианты формирования меры R_x должны быть исчерпаны, т. е.

$$\sum_{j=1}^N Z_{ij} = a, \quad (6)$$

все потребности в ресурсах (в числе изделий) для формирования меры R_x должны быть удовлетворены, т. е.

$$\sum_{i=1}^m Z_{ij} = b. \quad (7)$$

Полученные меры R_j распределяются по последующим уровням технической структуры аналогичным образом.

В общем случае целевые функции для задач нормирования рассмотренного типа могут иметь достаточно сложный вид. Так, например, для изделий, представляющих собой типоразмерные ряды, целевая функция может иметь следующий вид:

$$Y = \sum_{z=1}^r \sum_{t=1}^s \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^q R_{ijk}^{zt} \times \\ \times (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}}), N_j, T_j, M_{ijk}^{(zt)} \quad (8)$$

при ограничениях;

$$0 < B_{j1} \leq B_{j1}^{\text{lim}}; \quad 0 < B_{j2} \leq B_{j2}^{\text{lim}}, \dots, \quad (9)$$

$$0 < B_{jp} \leq B_{jp}^{\text{lim}}; \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N M_{ijk}^{(zt)} = \varphi_k^{(zt)}; \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^q (M_{ijk}^{(zt)} / W_{ijk}^{(zt)} \times \\ \times (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})) \leq Q_j^{(zt)}; \quad (11)$$

$$\frac{1}{\sum_{k=1}^q \varphi_k} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^q q_{ijk}^{(zt)} (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}}) \times \\ \times M_{ijk}^{(zt)} \leq q_{\text{lim}}^{(zt)}; \quad (12)$$

$$\sum_{z=1}^r \max \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^q (V_{ijk}^{(zt)} / W_{ijk}^{(zt)} \times \\ \times (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})) = N_j; \quad (13)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{z=1}^r \sum_{t=1}^s \tau^{(zt)} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^q (M_{ijk}^{(zt)} / W_{ijk}^{(zt)} \times \\ \times (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})) = T_j; \quad (14)$$

$$M_{ijk}^{(zt)} \geq 0; \quad N_j \geq 0; \quad T_j \geq 0. \quad (15)$$

Здесь $R_{ijk}^{(zt)} (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})$, $q_{ijk}^{(zt)} (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})$,

$W_{ijk}^{(zt)} (\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}})$ — соответственно приведенные затраты, связанные с проведением ремонтно-профилактических работ, обслуживанием материальной части при годовом функционировании изделий в течение T часов и объеме их выпуска N штук в год, затраты труда на выполнение изделием или группой изделий одной типовой задачи и некоторая полезная работа изделия с параметрами $\overline{B_{j1}}, \overline{B_{jp}}$, измеряемая в условных единицах.

Соотношения (9) требуют, чтобы параметры изделий не превосходили предельно допустимые значения по условиям безотказности и долговечности; условие (10) обеспечивает выполнения всех задач в заданные сроки; неравенство (11) оговаривает не превышение количества групп изделий определенного числа типоразмеров; соотношение (12) требует, чтобы средние затраты труда на выполнение одной типовой задачи изделием или группой изделий не превосходили бы заданных значений; соотношения (13) и (14) лимитируют объемы товарных поставок и производства изделий и их использование в течение года.

Модели функций учета, контроля и анализа показателей качества. Функция учета. Учет заклю-

чается в построении и ведении массивов в соответствующих базах данных, необходимых как для неавтоматизированного, так и автоматизированного решения всех задач управления показателями качества изделий в ходе их освоения в производстве, а также на установившемся процессе производства.

При учете данных значительное место занимает информация по изделиям-прототипам, освоенным ранее в производстве. Учет информации о показателях качества изделий-аналогов и ее адаптацию в соответствующих информационном массивах наиболее эффективно можно осуществлять с помощью информационно-поисковых систем. При этом формализованный ретроспективный поиск информации о показателях качества изделий-аналогов в достаточно общей постановке может базироваться на использовании методов распознавания образов и теории подобия. В ходе осуществления этого поиска проводятся следующие процедуры:

формирование матрицы вида $\|x_{ij}\|$ ($i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, n}$), каждая строка этой матрицы представляет собой описание конкретного изделия, а каждый столбец — набор значений определенного признака в совокупности изделий-аналогов, признаки должны достаточно полно описывать определяющие процессы при оценке показателей качества изделий;

по установленным признакам x_{ij} с использованием методов теорий подобия и размерностей устанавливается совокупность групп критериев подобия (безразмерных комплексов) с учетом требований основной теоремы теории подобия (π -теоремы), в соответствии с которой устанавливается число таких безразмерных комплексов;

на основании статистического анализа (например, с помощью дисперсионного анализа), проведенного применительно к одноименным группам критериев подобия, устанавливаются изделия-аналоги; при небольшом числе критериев подобия статистический анализ сводится к достаточно простой процедуре, заключающейся в попарной

проверке всех одноименных критериев подобия по t -критерию Стьюдента; статистическая информация считается однородной по однотипным изделиям, для которых все одноименные критерии подобия статистически однородны;

для установленных изделий-аналогов осуществляется ретроспективный поиск данных, необходимых для получения количественных значений показателей качества новых модификаций изделий, осваиваемых в производстве.

Полученная таким образом ретроспективная информация записывается на машинные носители информации и составляет основу информационных массивов для задач управления конкретными показателями качества осваиваемых в производстве изделий данного класса (типа, вида, конструктивного ряда), а также выпускаемых в установившемся производстве.

Ф у н к ц и я к о н т р о л я. Оценки показателя качества сводятся к вычислению некоторой количественной меры в текущий момент времени освоения в производстве изделия. При этом:

для одномерной модели

$$\widehat{R}_x = \int_a^b \varphi(x) dx; \quad (16)$$

для многомерной модели

$$\widehat{R}_x = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \dots \int_{a_N}^{b_N} \varphi(x_1, \dots, x_N) \times \\ \times dx_1 \dots dx_N. \quad (17)$$

Здесь $\widehat{R}_x$ — точечная оценка вероятности R_x того, что показатель качества находится в некоторых заданных пределах; $\varphi(x)$, $\varphi(x_1, \dots, x_N)$ — одномерная и многомерная плотности распределения некоторых количественных признаков x , $x_1, \dots, x_N$, характеризующих конкретный показатель качества; $a_j \geq 0$, $b_j \geq 0$ — некоторые предельные значения количественных признаков x_j ($j = \overline{1, N}$), за границами которых качество изделия по данному показателю признается неудовлетворительным.

Вид подынтегральных функций (16) и (17) устанавливается по результатам исследования статистической информации по изделиям данного класса. Конкретные числовые характеристики плотностей $\varphi(x)$ и $\varphi(x_1, \dots, x_N)$ находятся путем обработки статистических данных или статистического моделирования номинальных и предельных состояний количественных признаков $x_1, \dots, x_n$.

Собственно контроль показателей качества осуществляется путем проверки неравенства вида

$$R_x^y \geq R_{T3}; \quad \bar{R}_x^y \leq \bar{R}_{T3}, \quad (18)$$

где R_x^y и $\bar{R}_x^y$ — соответственно нижние и верхние интервальные оценки показателя качества с уровнем доверительной вероятности γ ; R_{T3} и $\bar{R}_{T3}$ — нижние и верхние пределы показателя качества, оговариваемые в нормативно-технической документации на данное изделие к концу его освоения в производстве.

При нормальном законе распределения количественного признака x и вектора x можно использовать следующие приближенные расчетные соотношения для вычисления точечных и интервальных оценок показателя качества:

$$\begin{aligned} \hat{R}_x &= \prod_{j=1}^N R_{xj} + \\ &+ \left[\hat{R}_{xj \min} - \prod_{j=1}^N \hat{R}_{xj} \right] \hat{K}_N; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_{xj} &= F((b_j - \bar{x}_j)/S_{xj}) - \\ &- F((a_j - \bar{x}_j)/S_{xj}) = \\ &= F\left(\frac{b_j - \bar{x}_j}{S_{xj}}\right) - \left[1 - F\left(\frac{\bar{x}_j - a_j}{S_{xj}}\right)\right] = \\ &= F(\hat{h}_{j1}) + F(\hat{h}_{j2}) - 1; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\underline{R}_x = \hat{R}_x \left[1 - \left\{ \left(1 - \frac{R_{xj \min}}{\hat{R}_{xj \min}} \right) + \right. \right.$$

$$\left. + (1 - \hat{K}_N^2) \left(\frac{\prod_{l=1}^N \hat{R}_{xl}}{\hat{R}_x} \right) \times \sum_{j=1}^N (1 - (R_{xj}^y)/(\hat{R}_{xj}))^2 \right\}^{1/2} \right]; \quad (21)$$

$$R_{xj}^y = F\left(h_1 - \frac{h_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + (\hat{h}_{j1}^2/2)}\right); \quad (22)$$

$$\bar{R}_{xj}^y = F\left(h_2 + \frac{h_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + (\hat{h}_{j2}^2/2)}\right); \quad (23)$$

$$\hat{K}_N = \frac{2}{\pi c} \sum_{i < j} \arcsin \hat{r}_{ij}, \quad (24)$$

где $\hat{R}_{xj}$ — точечная оценка показателя качества, вычисляемая как вероятность того, что j -й количественный признак, характеризующий конкретное свойство или совокупность свойств, находится в заданных пре-

делах: $F(\bullet) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\hat{h}} e^{-x^2/2} dx$ —

табулированная функция нормированного нормального распределения; $\hat{h}_{j1} = (b_j - \bar{x}_j)/S_{xj}$, $\hat{h}_{j2} = (\bar{x}_j - a_j)/S_{xj}$; $\bar{x}_j$ и S_{xj} — оценки среднего значения и среднего квадратического отклонения случайной величины x ; $\hat{R}_{xj \min}$ — минимальная из оценок $\hat{R}_{xj}$ ($j = \overline{1, N}$; N — число признаков); $\hat{K}_N$ — оценка коэффициента, учитывающего корреляционную взаимосвязь признаков x_j ; $\hat{r}_{ij}$ — оценка парного коэффициента корреляции i -го и j -го признаков; индекс « $i < j$ » в формуле (24) означает число возможных парных сочетаний признаков; $c = N \times (N - 1)/2$; $h_{1-\alpha}$ — квантиль нормального распределения, определяемая по статистическим таблицам в зависимости от доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$ (обычно в расчетах $\alpha = 0,01 \div 0,1$).

Функция анализа. Целью анализа является получение корреляционных уровней связи конкрет-

ных показателей качества и определяющих факторов, основанных на стандартных процедурах. К таким процедурам относятся: первоначальный отбор определяющих факторов $X_1, \dots, X_N$, например, на основе экспертных исследований; проверка гипотезы о непротиворечии нормальному закону распределения отобранных факторов $X_1, \dots, X_N$ по критериям согласия Колмогорова, Смирнова, Саркади, Пирсона и др.; преобразование к гауссовским мерам тех факторов, которые не подчиняются нормальному закону распределения; проверка независимости и случайности факторов $X_1, \dots, X_N$ по критерию Рао; установление конкретного числа членов корреляционных уравнений

вида $a_0 + \sum_{j=1}^N a_j X_j^N$ путем проверки статистической значимости коэффициентов a_j по критерию Стьюдента.

Модели функции регулирования и обратной связи. Ф у н к ц и я р е г у л и р о в а н и я. Предусматривается два режима регулирования. Первый заключается в отслеживании тенденций поведения показателей качества при приближении их к некоторым контрольным границам и выработке регулирующего воздействия при пересечении предупредительных контрольных границ. В таких ситуациях используются полученные при осуществлении функции анализа корреляционные уравнения связи конкретных показателей качества с соответствующими определяющими факторами, на которые следует воздействовать. Второй режим регулирования заключается в ликвидации выявленных в ходе освоения выпуска значимых отклонений показателей качества изделий, т. е. в том случае, когда при контроле показателей оказываются невыполненными условия (18). Процедура регулирования по второму режиму осуществляется следующим образом.

Сначала рассматривают некоторый набор вариантов по выбору конкретных управляющих воздействий. Затем намечают M рациональных управляющих воздействий по ликвидации значимого отклонения показателя качества от предельно допустимого

значения. Вероятность успешной реализации конкретного воздействия на основные теоремы Байеса

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) P(B/A_i)}{P(B)} = \frac{P(A_i) P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^M P(A_i) P(B/A_i)}. \quad (25)$$

Здесь $P(A_i)$ — априорная вероятность реализации i -го решения ($i = 1, M$), определяемая по статистическим данным освоения в производстве предыдущих модификаций данного изделия или изделий-аналогов, а также по данным экспертных исследований; $P(B/A_i)$ — априорная вероятность осуществления комплекса работ B при условии, что осуществляется реализация i -го решения; M — общее число рассматриваемых управляющих воздействий.

В качестве предпочтительного варианта управляющего воздействия выбирают такое, в котором реализуется максимум $P(A_i/B)$. При этом окончательно выбранный комплекс работ B резервируют столько раз, сколько это необходимо для практической реализации функции регулирования. В общем случае рассматривают оптимизационную задачу, в которой минимизируется некоторый функционал целевой функции, представляющий собой произведение вероятностей успешной реализации комплекса работ B на соответствующие издержки, связанные с выполнением этих работ.

Пусть каждой реализации i -го решения ($i = 1, M$) ставится в соответствие какая-то часть (интервал, отрезок, подмножество и т. д.) некоторой количественной меры X , которую можно связать с мерой полезности i -го результата ($i = 1, M$), величиной потерь и т. д.

Из (25) следует, что если

$$\frac{P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^M P(A_i) P(B/A_i)} = \frac{P(B/A_i)}{P(B)} = 1, \quad (26)$$

то $P(A_i/B) = P(A_i)$.

т. е. данное значение количественной меры x в некотором j -м интервале ($j = \overline{1, N}$; N — число интервалов) не дает никакой информации при реализации i -го решения ($i = \overline{1, M}$). Введя функцию, равную нулю при выполнении условия (26) и возрастающую при невыполнении этого условия, получим количество информации в j -м интервале

$$I_j = [P(B/A_i) - P(B)] \frac{P(B/A_i)}{P(B)}. \quad (27)$$

Суммируя значения I_j по всем возможным решениям с весами, равными априорным вероятностям $P(A_i)$, по всем интервалам признака x , найдем усредненное количество информации по Кульбаку, содержащееся в данном признаке:

$$I = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(A_i) [P(B/A_i) - P(B)] \ln \frac{P(B/A_i)}{P(B)}. \quad (28)$$

Построив соответствующую матрицу условных вероятностей $P(A_i/B)$, можно с помощью (28) рассчитать информативность значений количественного признака x в j -м интервале ($j = \overline{1, N}$). По наименее значимым величинам можно делать соответствующие выводы, например, о полезности i -го решения ($i = \overline{1, M}$), величине потерь и т. д.

Функция обратной связи может быть осуществлена с помощью вальдовского последовательного анализа с проверкой эффективности решения по критерию Неймана—Пирсона. При этом с помощью имитационного последовательного контроля проводят n первоначальных «испытаний» (итераций имитационного процесса). Последующий контроль эффективности регулирующего воздействия проводят после каждого шага.

В результате n последовательных независимых реализаций имитационного процесса получены значения

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (29)$$

количественного признака x , характеризующего конкретный показатель (совокупность показателей) качества изделия. Функция распределения $\varphi(x, \theta)$ этого признака зависит от параметра θ , по оценке которого принимают решение об эффективности или неэффективности регулирующего воздействия. Проверяемая гипотеза состоит в том, что $\theta = \theta_0$ (регулирование эффективно), а противоположная ей гипотеза состоит в том, что $\theta = \theta_1$ (регулирование неэффективно). Обозначим через P_{0n} вероятность того, что по данным (29) верна гипотеза $\theta = \theta_0$, а через P_{1n} обозначим вероятность того, что верна гипотеза $\theta = \theta_1$. Тогда отношение правдоподобия будет дано соотношением

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} = \prod_{i=1}^n \frac{\varphi(x_i, \theta_1)}{\varphi(x_i, \theta_0)}. \quad (30)$$

Отношение (30) вычисляется после каждой реализации имитационного процесса, начиная с номера n . При этом каждая последующая реализация основывается на всех предыдущих.

Обозначим через α вероятность ошибочного забракования проверяемой нулевой гипотезы, а через β обозначим вероятность ошибочного принятия этой гипотезы. Тогда, если после проведения n реализаций окажется, что

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} \leq \frac{\beta}{1 - \alpha}, \quad (31)$$

то «испытания» (имитационный процесс) прекращают и принимается решение о том, что $\theta = \theta_0$, т. е. регулирование признается эффективным.

Если окажется, что

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} \geq \frac{1 - \beta}{\alpha}, \quad (32)$$

то «испытания» (имитационный процесс) также прекращают и принимается решение о том, что $\theta = \theta_1$, т. е. регулирование признается неэффективным. В этом случае ищутся более действенные управляющие воздействия. Наконец, если окажется, что

$$\frac{\beta}{1 - \alpha} < \frac{P_{1n}}{P_{0n}} < \frac{1 - \beta}{\alpha}, \quad (33)$$

то «испытания» (имитационный процесс) продолжают до тех пор, пока не будет выполнено одно из условий (31) или (32). Если имитационный процесс продолжается неоправданно долго, то осуществляется усеченный последовательный контроль.

При нормальном законе распределения количественного признака x вместо соотношений (31)—(33) могут быть использованы эквивалентные им неравенства вида

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \frac{S_x^2}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_1}{2} n; \quad (34)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \geq \frac{S_x^2}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_1}{2} n; \quad (35)$$

$$\frac{S_x^2}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_1}{2} n < < \sum_{i=1}^n \bar{x}_i < \frac{S_x^2}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_1}{2} n. \quad (36)$$

В соотношениях (31)—(36) $\bar{x}_0$ и $\bar{x}_1$ — средние значения количественного признака x , получаемые по выборке (29) при рассмотрении конкурирующих гипотез об эффективности или неэффективности регулирующего воздействия; S_x^2 — выборочная дисперсия, вычисляемая по выборке (29); n — число реализаций имитационного процесса.

2. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ КОНТРОЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

Типовые инженерные приложения задачи выбора рациональных контрольных интервалов. При формализации и оптимизации контрольных процедур возникает необходимость решения одной практически очень важной задачи, связанной с рациональным выбором контрольных интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$ (N — число контрольных точек) на некотором подконтрольном участке длиной L (рис. 3). Такая задача, например, возникает при анализе, контроле и регулировании показателей качества и надежности изделий и технологических процессов; при исследовании технологичности изделий и стабильности технологических процессов, качества и надежности изделий (материалов) и технологических процессов различными физическими методами неразрушающего контроля, а также методами имитационного моделирования; при разработке программ заводских испытаний изделий в части разделов, касающихся расстановки датчиков температур, напряжений, деформаций, перемещений и других физических параметров; при анализе различных автоматизированных диагностических систем и комплексов; при оптимизации потоков информации в базах и банках данных для задач исследования качества и надежности изделий и технологических процессов; при исследовании тенденций изменения во времени показателей качества изделий и технологических процессов и в целом ряде других важных инженерных приложений.

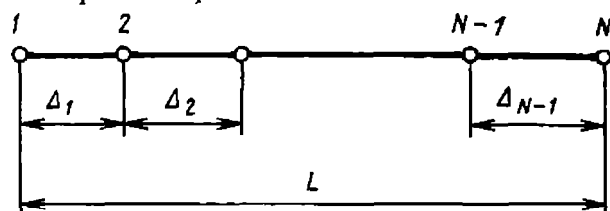


Рис. 3. К обоснованию длин контрольных интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$: 1, 2, ..., N — контрольные точки; L — длина подконтрольного участка

В ходе анализа, контроля и регулирования показателей качества и надежности изделий и технологических процессов необходимость решения данной задачи возникает при построении структурно-функциональных схем качества и надежности конкретных технических объектов, в процессе которого устанавливаются наиболее ответственные узлы, агрегаты и комплектующие изделия («критические элементы») и прогнозируются их предельные состояния; при расчете, анализе и контроле конкретных показателей качества и надежности изделий и технологических процессов или количественных признаков их характеризующих, представляемых (непосредственно измеряемых, рассчитываемых, моделируемых и т. д.) в виде скалярных или векторных случайных величин и распределенных определенным образом во времени и пространстве; при установлении конкретных законов и схем регулирования в контролируемых системах и устройствах (как автоматизированных, так и неавтоматизированных) в процессе анализа и синтеза конструкторско-технологических разработок сложных технических объектов и комплексов и средств технологического оснащения производств; при установлении дискретности контроля непрерывных технологических процессов и производств и т. д.

Формализация процессов исследования качества и надежности изделий и технологических процессов различными физическими методами неразрушающего контроля (акустическими, капиллярными, оптическими, тепловыми, электрическими и т. д.) предполагает применение локальной дефектоскопии, с помощью которой определяется местонахождение дефектов и неисправностей в материалах и изделиях и локализуются причины их проявления, а также интегральной дефектоскопии, с помощью которой прогнозируется выходное качество и надежность объектов.

Задача дискретизации временных и физических параметров как самих объектов, так и исследуемых дефектов в локальной и интегральной дефектоскопии играет исключительно важную

роль. Эта задача может быть решена с использованием методов выбора рациональных контрольных интервалов (см. с. 191).

В ходе анализа и синтеза различных диагностических систем и комплексов важным аспектом является создание оптимальных структур встраиваемых автоматизированных контролирующих устройств и модулей. Они сами по себе должны обладать достаточно высокой надежностью, количественной мерой которой может выступать, например, коэффициент оперативной готовности $k_{го}$, являющийся комплексным показателем надежности сложных восстанавливаемых объектов. Значения такого комплексного показателя должны контролироваться через определенные оптимальные промежутки времени. С помощью аналогичного комплексного показателя надежности в определенные (оптимальные) промежутки времени должна оцениваться вероятность исправного состояния самого диагностического комплекса.

При разработке программ заводских испытаний изделий возникает задача оптимальной топологии расстановки датчиков температур, напряжений, деформаций, перемещений и других физических параметров и количественных признаков, которые являются исходными данными для расчета показателей качества и надежности. Во многих практических ситуациях расстановка таких датчиков осуществляется методом проб и ошибок без какого-либо объективного обоснования с привлечением тех или иных критериев.

Методы выбора рациональных контрольных интервалов позволяют восполнить этот пробел.

Накапливаемая информация в автоматизированных банках данных о качестве и надежности изделий и технологических процессов представляется обычно в виде ориентированных файлов и записей (сегментов). Необходимая информация для анализа качества и надежности новых и модернизируемых изделий и технологий должна представляться в виде некоторых «сгустков», которые условно можно изобразить в виде контрольных точек $1, 2, \dots, N$ (см. рис. 3). Непоставку своевременной и достовер-

ной информации принято рассматривать как отказ в работе автоматизированных информационных систем. При исследовании тенденций изменения во времени показателей качества и надежности изделий и технологических процессов неправильный и необоснованный выбор контрольных интервалов при ретроспективном анализе данных, а также выбор величин прогнозируемых интервалов приводят к недостоверности осуществляемых прогнозов.

Отсутствие в накопительных устройствах (бункерах, магазинах и т. д.) соответствующего запаса деталей и заготовок, а также неоптимальные расстояния между накопительными устройствами могут существенным образом сказаться на эффективности функционирования автоматизированных производств и качестве и надежности выпускаемой продукции. Постановку для решения данной задачи можно свести к схеме, представленной на рис. 3, а само решение получить с помощью одного из возможных формализованных методов. В ряде ведомств в связи с необходимостью эффективного решения проблемы качества изготовления промышленной продукции в структурах предприятий предусматриваются цеха качества. Обосновать выбор числа таких цехов (контрольных участков) можно, пользуясь схемой рис. 3.

Перечисленные примеры свидетельствуют о необходимости применения формальных подходов к постановке и решению задачи выбора рациональных контрольных интервалов. Необходимость решения данной задачи как оптимизационной достаточно очевидна. В самом деле, если интервалы контроля брать достаточно малыми, то это может привести к получению ненужной избыточной информации, излишним затратам трудовых и денежных ресурсов, контрольного оборудования и т. д. А если интервалы контроля брать достаточно большими, то это приводит к недостаточной подконтрольности качества продукции, ее технологичности, увеличению доли некондиционной продукции в общем объеме производства и товарных поставок и т. д. Это также ведет к неоправ-

данному увеличению затрат основных видов ресурсов (денежных, трудовых, материальных, временных). Следовательно, конкретные величины контрольных интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$ на подконтрольном участке длиной L следует выбирать некоторым оптимальным образом.

Формализация задачи выбора рациональных контрольных интервалов. В общем случае задачу выбора рациональных контрольных интервалов следует ставить и решать как применительно к временным интервалам, так и интервалам контроля параметров изделий и технологических процессов. Формально к решению данной задачи можно подойти путем определения некоторого достаточно общего критерия. Таким критерием может служить оценка вероятности нахождения некоторого количественного признака (скалярного или векторного) на подконтрольном участке длиной L в требуемых по техническим условиям пределах:

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \hat{P}_{2/1},$$

где $\hat{P}_1$ — оценка вероятности P_1 нахождения количественного признака x в допустимых пределах во всех N контрольных точках; $\hat{P}_{2/1}$ — оценка условной вероятности $P_{2/1}$ нахождения этого признака в допустимых пределах между контрольными точками, т. е. внутри интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$, при условии, что во всех N контрольных точках признак x , представляющий собой определяющий параметр (или совокупность параметров) и характеризующий конкретный показатель качества или надежности или технологического процесса, также находится в допустимых пределах.

В общем случае при произвольном законе распределения признака x оценка $\hat{P}_1$ вероятности P_1 может быть вычислена по формуле

$$\hat{P}_1 = \int_{x_{B1}}^{x_{B1}} \int_{x_{BN}}^{x_{BN}} \Phi(x_1, \dots, x_N) \times \\ \times dx_1 \dots dx_N,$$

где $\varphi(x_1, \dots, x_N)$ — совместная плотность распределения признака x во всех N контрольных точках; $x_{Hj} \geq 0$, $x_{Bj} \geq 0$ ($j = 1, N$) — нижние и верхние значения признака x в j -х контрольных точках такие, что за пределами этих значений требования к показателю качества (или некоторой совокупности показателей), который представляется данным признаком, следует считать невыполненным.

При небольшой кратности интеграла решение можно получить с помощью разложения Кендалла. При этом используется разложение в многомерный ряд Грама Шарлье типа А. Для получения достаточно точных оценок в практических случаях стремятся сначала максимально понизить кратность интеграла, например, путем замены переменных или некоторых преобразований, делающих возможным эффективно использовать численные методы. В ряде случаев может оказаться целесообразным и возможным осуществить приведение коррелированного вектора $x = (x_1, \dots, x_N)$ к некоррелированному. Однако в практических ситуациях вычисление вероятности $\hat{P}_1$ точными методами может быть связано с достаточно серьезными вычислительными трудностями. При произвольных же законах распределения многомерного вектора $x = (x_1, \dots, x_N)$ вычисление вероятности $\hat{P}_1$ точными методами в общем случае практически невозможно.

При нормальном законе распределения случайных величин $x_1, \dots, x_N$ и сравнительно небольшом числе N (порядка 10—15) оценка $\hat{P}_1$ вероятности P_1 может быть вычислена по следующей приближенной формуле [с ошибкой 2—10 % от величины $(1 - \hat{P}_1)$]:

$$\hat{P}_1 = \prod_{j=1}^N F(\hat{h}_j) + [F(\hat{h})_{\min} - \prod_{j=1}^N F(\hat{h}_j)] \hat{k}_N,$$

где

$$F(\hat{h}_j) = F[(x_{Bj} - \bar{x}_j)/S_{xj}] - F[(x_{Hj} - \bar{x}_j)/S_{xj}] =$$

$$= F[(x_{Bj} - \bar{x}_j)/S_{xj}] - F[1 - F(\bar{x}_j - x_{Hj})/S_{xj}] =$$

$$= F(\hat{h}_{1j}) + F(\hat{h}_{2j}) - 1;$$

$$\hat{h}_{1j} = (x_{Hj} - \bar{x}_j)/S_{xj};$$

$$\hat{h}_{2j} = (\bar{x}_j - x_{Bj})/S_{xj};$$

$$\hat{k}_N = \frac{2}{\pi c} \sum_{i < j} \arcsin \hat{r}_{ij}.$$

Здесь r_{ij} — оценка парного коэффициента корреляции i -го и j -го признаков; индекс $i < j$ под знаком суммы в последней формуле понимается как число всех возможных парных сочетаний ($c = N(N-1)/2$):

$$\hat{r}_{ij} = \frac{1}{nS_iS_j} \sum_{i,j=1}^n (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j).$$

Табличная функция нормированного нормального распределения параметра $\hat{h}_{ij}$ ($i = 1, 2; j = 1, N$)

$$F(\hat{h}_{ij}) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\hat{h}_{ij}} e^{-x^2/2} dx.$$

При машинных методах расчета функций $F(h)$ удобно пользоваться различными приближениями, например

$$F(h) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(h - \frac{h^3}{1!2^{1.3}} + \frac{h^5}{2!2^{2.5}} - \frac{h^7}{3!2^{3.7}} + \dots \right),$$

получаемым разложением функции плотности $\varphi(h)$ в ряд по степеням h и дальнейшим интегрированием. Это разложение справедливо при $h < 3$.

Предпочтительными для практических целей могут быть формулы для вычисления одномерной функции нормального распределения с использованием непрерывных дробей. Для из-

вестного отношения Милса такое разложение имеет вид

$$R(h) = \frac{1 - F(h)}{\varphi(h)} =$$

$$= \frac{1}{h + \frac{1}{h + \frac{2}{h + \frac{3}{h + \dots}}}}$$

или в условной записи

$$R(h) = \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{2}{x + \frac{3}{x + \dots}}}}$$

Это разложение справедливо при $h \geq 3$.

Для практических целей удобно использовать различные аппроксимации функции $F(h)$, например, зависимость, полученную путем подбора, которая с достаточной точностью аппроксимирует интеграл вероятностей в диапазоне значений $0 \leq h \leq 5,5$. Такая аппроксимация имеет вид

$$F(h) = 1 - ae^{-b(c+h)^2},$$

где $a = 0,650$; $b = 0,443$; $c = 0,750$; $0 \leq h \leq 5,5$; $1,0^{-8} \leq [1 - F(h)] \leq \leq 0,5$.

Достоинством этого выражения является сохранение качественной стороны процесса при предельных значениях

$$\lim_{h \rightarrow 0} F(h) = 1/2, \quad \lim_{h \rightarrow \infty} F(h) = 1$$

и возможность получения в явном виде зависимости $F(h)$.

В более общем случае оценка h параметра h определяется из следующего известного выражения:

$$h = \frac{\bar{x}_{\text{пр}} - \bar{x}_{\text{ном}}}{\left(S_{x_{\text{пр}}}^2 + S_{x_{\text{ном}}}^2 - 2S_{x_{\text{пр}}}S_{x_{\text{ном}}}\hat{r}_{x_{\text{пр}}, x_{\text{ном}}} \right)^{1/2}}, \quad (37)$$

где $\bar{x}_{\text{пр}}$, $\bar{x}_{\text{ном}}$, $S_{x_{\text{пр}}}$, $S_{x_{\text{ном}}}$, $\hat{r}_{x_{\text{пр}}, x_{\text{ном}}}$ — соответственно средние значения, средние квадратические отклонения случайных величин $x_{\text{пр}}$ и $x_{\text{ном}}$ и коэффициент их парной корреляции. Плот-

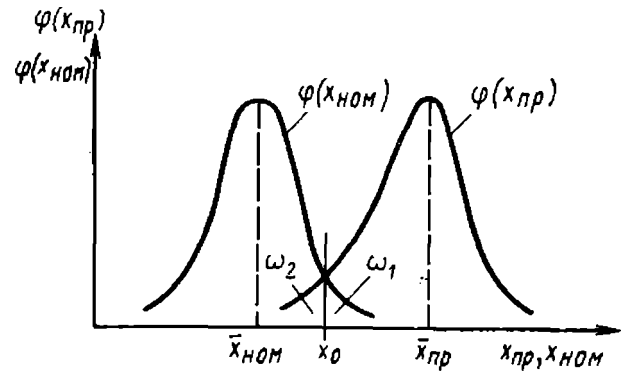


Рис. 4. Плотности распределения случайных величин $x_{\text{пр}}$ и $x_{\text{ном}}$

ности распределения случайных величин $x_{\text{пр}}$ и $x_{\text{ном}}$ даны на рис. 4.

Случайная величина $x_{\text{пр}}$ представляет собой некоторый количественный признак x , который характеризует предельное состояние изделия (отказовую ситуацию), а $x_{\text{ном}}$ — номинальное состояние (рабочую ситуацию). Оборвав распределения $\varphi(x_{\text{пр}})$ и $\varphi(x_{\text{ном}})$ в некоторой точке $x_0 = x_{\text{пр}} = x_{\text{ном}}$ и введя обозначения для малых площадей ω_1 и ω_2 , получим

$$\omega_1 = \int_{x_0=x_{\text{пр}}}^{\infty} \varphi(x_{\text{пр}}) dx_{\text{пр}} \text{ и}$$

$$x_0=x_{\text{ном}}$$

$$\text{и } \omega_2 = \int_0^{x_0} \varphi(x_{\text{ном}}) dx_{\text{ном}}. \quad (38)$$

Вероятность наступления отказовой ситуации при функционировании изделия удовлетворяет неравенству

$$1 - P = q > \omega_1 \omega_2 \quad (39)$$

при любом выборе $x_{\text{пр}} = x_{\text{ном}}$. Произведение $\omega_1 \omega_2$ является вероятностью того, что одновременно $x_{\text{ном}} > x_0$ и $x_{\text{пр}} < x_0$. При этом из рассмотрения исключаются случайные события $x_{\text{ном}} > x_{\text{пр}}$ при $x_{\text{пр}} > x_0$ или $x_{\text{ном}} < x_0$, которые также соответствуют событию, характеризующему отказовую ситуацию изделия. Дадим двустороннюю оценку для вероятности ненаступления предельного состояния изделия. Составим произведение

$$(1 - \omega_1)(1 - \omega_2). \quad (40)$$

Очевидно, что оно соответствует вероятности того, что $x_{\text{ном}} < x_0$ или $x_{\text{пр}} > x_0$. При этом изделие сохраняет

работоспособность. Не будем рассматривать полную возможную группу событий, например, $x_{\text{ном}} < x_{\text{пр}}$ при $x_{\text{пр}} < x_0$ и т. д. Достаточно объединить оценки (39) и (40), тогда

$$\omega_1 \omega_2 < 1 - P = q < \omega_1 + \omega_2 - \omega_1 \omega_2. \quad (41)$$

Полученная двусторонняя оценка вида (41) остается справедливой при любом выборе значения $x_0 = x_{\text{пр}} = x_{\text{ном}}$ при условии, что обе кривые $\Phi(x_{\text{пр}})$ и $\Phi(x_{\text{ном}})$ имеют по одной вершине. Величину $1 - \omega_1 \omega_2$ принято называть гарантированной величиной ненаступления отказовой ситуации (предельного состояния) изделия. Эта величина представляется удобной для формализации процессов исследования предельных состояний изделий в j -х контрольных точках (см. рис. 3).

В частном случае, при $N = 2$ оценка $\hat{P}_1$ вероятности P_1 может быть вычислена по одной из точных формул:

$$\hat{P}_1 = F(\bar{h}_1, \bar{h}_2) = F(\bar{h}_1) F(\bar{h}_2) + \int_0^{\bar{r}_{1,2}} \psi(\bar{h}_1, \bar{h}_2, x) dx; \quad (42)$$

$$\hat{P}_1 = F(\bar{h}_1, \bar{h}_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F^{(k)}(\bar{h}_1) F^{(k)}(\bar{h}_2)}{k!} \bar{r}_{1,2}^k, \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} \psi(\bar{h}_1, \bar{h}_2, x) &= [\partial F(\bar{h}_1, \bar{h}_2) / \partial \bar{r}_{1,2}] = \\ &= [\partial^2 F(\bar{h}_1, \bar{h}_2) / \partial x_1 \partial x_2] = \\ &= \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - \bar{r}_{1,2}^2}} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\bar{h}_1^2 + \bar{h}_2^2 - 2\bar{h}_1 \bar{h}_2 \bar{r}_{1,2}}{2(1 - \bar{r}_{1,2}^2)}\right). \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} F(\bar{h}_1, \bar{h}_2) &= \frac{F(\bar{h}_1) + F(\bar{h}_2)}{2} - \\ &- T(\bar{h}_1, \hat{c}_{h1}) - T(\bar{h}_2, \hat{c}_{h2}) - b. \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь

$$\begin{aligned} T(\bar{h}_j, \hat{c}_j) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\hat{c}_j} \frac{\exp(-\bar{h}_j^2 (1 + x^2)/2)}{1 + x^2} dx - \end{aligned}$$

табличная функция Оуэна ($j = 1, 2$);

$$\hat{c}_{h1} = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1 \bar{r}_{1,2}) / \bar{h}_1 \sqrt{1 - \bar{r}_{1,2}^2};$$

$$\hat{c}_{h2} = (\bar{h}_1 - \bar{h}_2 \bar{r}_{1,2}) / \bar{h}_2 \sqrt{1 - \bar{r}_{1,2}^2};$$

$$\bar{h}_1 = (\bar{x} - \bar{x}_N) / S_x, \quad \bar{h}_2 = (x_B - \bar{x}) / x.$$

В формуле (43)

$$\begin{aligned} \bar{r}_{1,2} &= \frac{1}{n S_{x1} S_{x2}} \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) \times \\ &\times (x_{i2} - \bar{x}_2), \end{aligned} \quad (46)$$

где n — число наблюдений признака x одновременно в 1-й и 2-й контрольных точках; $\bar{x}_j$, S_{xj} — соответственно оценки средних значений и средних квадратических отклонений признака x ($j = 1, 2$).

При имитационном моделировании соответствующих процессов или из специально поставленных экспериментов можно получить уравнение связи вида $x_j = \varphi(z_{ij})$. С помощью этих уравнений могут быть найдены оценки средних значений и средних квадратических отклонений признака x в N контрольных точках:

$$\bar{x}_j = \varphi(\bar{z}_{j1}, \dots, \bar{z}_{jM}) + \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \quad (47)$$

$$S_{xj}^2 = \sum_{i=1}^M (\partial \varphi / \partial z_j)_{z_j = \bar{z}_j} S_{z_j}^2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4. \quad (48)$$

В соотношениях (47) и (48) величины $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_4$ представляют собой поправки на нелинейность и вероятностную зависимость параметров $z_1, \dots, z_M$ (M — число параметров), статистически значимых в регрессионных уравнениях связи вида $x_j = \varphi(z_{ij})$, число которых определяют, например, с помощью анализа остаточных дисперсий, коэффициентов множественной корреляции и других формальных приемов, разработанных в общей корреляцион-

ной теории случайных процессов. Значения поправок ϵ_i ($i = \overline{1, 4}$) можно вычислить, например, с помощью следующих соотношений:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i^2} \right)_{\bar{z}_i} S_{zi}^2;$$

$$\epsilon_2 = \sum_{i < k} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i \partial z_k} \right)_{\bar{z}_i, \bar{z}_k} S_{zi} S_{zk} r_{i, k};$$
(49)

$$\epsilon_3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i^2} \right)_{\bar{z}_i}^2 S^4 +$$

$$+ \sum_{i < k} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i \partial z_k} \right)_{\bar{z}_i, \bar{z}_k} S_{zi} S_{zk};$$
(50)

$$\epsilon_4 = 2 \sum_{i < k} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_i} \right)_{\bar{z}_i} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_k} \right)_{\bar{z}_k} \times$$

$$\times S_{zi} S_{zk} r_{i, k}.$$
(51)

В формулах (49)–(51) вместо $\sum_{i < k}$ можно также использовать и такую запись $\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{k=i+1}^M$ где индекс $i < k$ означает все возможные парные сочетания параметров $z_{j1}, \dots, z_{jM}$.

Один количественный признак x_1 , зависящий от составляющих параметров $z_{j1}, \dots, z_{jM}$, может быть стохастически связан с другим признаком x_2 через общие параметры. Пусть

$$x_1 = \varphi_1(z_1, \dots, z_{N_1}; \eta_1, \dots, \eta_k);$$
(52)

$$x_2 = \varphi_2(z_1, \dots, z_{N_2}; \omega_1, \dots, \omega_l),$$
(53)

где $N_1 \leq N_2$ (при этом N_1 аргументов общие); k и l — числа аргументов вида η_i ($i = \overline{1, k}$) и ω_i ($i = \overline{1, l}$), причем k и l — независимые параметры. Тогда коэффициент корреляции между величинами x_1 и x_2

$$r_{x_1, x_2} = \frac{1}{S_{x_1} S_{x_2}} (a_{11} a_{21} S_1^2 +$$

$$+ a_{12} a_{22} S_2^2 + \dots + a_{1N} a_{2N} S_N^2),$$
(54)

где S_{x_1} и S_{x_2} — средние квадратические отклонения случайных величин x_1 и x_2 .

Оценка $\hat{P}_{2/1}$ вероятности $P_{2/1}$ может быть найдена с помощью приведенных различных методов.

Методы выбора рациональных контрольных интервалов. Из содержательной и формальной постановки задачи следует, что оценка $\hat{P}_{2/1}$ вероятности $P_{2/1}$ соответствующим выбором длин контрольных интервалов Δ_j ($j = \overline{1, N-1}$; N — число контрольных точек) между контрольными точками должна быть сведена к величине, близкой к единице, или, по крайней мере, к такой величине, которая не уточняла бы значение оценки $\hat{P}_1$ (например, была бы выше на один-два порядка). Решение такой задачи может быть осуществлено различными методами. Рассмотрим некоторые из них.

Метод выбора интервалов Δ_j с помощью статистического моделирования. При обосновании длин контрольных интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$ на подконтрольном участке длиной L (см. рис. 3) имитируются n реализаций случайного процесса $x(L)$, описывающего вероятностное поведение количественного признака x на этом участке. При этом из теории проектирования конкретных технических устройств предполагаются известными соответствующие детерминистические соотношения (или по данным испытаний предполагаются известными соответствующие множественные корреляционные уравнения) вида $x_j = \varphi(z_{ij})$, описывающие поведение признака x на подконтрольном участке L . С целью установления общих статистических закономерностей в однотипных технических устройствах целесообразно пользоваться безразмерными относительными величинами. Для этого строится совокупность кривых $x_i = x_i(l_j/L)$ с шагом дискретности Δ^* (рис. 5 и рис. 6). Шаг дискретности может быть установлен следующим образом. Представим реализации $x_i(L^*)$ в виде оценки $x_0(L^*)$ математического ожидания некоторого центрированного случайного процесса. Выберем некоторым произ-

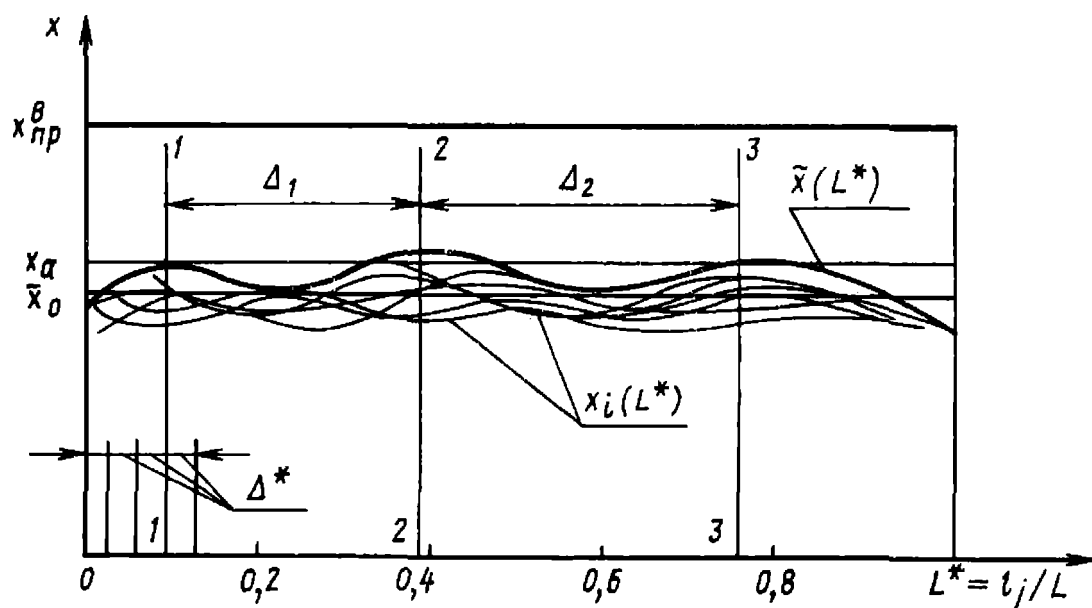


Рис. 5. Вариант выбора контрольных интервалов Δ_j :

Δ^* — интервал дискретности при моделировании признака x ; $x_i(L^*)$ — реализации дискретного случайного процесса $x(L^*)$; $\bar{x}(L^*)$ — огибающая реализаций $x_i(L^*)$; $x_{пр}^в$ — верхняя предельная граница признака x

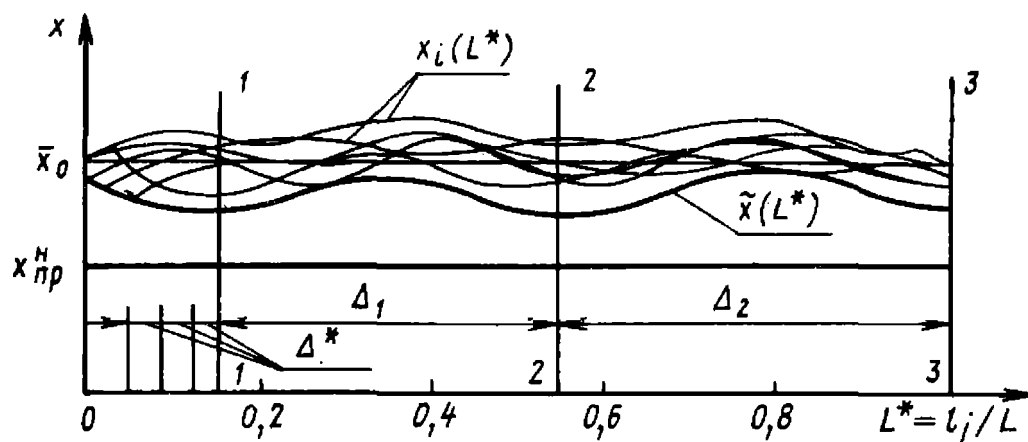


Рис. 6. Вариант выбора контрольных интервалов Δ_j :

$x_{пр}^н$ — нижняя предельная граница признака x ; $x_i(L^*)$, $\bar{x}(L^*)$, Δ^* — обозначены на рис. 5

вольным образом первоначальный шаг дискретности Δ_1^* , ориентируясь на физическую сущность случайного процесса $x(L^*)$. Интервал Δ^* будем выбирать из условия, что число выбросов B_d дискретного случайного процесса за некоторый постоянный уровень будет отличаться от числа B_n непрерывного случайного процесса не более чем на наперед заданную величину δ :

$$|B_d - B_n| \leq \delta. \quad (55)$$

В достаточно общем случае среднее число выбросов $\bar{B}_n$ непрерывного слу-

чайного процесса $x_{0n}(L^*)$ за уровень x_a на интервале $[0, 1]$ (см. рис. 5) может быть найдено по известному выражению

$$\bar{B}_n(x_a) = \int_0^1 \int_0^\infty v \varphi(x_a, v/x) dv dx, \quad (56)$$

где v — производная непрерывного процесса $x_{0n}(L^*)$; $\varphi(x_a, v/x)$ — плотность распределения производной случайного процесса в некоторой точке координаты x , в которой значение

ординаты процесса равно x_a . На интервале $[0, 1]$ число

$$\bar{B}_D(x_a) = \sum_{i=1}^{N-1} P(x_j < x_a, x_{j+1} > x_a). \quad (57)$$

Это уравнение эквивалентно следующему выражению:

$$\begin{aligned} \bar{B}_D(x_a) &= \sum_{i=1}^{N-1} P(x_j < x_a) - \\ &- \sum_{i=1}^{N-1} P(x_j < x_a, x_{j+1} < x_a), \end{aligned} \quad (58)$$

где $(N-1)$ — число интервалов с шагом Δ_1^* на участке $[0, 1]$.

Для нормального дискретного случайного процесса с шагом Δ_1^* выражение (58) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{B}_D(x_a) &= (N-1) [F(x_a/\sqrt{D}) - \\ &- \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{x_a} \int_{-\infty}^{x_a} \frac{1}{2\pi} [D(1 - \\ &- r_{i, i+1}^2)]^{1/2} \exp[-(L_i^{*2} - \\ &- 2r_{i, i+1} L_i^* L_{i+1}^* + \\ &+ L_{i+1}^{*2})/2(1 - r_{i, i+1}^2) D] dL_i^* dL_{i+1}^*]. \end{aligned} \quad (59)$$

Для нормального стационарного случайного процесса на участке $[0, 1]$ число

$$\bar{B}_H(x_a) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{D_v/D} \exp(-x_a/2D), \quad (60)$$

где D и D_v — дисперсии соответственно непрерывного случайного процесса $x_H(L^*)$ и его скорости.

В свою очередь,

$$\bar{B}_H(x_a) = \bar{B}_H(0) \exp(-x_a/D); \quad (61)$$

$$\bar{B}_H(0) = (2\pi)^{-1} \sqrt{D_v/D}, \quad (62)$$

где $\bar{B}_H(0)$ — среднее число пересечений снизу вверх случайным нормиро-

ванным процессом $x_{0H}(L^*)$ нулевого уровня $\bar{x}_0$ (см. рис. 5).

Число $\bar{B}_D$ можно найти как:

$$\begin{aligned} \bar{B}_D(0) &= (N-1) \left(0,25 - \right. \\ &- \left. \frac{1}{2\pi} \arcsin r(\Delta_1^*) \right), \end{aligned} \quad (63)$$

где $r(\Delta_1^*)$ — нормированная корреляционная функция.

Тогда с учетом соотношений (59) — (63) интервал Δ_1^* определяется из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sqrt{D_v/D} - (N-1) \left(0,25 - \right. \\ \left. - \frac{1}{N} \arcsin r(\Delta_1^*) \right); \\ N = 1 - 1/\Delta_1^*. \end{cases} \quad (64)$$

Если при этом удовлетворяется условие (55), то интервал Δ_1^* первого приближения будет являться искомым интервалом Δ^* , т. е. $\Delta_1^* = \Delta^*$. В противном случае интервал уменьшается наполовину и делается следующее приближение и так до тех пор, пока не будет выполнено условие (55).

После того, как получены n реализаций дискретного случайного процесса $x(L^*)$ по максимальным (см. рис. 5) и минимальным (см. рис. 6) значениям реализаций $x_i(L^*)$, проводятся огибающие $\bar{x}(L^*)$. Затем по максимальным (минимальным) значениям огибающих $\bar{x}(L^*)$ проводятся сечения 1—1, 2—2 (и т. д.), параллельные оси ординат, и таким образом устанавливаются контрольные интервалы $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$.

В полученных таким образом контрольных точках 1, 2, ..., N по n реализациям случайной функции $x(L^*)$ вычисляются оценки средних значений и средних квадратических отклонений признака x , а также оценки парных коэффициентов корреляции, которые являются исходными данными для вычисления оценки $\hat{P}_1$.

Метод выбора интервалов Δ_j , основанный на теории выбросов случайных процессов. Данный метод заключается в определении вероятности выб-

роса случайной функции $x(L^*)$ за некоторый предельный постоянный уровень $x_{\text{пр}}^B$ (см. рис. 5) или $x_{\text{пр}}^H$ (см. рис. 6) и сравнении этой вероятности с некоторой заданной величиной. При этом методика основана на выборе интервала за интервалом, т. е. сначала обосновывается длина интервала Δ_1 , затем Δ_2 и т. д. Необходимость решения данной задачи в такой постановке возникает при проведении различных инженерных оптимизационных расчетов, например, при выборе оптимального соотношения толщин теплоизоляционного покрытия и несущих элементов теплонапряженных конструкций изделий при некотором заданном уровне надежности.

Вероятность P^* наступления выброса случайной функции $x(L^*)$ за линию $x_{\text{пр}}^B$ в промежутке Δ_1 (см. рис. 5) при отсутствии выброса в сечении 1—1 можно представить в виде

$$P^*(L^*, \Delta_1) = P(\bar{A}B) = P(A) - P(AB), \quad (65)$$

где A — событие, состоящее в ненаступлении выброса за линию $x_{\text{пр}}^B$ случайной функции $x(L^*)$ в сечении 1—1 интервала Δ_1 ; $\bar{B}$ — событие, состоящее в наступлении выброса этой функции внутри интервала Δ_1 .

Последнее соотношение можно записать в следующем виде:

$$P^*(L^*, \Delta_1) = \int_0^\infty \varphi[x(L_1^*)] dx - \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi[x(L^*), x(L_1^* + \Delta_1)] \times \\ \times dx(L_1^*) dx(L_1^* + \Delta_1), \quad (66)$$

где $\varphi[x(L_1^*)]$ — плотность распределения признака x в сечении 1—1 (L_1^*); $\varphi[x(L_1^*), x(L_1^* + \Delta_1)]$ — плотность совместного распределения случайной величины x в сечениях 1—1 (L_1^*) и 2—2 ($L_1^* + \Delta_1$) (см. рис. 5).

В задачах такого типа обычно делают допущение, что выбросы образуют нестационарный пуассоновский

поток. Тогда согласно теореме Хинчина параметр потока выбросов

$$\lambda(L^*) = \lim_{\Delta} \frac{P^*(L^*, \Delta)}{\Delta}; \\ \lambda(L^*) = \frac{1}{\Delta} \left\{ \int_0^\infty \varphi[x(L_1^*)] dx - \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi[x(L_1^*), x(L_1^* + \Delta)] \times \right. \\ \left. \times dx(L_1^*) dx(L_1^* + \Delta) \right\}. \quad (67)$$

Следовательно, вероятность P наступления выброса случайной функции $x(L^*)$ за линию $x_{\text{пр}}^B$ в интервале Δ_1 определяется при ненаступлении выброса этой функции в сечении 1—1, т. е.

$$P = P(B/A) = \exp\left(-\int_0^{\Delta_1} \lambda(L^*) dL^* \Delta_1\right), \quad (68)$$

где $\lambda(L^*)$ — находится из соотношения (67).

Для случая, когда $x(L^*)$ является нормальной случайной функцией, из соотношения (67) следует, что

$$\lambda(L^*) = \frac{1}{\Delta} |F(h(L_1^*) - P_{1,2})|_{\Delta \rightarrow 0}, \\ h(h_1^*) = (x_{\text{пр}}^B - \bar{x}_1)/S_{x1},$$

где $\bar{x}_1$, S_{x1} — соответственно среднее значение и среднее квадратическое отклонение случайной величины x в сечении 1—1 (L_1^*); $P_{2,1}$ — вероятность невыброса случайной функции $x(L^*)$ одновременно в сечениях 1—1 и 2—2 (см. рис. 5), определяемая по одному из соотношений (42), (43) или (45).

С ростом Δ величина $P^* = q(\Delta) = 1 - P$ в общем случае возрастает. Однако, если интервал Δ выбрать таким образом, что

$$q(\Delta) \leq q_{\text{доп}},$$

то эту вероятность $q(\Delta)$ можно считать малой. Последнее условие позволяет решать задачу о выборе интервала Δ между сечениями 1—1, 2—2, 3—3 и т. д. при произвольных зако-

нах распределения случайной величины x в этих сечениях.

В общем случае параметр потока $\lambda (L^*)$ необходимо находить с помощью соотношения (63). В частном случае, при нормальности и стационарности случайной функции

$$\lambda (L^*) = \text{const} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{B}_0 \Phi(\bar{h}),$$

где $\bar{B}_0$ — среднее число пересечений снизу вверх реализациями $x_i (L^*)$ (см. рис. 5) среднего значения $\bar{x}_0$, приходящегося на единицу длины координаты L^* ; $\Phi(\bar{h}) = (2\pi)^{-1} \exp(-\bar{h}^2/2)$ — функция плотности нормированного нормального распределения параметра $\bar{h}$; $\bar{h} = (x_{\text{пр}}^B - \bar{x}_1)/S_{x1}$; S_{x1} — среднее квадратическое отклонение случайной величины x в сечении 1—1.

Метод выбора интервалов Δ_j , основанный на общей корреляционной теории. В ряде практических случаев определение граничных значений признака $x (x_{\text{пр}}^B, x_{\text{пр}}^H)$ могут вызвать затруднение. В этих случаях для нестационарной нормальной случайной функции x можно воспользоваться следующим приближенным подходом. Оценку $\hat{P}_1$ вероятности P_1 невыброса случайной функции $x (L^*)$ одновременно в сечениях 1—1 и 2—2 (см. рис. 5) за некоторый предельный уровень $x_{\text{пр}}^B$ можно найти по приближенной формуле

$$\begin{aligned} \hat{P}_1 &= \hat{P}^{(1)} \hat{P}^{(2)} + \\ &+ (\hat{P}_{\min} - \hat{P}^{(1)} \hat{P}^{(2)}) \times \\ &\times \frac{2}{\pi} \arcsin \hat{r}_{1,2} = \\ &= F(\bar{h}_1) F(\bar{h}_2) + [F(\bar{h})_{\min} - \\ &- F(\bar{h}_1) F(\bar{h}_2)] \frac{2}{\pi} \arcsin \hat{r}_{1,2}, \end{aligned}$$

где $\hat{P}^{(1)}$ и $\hat{P}^{(2)}$ — оценки вероятностей $P^{(1)}$ и $P^{(2)}$ невыброса случайной функции $x (L^*)$ за предельный уровень $x_{\text{пр}}^B$ в сечениях 1—1 и 2—2 соответственно; $\hat{P}_{\min}$ — минимальная из оценок $\hat{P}^{(1)}$ и $\hat{P}^{(2)}$. С учетом последнего

соотношения можно записать следующее выражение (при $\hat{P}^{(1)} < \hat{P}^{(2)}$):

$$\begin{aligned} \hat{P}(B/A) &= \hat{P}(AB)/\hat{P}(A) = \\ &= \frac{1}{\hat{P}^{(1)}} [\hat{P}^{(1)} \hat{P}^{(i)} + \\ &+ (\hat{P}^{(1)} - \hat{P}^{(i)})] \arcsin \hat{r}_{1,i} = \\ &= [\hat{P}^{(i)} + (1 - \hat{P}^{(i)})] \frac{2}{\pi} \arcsin \hat{r}_{1,i}, \end{aligned} \quad (69)$$

где $\hat{P}(B/A)$ — оценка вероятности $P(B/A)$ невыброса случайной функции $x (L^*)$ за некоторый допустимый предел $x_{\text{пр}}^B$ (см. рис. 5) в любом из i -х сечений в интервале $(L_1^* + \Delta_1)$ при условии невыброса функции $x (L^*)$ за этот предел в сечениях 1—1 и i -м сечении; $\hat{r}_{1,i}$ — оценка парного коэффициента корреляции величины x в сечении 1—1 и i -м сечении в интервале Δ_1 .

Задаваясь некоторым допустимым значением вероятности $\hat{P}(B/A)$, равным $1 - (1 - \hat{P}_i)/k$, получим следующее условие для определения интервала:

$$\hat{P}(B/A) \geq 1 - (1 - \hat{P}_i)/k.$$

Из последнего выражения следует [с учетом формулы (69)]

$$\hat{r}_{1,i} = \sin \left[\frac{\pi}{2} (1 - 1/k) \right]. \quad (70)$$

Величина интервала Δ_1 находится при известном значении коэффициента k из содержательного анализа конкретных инженерных задач. Для некоторых типовых задач значение коэффициента $k = 3 \div 10$.

При определении величины интервала Δ_1 по соотношению вида, например (46) или (54), строится корреляционная функция $r_{1i}(\Delta_1)$ для интервала Δ_1 (рис. 7). Затем по известному значению коэффициента k определяется конкретное значение функции $r_1(\Delta_1)$, а по этому значению из графика находится интервал Δ_1 . Аналогичным образом по графику $r_2(\Delta_2)$ находится интервал Δ_2 (и далее вплоть до последнего интервала Δ_{N-1} на

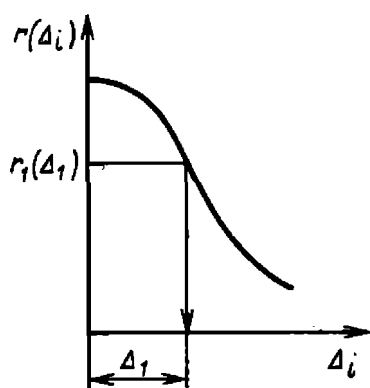


Рис. 7. К определению интервала Δ_1

подконтрольном участке длиной L^*).

Если значение коэффициента k установить затруднительно, то интервал Δ_j ($j = 1, N-1$) можно приближенно определить из оценки степени коррелированности признака x в двух соседних контрольных точках. Значение признака x в двух соседних контрольных точках можно считать практически некоррелированным, если, например, корреляционная функция $r(\Delta)$ снизится до 0,05. Это численное значение наиболее часто употребляется в самых различных вероятностных расчетах широкого класса инженерных задач. Однако в общем случае уровень статистической значимости корреляционной функции $r(\Delta)$ в подобного рода задачах является предметом специальных оптимизационных исследований применительно к конкретным целевым функциям. Величину Δ_0 (рис. 8) при $r(\Delta) = 0,05$ принято называть интервалом корреляции. В практических случаях обычно величину интервала Δ_0 принимают

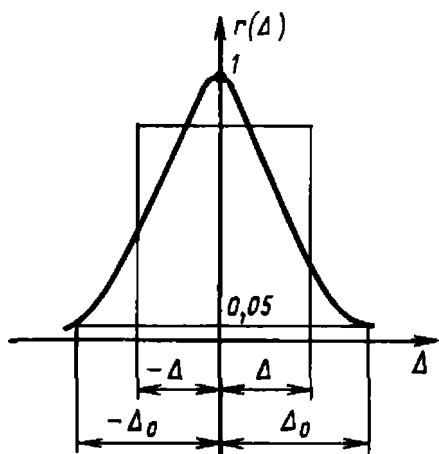


Рис. 8. К определению интервала корреляции между двумя контрольными точками

равной половине ширины основания прямоугольника единичной высоты, площадь которого равна площади под кривой модуля нормированной корреляционной функции, т. е.

$$\Delta_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{r}(\Delta)| d\Delta, \quad (71)$$

где $\tilde{r}(\Delta)$ — аналитическая аппроксимация корреляционной функции $r(\Delta)$.

Пример расчета показателя надежности изделия, иллюстрирующий практическое применение данной задачи. Пусть проведено 16 заводских автономных испытаний ответственного узла изделия. Узел представляет собой составную часть некоторой машины однократного применения, работающей в тепловом режиме. После окончания каждого испытания были измерены толщины оставшегося теплозащитного покрытия в пяти контрольных точках на подконтрольном участке длиной L (см. рис. 3). Результаты измерений таких толщин покрытия на момент окончания работы изделия представлены в табл. 2. По приведенным в табл. 2 исходным данным требуется определить вероятность ненаступления предельного состояния (прогара узла изделия) при его функционировании в штатных условиях эксплуатации. Иначе говоря, необходимо вычислить точечную оценку $\hat{P}$ вероятности P непрогара теплозащитного покрытия и ее нижний доверительный предел P_{γ} в предположении, что отказ в работе узла изделия происходит в том случае, если хотя бы в одной из пяти контрольных точек толщина покрытия в момент окончания функционирования изделия будет равна нулю (т. е. покрытия не останется или оно прококсуется). При этом также предполагается, что толщина оставшегося покрытия является случайной нормально распределенной величиной.

Порядок расчета. 1. По данным, приведенным в табл. 2, находят оценки средних значений и средних квадратических отклонений оставшихся толщин покрытия во всех пяти контрольных точках. Результаты расчета сводят в табл. 3

2. Значения толщин (мм) оставшегося теплозащитного покрытия

№ контрольной точки	№ испытания															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	7,4	7,6	7,9	8,1	8,9	8,3	7,2	8,3	9,6	8,4	8,1	8,1	8,4	8,2	8,9	9,0
2	6,6	6,8	6,7	4,3	5,3	6,3	6,3	6,0	4,5	6,3	7,3	7,4	8,3	7,8	8,0	6,4
3	6,7	5,4	6,2	5,1	5,3	7,6	6,6	6,7	8,9	7,3	7,8	7,3	7,9	9,5	7,0	6,7
4	6,1	7,8	6,7	4,8	5,0	7,1	6,4	5,5	8,4	7,6	8,7	7,8	8,8	9,4	6,8	6,8
5	5,0	6,1	6,6	4,3	3,6	5,7	6,3	3,8	7,4	7,5	7,9	7,9	9,2	9,5	8,0	6,6

2. Строят корреляционную матрицу следующим образом. Для нахождения статистических корреляционных моментов $K_{l,k}$, отвечающих двум точкам l и k , перемножают числа в соответствующих строках табл. 2. Например, если берется точка № 1 (l) и точка № 2 (k), то получают такие произведения: $7,4 \times 7,6$; $6,6 \times 6,8$ (и т. д. по всем испытаниям). Затем складывают алгебраически полученные значения произведений. Далее полученную сумму делят на число испытаний ($n = 16$) и вычитают из нее произведение соответствующих средних значений (например, для точек 1 и 2 это будут числа $8,6 \times 6,5$, взятые из второй колонки табл. 3). Для получения несмещенной оценки корреляционного момента $K_{l,k}$ полученный результат необходимо умножить на $n/(n - 1) = 16/15$. Общий вид формулы для вычисления корреляционных моментов таков:

$$K_{l,k} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{16} \delta_{li} \delta_{ki} - \bar{\delta}_l \bar{\delta}_k \right) \frac{n}{n-1}.$$

Общее число корреляционных моментов $c = N(N - 1)/2 = 5(5 - 1)/2$.

Результаты расчетов сводят в табл. 4.

3. Строят нормированную корреляционную матрицу. Для этого де-

лят числа, приведенные в табл. 4, на произведения соответствующих средних квадратических отклонений, представленных в третьей колонке табл. 3, т. е.

$$r_{l,k} = K_{l,k}/S_l S_k.$$

Например, нормированное значение коэффициента корреляции r_{11} получают как $1,96/(1,4 \times 1,4) = 1$, оценку r_{12} получают как $0,33/(1,4 \times 1,1) = 0,21$ и т. д. Результаты расчетов сводят в табл. 5, которая носит название нормированной корреляционной матрицы.

4. Находят точечную оценку вероятности безотказной работы узла изде-

3. Значения величин $\bar{\delta}_j$, S_j , $\bar{\delta}_j/S_j$

№ контрольной точки	$\bar{\delta}_j$	S_j	δ_j/S_j
	мм		
1	8,6	1,4	6,1
2	6,5	1,1	5,7
3	7,0	1,2	5,8
4	7,0	1,4	5,1
5	6,6	1,8	3,7

4. Значения K_l, k

№ конт- рольной точки	№ контрольной точки				
	1	2	3	4	5
1	1,96	0,33	0,27	0,10	0,18
2		1,21	0,51	0,87	1,42
3			1,44	1,30	1,61
4				1,96	2,12
5					3,24

5. Значения $\hat{r}_{l, k}$

№ конт- рольной точки	№ контрольной точки				
	1	2	3	4	5
1	1	0,21	0,16	0,05	0,09
2		1	0,37	0,58	0,72
3			1	0,79	0,84
4				1	0,97
5					1

лия по тепловому режиму, используя расчетное соотношение:

$$\begin{aligned} \hat{P} &= \prod_{j=1}^5 F(\bar{\delta}_j/S_j) + [F(\bar{\delta}_j/S_j)_{\min} - \\ &- \prod_{j=1}^5 (\bar{\delta}_j/S_j)] k_N = \\ &= F(6,1) \cdot F(5,7) \cdot F(5,8) \cdot F(5,1) \times \\ &\times F(3,7) + [F(3,7) - F(6,1) \times \\ &\times F(5,7) \cdot F(5,8) \cdot F(5,1) \times \\ &\times F(3,7) \frac{2}{\pi 10} \sum_{i,j=1}^{10} \arcsin \hat{r}_{ij}] = \\ &= 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,987 \cdot 0,987 + \\ &+ [0,987 - (0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,98 \times \\ &\times 0,987 \cdot 0,987)] 0,66 = 0,999873, \end{aligned}$$

где индексы у девяток указывают число раз их повторения в данном числителе, например, $0,9_3$ означает $0,999$ и т. д.

5. Вычисляют нижний доверительный предел P_γ точечной оценки $\hat{P}_c$ уровнем доверительной вероятности $\gamma = 0,95$:

$$\begin{aligned} \underline{P}_{\gamma=0,95} &= \\ &= \hat{P} \left[1 - \sqrt{(1 - \underline{P}_{\gamma \min} / \hat{P}_{\min})^2} \right] = \\ &= 0,99987 [1 - \\ &- \sqrt{(1 - 0,99865/0,999865)^2}] = \\ &= 0,99621, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \underline{P}_{\gamma \min} &= F\left(h_{\min} - \frac{h_\gamma}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \hat{h}^2/2}\right) = \\ &= F[(3,7 - 1,645/16) \times \end{aligned}$$

$$\times \sqrt{1 + (1/2) \cdot 3,7^2}] =$$

$$= F[3,0] = 0,99865.$$

Вопросы оценки точности и обоснования адекватности при построении моделей. В задачах выбора рациональных контрольных интервалов важными моментами являются вопросы точности и обоснования корректности (адекватности) предлагаемых моделей.

Вопросы оценки точности. К вопросу исследования точности результатов на основе анализа оценки $\hat{P}_1$ вероятности P , входящей в расчетное соотношение (31), можно подойти следующим образом. Очевидно, что значение оценки $\hat{P}_1$ зависит от конкретных значений $\hat{P}_{1j}$ в выбранных N контрольных точках. Математически вероятность P_1 можно представить как многомерную величину следующего вида:

$$\begin{aligned} P_1(L^*) &= (P_1(L_1^*), \\ &P_1(L_2^*), \dots, P_1(L_N^*)), \end{aligned} \quad (72)$$

где $P_1(L_j^*)$ — вероятность ненаступления предельного состояния изделия при его функционировании в j -й контрольной точке ($j = \overline{1, N}$, N — число контрольных точек на рис. 3).

В наиболее общем виде вероятность $P_1(L^*)$, представляющая собой некоторый функционал от выражения (72), можно записать в форме среднего

значения этой вероятности на данном участке:

$$\bar{P}_1(L^*) = \frac{1}{L_N^* - L_1^*} \int_{L_1^*}^{L_N^*} \psi \times \\ \times (P_1(L^*)) dL^*, \quad (73)$$

где функция $\psi(P_1(L^*))$ — это текущее значение вероятности ненаступления предельного состояния изделия на подконтрольном участке длиной L (см. рис. 3).

Текущее значение вероятности $P_1(L^*)$ можно связать с некоторыми параметрами z_{ij} соотношениями вида $P_{1j}(L^*) = \varphi(z_{ij})$, где $i = \overline{1, M}$ (M — число параметров); $j = \overline{1, N}$ [N — число контрольных точек, в которых вычисляются соответствующие вероятности $P_{1j}(L^*)$]. Эти соотношения во многих практических ситуациях оказываются нелинейными в рабочих диапазонах изменения вероятностей $P_{1j}(L^*)$ в j -х контрольных точках. Поэтому наиболее эффективный метод усреднения вероятности $P_1(L^*)$ может быть сведен к расчету ее значений $P_1 \times (L_1^* + j\Delta)$ в контрольных точках L_j^* и нахождению оценки среднего значения:

$$P_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_{1j}(L_1^* + j\Delta), \quad (74)$$

где $N = L^*/\Delta$; $\Delta = (N-1)^{-1} \sum_{j=1}^N \Delta_j$; N — число контрольных точек на интервале L^* .

Обозначим через $\bar{E}$ и $\bar{E}_\delta$ операторы соответственно непрерывного и дискретного усреднений вида (73) и (74). Тогда погрешность дискретного усреднения получается в результате применения оператора E_δ к функции $\psi(P_1(L^*))$, т. е.

$$\delta = P_1(\bar{L}^*) - P_1(\hat{L}^*) = \\ = E_\delta \psi(P_1(L^*)). \quad (75)$$

Разложим в ряд Тейлора функцию $\psi(P_1(L^*))$ в окрестности средней точки на интервале $[0, 1]$:

$$\psi(P) = \psi(\bar{P}_1) = \\ = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \psi(\bar{P}_1)}{\partial L_j^*} (L_j^* - \bar{L}_j^*) + \\ + \frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^N \left(\frac{\partial^2 \psi(\bar{P}_1)}{\partial L_i^* \partial L_j^*} \right) \times \\ \times (L_i^* - \bar{L}_i^*) (L_j^* - \bar{L}_j^*) + \dots \quad (76)$$

Обычно оператор E_δ является линейным. Применяя его к (76), получим выражение для погрешности (75) в следующем виде:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \dots = \\ = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \psi(\bar{P}_1)}{\partial L_j^*} E_\delta (L_j^* - \bar{L}_j^*) + \\ + \frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^N \frac{\partial^2 \psi(\bar{P}_1)}{\partial L_i^* \partial L_j^*} \times \\ \times E_\delta (L_i^* - \bar{L}_i^*) (L_j^* - \bar{L}_j^*) + \dots \quad (77)$$

В выражении (77) определяющим является первое слагаемое, что позволяет использовать его в качестве оценки первого приближения для погрешности δ . Второе слагаемое характеризует точность этой оценки. Погрешности δ и δ_1 являются случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями. Точность дискретного представления при усреднении вероятности $P_1(L^*)$ можно оценить квадратом средней квадратической погрешности:

$$\delta_1^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \psi(\bar{P}_1)}{\partial L_j^*} \right) \times \\ \times E_\delta (L_j^* - \bar{L}_j^*)^2. \quad (78)$$

Выражение $E_{\delta} (L_j^* - \bar{L}_j^2)^2$ является средним квадратом погрешности вероятности $P_{1j} (L_j^*)$ в j -й контрольной точке. В соответствии с представлениями теории вероятностей оно может быть представлено в виде

$$E_{\delta} (L_j^* - \bar{L}_j^2)^2 = \sigma_{P_j} / N^2. \quad (79)$$

Тогда с учетом выражений (78) и (79) получим

$$\delta_1^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \psi (\bar{P}_1)}{\partial P_j^*} \right) \bar{L}_j^* \sigma_{P_{1j}}^2. \quad (80)$$

Вопросы обоснования адекватности моделей. При практическом решении задачи выбора рациональных контрольных интервалов $\Delta_1, \dots, \Delta_{N-1}$ на некотором подконтрольном участке длиной L (см. рис. 3) возникает необходимость решения вопроса о достаточно корректной (в смысле инженерной точности) замене непрерывного случайного процесса $x(L)$ соответствующим набором дискретных точек с некоторым шагом Δ^* , т. е. необходимо построить некоторую адекватную дискретную модель этого процесса.

Пусть непрерывный случайный процесс $x_H(L)$ представлен в виде некоторой дискретной модели как $x_D(L)$, т. е. последовательностью точек

$$x_1, x_2, \dots, x_m, \quad (81)$$

и наблюдается на некотором участке длиной $(0, L)$. Автокорреляционная функция такого процесса имеет вид

$$K(L) = \sigma^2 e^{-cL}, \quad (82)$$

Процесс $x_D(L)$ является усечением процесса $x_H(L)$. С увеличением числа точек m растет точность отображения $x_H(L)$ дискретным процессом $x_D(L)$. При $m \rightarrow \infty$ $x_H(L)$ и $x_D(L)$ полностью адекватны. Однако с увеличением числа m растут затраты на измерение случайной величины x , а с уменьшением m процесс $x_D(L)$ становится неадекватным. Следовательно, необходимо установить некоторое рациональное число m при отображении непре-

рывного случайного процесса $x_H(L)$ усечением $x_D(L)$.

Процесс $x_H(L)$ имеет среднеинтегральную оценку

$$\bar{x}_H = \frac{1}{L} \int_0^L x(L) dx. \quad (83)$$

Оценка $\bar{x}_H$ является несмещенной и асимптотически нормальной. При этом среднее квадратическое отклонение процесса $x_H(L)$:

$$\sigma_{x_H} = \left[\frac{2}{L} \int_0^L (1 - e/L) K(L) dL \right]^{1/2} \quad (84)$$

Процесс $x_D(L)$ не имеет среднеинтегральной оценки вида (83), так как описывается некоторой последовательностью дискретных точек (81) и вне этих точек не имеет значений. Поэтому процесс $x_D(L)$ имеет среднюю арифметическую оценку

$$\bar{x}_D = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i. \quad (85)$$

При этом среднее квадратическое отклонение оценки (85)

$$\sigma_{\bar{x}_D} = \left[\frac{\sigma^2}{m} + \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \left(1 - \frac{i}{m} \right) K(L) \right]^{1/2} \quad (86)$$

После подстановки (82) в (84) и соответствующих преобразований получим

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}_H}^2 &= 2\sigma^2 \left[\frac{1}{cL} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(cL)^2} e^{-cL} - \frac{1}{(cL)^2} \right] = \\ &= \frac{2\sigma^2}{cL} \left(1 + \frac{1}{cL} (e^{-cL} - 1) \right). \end{aligned} \quad (87)$$

Обозначив $cL = v_H$ и $(\sigma^2/\sigma_H^2) = D_H$, имеем

$$D_H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_H} + \frac{1}{v_H^2} e^{-v_H} - \frac{1}{v_H^2} \right) = \frac{1}{2v_H} \left(1 + \frac{1}{v_H} (e^{-v_H} - 1) \right). \quad (88)$$

Величина v_H означает, сколько отрезков координаты L длиной $1/c$ укладывается на интервале $[0, L]$.

Величина D_H показывает, во сколько раз уменьшается дисперсия оценки $\bar{x}_H$ процесса $x_H(L)$ по сравнению с дисперсией самого процесса.

Из графика на рис. 9 следует, что при $D_H > 3$ относительная погрешность D_H процесса $x_H(L)$ стремится к асимптоте $D_H = \frac{1}{2} v_H$, которая представляет собой наибольшую возможную точность оценки $\bar{x}_H$ процесса $x_H(L)$ на интервале $[0, L]$, если $L > 1/c$ хотя бы в 3 раза.

Если $L < 3/c$, то $D_H \approx 1$, т. е. статистическая информация на таком интервале не отличается от единичного значения процесса в смысле точности оценки величины $\bar{x}_H$.

Рассмотрим точность оценки $\bar{x}_D$. Как и в случае оценки $\bar{x}_H$, предполагаем, что автокорреляционная функция имеет вид (82). После подстановки (82) в (85) получим

$$\sigma_{\bar{x}_D}^2 = \frac{\sigma^2}{m} + \frac{2}{m} \sigma^2 \sum_{i=1}^{m-1} e^{-cL_i} - \frac{2}{m^2} \sigma^2 \sum_{i=1}^{m-1} i e^{-cL_i}. \quad (89)$$

Предполагаем, что интервалы разбиения отрезка $[0, L]$ равны, т. е. $L_i = \Delta_i$. Априорное значение генеральной дисперсии σ^2 заменим на эмпирическое:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\bar{x}_D)^2,$$

где n — число наблюдений величины x на интервале Δ_i .

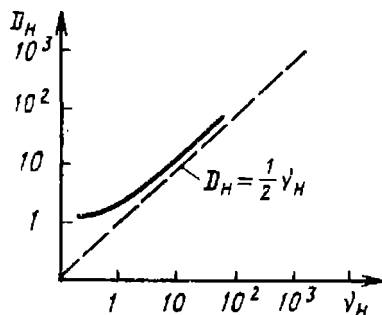


Рис. 9. Изменение относительной погрешности D_H с ростом v_H

Тогда при $v_H = 3$ дисперсия $\sigma_{\bar{x}_H}^2$ оценки $\bar{x}_H$ может быть вычислена по формуле

$$\sigma_{\bar{x}_H}^2 = S_{\bar{x}_H}^2 / v_H \approx 2\sigma^2 / D_H.$$

Величина отклонения Δx_H от x_H с вероятностью P может быть оценена как $\Delta = t_P \sigma_{\bar{x}_H}$, где $\Delta = \bar{x} - \bar{x}_H$, t_P — квантиль нормального распределения. В силу дискретности процесса $x_D(L)$

$$\frac{1}{L} \int_0^L x(L) dL = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^m x_i (L_i - L_{i-1}), \quad (90)$$

где L_i — подынтервалы изменения значений $x_i(L)$; m — число значений $x_i(L)$ на интервале $[0, L]$.

Тогда по аналогии с (85)

$$\sigma_{\bar{x}_D}^2 = \sigma^2 \frac{m(1 - e^{-2c\Delta}) - 2e^{-c\Delta}(1 - e^{-c\Delta m})}{m^2(1 - e^{-c\Delta})^2}. \quad (91)$$

Введем величину D_D , показывающую, во сколько раз уменьшается дисперсия оценки $\bar{x}_D$ процесса $\bar{x}_D(L)$ по сравнению с изменением самого процесса.

Примем

$$\sigma^2 / \sigma_{\bar{x}_D}^2 = D_D; \quad c\Delta m = v_D; \quad c\Delta = v_D^0; \quad \Delta m = T. \quad (92)$$

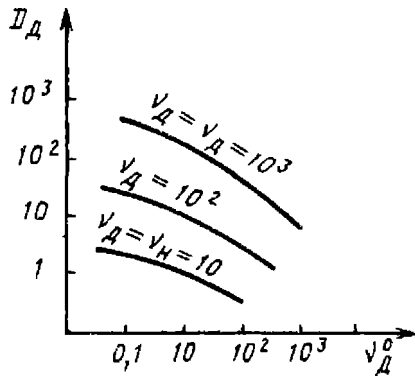


Рис. 10. Зависимость относительной погрешности D_n от v_d^0 при различных значениях v_n

Величина v_d означает, сколько отрезков длиной $1/c$ помещается в интервале $[0, L]$. При $v_d^0 \rightarrow \infty$

$$\lim_{v_d^0 \rightarrow \infty} D_d = \lim_{v_d^0 \rightarrow \infty} \frac{m^2 (1 - e^{-v_d^0})^2}{m (1 - e^{-2v_d^0}) - 2e^{-v_d^0} (1 - e^{-mv_d^0})} = m. \quad (93)$$

Можно приближенно считать, что при $v_d^0 \geq 3$ $D_d \approx m$. При этом ошибка в определении D_d при $v_d^0 = 3$ составит не более 5 %. Пусть теперь v_d^0 уменьшается при $v_d = \text{const}$. Из этого следует, что должно увеличиваться число m . Тогда

$$\lim_{\substack{v_d^0 \rightarrow \infty \\ v_d = \text{const}}} = \frac{v_d}{2(v_d - 1 - e^{-v_d})}. \quad (94)$$

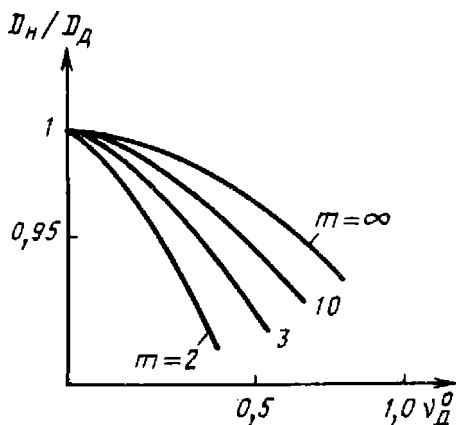


Рис. 11. Зависимость отношения D_n/D_d от v_d^0 при различных значениях m

Очевидно, что соотношение (94) эквивалентно соотношению (93), т. е. при $v_d^0 \rightarrow 0$ величина $D_d \rightarrow D_n$.

Из зависимостей D_d от v_d^0 (рис. 10) следует, что $D_d = \varphi(v_d^0)$ во всей области значений v_d^0 могут быть аппроксимированы как

$$D_d = \min \{v_d/2, m\}. \quad (95)$$

Соотношение (95) справедливо при $v_d^0 > 3$ и $v_d^0 < 0,5$.

Для пояснения неравенства $v_d^0 < 0,5$ рассмотрим область малых значений на рис. 11. Погрешность оценки D_d по формуле (95) составит менее 5 %. При $m > 10$ и допустимой погрешности 10 % по формуле (88) можно производить оценку, начиная с $v_d^0 > 1$.

Таким образом, если считать, что допускается погрешность в оценке математического ожидания некоторого усеченного случайного процесса до 5 %, то устанавливать шаг дискретности менее чем $v_d^0 = 0,5$ представляется нерациональным из-за излишних затрат.

3. МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ

При решении конкретных задач анализа и оценки качества и надежности осваиваемой и производимой продукции и технологических процессов часто возникают случаи, когда аналитические их решения практически невозможны, а проведение экспериментальных исследований требует неоправданно больших затрат денежных, трудовых и материальных ресурсов. Эффективной мерой в преодолении указанных трудностей является использование методов статистического моделирования.

Анализ качества и надежности продукции и технологических процессов с применением методов статистического моделирования может достаточно эффективно осуществляться: при комплексном моделировании процесса освоения и выпуска продукции на уста-

новившемся режиме, а также отказовых и предельных ситуаций во время функционирования изделий и их составных частей в некоторых номинальных, экстремальных и смешанных режимах; при решении многочисленных задач вероятностно-статистического характера, для обоснования законов распределения определяющих параметров, являющихся случайными величинами (как скалярными, так и векторными), а также нахождении конкретных числовых характеристик установленных законов распределения этих параметров и т. д.

Алгоритмы методов статистического моделирования достаточно просты, поэтому им отдают предпочтение при анализе сложных производственных ситуаций.

Методы статистического моделирования при исследовании качества продукции и технологических процессов. Сущность любого метода, базирующегося на идее статистического моделирования, так или иначе сводится при анализе конкретных показателей качества и надежности различных объектов к многократной имитации процессов функционирования изделий и их составных частей, изготовленных различными технологическими приемами. При этом происходит случайное изменение определяющих факторов, характеризующих конкретные показатели качества и надежности продукции и технологических процессов.

Применение статистического моделирования к анализу показателей качества и надежности в одномерной постановке, когда используемая модель описывается одним определяющим изделием и (или) технологический процесс параметром и при этом рассматривается модель «слабого звена», сводится к многократному исследованию функции непревышения:

$$\Delta = x_{кр}(z_1, z_2, \dots, z_k) - x_d(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l), \quad (96)$$

где $x_{кр}(z_1, z_2, \dots, z_k)$ — критическое (предельное) значение некоторого обобщенного параметра X , являющегося функцией определяющих параметров $z_1, z_2, \dots, z_k$; k — число определяющих параметров (аргументов

функции $x_{кр}$); x_d — некоторое номинальное (рабочее, действительное и т. д.) значение обобщенного параметра X , являющегося функцией определяющих параметров $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l$; l — число определяющих параметров (аргументов функции x_d).

При этом возможны, по крайней мере, два принципиально различных подхода к решению данной задачи. При первом подходе моделируют значения функции $\Delta = x_{кр} - x_d$ случайных аргументов $z_1, z_2, \dots, z_k, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, имеющие плотности распределения вероятностей $\varphi(z_1), \varphi(z_k), \varphi(\lambda_1), \dots, \varphi(\lambda_l)$.

Затем подсчитывают число m значений Δ , которые меньше нуля или равны нулю. Статистическая оценка $\hat{P}$ вероятности P ненаступления предельного состояния изделия или технологического процесса по конкретному показателю качества и (или) надежности находится следующим образом:

$$\hat{P} = 1 - \frac{m}{n}, \quad (97)$$

где m — число реализаций при $\Delta \leq 0$; n — общее число реализаций.

Нижний доверительный предел вероятности ненаступления предельной ситуации по количеству реализаций n (при $\Delta > 0$), числу реализаций m (при $\Delta \leq 0$) и доверительной вероятности γ может быть вычислен при помощи известного соотношения:

$$\sum_{m=0}^k C_n^m P_{\gamma}^m (1 - P_{\gamma})^{n-m} = 1 - \gamma, \quad (m \leq k \leq n), \quad (98)$$

где C_n^m — число возможных перестановок из m значений функции Δ ($\Delta \leq 0$) при числе реализаций n ($n \geq 0$); P_{γ} — нижний доверительный предел оценки $\hat{P}$ при уровне доверительной вероятности γ . Разрешив уравнение (98) при некоторых фиксированных значениях P_{γ}, γ, m , получим объемы реализаций n для подтверждения требуемых уровней предельных состояний объектов по рассматриваемым показателям.

6. Значения необходимых объемов реализаций $n = n(P_\gamma, \gamma, m)$

m	P_γ	γ			m	P_γ	γ		
		0,90	0,95	0,99			0,90	0,95	0,99
0	0,90	23	30	46	3	0,90	66	76	100
1	0,95	76	96	132	4	0,95	184	208	264
2	0,99	520	620	840	5	0,99	1540	1700	2000

Результаты расчетов по формуле (98) представлены в табл. 6 и 7.

Из анализа табл. 6 и 7 следует, что с ростом m (при $\Delta \leq 0$) объем потребных реализаций возрастает очень значительно. А для показателей надежности изделий, уровни которых достаточно высоки ($P_\gamma \geq 0,9_3$), даже при $m = 0$ необходимо чрезвычайно большое число реализаций. Однако при большом числе «электронных выстрелов» в задаче данного типа могут иметь место систематические погрешности при машинных методах формирования случайных величин, что существенно искажает результаты расчетов и требует повторных вычислений для анализа их точности. Кроме того, при достаточно сложных исходных аналитических зависимостях, описывающих величины $x_{кр}$ и x_d , может потребоваться весьма большое машинное время.

В ряде практических случаев бывает предпочтительнее воспользоваться другим подходом к решению данной задачи. По исходным детерминистическим соотношениям $x_{кр}$ ($z_1, \dots, z_k$) и x_d ($\lambda_1, \dots, \lambda_l$) и известным зако-

7. Значения необходимых объемов реализаций

$$n = n(P_\gamma, m = 0, \gamma = 0,95)$$

P_γ	n	P_γ	n
0,9 ₂	$3 \cdot 10^2$	0,9 ₅	$3 \cdot 10^5$
0,9 ₃	$3 \cdot 10^3$	0,9 ₆	$3 \cdot 10^6$
0,9 ₄	$3 \cdot 10^4$	0,9 ₇	$3 \cdot 10^7$

Примечание. 0,9₂ означает 0,99; 0,9₃ — 0,999 и т. д.

нам распределения параметров $z_1, \dots, z_k, \lambda_1, \dots, \lambda_l$ моделируется статистический ряд значений случайных величин $\eta_i = x_{кр} i / x_{д i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$; n — число реализаций порядка нескольких сотен). Далее к полученной статистической выборке подбирается подходящая функция распределения вероятностей случайной величины η . В практических ситуациях всегда приходится иметь дело с ограниченным числом реализаций значения η . Поэтому неизбежны определенные расхождения в смоделированной выборке случайной величины. Вопрос о сущности расхождения обычно решается с помощью критериев согласия: хи-квадрат, омега-квадрат, Колмогорова и др. Для этого выбирают некоторую величину δ — меру расхождения теоретического и эмпирического распределения и определяют значение $\delta_{1-\gamma}$ (где γ — уровень доверительной вероятности) так, чтобы вероятность события $\delta > \delta_{1-\gamma}$ была равна $1 - \gamma$, т. е. $P(\delta > \delta_{1-\gamma}) = 1 - \gamma$ (где $1 - \gamma = \alpha$ — уровень значимости критерия, представляющего собой достаточно малую величину). Если полученные после статистической обработки эмпирической выборки (или смоделированной выборки) значение $\Delta > \Delta_{1-\gamma}$ или $P(\Delta > \Delta_{1-\gamma}) < 1 - \gamma$, то отклонение от теоретического закона распределения считается значимым и предположение о виде закона должно быть отвергнуто. В противном случае гипотеза о виде закона распределения принимается. С помощью названных выше критериев согласия можно лишь решить вопрос о том, что гипотеза противоречит или не противоречит тому или иному теоретическому закону распределения случайной величины η .

Для обоснования выбора конкретной статистической модели (закона распределения случайной величины η) можно использовать метод статистического моделирования. При этом выбор конкретного теоретического закона распределения для смоделированной выборки случайной величины η можно осуществить на основе оценок степени близости опытных и теоретических моментов распределения, определяемых по интервальным оценкам эмпирических моментов. Построение доверительных интервалов для эмпирических моментов распределения произвольного момента распределения может быть основано на выделении требуемого интервала из некоторого упорядоченного набора моментов, который можно получить статистическим моделированием эмпирической функции распределения случайной величины η .

Пусть получена эмпирическая функция распределения случайной величины η :

$$F(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{на интервале } 0 < \eta \leq \eta_1; \\ \hat{P} & \text{на интервале } \eta_1 < \eta \leq \eta_2; \\ \hat{P}_i & \text{на интервале } \eta_i < \eta \leq \eta_{i+1}; \\ 1 & \text{на интервале } \eta > \eta_n, \end{cases}$$

где $\eta_i, \hat{P}_i$ — полученные при статистических «испытаниях» значения случайной величины и соответствующие им частоты; n — общее число реализаций при статистическом моделировании выборки случайной величины η .

Величины

$$\eta_i = \frac{\hat{P} - \hat{P}_{i-1}}{\hat{P}_i - \hat{P}_{i-1}} (\eta_i - \eta_{i-1}) + \eta_i \quad (99)$$

для $\hat{P} \in [\hat{P}_{i-1}, \hat{P}_i]$ распределены в соответствии с заданным теоретическим законом, если $\hat{P}$ распределено равномерно на отрезке $[0, 1]$. Процесс моделирования заключается в последовательном получении случайных чисел, равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$, и определе-

нии случайных величин η по формуле (99). По полученной таким образом выборке определяют выборочные первые четыре момента. На практике обычно не используют больше четырех моментов.

Аналогичным образом формируется вторая выборка случайных величин:

$$\eta = (\eta_1^{(2)}, \eta_2^{(2)}, \dots, \eta_n^{(2)})$$

и определяются эмпирические моменты $\bar{\eta}^2, S_{\eta}^2(2), \mu_3^{(2)}, \mu_4^{(2)}$.

Изложенная процедура повторяется k раз. В результате получают следующую совокупность оценок числовых характеристик:

$$\bar{\eta}^{(1)}, S_{\eta}^2(1), \hat{\mu}_3^{(1)}, \hat{\mu}_4^{(1)};$$

$$\bar{\eta}^{(2)}, S_{\eta}^2(2), \hat{\mu}_3^{(2)}, \hat{\mu}_4^{(2)};$$

$$\bar{\eta}^{(k)}, S_{\eta}^2(k), \hat{\mu}_3^{(k)}, \hat{\mu}_4^{(k)}.$$

С целью нахождения доверительных границ для моментов составляют вариационные ряды для статистик:

$$\bar{\eta}^{(1)} \leq \bar{\eta}^{(2)} \leq \dots \leq \bar{\eta}^{(l)} \leq \dots \leq \hat{\mu}_4^{(k)};$$

$$S_{\eta}^2(1) \leq S_{\eta}^2(2) \leq \dots \leq S_{\eta}^2(l) \leq \dots \leq S_{\eta}^2(k);$$

$$\hat{\mu}_3^{(1)} \leq \hat{\mu}_3^{(2)} \leq \dots \leq \hat{\mu}_3^{(l)} \leq \dots \leq \hat{\mu}_3^{(k)};$$

$$\leq \dots \leq \hat{\mu}_3^{(k)};$$

$$\hat{\mu}_4^{(1)} \leq \hat{\mu}_4^{(2)} \leq \dots \leq \hat{\mu}_4^{(l)} \leq \dots \leq \hat{\mu}_4^{(k)}.$$

Оценки двусторонних доверительных границ с уровнем доверия $\gamma = 1 - 2\alpha$ определяются величинами

$$m_{r1} \text{ и } m_{r2}, \sigma_{r1}^2 \text{ и } \sigma_{r2}^2, \mu_3^{(r1)} \text{ и } \mu_3^{(r2)}.$$

В этом случае m и σ^2 являются соответственно математическим ожиданием и дисперсией величин r_1 и r_2 , определяемых по следующим соотношениям:

$$r_1 = [k(1 - \gamma)/2];$$

$$r_2 = [k(1 + \gamma)/2].$$

Квадратные скобки в последних соотношениях означают целую часть

содержащихся в них чисел. Обычно берут число моделируемых выборок для практических целей $k \geq 10$ ($1 - \gamma$).

Выбор теоретической кривой распределения осуществляется в следующем порядке. Для наиболее распространенных на практике законов распределения (нормального, равномерного, логарифмически нормального, Вейбулла, экспоненциального, гамма-распределения и др.) определяют первые четыре теоретических момента распределения и выясняют, попали ли они в доверительные интервалы, вычисляемые с некоторым набором доверительных вероятностей $\gamma_1 > \gamma_2 > \dots > \gamma_k$ для эмпирических моментов. Далее осуществляют сравнение с доверительными интервалами, начиная с больших уровней доверительных вероятностей γ . Если хотя бы один из моментов рассматриваемого теоретического закона распределения выходит из доверительного интервала, то данный закон не может рассматриваться в качестве подходящей статистической модели. Если при сравнении всех четырех моментов ряда теоретических законов распределения окажется, что они все находятся в соответствующих доверительных интервалах с уровнем доверия γ_1 , то переходят к уровню доверия $\gamma_2 < \gamma_1$ и т. д. Приемлемой статистической моделью считается то теоретическое распределение, для которого все моменты попадают в соответствующие доверительные интервалы с наименьшим γ . После обоснования конкретного закона распределения случайной величины η оценку вероятности ненаступления предельного состояния объекта по конкретному показателю качества определяют по выражению

$$\hat{P} = \int_1^{\infty} \varphi(\eta) d\eta,$$

где $\varphi(\eta)$ — плотность распределения случайной величины η .

Типовой расчет вероятности безотказной работы изделия. Изделие представляет собой осесимметричную гладкую стальную оболочку вращения (сосуд высокого давления), нагруженную равномерным внутренним избыточным давлением. При этом внутрен-

нее давление под действием случайных факторов изменяется случайным образом.

Материал оболочки — сталь с пределом прочности $\bar{\sigma}_B = 1200 \pm 10$ МПа; диаметр оболочки $D = 230 \pm 0,5$ мм; толщина оболочки $h = 3,5 \pm 0,5$ мм; среднее значение действующего напряжения σ_d в оболочке, рассчитанное по безмоментной теории по величинам D , h и среднему значению давления в сосуде $p_d = 720$ МПа; среднее квадратическое отклонение действующего напряжения $S_d = 86$ МПа.

По этим исходным данным требуется определить методом статистического моделирования оценку вероятности ненаступления предельного состояния в оболочке и нижний доверительный предел этой оценки.

1. Моделируем выборку разрушающих значений напряжений с помощью таблицы случайных чисел (табл. 8). Предполагается, что эти напряжения распределены по нормальному закону. Разрушающее значение напряжения в оболочке принимаем равным пределу прочности конструкционного материала, из которого изготовлена оболочка. Случайные значения σ_{Bi} ($i = \overline{1, n}$; n — число «испытаний», т. е. номер реализации; задаемся $n = 50$) получим по формуле:

$$\sigma_{Bi} = \bar{\sigma}_B + S_{\sigma_B} k_i = 1200 + 33k_i, \quad (100)$$

где $\bar{\sigma}_B$ и S_{σ_B} — оценки среднего значения предела прочности конструкционного материала оболочки и среднего квадратического отклонения; $\bar{\sigma}_B = 1200$ МПа (задано по условию); $S_{\sigma_B} = 33$ МПа (получено как $1/8$ поля допуска σ_B).

Моделируем первое «испытание» (первую реализацию): для этого из табл. 8 возьмем первое число — 1,28 (первое число из первой колонки цифр) и подставим его в формулу (100):

$$\begin{aligned} \sigma_{B1} &= 1200 + 33(-1,28) = \\ &= 1158 \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Для второго «испытания» (второй реализации) возьмем второе случайное

8. Нормированные нормально распределенные случайные числа

—1,28	—1,22	—0,45	—0,35	0,72	0,68	—1,10	—0,31	—0,39	—0,63
—0,32	—0,80	—1,66	1,39	0,38	0,73	0,65	0,22	—0,68	1,13
—1,38	—1,26	0,50	—0,14	—0,85	0,43	—1,32	—0,32	—0,73	—1,35
2,33	—0,34	—1,96	—0,64	—1,32	—0,43	0,55	—0,43	—0,30	—0,28
—1,14	0,64	3,44	—1,67	0,85	—1,17	—0,36	0,04	0,36	0,93
0,41	—0,01	0,67	—1,13	—0,41	—0,08	0,73	1,45	—0,34	0,79
—0,49	0,36	—1,24	—0,04	—0,11	—0,21	0,93	0,62	—0,38	—0,43
1,05	0,04	0,76	0,61	—2,04	—0,29	0,40	—0,54	0,49	0,87
0,35	2,82	—0,46	—0,63	—1,61	0,37	—0,07	—0,92	1,31	—0,04
0,64	0,56	—0,11	0,13	—1,81	—1,13	0,38	0,61	—0,36	—2,63
2,18	0,39	—0,92	1,91	—1,04	—1,17	0,48	0,08	—0,77	1,61
—1,18	—0,94	—1,60	0,18	—0,26	—0,30	—0,59	—0,54	0,02	—0,48
0,97	1,17	2,68	2,81	—1,53	—0,49	2,07	1,44	—1,09	0,48
1,21	0,29	—0,25	0,72	1,10	1,09	0,21	—1,18	—0,34	—1,13
2,65	0,77	0,45	2,25	1,15	—1,68	0,38	1,13	1,39	0,81
0,40	0,32	—0,93	2,42	—0,94	1,04	0,02	—0,56	0,20	—0,87
0,85	—0,70	—0,37	0,34	—0,93	—0,80	—1,40	—1,47	—0,12	1,46
0,65	—0,96	2,91	1,69	0,75	—0,43	0,75	0,15	—0,17	—0,48
0,52	0,23	—0,62	—0,26	0,42	0,56	0,55	0,19	—0,33	1,37
—1,29	—0,54	—0,82	0,24	—1,07	0,01	0,48	—0,47	—0,09	1,17
1,37	1,77	—1,06	1,65	0,48	—0,60	—0,59	0,61	—0,10	—1,38
0,85	—0,54	1,61	0,43	—0,62	0,33	—0,34	—1,15	0,53	—0,83
—0,15	—1,14	0,91	0,68	1,04	0,55	—0,05	—0,94	—0,44	—0,21
—1,15	—1,06	0,64	—0,33	—1,22	0,12	—2,04	—1,98	—1,13	0,34
0,35	0,97	—0,02	1,22	—0,97	—1,29	—0,40	—1,21	—0,25	0,48
0,28	0,46	1,31	—1,62	—0,63	—0,50	—0,06	—0,13	0,05	1,88
—1,02	0,36	—0,12	2,33	1,67	—1,05	0,84	—0,25	0,24	—1,31
1,60	—0,95	—0,57	1,60	0,46	1,95	0,11	0,25	0,12	—0,96
—0,19	1,48	—0,99	1,25	1,93	0,07	—1,36	—1,25	—0,96	—1,30
—0,72	0,92	0,78	—0,40	0,62	1,83	1,27	—0,94	0,49	0,05
—1,70	0,88	0,06	0,13	0,68	0,54	—0,42	—0,67	—0,10	—0,25
—2,54	—1,33	1,99	0,67	0,36	1,93	1,18	1,21	1,76	0,04
—0,36	0,19	—1,02	—0,22	—0,62	—0,06	—1,32	0,78	—0,43	—0,30
0,25	—0,09	—1,38	0,30	—0,12	—0,62	—0,62	0,21	0,98	0,91
—0,10	—1,38	1,05	—0,87	—2,20	—1,38	1,42	—0,81	0,75	—1,09
—0,46	—1,28	—2,51	0,68	1,14	1,08	—0,67	—0,22	—1,59	—1,28
0,50	1,43	0,29	0,40	—0,84	—0,97	—0,12	—1,95	—1,00	—1,24
—0,86	—0,37	—0,22	0,15	—2,11	—1,45	—0,69	—0,08	—0,24	—0,17
—0,12	1,11	—1,04	—0,64	—0,86	—0,90	—1,46	—0,54	—0,16	—0,42
1,63	0,58	—0,47	—0,39	—0,35	0,20	—1,23	2,38	—0,39	—0,06
2,07	—1,44	—0,68	0,22	—0,12	1,75	—0,57	1,22	—0,13	0,03
—0,43	—0,38	—0,98	—0,58	—0,20	—0,56	0,02	0,13	1,25	—0,62
0,88	—1,23	—2,65	—0,74	1,80	—1,23	0,55	—0,63	—0,84	—0,72
0,83	1,29	—0,02	—0,43	0,58	0,77	—0,57	—1,15	0,52	—1,02
—0,89	0,33	—0,45	—1,13	2,08	—0,72	—1,51	0,49	—0,50	—0,02
0,64	—0,23	—0,15	1,10	0,76	—0,04	—0,46	0,39	2,01	1,36
0,10	—0,17	—0,11	—1,14	0,88	—0,91	—0,33	1,02	—1,61	1,56
—1,19	1,77	0,00	0,37	0,05	0,65	1,03	1,53	0,24	—1,33
—0,04	—0,55	0,77	0,32	—0,49	—0,37	0,38	0,60	—2,00	—0,74
0,50	1,07	1,57	0,30	1,16	—0,72	1,40	0,70	—0,37	—0,55

9. Значение реализаций σ_{Bi} , МПа

№ реализации	σ_{Bi}	№ реализации	σ_{Bi}
1	1158	26	1209
2	1190	27	1166
3	1155	28	1253
4	1277	29	1194
5	1162	30	1176
6	1214	31	1144
7	1184	32	1116
8	1235	33	1188
9	1211	34	1192
10	1221	35	1197
11	1272	36	1185
12	1161	37	1216
13	1232	38	1172
14	1240	39	1196
15	1287	40	1254
16	1213	41	1268
17	1228	42	1186
18	1222	43	1229
19	1217	44	1227
20	1157	45	1171
21	1245	46	1221
22	1228	47	1203
23	1195	48	1161
24	1162	49	1199
25	1211	50	1216

10. Значение реализаций σ_{di} , МПа

№ реализации	σ_{di}	№ реализации	σ_{di}
1	627	26	767
2	559	27	758
3	619	28	645
4	698	29	854
5	782	30	806
6	718	31	888
7	758	32	613
8	734	33	744
9	968	34	721
10	775	35	609
11	761	36	617
12	646	37	604
13	727	38	695
14	752	39	632
15	794	40	677
16	754	41	603
17	667	42	633
18	642	43	625
19	742	44	838
20	681	45	755
21	871	46	707
22	682	47	712
23	631	48	879
24	636	49	774
25	812	50	828

число $-0,32$ из этой же колонки цифр, получим

$$\sigma_{B2} = 1200 + 33(-0,32) = 1190 \text{ МПа.}$$

Для последующих реализаций будем брать все случайные числа подряд из первой колонки цифр. Таким образом реализуем все 50 «испытаний». Результаты расчетов сведем в табл. 9.

2. Реализации действующих значений напряжений σ_{di} ($i = 1, 2, \dots, 50$) в i -м «испытании» найдем по формуле

$$\sigma_{di} = \bar{\sigma}_d + S_d k'_i = 720 + 86k'_i, \quad (101)$$

где $\bar{\sigma}_d$ и S_d — оценки соответственно среднего значения напряжения в оболочке и среднего квадратического отклонения; $\bar{\sigma}_d = 720$ МПа (дано по условию); $S_d = 8$ МПа (дано по условию).

Значения случайных чисел k'_i при вычислении величин σ_{di} по формуле (101) возьмем из второй колонки табл. 8 (все числа подряд, начиная с числа $-1,22$). Результаты вычислений сведем в табл. 10.

Таким образом, методом статистического моделирования с помощью таблицы нормально распределенных случайных чисел получены выборки разрушающих и действующих значений напряжений, необходимых для вычисления оценки вероятности ненаступления предельного состояния в оболочке и ее нижнего доверительного предела. Разделив σ_{Bi} на σ_{di} , получим выборочный ряд значений коэффициента условного запаса прочности оболочки. Результаты вычислений сведем в табл. 11.

3. Вычислим оценку вероятности ненаступления предельного состояния

11. Значения коэффициента условного запаса η_i

№ реализации	η_i	№ реализации	η_i	№ реализации	η_i	№ реализации	η_i
1	1,86	13	1,90	26	1,28	38	1,68
2	2,13	14	1,65	27	1,52	39	1,89
3	1,87	15	1,62	28	1,94	40	1,85
4	1,82	16	1,61	29	1,40	41	2,10
5	1,46	17	1,84	30	1,46	42	1,70
6	1,69	18	1,90	31	1,29	43	1,97
7	1,51	19	1,63	32	1,82	44	1,47
8	1,69	20	1,70	33	1,60	45	1,55
9	1,25	21	1,42	34	1,65	46	1,72
10	1,58	22	1,80	35	1,96	47	1,69
11	1,67	23	1,90	36	1,92	48	1,32
12	1,80	24	1,82	37	2,01	49	1,55
		25	1,50			50	1,47

оболочки по выборочной совокупности полученных значений коэффициентов условного запаса прочности в предположении, что случайная величина η распределена по нормальному закону:

$$\begin{aligned}\hat{P} &= \text{вер} \{(\bar{\sigma}_B/\bar{\sigma}_D) = \bar{\eta} > 1\} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} S_\eta \int_1^\infty \exp \left[-\frac{(\eta_i - \bar{\eta})^2}{2S_\eta^2} \right] d\eta = \\ F &= \left(\frac{\bar{\eta} - 1}{S_\eta} \right) = F(\hat{h}) = \\ &= F \left(\frac{1,67 - 1}{0,21} \right) = F(3,19) = 0,9993.\end{aligned}$$

Оценка среднего значения коэффициента запаса прочности и его среднего квадратического отклонения получены по данным табл. 11 как

$$\begin{aligned}\bar{\eta} &= \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} \eta_i = 1,67 \text{ и } S_\eta = \\ &= \left[\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (\eta_i - \bar{\eta})^2 \right]^{1/2} = 0,21.\end{aligned}$$

4. Вычислим нижний предел оценки вероятности ненаступления предель-

ного состояния оболочки как

$$\begin{aligned}P_{\gamma=0,95} &= F(\hat{h} - (h_\gamma/\sqrt{n}) \times \\ &\times \sqrt{1 + (h^2/2)}) = F[3,19 - \\ &- ((1,645/\sqrt{50}) \sqrt{1 + (3,19^2/2)})] = \\ &= F[2,63] = 0,9957.\end{aligned}$$

Информационное обеспечение задач анализа качества и надежности. Для информационного обеспечения задач качества и надежности продукции и технологических процессов, решаемых методами статистического моделирования, моделируют численные значения параметров (количественных признаков), которые характеризуют конкретные показатели качества и надежности. При практическом анализе и оценке этих показателей количественные признаки, их характеризующие, в общем случае рассматриваются как случайные величины, функции и поля. При этом случайные функции и поля рассматриваются как многомерные случайные величины. Построение адекватных моделей анализа и оценки показателей качества и надежности предполагает так расставить контрольные точки, чтобы дискретные случайные функции и поля были бы достаточно представительными, т. е. чтобы замена случайных функций и полей набором дискретных точек была правомерной.

Моделирование функций и полей сводится к моделированию одномерных и многомерных случайных величин (случайных векторов).

Моделирование одномерных случайных величин. В качестве исходных данных для формирования случайных величин с различными законами распределения обычно служат равномерно распределенные в интервале $(0, 1)$ случайные числа, которые получают на ЭВМ программными методами или с помощью физических датчиков случайных чисел. На практике используют весьма разнообразные приемы преобразования случайных чисел с заданным законом распределения. Так, например, в качестве нормально распределенных случайных чисел можно использовать сумму нескольких независимых случайных чисел с равномерным распределением. Это положение основано на центральной предельной теореме теории вероятностей, в соответствии с которой сумма независимых случайных величин при достаточно общих условиях (например, случайные величины могут иметь различные законы распределения) имеет асимптотически нормальное распределение.

Рассмотрим некоторые общие методы получения случайных чисел с требуемым законом распределения с помощью равномерно распределенных случайных величин (чисел). Одним из наиболее распространенных методов получения случайных чисел с требуемым законом распределения является метод нелинейного преобразования обратной функции распределения.

Если $\varphi(x)$ есть дифференциальная функция распределения вероятностей (т. е. функция плотности), а $F(y) = \int_{-\infty}^y \varphi(z) dz$ — функция распределения вероятностей случайной величины y и $F^{-1}(x)$ — функция, обратная функции $F(y)$, то случайная величина $y = F^{-1}(x)$ будет иметь заданный закон распределения $\varphi(z)$, если случайная величина x равномерно распределена в интервале $(0, 1)$. Например,

случайная величина, которая распределена по закону Релея:

$$\varphi(y) = \frac{y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right); \quad y \geq 0;$$

$$F(y) = 1 - \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right); \quad m_y = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma; \quad \sigma_y^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2$$

(σ — параметр распределения), может быть получена путем следующего преобразования распределенной в интервале $(0, 1)$ случайной величины x :

$$y = \sigma \sqrt{-2 \ln(1-x)} = \sigma \sqrt{-2 \ln x}.$$

Здесь переход от $\ln(1-x)$ к $\ln(x)$ основан на идентичности их законов распределения.

Аналогичным образом случайную величину с показательным законом распределения

$$\varphi(y) = \lambda [\exp(-\lambda y)]; \quad y \geq 0; \quad F(y) = 1 - \exp(-\lambda y); \quad m_y = \sigma_y = 1/\lambda$$

можно получить путем преобразования выражения $y = -\frac{1}{\lambda} \ln x$.

Однако не всегда возможны элементарные преобразования для формирования случайных величин с заданным законом распределения с помощью равномерно распределенных случайных чисел. Например, для случайных величин с нормальным распределением обратная функция не выражается через элементарные функции. В этих случаях обычно используют различные аппроксимации функции $F^{-1}(y)$.

При количественном анализе качества и надежности объектов различного назначения в ряде случаев определяющие параметры не выходят за пределы некоторого ограниченного интервала (a, b) . В этих случаях имеют место усеченные законы распределения, моделировать которые удобно с помощью метода Неймана. Сущность этого метода заключается в следующем. С помощью датчика равномерно распределенных в интервале $(0, 1)$ случайных чисел выбираются пары x_1^i ,

x_2^i , из которых формируются преобразованные пары $x_1^{*i} = a + (b - a) x_1^i$, $x_2^{*i} = \Phi_m^i x_2^i$, где (a, b) — интервал возможных значений случайной величины y с заданной функцией плотности $\Phi(y)$; Φ_m^i — максимальное значение функции $\Phi(y)$. В качестве реализации случайной величины берется число x_2^{*i} из тех пар x_1^{*i}, x_2^{*i} , для которых выполняется неравенство $x_2^{*i} \leq \Phi(x_1^{*i})$. Пары, не удовлетворяющие этому неравенству, отбрасываются.

Одним из наиболее простых и достаточно универсальных приемов формирования случайных чисел является метод кусочной аппроксимации. Пусть требуется получить случайную величину y с плотностью $\Phi(y)$. Предположим, что область возможных значений y ограничена интервалом (a, b) , который условно разбит на n достаточно малых подынтервалов $(a_i, a_{i+1}; i = 0, 1, 2, \dots, n - 1)$, таких, что в пределах каждого из них представляется возможным достаточно точно осуществить аппроксимацию каким-либо простым распределением (например, равномерным). Пусть для конкретности выбрано равномерное распределение. Обозначим через P_i вероятность попадания случайной величины y в каждый из подынтервалов (a_i, a_{i+1}) . Тогда реализации y_i случайной величины y с кусочно-равномерным распределением получают в такой последовательности: сначала случайным образом с вероятностью P_i выбирается интервал (a_i, a_{i+1}) ; затем формируется реализация y_i случайной величины, равномерно распределенной в интервале $(0, a_{i+1} - a_i)$. Искомая реализация получается по формуле

$$y_i = a_i + \Delta_i.$$

Случайный выбор интервала (a_i, a_{i+1}) с вероятностью P_i означает моделирование дискретной случайной величины, принимающей n значений a_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$) с вероятностью P_i каждая. Интервал $(0, 1)$ разбивается на n подынтервалов $(x_i, x_{i+1}; i = 0, 1, 2, \dots, n - 1; x_0 =$

$= 0, x_n = 1)$ длиной $x_{i+1} - x_i = P_i$ каждый. С помощью датчика случайных чисел, равномерно распределенных в интервале $(0, 1)$, выбирается некоторая реализация x'_i . Затем путем последовательного сравнения x'_i с x_i определяется тот интервал (x_i, x_{i+1}) , в котором оказывается реализация x'_i . В основу данного алгоритма заложен тот факт, что вероятность попадания равномерно распределенной в интервале $(0, 1)$ случайной величины в некоторый подынтервал (x_i, x_{i+1}) равна длине этого подынтервала.

При формировании случайных величин методом кусочной аппроксимации наиболее удобно при машинной реализации выбирать вероятности попадания во все подынтервалы (a_i, a_{i+1}) одинаковыми ($P = 1/n$), а число n таким, что $n = 2^N$, где N — целое число, меньшее или равное количеству двоичных разрядов чисел, вырабатываемых датчиком случайных чисел. При этом подынтервалы (a_i, a_{i+1}) должны быть выбраны таким образом, чтобы

$$\int_{a_i}^{a_{i+1}} \Phi(y) dy = \frac{1}{n} = 2^{-N}.$$

При равенстве вероятностей P_i для случайного выбора индекса i можно использовать первые N разрядов числа, извлекаемого из датчика равномерно распределенных случайных чисел. С помощью датчика равномерно распределенных в интервале $(0, 1)$ случайных чисел извлекается пара реализаций x_1^i, x_2^i . Первые $N = \log_2 n$ разрядов чисел x_1^i используются для нахождения адресов ячеек, в которых хранятся величины a_i и a_{i+1} , а затем по формуле $y_i = a_i + x_2^i (a_{i+1} - a_i)$ получается i -я реализация случайной величины y с требуемым законом распределения.

Изложенный метод достаточно экономичен по количеству необходимых операций, которые не зависят от числа n , т. е. не зависят от точности кусочной аппроксимации.

Моделирование одномерных нормально распределенных случайных величин. Метод 1 основан на использовании обратной функции распределения. При этом

$$\eta = \begin{cases} \tilde{F}^{-1}(x), & 0,5 < x < 1; \\ -\tilde{F}^{-1}(x), & 0 < x \leq 0,5, \end{cases}$$

где функция $\tilde{F}^{-1}(x)$ является аппроксимацией обратной функции $F^{-1}(x)$, которая может быть задана, например, в виде

$$\tilde{F}^{-1}(x) = \frac{2,30753 + 0,27061\zeta}{1 + 0,99229\zeta + 0,04481\zeta^2} + \varepsilon(x) \quad (102)$$

с ошибкой $|\varepsilon(x)| < 3 \cdot 10^{-3}$, или

$$\begin{aligned} \tilde{F}^{-1}(x) = & \frac{2,515517 + 0,802853\zeta + 0,10328\zeta^2}{1 + 1,43278\zeta + 0,189269\zeta^2 + 0,001308\zeta^3} + \varepsilon(x) \end{aligned} \quad (103)$$

с ошибкой $|\varepsilon(x)| < 4,5 \cdot 10^{-4}$. В формулах (102) и (103)

$$\zeta = \sqrt{-2 \ln x}, \quad 0,5 < x < 1.$$

Метод 2 основан на использовании преобразования пары независимых равномерно распределенных в интервале $(0,1)$ чисел x_2 и x_1 в пару независимых нормальных величин:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{-2 \ln x_1} \cos 2\pi x_2; \quad \eta_2 = \\ &= \sqrt{-2 \ln x_2} \sin 2\pi x_1. \end{aligned} \quad (104)$$

Метод чувствителен к корреляции чисел x_1 и x_2 . Некоторое упрощение вычислений достигается при записи формул (104) в виде

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{-\ln x_1} \frac{x_2^2 - x_3^2}{x_2^2 + x_3^2}; \quad \eta_2 = \\ &= \pm \sqrt{-\ln x_2} \frac{x_2 x_3}{x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned} \quad (105)$$

где числа x_2 и x_3 удовлетворяют условию $(2x_2 - 1)^2 + (2x_3 - 1)^2 \leq 1$.

Метод 3 основан на использовании сходимости суммы независимых величин к нормальному распределению:

$$\eta = \sqrt{\frac{12}{n}} \left[\sum_{i=1}^n x_i - \frac{n}{2} \right], \quad (106)$$

при $n=12$ он дает погрешность, не превышающую $9 \cdot 10^{-3}$ для $|\eta| < 2$ и $9 \cdot 10^{-1}$ для $2 < |\eta| < 3$. Значительного улучшения точности можно достичь дальнейшим преобразованием, например, вида:

$$\eta^* = \eta - \frac{41}{13440n^2} (\eta^5 - 10\eta^3 + 15\eta), \quad (107)$$

где η находится по соотношению (106). Соотношение (107) при $n=3$ дает такую же точность, как и соотношение (106) при $n=6$.

Метод 4 использует совокупность метода композиции и метода исключения. Простейший вариант метода дает имитацию абсолютного значения $|\eta|$ нормально распределенной случайной величины η . При этом знак может быть получен специальным случайным «испытанием». Этапы реализации алгоритма таковы.

1. Моделируют равномерно распределенное случайное число x_i .

2. Если $x_i < 0,6827 \dots$, где $0,6827$ соответствует числу $A =$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^1 e^{-x^2/2} dx, \text{ то вычисляют}$$

$x' = x/0,6827 \dots$ и переходят к этапу 3 (моделированию средней части распределения), в противном случае — к этапу 4 (моделированию «хвоста» распределения).

3. Моделируют очередное число x_{i+1} . Если $x_{i+1} < \exp[-(x')^2/2]$, то $|\eta| = x'$, в противном случае моделируется очередное случайное число x_{i+2} . Этап 3 повторяется с $x' = x_{i+2}$ и т. д.

4. Вычисляют $x'' = (x_i - 0,6827 \dots) / (1 - 0,6827 \dots)$. Моделируют очередное число x_{i+1} . Если $x = (1 - 2 \ln x'')^{-1/2}$, то $|\eta| = F^{-1}(x)$, в противном случае моделируют очередное число x_{i+2} , затем этап 4 повторяется с $x'' = x_{i+2}$ и т. д.

Метод 5 основан на методе композиции с условными плотностями $\varphi_j(y)$, $j = -5, -4, \dots, +2$, образованными сдвигом и растяжением стандартной плотности:

$$\varphi(y) = \begin{cases} 0,5y^2, & 0 \leq y \leq 1; \\ 0,5y^2 - 1,5(y-1)^2, & 1 \leq y \leq 2; \\ 0,5y^2 - 1,5(y-1)^2 + 1,5(y-2)^2; & 2 < y \leq 3, \\ 2 < y \leq 3, & y < 0, y > 3. \end{cases} \quad (108)$$

Случайная величина y с плотностью $\varphi(y)$ получается как сумма (композиция) трех независимых величин x_i .

Условные плотности $\varphi_3(y)$ и $\varphi_4(y)$ являются остаточными плотностями (в пределах $|y| < 3,5$).

Для данного метода этапы реализации алгоритма получения нормальной случайной величины таковы.

1. Моделируют дискретную случайную величину со следующим распределением вероятностей:

$j \dots P_j = P(v=j)$	$j \dots P_j = P(v=j)$
-5 ... 0,0092	0 ... 0,1576
-4 ... 0,517	+1 ... 0,0517
-3 ... 0,1576	+2 ... 0,0092
-2 ... 0,2767	+3 ... $0,913 \cdot 10^{-2}$
-1 ... 0,2767	+4 ... $0,465 \cdot 10^{-3}$

2. При $-5 \leq v \leq 2$
 $\eta = 0,7(v + x_1 + x_2 + x_3). \quad (109)$

3. При $v = 3$ моделируют величину с плотностью

$$\varphi_3(y) = \frac{1}{0,913474 \cdot 10^{-2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} - \sum_{j=-5}^2 P_j \frac{10}{7} \varphi^* \left(\frac{10}{7} y - j \right), \quad (110)$$

$-3,5 \leq y \leq 3,5$,

где $\varphi^*(y)$ задан формулой (108).

4. При $v = -4$ моделируют «хвост» распределения, сводящийся в данном случае к моделированию пары чисел:

$$\varphi = 2x_1 - 1; \lambda = x_2. \quad (111)$$

Если $\lambda < 3,5$ $(12,15 - 2 \ln |\varphi|)^{-1/2}$,

то $\eta = (12,25 - 2 \ln |\varphi|)^{1/2} \text{sign}(\varphi)$.

Моделирование многомерных случайных величин. При моделировании многомерных случайных величин (случайных векторов) возможны два основных метода: первый базируется на использовании многомерных распределений (метод условных распределений и метод Неймана), второй — на корреляционной теории (метод линейного преобразования, метод канонических разложений и метод разложения в ряд Фурье).

1. Метод условных распределений основан на рекуррентном вычислении условных плотностей вероятностей для координат формируемого случайного вектора. Рассмотрим сначала двумерную функцию плотности распределения, когда случайный вектор имеет только две координаты x_1 и x_2 . В этом случае одномерная функция плотности распределения случайной величины x_1 имеет вид

$$F(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2) dx_2. \quad (112)$$

Реализации x_{1i} случайной величины x_1 с функцией плотности (112) получаются на основе описанных выше способов моделирования случайных величин с заданным законом распределения. Далее находят условное распределение x_2 :

$$\varphi(x_2/x_{1i}) = \varphi(x_{1i}/x_2)/\varphi(x_{1i});$$

таким образом формируется выборка x_{2i} случайной величины x с функцией плотности $\varphi(x_2/x_{1i})$. Полученная последовательность пар чисел $x_{1i}, x_{2i} = 1, 2$, будет иметь совместную функцию плотности $\varphi(x_1, x_2)$.

Аналогичным образом моделируют и многомерные функции плотности $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Так, например,

если задана трехмерная функция плотности $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, то выборка троек точек осуществляется в соответствии с функциями плотностей, входящими в следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} F(x_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2, x_3) dx_2 dx_3; \\ F(x_2/x_{1i}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_{1i}, x_2, x_3) \times \\ &\times dx_3 / \varphi(x_{1i}); \\ F(x_3/x_{1i}, x_{2i}) &= \\ &= \varphi(x_{1i}, x_{2i}, x_3) / \varphi(x_{1i}) \varphi(x_{2i}/x_{1i}). \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

Этот метод дает возможность моделировать многомерные случайные величины с произвольными функциями плотности, но использование его связано с вычислительными трудностями, при больших кратностях интегралов он просто неприемлем.

Более предпочтительным является метод Неймана, который обобщен для многомерных случайных величин. По аналогии с одномерными случайными величинами для формирования реализации вектора $\|y_i\|$, $i = 1, 2, \dots, N$ на ЭВМ вырабатывается $N + 1$ случайных чисел $x_1, x_2, \dots, x_{N+1}$, равномерно распределенных в интервалах $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_N, b_N), (0, \varphi_m)$ соответственно, где φ_m — максимальное значение функции $\varphi(y_1, \dots, y_N)$. В качестве реализаций случайного вектора $\|y_i\|$, $i = 1, 2, \dots, N$, распределенного по закону $\varphi(y_1, \dots, y_N)$, берутся такие реализации этого вектора, которые удовлетворяют условию $x_{N+1} \leq \varphi(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Реализации случайных чисел $x_1, x_2, \dots, x_N$, не удовлетворяющие этому условию, отбрасываются.

2. Метод линейного преобразования в рамках корреляционной теории заключается в том, что после моделирования N независимых случайных величин $x_1, x_2, \dots, x_N$ последние подвергаются соответствующему линейному преобразованию, в результате которого полученные преобразованные величины $y_1, y_2, \dots, y_N$

имеют требуемую корреляционную матрицу K .

Известно, что произвольное линейное преобразование N -мерного вектора $\|x\|$ сводится к умножению его на некоторую матрицу N -го порядка $\|y\| = \|A\| \cdot \|x\|$, где $\|A\|$ — некоторая матрица преобразования. Выбираем матрицу преобразования $\|A\|$ треугольной, тогда

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1; \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2; \end{aligned} \quad (114)$$

$$y_N = a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N.$$

Из условий

$$M\{y_1^2\} = a_{11}^2 = K_{11};$$

$$M\{y_1, y_2\} = a_{11}a_{21} = K_{12};$$

$$M\{y_2^2\} = a_{21}^2 + a_{22}^2 = K_{22}$$

получим

$$\begin{aligned} a_{11} \sqrt{K_{11}}; a_{12} &= K_{12}/\sqrt{K_{11}}; a_{22} = \\ &= \sqrt{K_{22} - K_{12}^2/K_{11}} \end{aligned} \quad (115)$$

Здесь M — символ математического ожидания; K — корреляционный момент.

Аналогичным образом получим

$$\begin{aligned} a_{31} &= K_{13}/\sqrt{K_{11}}; a_{32} = (K_{23} - \\ &- K_{12}K_{13}/K_{11}) / \sqrt{K_{22} - K_{12}^2/K_{11}}; \\ a_{33} &= \\ &= \sqrt{K_{33} - \frac{K_{13}}{K_{11}} \frac{K_{23} - K_{12}K_{13}/K_{11}}{K_{22} - K_{12}^2/K_{11}}}. \end{aligned} \quad (116)$$

Таким же образом определяют элементы всей матрицы $\|A\|$. Процедура получения реализаций случайного вектора с заданной корреляционной матрицей сводится к умножению реализаций вектора с независимыми случайными координатами на матрицу $\|A\|$. При больших N изложенный метод становится громоздким. В этом случае рекомендуется использовать метод канонического разложения. Сущность

моделирования случайного вектора, заданного каноническим разложением в виде

$$x(l) = \sum_{i=1}^{\infty} V_i \varphi_i(l) \quad (117)$$

[V_i — некоррелированные случайные коэффициенты с параметрами $(0, \sigma_i)$; $\varphi_i(l)$ — система некоторых детерминированных координатных функций; l — обобщенная координата процесса (времени, длины и т. д.)], достаточно проста. Процесс формирования дискретных реализаций $x_i(l)$ осуществляется непосредственно по формуле (117). В качестве коэффициентов используют выборочные некоррелированные случайные величины с параметрами $(0, \sigma_i)$.

Бесконечный ряд (117) приближенно заменяется усеченным конечным рядом.

Для стационарных случайных процессов обычно используют разложение, в котором собственными функциями являются синусы и косинусы (разложение случайных процессов в ряд Фурье). Каноническое разложение такого случайного процесса имеет вид

$$x(l) = \sum_{i=0}^{\infty} (V_i \cos \omega_i l + U_i \sin \omega_i l), \quad (118)$$

где V_i, U_i — случайные амплитуды гармоник; $\omega_i = i\omega_1$ — частоты гармоник, кратные основной частоте ω_1 .

4. МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛАНОВ ОСВОЕНИЯ И ВЫПУСКА ИЗДЕЛИЙ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

Описание типовых ситуаций. При формировании плановых производственных заданий на освоение и выпуск новой продукции возникают практические ситуации, когда изделия приоритетной номенклатуры не в достаточной степени обеспечены необходимыми материалами и полуфабрикатами. Кроме того, не вполне отработана конструкторско-технологическая документация и подготовлены средства технологического оснащения данного вида продукции, а также не

обучен в необходимой мере производственный персонал. Для таких условий характерны неритмичность производства, простой производственного персонала и оборудования, что в конечном итоге может крайне неблагоприятно отражаться на качестве выпускаемой продукции и эффективности производства. В таких ситуациях трудно надеяться на скорое освоение и выпуск новой продукции хорошего качества на данном предприятии (производстве, цехе, участке).

В то же время имеется возможность на данном предприятии осуществлять освоение и выпуск неприоритетной номенклатуры изделий, для которой имеются вполне приемлемые условия ее выпуска с хорошим качеством. При этом под приоритетной продукцией данной номенклатуры подразумеваются такие изделия, которые в соответствии с календарными планами и директивными документами вышестоящих организаций должны быть запущены в конкретные сроки. А под неприоритетной номенклатурой изделий подразумеваются такие изделия, которые запланированы к освоению и запуску их в производство в несколько более отдаленные сроки по сравнению с приоритетными изделиями. В таких случаях с целью выпуска продукции хорошего качества, по-видимому, необходимо найти некоторое компромиссное решение вопроса, а именно: во-первых, следует организовать выпуск определенной части неприоритетной номенклатуры изделий, поскольку ее тоже необходимо осваивать; во-вторых, следует приступить к освоению и выпуску определенной части изделий приоритетной номенклатуры, а остальную часть передать временно другому предприятию, у которого имеются условия для выпуска этой продукции хорошего качества. Какие конкретно изделия следует осваивать к выпуску на данном предприятии, можно решить на основе проведения некоторого формального анализа, что приведет к некоторому удорожанию выпуска продукции на данном предприятии, но в целом повышает эффективность производства и качество выпускаемой продукции.

Формализация процесса формирования плановых заданий. Вышеописанную производственную ситуацию формально можно описать следующим образом. На момент времени t_k формирования k -го планового задания в s -м цехе на q -м участке имеется следующая номенклатура изделий.

1. Множество R_{sq}^0 изделий приоритетной номенклатуры, обеспеченной необходимыми ресурсами на момент времени t_k ; при этом производственные мощности не перегружены. Для этого случая

$$t_{N_{rsq}}^{\{R_{sq}^0\}} < t_{k+1}; \quad (119)$$

$$r = 1, 2, \dots, R_{sq}^0;$$

$$k = 1, 2, \dots, K;$$

$$\begin{aligned} \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} r_{sq} a_{rM} &= \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} r_{sq} \wedge \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} \times \\ &\times r_{sq} a_{r0} = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} r_{sq} \wedge \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} \times \\ &\times r_{sq} a_{rQ} = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} r_{sq}; \end{aligned} \quad (120)$$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} \tau_{rsq} N_r < MO_{sq}; \quad (121)$$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} \tau_{rsq} N_r < TR_{sq}, \quad (122)$$

где $t_{N_{rsq}}^{\{R_{sq}^0\}}$ — срок запуска в производство изделий r -го наименования в количестве N_r штук в s -м цехе на q -м участке;

$$a_{rM}, a_{r0}, a_{rQ} =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{— при обеспеченности запуска в производство } N_r \text{ изделий необходимыми материалами, комплектующими изделиями, полуфабрикатами } (a_{rM}), \text{ технологической оснасткой } (a_{r0}) \text{ — конструкторско-технологической документацией } (a_{rQ}); \\ 0 & \text{— в противном случае;} \end{cases}$$

$\tau_{rsq}, MO_{sq}, TR_{sq}$ — трудоемкость изготовления r -го изделия, мощность оборудования и трудовые ресурсы соответственно в s -м цехе на q -м участке в интервале времени $[t_k, t_{k+1}]$; $\wedge$ — логический символ «И».

2. Множество $\{R_{sq}^{01}\}$ изделий приоритетной номенклатуры, не обеспеченной необходимыми ресурсами на момент времени t_k , но которые будут обеспечены этими ресурсами в момент времени $t_k + \Delta T$. Для этого случая

$$t_{N_{rsq}}^{\{R_{sq}^{01}\}} < t_{k+1}; \quad (123)$$

$$r = 1, 2, \dots, R_{sq}^{01};$$

$$\begin{aligned} \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} a_{rM} &= 0 \vee \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} a_{r0} = 0 \vee \\ &\vee \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} a_{rQ} = 0. \end{aligned} \quad (124)$$

В момент времени t_k

$$\begin{aligned} \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} a_{rM} &= \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} \wedge \\ &\wedge \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} a_{rQ} = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq} \wedge \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} \times \\ &\times r_{sq} a_{rH} = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} r_{sq}; \end{aligned} \quad (125)$$

в момент времени $t_k + \Delta T$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} T_{rsq} N_r + \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} T_{rsq} N_r \leq MO_{sq}; \quad (126)$$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} T_{rsq} N_r + \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{01}} T_{rsq} N_r \leq K R_{sq}; \quad (127)$$

$$\{R_{sq}^{01}\} \cap \{R_{sq}^0\} = \emptyset, \quad (128)$$

где ΔT — время ожидания поставки необходимых ресурсов для запуска

в производство изделий из множества $\{R_{sq}^{01}\}$; $\cap$ — символ пересечения множеств; $\emptyset$ — обозначение пустого множества.

3. Множество $\{R_{sq}^{02}\}$ изделий неприоритетной номенклатуры, обеспеченной ресурсами. Для этого случая

$$t_{N_{rsq}}^{\{R_{sq}^{02}\}} > t_{k+1}; \quad (129)$$

$$\begin{aligned} r = 1, 2, \quad R_{sq}^{02}, \\ \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} T_{rsq} a_{rm} = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} r_{sq} \wedge T_{rsq} a_{rd} = \\ = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} r_{sq} \wedge \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} T_{rsq} a_{rk} = \\ = \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} r_{sq}; \end{aligned} \quad (130)$$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} T_{rsq} N_r + \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} T_{rsq} N_r \leq MO_{sq}; \quad (131)$$

$$\sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^0} T_{rsq} N_r + \sum_{r_{sq}=1}^{R_{sq}^{02}} T_{rsq} N_r \leq KR_{sq}; \quad (132)$$

$$\{R_{sq}^{02}\} \cap \{R_{sq}^0\} = \emptyset. \quad (133)$$

В рассматриваемой производственной ситуации задачу формирования планового задания на освоение и выпуск изделий сформулируем следующим образом: по s -му цеху (производству) на q -м участке к моменту времени t_k включить в плановое задание на выпуск множества изделий $\{R_{sq}^{01}\}$ или $\{R_{sq}^{02}\}$, которые удовлетворяют следующим условиям эффективности производства:

отклонения фактических сроков запуска N_r изделий r -й номенклатуры в s -м цехе на q -м участке $t_{N_{rsq}}^{\Phi}$ от

плановых $t_{N_{rsq}}^{\text{пл}}$ должны быть минимальными, т. е.

$$\Delta t_{N_{rsq}} = N_{rsq}^{\Phi} - N_{rsq}^{\text{пл}} \rightarrow \min; \quad (134)$$

отклонения фактического запущенного в производство количества изделий N_{rsq}^{Φ} в s -м цехе на q -м участке от планового $N_{rsq}^{\text{пл}}$ должны быть минимальными, т. е.

$$\Delta N_{rsq} = N_{rsq}^{\Phi} - N_{rsq}^{\text{пл}} \rightarrow \min; \quad (135)$$

отклонения фактической номенклатуры изделий r_{sq}^{Φ} , запущенной в производство, от запланированной номенклатуры производства $r_{sq}^{\text{пл}}$ должны быть минимальными, т. е.

$$\Delta r_{sq} = r_{sq}^{\Phi} - r_{sq}^{\text{пл}} \rightarrow \min; \quad (136)$$

отклонения фактического объема работ $B_{sq}^{\Phi}(t_k + 1)$, необходимого для запуска изделий r_{sq} , в s -м цехе (производстве) на q -м участке на момент времени $t_k + 1$ от запланированного объема работ $B_{sq}^{\text{пл}}(t_k + 1)$ должны быть минимальными, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta B_{sq}(t_k + 1) = B_{sq}^{\Phi}(t_k + 1) - \\ - B_{sq}^{\text{пл}}(t_k + 1) \rightarrow \min; \end{aligned} \quad (137)$$

интервал времени между регулирующими воздействиями на производственный процесс в s -м цехе (производстве) на q -м участке должен быть максимальным, т. е.

$$\Delta t_k = t_{k+1} - t_k \rightarrow \max, \quad (138)$$

загрузка оборудования в s -м цехе (производстве) при выполнении работ на q -м участке в интервале времени Δt_k должна быть максимальной, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta MO_{sq} = MO_{sq} - \sum_{r_{sq} \in \{R_T\}} \times \\ \times \tau_{rsq} N_{rsq} \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (139)$$

где $\{R_T\}$ — множество изделий, попавших в интервал времени Δt_k ;

загрузка трудовых ресурсов в s -м цехе (производстве) на q -м участке

в интервале времени Δt_k должна быть максимальной, т. е.

$$\Delta T R_{sq} = T R_{sq} - \sum_{r_{sq} \in \{R_T\}} \tau_{rsq} N_{rsq} \rightarrow \rightarrow \min \quad (140)$$

при ограничениях (123)—(128) для множества изделий $\{R_{sq}^{01}\}$ и при ограничениях (129)—(133) для множества изделий $\{R_{sq}^{02}\}$.

Решение данной задачи относится к классу многоэкстремальных с множеством стратегий, т. е. с выбором определенного множества изделий $\{R_{sq}^{01}\}$ или $\{R_{sq}^{02}\}$, которое обеспечило бы экстремум по всем критериям эффективности вида (133)—(140).

В рассматриваемой производственной ситуации формирование процесса планирования происходит в условиях значительной неопределенности, хотя в принципе известно состояние каждой стратегии в отношении множеств изделий $\{R_{sq}^{01}\}$ и $\{R_{sq}^{02}\}$ и применительно к критериям (133)—(140). Однако в целом затруднительно отдать предпочтение той или иной стратегии. Описанная неопределенная ситуация не имеет конфликтной окраски, т. е. никто никому явно или неявно не противодействует, а полностью зависит от неизвестной объективной действительности, которую в теории игр и статистических решений принято называть природой, или внешней средой. В рассматриваемой неопределенной ситуации практически отсутствуют реальные возможности осуществить производственные эксперименты для опти-

мизации процессов формирования плановых производственных заданий. Поэтому в данной ситуации для принятия конкретных решений следует исходить из обеспеченности некоторого гарантированного результата.

В теории игр и статистических решений предлагается ряд критериев оптимального выбора решений, которые можно использовать для выбора рациональной номенклатуры изделий. Опыт показывает, что при практическом применении критериев оптимальности рекомендации, получаемые на их основе, могут не совпадать. Это обстоятельство еще более усугубляет процесс принятия решений в условиях неопределенности. Однако необходимость обоснования принимаемых решений в условиях неопределенности в поставленной задаче остается.

Наиболее известными критериями оптимальности применительно к рассматриваемой задаче являются: минимальный критерий Вальда, критерий минимального риска Сэвиджа и критерий пессимизма-оптимизма Гурвица.

В рассматриваемой производственной ситуации математическая модель принятия решений по критериям Вальда, Сэвиджа и Гурвица определяется стратегиями формирования плановых производственных заданий, а именно: критериями эффективности системы планирования $\Delta t_{N_{rsq}}$, Δt_{srq} , Δr_{sq} , $\Delta B_{sq}(t_{k+1})$, Δt_k , $\Delta M O_{sq}$, $\Delta T R_{sq}$, входящими в соотношения (134)—(140), а также матрицей выигрышей $A = \|a_{ij}\|$, представляемой в виде табл. 12

12. Матрица выигрышей

K_j	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7
$\{R_{sq}^{01}\}$	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}
$\{R_{sq}^{02}\}$	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}

Принятые обозначения: $K_1, K_2, \dots, K_7$ — номерные значения критериев эффективности системы планирования, приведенные к сопоставимым безразмерным величинам; a_{ij} — значения возможного выигрыша по каждой стратегии и по каждому критерию ($i = 1, 2; j = \overline{1, 7}$).

Применительно к рассматриваемой задаче нормированные значения критериев эффективности (134)—(140) могут быть найдены по следующим соотношениям:

$$K_1 = \sum_{r=1}^{R_{sq}^{\Delta t}} \frac{\tau_{rsq} N_r}{\sum_{r=1}^{R_{sq}^{\Delta t}} \tau_{rsq} N_r} \frac{\Delta t N_{rsq}}{n}, \quad (141)$$

где

$$\sum_{r=1}^{R_{sq}^{\Delta t}} \tau_{rsq} N_r \left(\sum_{r=1}^{R_{sq}^{\Delta t}} \tau_{rsq} N_r \right)^{-1} = 1;$$

$R_{sq}^{\Delta t}$ — число наименований изделий, по которым имеют место отклонения в сроках запуска в s -м цехе (производстве) на q -м участке; n — количество рабочих дней;

$$K_2 = \frac{\Delta N_{rsq}}{\sum_{r=1}^{R_{sq}} N_{rsq}}, \quad (142)$$

где R_{sq} — количество наименований изделий, изготавливаемых в s -м цехе на q -м участке;

$$K_3 = R_{sq}^{\Delta t} / R_{sq}; \quad (143)$$

$$K_4 = \frac{B_{sq}^{\Phi}(t_{k+1}) - B_{sq}^{\text{пл}}(t_{k+1})}{B_{sq}(t_n)}, \quad (144)$$

где $B_{sq}^{\text{пл}}(t_n)$ — плановый объем работ;

$$K_5 = K_T / n, \quad (145)$$

где K_T — количество дополнительных регулирующих воздействий на производство в интервале времени $[t_k, t_{k+1}]$;

$$K_6 = \Delta MO_{sq} / MO_{sq}, \quad (146)$$

где MO_{sq} — мощность оборудования в s -м цехе на q -м участке, использованного на n рабочих дней; n — количество рабочих дней в рассматриваемом периоде (месяце, квартале и т. д.);

$$K_7 = \Delta RT_{sq} / RT_{sq}, \quad (147)$$

где TR_{sq} — трудовые ресурсы в s -м цехе на q -м участке, используемые за n рабочих дней.

Значения возможных выигрышей a_{ij} по каждой стратегии можно определить по следующим формулам:

$$a_{1j} = 1 - K_j^{\{R_{sq}^{01}\}}, \quad j = \overline{1, 7}, \quad (148)$$

где $K_j^{\{R_{sq}^{01}\}}$ — значение критериев эффективности системы планирования (в данном случае возможных потерь) при использовании стратегии выбора множества изделий $\{R_{sq}^{01}\}$, определяемых по (134)—(140):

$$a_{2j} = 1 - K_j^{\{R_{sq}^{02}\}}, \quad j = \overline{1, 7}, \quad (149)$$

где обозначения те же, что и в (148), но применительно к множеству $\{R_{sq}^{02}\}$.

В соответствии с критерием оптимальности Вальда в качестве оптимальной выбирается такая стратегия, при которой минимальный выигрыш будет максимальным, т. е. стратегия, гарантирующая выигрыш не меньшей, чем максимин:

$$W = \max_{i=1, 2} \min_{j=\overline{1, 7}} a_{ij}. \quad (150)$$

Данный критерий рекомендует формально выбирать такую стратегию, для которой в худших условиях выигрыш максимален. Пользуясь этим критерием, рассматриваемой производственной ситуации как бы ставится взамен незаинтересованная внешняя среда (активный и злонамеренный противник, делающий все, чтобы помешать достичь желаемого результата). При этом ориентируются на худшие условия, зная наверняка, что «хуже этого не будет».

В соответствии с критерием Сэвиджа в качестве оптимальной стратегии выбирается такая стратегия, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации. Она гарантирует минимум минимального риска:

$$s = \min_{i=1, 2} \max_{j=\overline{1, 7}} b_{ij}. \quad (151)$$

Значения возможных рисков b_{ij} в соотношении (151) определяются следующим образом. В каждом столб-

13. Матрица «сожалений»

K_j	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7
$\{R_{sq}^{01}\}$	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}
$\{R_{sq}^{02}\}$	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}

це матрицы $\|a_{ij}\|$ находится максимальный элемент $\beta_j = \max \|a_{ij}\|$. Далее строится матрица «сожалений» вида $B = \|\beta_{ij}\|$. Применительно к рассматриваемой задаче значения b_{ij} представляются в виде табл. 13. В этом случае значения коэффициентов:

$$b_{ij} = b_j - a_{ij}; \quad i = 1, 2, \quad j = \overline{1, 7}. \quad (152)$$

Сущность критерия Сэвиджа заключается в том, чтобы любыми путями избежать большого риска в принятии решения. Этот критерий, как и критерий Вальда, является критерием крайнего пессимизма. Однако пессимизм в этом случае проявляется в другом: худшим считается не мини-

мальный выигрыш, а максимальный риск.

Согласно критерию Гурвица в качестве оптимальной стратегии выбирается такая стратегия, которая занимает некоторое промежуточное положение между крайним пессимизмом и оптимизмом. Этот критерий имеет вид

$$H = \max_{i=1, 2} \left[\alpha \min_{j=\overline{1, 7}} a_{ij} + (1 - \alpha) \max_{j=\overline{1, 7}} a_{ij} \right], \quad (153)$$

где α — «коэффициент пессимизма», выбираемый между нулем и единицей. В рассматриваемой задаче коэффициент α определяется экспертным методом в зависимости от запаса устойчивости хода производственного процесса. В начале календарного периода (начало декады, месяца, квартала, года), когда запас устойчивости достаточно большой, целесообразно выбирать $\alpha < 0,5$. По мере уменьшения запаса устойчивости производства к концу календарного периода следует выбирать $\alpha > 0,5$.

Рассмотрение критериев оптимальности позволяет обосновывать конкретную стратегию при формировании плановых производственных заданий на освоение и выпуск продукции в условиях значительной неопределенности. Практическое применение трех критериев оптимальности к задачам данного типа, как правило, приводит к совпадению стратегий планирования по двум критериям, представляемым в матрице (табл. 14).

14. Матрица итоговых результатов

Критерий оптимальности	W	S	H
$\{R_{sq}^{01}\}$	+ V —	+ V —	+ V —
$\{R_{sq}^{02}\}$	+ V —	+ V —	+ V —

Принятые обозначения: «+» и «—» — соответственно выбор стратегии $\{R_{sq}^{0i}, i = 1, 2\}$ по соответствующему критерию, что обеспечивает формальное принятие конкретного планового решения в данной задаче.

Глава 6

Модели и методы в задачах исследования качества и надежности технологических процессов и средств производств

1. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И ОТРАБОТАННОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СЕРИЙНОМ ОСВОЕНИИ ВЫПУСКА СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Общая характеристика типичных ситуаций. Практика технологической отработки сложных изделий различных видов техники и их сборочных единиц указывает на следующие достаточно типичные ситуации. Для ряда изделий и сложных сборочных единиц процесс технологической отработки заканчивается достаточно быстро. Одна-две принципиальные технологические доработки приводят к желаемому результату, т. е. изделие можно считать практически освоенным и готовым к серийному выпуску.

Будем считать такой случай первой типичной ситуацией. Она характерна для случая, когда изделие сконструировано из типовых хорошо освоенных конструктивно-технологических решений, по которым имеется отработанная нормативно-техническая документация, подкрепленная достаточно обширными научными и экспериментальными исследованиями, выполненными высококвалифицированными инженерно-техническими и научными работниками на хорошо оснащенной экспериментальной базе. При второй характерной ситуации технологический процесс освоения серийного выпуска продукции несколько затягивается. Основными причинами такой ситуации являются игнорирование типовых хорошо отработанных конструктивно-технологических решений и действительно необходимое использование оригинальных решений от-

дельных сборочных единиц сложных изделий. По таким сборочным единицам нормативно-техническая документация, как правило, бывает не вполне отработанной, вследствие чего осуществляется освоение новых ситуаций.

Имеющийся при этом дефицит времени обычно ограничивает возможность проведения в полном объеме дополнительных теоретических и экспериментальных исследований в обоснование необходимого качества и отработанности оригинальных конструкторско-технологических решений составных частей изделий и сборочных единиц. Для этой ситуации характерны также недостаточные обеспеченность необходимыми квалифицированными кадрами и оснащенность лабораторно-испытательной базы, неукomплектованность или отсутствие необходимых контрольно-измерительных средств, средств неразрушающего контроля и т. д.

Последняя, крайняя, ситуация (условно назовем ее третьей ситуацией) характеризуется не во всех случаях оправданным игнорированием отработанных типовых конструкторско-технологических решений и стремлением, где нужно и не нужно применять оригинальные решения. Однако из-за постоянно возрастающей сложности изделий новой техники с одновременным ужесточением технико-экономических требований, предъявляемых к ним, постоянного возрастания сложности технологических приемов изготовления составных частей изделий, резкого увеличения объема научно-технической информации, подлежащей переработке, качество новых оригинальных конструкторско-технологических решений имеет тен-

денцию к ухудшению. Это проявляется в недостаточной отработанности нормативно-технической документации, неполном объеме выполненных научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. Все это вместе взятое приводит к серьезному затягиванию этапа серийного освоения выпуска изделий и неоправданно высокому числу ступеней технологических доработок до требуемого уровня качества и надежности.

Применительно к этим трем ситуациям ниже излагаются соответствующие модели оценки надежности и отработанности изделий на стадии серийного освоения их выпуска. Первая модель базируется на теории марковских процессов типа «гибели и размножения» и является обобщением известного случая для стационарной модели. Вторая модель основана на общеизвестной теореме теории вероятностей (теореме гипотез). В этой модели рассматривается два важных практических случая исхода конструкторско-технологических испытаний: доработка технологического процесса и конструкции изделия изменила его надежность и не изменила. Наконец, третья модель базируется на теории логистических кривых (или «кривых роста» надежности). Эти три модели в своей совокупности в значительной степени охватывают встречающиеся на практике случаи, когда их можно использовать при количественной оценке надежности и отработанности сложных изделий и их сборочных единиц. Количественной мерой отработанности технологического процесса до требуемой кондиции можно принять достигнутый уровень показателя надежности изделия.

Модель для двухступенчатого этапа освоения выпуска изделий. Пусть в моменты времени $t_1, t_2, \dots$, отсчитываемые от начала серийного освоения выпуска сложного изделия или его составной части при проведении заводских контрольных испытаний, зарегистрированы m случаев серьезных недопустимых явлений (явных отказовых ситуаций, явных конструкторско-технологических недоработок, опасных дефектов и т. д.), последствия которых могут проявиться в последующем.

После каждого такого случая проводится тщательный анализ, направленный на ликвидацию нежелательных явлений. При этом интенсивность устранения причин возникновения этих явлений

$$\mu_1 = m_1 / \sum_{i=1}^{m_1} t_i, \quad (1)$$

где m_1 — число случаев возникновения нежелательных явлений; t_1 — время устранения конкретных причин возникновения отказовых ситуаций, опасных дефектов и т. д.

При последующих испытаниях могут возникнуть еще m_2 нежелательных явлений, на устранение которых затра-

чивается время $t = \sum_{i=1}^{m_2} t_i$. Тогда интенсивность вторичного устранения причин возникновения нежелательного явления

$$\mu_2 = m_2 / \sum_{i=1}^{m_2} t_i. \quad (2)$$

После первого устранения причин возникновения нежелательного явления интенсивность его возникновения

$$\lambda_1 = \Delta m_1 / \Delta t (n - m), \quad (3)$$

где n — общее число испытаний изделия.

В соответствии с первой типичной ситуацией, описанной при постановке задачи, вторичное устранение причин возникновения нежелательных явлений может полностью исключить их проявление. Тогда в общем случае для построения математической модели для расчета показателя надежности изделия необходимо рассмотреть полную группу возможных событий (состояний). Эти события таковы:

0 — изделие полностью работоспособно после вторичного устранения причин возникновения нежелательных явлений;

1 — обнаружено нежелательное явление в процессе проведения заводских испытаний изделий и проводится первое устранение причин;

2 — изделие работоспособно после первого устранения причин проявления нежелательных явлений;

3 — при проведении испытаний обнаружено вторичное проявление данных нежелательных явлений и проводится вторичная конструкторско-технологическая доработка.

Матрица переходных состояний в данной модели имеет вид

$P =$

$$= \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 1 - \lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 - \mu_1 & \mu_1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 - \lambda_2 & \lambda_2 \\ 3 & \mu_2 & 0 & 0 & 1 - \mu_2 \end{array}.$$

Если предположить, что вероятность устранения причин появления отказов ситуаций изделий и возникновения опасных дефектов подчиняется экспоненциальному закону (что в теории восстановления является общепринятым допущением), то в рассматриваемой модели отказов может быть использована теория случайных марковских процессов типа «гибели и размножения». При этом система уравнений для рассматриваемого случая как неуставившегося процесса представляется в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0}{dt} &= -\lambda_1 p_0 + \mu_2 p_3; \quad \frac{dp_2}{dt} = \\ &= -\lambda_2 p_2 + \mu_1 p_1; \\ \frac{dp_1}{dt} &= \lambda_1 p_0 - \mu_1 p_1; \quad \frac{dp_3}{dt} = \\ &= \lambda_2 p_2 - \mu_2 p_3, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где p_0, p_1, p_2, p_3 — вероятности состояний 0, 1, 2, 3.

Рассмотрим два характерных вида начальных условий для данной модели:

1. Изделие переходит из исправного состояния в исправное или неисправное, т. е. при

$$t = 0 \quad p_2 = 1; \quad p_0 = p_1 = p_3 = 0. \quad (5)$$

2. Изделие переходит из неисправного состояния в исправное или неисправное, т. е. при

$$t = 0 \quad p_1 = 1; \quad p_2 = p_3 = p_0 = 0. \quad (6)$$

В более компактной операторной форме уравнения (4) для начальных

условий (5) и (6) запишутся так:

$$\begin{aligned} r^* \tilde{p}_0 - 1 + \lambda_1 \tilde{p}_0 - \mu_2 \tilde{p}_3 &= 0; \quad r^* \tilde{p}_0 + \\ + \lambda_1 \tilde{p}_0 - \mu_2 \tilde{p}_3 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_1 - \lambda_1 \tilde{p}_0 + \mu_1 \tilde{p}_1 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_1 - 1 - \lambda_1 \tilde{p}_0 + \mu_1 \tilde{p}_1 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_2 - \mu_1 \tilde{p}_1 + \lambda_2 \tilde{p}_2 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_2 - \mu_1 \tilde{p}_1 + \lambda_2 \tilde{p}_2 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_3 - \lambda_2 \tilde{p}_2 + \mu_2 \tilde{p}_3 &= 0; \\ r^* \tilde{p}_3 - \lambda_2 \tilde{p}_2 + \mu_2 \tilde{p}_3 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где r^* — комплексная переменная; $\tilde{p}_0, \tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3$ — изображения вероятностей p_0, p_1, p_2, p_3 ;

$$\tilde{p}_i = \int_0^\infty \exp(-r^* t) dt; \quad i = \overline{1, 4}$$

или

$$\begin{aligned} \tilde{p}_0 (r^* + \lambda_1) - \mu_2 \tilde{p}_3 &= 1; \quad \tilde{p}_0 (r^* + \lambda_1) - \\ - \mu_2 \tilde{p}_3 &= 0; \\ -\tilde{p}_0 \lambda_1 + \tilde{p}_1 (r^* + \mu_1) &= 0; \\ \tilde{p}_1 (r^* + \mu_1) - \lambda_1 \tilde{p}_0 &= 1; \\ -\mu_1 \tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 (r^* + \lambda_2) &= 0; \\ \tilde{p}_2 (r^* + \lambda_2) - \mu_1 \tilde{p}_1 &= 0; \\ -\lambda_2 \tilde{p}_2 + \tilde{p}_3 (r^* + \mu_2) &= 0; \\ \tilde{p}_3 (r^* + \mu_2) - \lambda_1 \tilde{p}_2 &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

откуда с учетом начальных условий (5) и (6) получим

$$\begin{aligned} \tilde{p}_0 &= \frac{D_0}{D}; \quad \tilde{p}_1 = \frac{D_1}{D}; \quad \tilde{p}_2 = \frac{D_2}{D}; \\ \tilde{p}_3 &= \frac{D_3}{D}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\tilde{p}_0 = \frac{D_{01}}{D}; \quad \tilde{p}_1 = \frac{D_{11}}{D}; \quad \tilde{p}_2 = \frac{D_{12}}{D};$$

$$\tilde{p}_3 = \frac{D_{13}}{D}.$$

Здесь

$$D = \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 0 & -\mu_2 \\ -\lambda_1 & r^* + \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 D_0 &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -\mu_2 \\ 0 & r^* + \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_{01} &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -\mu_2 \\ 1 & r^* + \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_1 &= \begin{vmatrix} r^* + \mu_1 & 1 & 0 & -\mu_2 \\ -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_1 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_{11} &= \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 0 & -\mu_2 \\ -\lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_2 &= \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 1 & -\mu_2 \\ -\lambda_1 & r^* + \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_{21} &= \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 0 & -\mu_2 \\ -\lambda_1 & r^* + \mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^* + \mu_2 \end{vmatrix}; \\
 D_3 &= \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_1 & r^* + \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_1 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & 0 \end{vmatrix}; \\
 D_{31} &= \begin{vmatrix} r^* + \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda_1 & r^* + \mu_1 & 0 & 1 \\ 0 & -\mu_1 & r^* + \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & 0 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

После вычисления определителей и подстановки полученных выражений (7), а также после перехода от изображений к оригиналам получим:

для граничных условий вида (5)

$$\begin{aligned}
 P &= c_2 e^{\alpha_2 t} \left(\frac{\alpha_2^3 a_1 + a_2^3 + a_3}{\lambda_1 \lambda_2 \mu_1} + \right. \\
 &+ \left. \frac{\alpha_2 + \mu_2}{\lambda_1} \right) + c_3 e^{\alpha_3 t} \times \\
 &\times \left(\frac{\alpha_3^3 a_1 + \alpha_3^2 a_2 + a_3}{\lambda_1 \lambda_2 \mu_1} + \frac{\alpha_3 + \mu_2}{\lambda_2} \right) + \\
 &+ c_4 e^{\alpha_4 t} \left(\frac{\alpha_4^3 a_1 + \alpha_4^2 a_2 + a_3}{\lambda_1 \lambda_2 \mu_1} + \right. \\
 &+ \left. \frac{\alpha_4 + \mu_2}{\lambda_2} \right) + c_1 \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1} + \frac{\mu_2}{\lambda_2} \right); \\
 c_1 &= \frac{\alpha_2}{b_0} [(\mu_2 + \lambda_2 + 1) b_1 + (\mu_2^2 + \\
 &+ \lambda_2^2 + \mu_1 \lambda_2 + \lambda_2 \mu_2 - \lambda_1 \lambda_2) b_2]; \\
 c_2 &= \frac{\alpha_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_2^3 \alpha_4 - \alpha_4^3 \alpha_3 + (\mu_1 + \\
 &+ \mu_2 + \lambda_2) (\alpha_3^2 \alpha_4 - \alpha_4^2 \alpha_3)]; \\
 c_3 &= \frac{\lambda_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_2^3 \alpha_4 - \alpha_4^3 \alpha_2 + (\mu_1 + \\
 &+ \mu_2 + \lambda_2) (\alpha_2^2 \alpha_4 - \alpha_2 \alpha_4^2)]; \\
 c_4 &= \frac{\lambda_2}{b_0} [\alpha_2^3 \alpha_3^2 - \alpha_2^2 \alpha_3^2 + (\mu_2 + \lambda_2) \times \\
 &\times (\alpha_2^3 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_3^3) + (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_2) \times \\
 &\times (\lambda_2 + \mu_2) (\alpha_2 \alpha_4^3 - \alpha_2^3 \alpha_4) + (\lambda_1 \lambda_2 + \\
 &+ \mu_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_2) (\alpha_2 \alpha_3^2 - \alpha_2^2 \alpha_3)]; \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$b_1 = \alpha_3^2 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_4^3 + \alpha_2^2 \alpha_4^3 - \alpha_2^3 \alpha_4^2 + \\
 + \alpha_2^3 \alpha_3^2 - \alpha_3^3 \alpha_2^2;$$

$$b_2 = \alpha_3^2 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_4^2 + \alpha_2 \alpha_4^2 - \alpha_2^2 \alpha_4 + \\
 + \alpha_2^2 \alpha_3 - \alpha_3^2 \alpha_2;$$

$$b_0 = \alpha_2^3 \alpha_3 \alpha_4 (\alpha_4 - \alpha_3) + \alpha_3^3 \alpha_2 \alpha_4 \times \\
 \times (\alpha_2 - \alpha_4) + \alpha_4^3 \alpha_3 \alpha_2 (\alpha_3 - \alpha_2);$$

$\alpha_1 = 0$, α_2 , α_3 , α_4 — корни следующего уравнения:

$$\alpha^4 = (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2) \alpha^3 + (\mu_1 \lambda_1 + \\
 + \mu_2 \lambda_2 + \mu_1 \lambda_2 + \mu_2 \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 + \mu_1 \mu_2) \alpha^2 +$$

$$+ (\lambda_1 \mu_1 \mu_2 + \lambda_1 \lambda_2 \mu_2 + \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 + \\ + \lambda_2 \mu_1 \mu_2) = 0;$$

для граничных условий вида (6) уравнение (9) справедливо при

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= -\frac{\lambda_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_2 \alpha_4^3 - \alpha_2^3 \alpha_4 + \alpha_3^3 \alpha_4 - \\ &- \alpha_3 \alpha_4^3 - \alpha_2^3 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_3^3 + (\mu_1 + \mu_2 + \\ &+ \lambda_2) (\alpha_4^2 - \alpha_2^2 \alpha_4 + \alpha_3^2 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_4^3 + \\ &+ \alpha_2^2 \alpha_3 - \alpha_3^2 \alpha_2)]; \\ c_2 &= \frac{\lambda_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_3^3 \alpha_4 - \alpha_4^3 \alpha_3 + (\mu_1 + \\ &+ \mu_2 + \lambda_2) (\alpha_3^2 \alpha_4 - \alpha_4^2 \alpha_3)]; \\ c_3 &= -\frac{\lambda_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_2^3 \alpha_4 - \alpha_4^3 \alpha_2 + ((\mu_1 + \\ &+ \mu_2 + \lambda_2) (\alpha_2^2 \alpha_4 - \alpha_2 \alpha_4^2)]; \\ c_4 &= \frac{\lambda_2 \mu_1}{b_0} [\alpha_2^3 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_3^3 + (\mu_1 + \\ &+ \mu_2 + \lambda_2) (\alpha_2^2 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_3^2)]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

За достаточно большой промежуток времени (при $t \rightarrow \infty$) различие в (10) и (11) для оценки вероятности наступления отказовой ситуации становится практически неощутимым. В этом случае

$$\hat{P} = \frac{1 + \lambda_1 / \lambda_2}{1 + \lambda_1 (1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\lambda_2)}. \quad (12)$$

Из соотношения (12) следует, что при полном исключении причин нежелательных явлений в ходе конструкторско-технологической доработки $\lambda_1 \rightarrow 0$. В этом случае оценка $\hat{P} \rightarrow 1$, т. е. изделие по данным видам отказов ситуаций и серьезных дефектов становится практически отказозащищенным. Поэтому можно считать, что технологический процесс полностью отработан, а изделие освоено для его серийного выпуска.

Модель для небольшого числа ступеней этапа освоения выпуска изделий. *Общая методика оценки надежности.* Пусть технологический процесс серийного освоения выпуска из-

делия осуществляется по многоступенчатой процедуре. Проводятся n_1 заводских испытаний изделий, при которых фиксируются m_1 отказовых ситуаций и опасных дефектов, которые в последующем могут привести к недопустимым явлениям. После этого осуществляется доработка технологического процесса, направленная на ликвидацию причин проявления отказовых ситуаций данного типа, и снова проводятся n_2 испытаний, где фиксируются m_2 отказовых ситуаций и опасных дефектов данного типа. Такой итеративный процесс ступенчатой обработки технологического процесса продолжается до тех пор, пока не будут ликвидированы причины возникновения аномальных проявлений по отказовым ситуациям и опасным дефектам данного типа. Таким образом осуществляется процесс доводки технологического процесса по всем типам отказовых ситуаций и опасным дефектам.

После каждой ступени отработки технологического процесса по результатам заводских испытаний изделий проводится оценка показателя надежности изделия по схеме «успех—отказ»:

$$\hat{P} = 1 - m/n; \quad (13)$$

$$P_{\gamma} = (1 - \chi_{\gamma}^2(2m)) / \left(2n - m + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \chi_{\gamma}^2(2m) \right), \quad (14)$$

где m и n — число отказовых ситуаций и общее число зачетных испытаний изделий неизменной конструкции; $\chi_{\gamma}^2(2m)$ — квантиль «хи-квадрат» распределения, определяемая по статистическим таблицам по величине $2m$ и уровню доверительной вероятности γ ; P_{γ} — нижний доверительный предел оценки (13), определяемый с уровнем доверительной вероятности γ .

После первой ступени отработки технологического процесса оценка показателя надежности и ее нижний доверительный предел вычисляются по формулам (13) и (14), в которые подставляются значения $m = m_1$ и $n = n_1$ по результатам данной серии заводских испытаний.

После второй ступени обработки технологического процесса возникает вопрос о возможности добавления информации m_1 и n_1 к информации m_2 и n_2 , а после третьей ступени обработки исследуется возможность добавления к информации m_3 и n_3 результатов предыдущих испытаний и т. д. Постоянное наращивание информации позволяет оценивать показатели надежности изделия со все более высокой точностью.

На основании формулы полной вероятности для полной группы событий в соответствии с гипотезами H_0 и H_1 можно записать, что

$$P(A) = P(H_0)P(A/H_0) + P(H_1)P(A/H_1), \quad (15)$$

где A — событие, состоящее в безотказном функционировании изделия после проведенной доработки технологического процесса; H_0 — гипотеза о том, что доработка технологического процесса не изменила надежность изделия, H_1 — альтернативная гипотеза о том, что доработка технологического процесса изменила надежность изделия.

Оценки $\hat{P}(A/H_0)$ и $\hat{P}(A/H_1)$ вероятностей $P(A/H_0)$ и $P(A/H_1)$ определяются по формуле (13). Очевидно, что при оценке $P(A/H_0)$ $m = m_1 + m_2$ и $n = n_1 + n_2$ после второй ступени обработки технологического процесса, а для $\hat{P}(A/H_1)$ $m = m_2$, $n = n_2$.

Оценка $\hat{P}_2(A)$ вероятности $P_2(A)$ на основании (15) после второй ступени обработки технологического процесса вычисляется по следующей формуле:

$$\hat{P}_2(A) = \hat{P}_0 \left(1 - \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} \right) + (1 - \hat{P}_0) \left(1 - \frac{m_1}{n_1} \right), \quad (16)$$

где $\hat{P}_0$ — оценка вероятности P_0 осуществления нулевой гипотезы H_0 . Очевидно, что $P(H_1) = 1 - P(H_0)$. По своему физическому смыслу вероятность P_0 выступает в качестве весового коэффициента.

Рассуждая аналогичным образом, для трехступенчатого этапа обра-

ботки технологического процесса получим расчетную формулу

$$\hat{P}_3(A) = \hat{P}_0 \left(1 - \frac{m_2 + m_3}{n_2 + n_3} \right) + (1 - \hat{P}_0) \left(1 - \frac{m_2}{n_2} \right). \quad (17)$$

Для k -ступенчатого этапа обработки технологического процесса получим

$$\hat{P}_k(A) = \hat{P}_0 \left(1 - \frac{m_{k-1} + m_k}{n_{k-1} + n_k} \right) + (1 - \hat{P}_0) \left(1 - \frac{m_{k-1}}{n_{k-1}} \right). \quad (18)$$

В общем случае, если при технологической обработке изделий имели место N видов отказовых ситуаций, расчетные формулы для показателя надежности имеют вид

$$\hat{P} = \prod_{j=1}^N \hat{P}_{kj}; \quad (19)$$

$$\underline{P}_\gamma = \hat{P} \left[1 - \sqrt{\sum_{j=1}^N (1 - \underline{P}_{\gamma j})^2} \right], \quad (20)$$

где $\underline{P}_{\gamma j}$ — нижний доверительный предел оценки $\hat{P}_j$ уровня γ , вычисляемый по формуле вида (14).

К методам оценки вероятности P_0 , имеющей смысл весового коэффициента в расчетных соотношениях (16)–(18), приводит классическая задача проверки принадлежности двух выборочных совокупностей к одной общей генеральной совокупности.

Пусть имеются две выборки $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$ и $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}$ из некоторой генеральной совокупности с функцией распределения $F(t, \theta)$, где θ — параметр распределения. При этом неизвестно, соответствуют ли выборки одному и тому же параметру θ или его различным значениям θ_1 и θ_2 , $\theta_1 \neq \theta_2$. Выборки принадлежат одной генеральной совокупности, если $\theta_1 = \theta_2$, и к различным, если $\theta_1 \neq \theta_2$. Проверка гипотезы $H_0: \theta_1 = \theta_2$ (или $\Delta = \theta_1 - \theta_2 = 0$) осуществляется на основе некоторого

статистического критерия при альтернативной гипотезе H :

$$H_1: \theta_1 > \theta_2 (\Delta > 0);$$

$$H_2: \theta_1 < \theta_2 (\Delta < 0);$$

$$H_3: \theta_1 \neq \theta_2 (\Delta \neq 0).$$

Применительно к задаче учета информации m_1 и n_1 при использовании информации m_2 и n_2 при оценке показателя надежности изделий в качестве параметра θ выступает один из показателей надежности. Может также выступать и некоторый количественный признак x или совокупность признаков x , определяющие этот показатель. Так, например, если под θ понимать вероятность вида (13), то можно получить задачу объединения информации по биномиальному закону.

Типичная процедура проверки нулевой гипотезы $H_0: \Delta = 0$ состоит в следующем. Сначала подбирается некоторая статистика T , зависящая от выборочных наблюдений и гипотезы H_0 , распределение которой (при условии, что гипотеза H_0 верна) известно. Обозначим его плотность через $\varphi(t, \Delta)$. Затем по заданному уровню значимости α строится критическая область K_α таким образом, чтобы для принятой альтернативной гипотезы H ошибка второго рода β была минимальной. Далее наблюдаемое в данной выборке значение $T = T_0$ сравнивается с границей c критической области K_α : если $T_0 \in K_\alpha$, то гипотеза H_0 отклоняется при уровне значимости α ; если же $T_0 \notin K_\alpha$, то гипотеза H_0 принимается. При этом граница наилучшей критической области c определяется по одному из следующих соотношений:

$$\alpha = \int_{-c_1}^{\infty} \varphi(t, \Delta) dt,$$

$$\text{если } H = H_1 (\Delta > 0); \quad (21)$$

$$\alpha = \int_{-\infty}^{c_2} \varphi(t, \Delta) dt,$$

$$\text{если } H = H_2 (\Delta < 0); \quad (22)$$

$$\alpha = \int_{c'_1}^{c'_2} \varphi(t, \Delta) dt,$$

$$\text{если } H = H_3 (\Delta \neq 0). \quad (23)$$

Из соотношений (21)–(23) нетрудно видеть, что c_1 и c_2 являются квантилями распределения $\varphi(t, \Delta)$ при уровнях значимости $1 - \alpha$ и α соответственно, т. е. $c_1 = \varphi(1 - \alpha)$ и $c_2 = \varphi(\alpha)$, а c'_1 и c'_2 — квантили того же распределения уровней значимости $1 - \alpha/2$ и $\alpha/2$.

Более удобной процедурой проверки гипотезы H_0 является следующая. Вместо того, чтобы иметь дело с фиксированным уровнем значимости α и только соглашаться с принятием или отклонением гипотезы H_0 , можно найти по соотношениям (21) и (22) такое значение α (в дальнейшем будем обозначать его через P_0), которое соответствует реализации T_0 статистики T , наблюдаемой в данном эксперименте (в данной выборке). Эту величину $\alpha = P_0$ называют R -значением. Фактически величина $\alpha = R = P_0$ является вероятностью того, что статистика T , по которой проводится проверка справедливости гипотезы H_0 , примет следующие значения (при условии, что справедлива гипотеза H_0):

большее, чем наблюдаемое значение T_0 , т. е. $T > T_0$ при $H = H_1$, тогда

$$P_{01} = \int_{T_0}^{\infty} \varphi(t, \Delta) dt, \quad (24)$$

меньшее, чем наблюдаемое значение T_0 , т. е. $T < T_0$ при $H = H_2$, тогда

$$P_{02} = \int_{-\infty}^{T_0} \varphi(t, \Delta) dt \quad (25)$$

или

$$P_{02} = 1 - P_{01}.$$

В случае двусторонней альтернативы ($H = H_3$) величина H_0 определяется (если принять равными «хво-

сты» распределения $\varphi(t, \Delta)$ над критической областью) из условия

$$\frac{P_0}{2} = \begin{cases} P_{01}, & \text{если } P_{01} < 1/2; \\ P_{02}, & \text{если } P_{02} < 1/2, \end{cases}$$

или

$$P_0 = 2 \min \{P_{01}, (1 - P_{01})\}. \quad (26)$$

Соотношения (24)—(26) являются следствием выражений (21)—(23) и позволяют определить вероятность осуществления гипотезы H_0 при произвольном законе распределения $\varphi(t, \Delta)$ статистики T . Если статистика T является дискретной случайной величиной, то интегралы вида (21), (22) переходят в соответствующие суммы.

Рассмотрим некоторые методы практического определения вероятности P_0 (как весового коэффициента в расчетных соотношениях вида (16)—(18)).

Пусть m_i и n_i — соответственно число отказов и число испытаний на i -й степени технологической отработки изделий в условиях ξ_i ($i = 1, 2$). Обозначим через d_i возможное число отказов из n_i изделий. Случайные величины d_i независимы и подчинены биномиальному закону распределения с параметром P_i , который имеет смысл вероятности безотказной работы изделия в режиме ξ_i . Требуется по результатам испытаний найти численное значение вероятности P_0 осуществления гипотезы $H_0: P_1 = P_2$ при альтернативных гипотезах H_1, H_2, H_3 , смысл которых будет объяснен ниже. Пространство исходов испытаний $X = \{x\}$ состоит из точек $x = (d_1, d_2)$, $d_i = 1, 2, \dots, n_i$. Пусть для определенности $\frac{m_1}{n_1} > \frac{m_2}{n_2}$. В противном случае второе испытание следует считать первым. Обозначим $m = m_1 + m_2$, $n = n_1 + n_2$. Можно показать, что условное распределение случайной величины d_1 (или d_2) при условии, что $d_1 + d_2 = d$, подчинено гипергеометрическому распределению, если верна гипотеза H_0 , т. е.

$$P(d_1 = r | d_1 + d_2 = m) = C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r} / C_n^m, \quad (27)$$

$$0 \leq r \leq \min(m, n),$$

где C_n^m — число возможных сочетаний из n по m .

В самом деле, вероятность появления события (m_1, m_2) при независимости d_i

$$\begin{aligned} P(d_1 = m_1, d_2 = m_2) &= \\ &= \prod_{i=1, 2} C_{n_i}^{m_i} (1 - P_i)^{n_i - m_i} P_i^{m_i}. \end{aligned} \quad (28)$$

Если верна гипотеза $H_0: P_1 = P_2 = P$, то (28) имеет вид

$$\begin{aligned} P(d_1 = m_1, d_2 = m_2) &= \\ &= C_{n_1}^{m_1} C_{n_2}^{m_2} (1 - P)^{n - m} P^m. \end{aligned}$$

Но если гипотеза H_0 верна, то

$$\begin{aligned} P(d_1 + d_2 = m) &= \\ &= \sum_{r=0}^m C_n^{m-r} (1 - P)^{n-m} P^m. \end{aligned}$$

В соответствии с определением условной вероятности

$$\begin{aligned} P(d_1 = r | d_1 + d_2 = m) &= \\ &= P(d_1 = r, d_2 = m - r) / P(d_1 + d_2 = m) = \\ &= C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r} / \sum_{r=0}^m C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r}. \end{aligned}$$

Учитывая, что $\sum_{r=0}^m C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r} = C_n^m$,

получаем (28).

Используя условное распределение (28) случайной величины d_1 , которое получено в предположении, что гипотеза H_0 верна, и соотношение (24), приходим к выводу, что при альтернативе $H_1: P_1 < P_2$ (или $q_1 > q_2$, $q_i = 1 - p_i$) вероятность $\left(\text{при } \frac{m_1}{n_1} \geq \frac{m_2}{n_2}\right)$

$$\begin{aligned} P_0 = P(d_1 \geq m_1 | d_1 + d_2 = m) &= \\ &= \left(\sum_{r=m_1}^m C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r} \right) / C_n^m; \end{aligned} \quad (29)$$

$$m = \min\{m_1, n_1\}.$$

При $\frac{m_1}{n_1} < \frac{m_2}{n_2}$ необходимо поменять местами индексы 1 и 2 (т. е. считать первую ступень этапа испытаний второй), тогда снова получим выражение (29).

При альтернативе $H_2: P_1 > P_2$ или $q_1 < q_2$ с учетом (15) вероятность

$$P_{02} = 1 - P_{01} =$$

$$= \left(\sum_{r=0}^{m_1-1} C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r} \right) / C_n^m; \quad (30)$$

$$d_1 - 1 \leq n_2.$$

Наконец, при альтернативе $H_3: P_1 \neq P_2$ [с учетом выражения (26)] вероятность

$$P_0 = 2 \min \{P_{01}, (1 - P_{01})\}. \quad (31)$$

Пусть $n_1 = 3$, $m_1 = 1$, $n_2 = 8$, $m_2 = 2$, т. е. $q_1 = 1/3$, $q_2 = 2/8$. Определим вероятность P_0 осуществления гипотезы $H_0: q_1 = q_2$ против каждой из альтернатив H_1 , H_2 , H_3 .

По соотношению (29) (с учетом того, что $m = 3 \leq \min(n_i)$) найдем

$$P_{01} = \left(\sum_{r=1}^3 C_3^r C_8^{3-r} \right) / C_{11}^3 = 0,66.$$

По формулам (30) и (31) определим $P_{02} = 1 - P_{01} = 0,34$; $P_0 = 2P_0 = 0,68$.

Формулы (29)–(31) являются точными при любых значениях m_i и n_i . Но при $m_i > 2$ и $n_i > 10$ по этим формулам вычисления становятся достаточно громоздкими. В этих случаях целесообразно использовать пуассоновское и гауссовское приближения.

Пуассоновское приближение справедливо при условии

$$m_i/n_i \ll 1; C_{n_i}^{m_i} \approx n_i^{m_i}/m_i!$$

При этом

$$P(d_1 = r | d_1 + d_2 = d) \approx C_d^r \left(\frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^r \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2} \right)^{m-r}$$

Используя связь между биномиальным распределением и F -распреде-

нием Фишера, можно записать

$$\sum_{r=x}^m C_m^r \theta^r (1-\theta)^{m-r} = P \left\{ F(2x), F(m-x+1) < \frac{m-x+1}{x} \frac{\theta}{1-\theta} \right\},$$

где $F(\cdot)$ — случайная величина, имеющая F -распределение Фишера с v_1 и v_2 степенями свободы.

Полагая $\theta = n_1/(n_1 + n_2)$, $x = m_1$, $m - m_1 = m_2$ (при $\frac{m_1}{n_1} \geq \frac{m_2}{n_2}$), получаем

$$P_{01} = P \left\{ F(2m_1, 2m_2 + 2) < \frac{m_2 + 1}{m_1} \frac{n_1}{n_2} \right\}. \quad (32)$$

При $m_1/n_1 \leq m_2/n_2$ индексы 1 и 2 в формуле (32) следует поменять местами. Нормальное (гауссовское) приближение биномиального закона можно использовать при $\min(n_i) \times \frac{m}{n} \geq 5$, тогда

$$P_{01} = F \times \left[\frac{\left(q_2 + \frac{1}{2n_2} \right) - \left(q_1 - \frac{1}{2n_1} \right)}{\sqrt{q(1-q)(1/n_1 + 1/n_2)}} \right];$$

$$q_i = \frac{m_i}{n_i}; \quad q = \frac{m}{n}. \quad (33)$$

Соотношение (33) справедливо для гипотезы $H_1: q_1 > q_2$. При $H_2: q_1 < q_2$ индексы 1 и 2 в (33) нужно поменять местами.

Пуассоновское и гауссовское приближения можно использовать и при небольших объемах выборок n_1 и n_2 . Расхождения получаются несущественные. Об этом могут свидетельствовать данные, приведенные в табл. 1.

Приведенная методика и соответствующие математические модели, имитирующие процедуры оценки на-

1. Сравнительные данные расчетов по точной формуле и по аппроксимациям

$\frac{m_1}{m_2}$	$\frac{n_1}{n_2}$	Данные расчетов		
		по точной формуле	при аппроксимации по Гауссу	при аппроксимации по Пуассону
1,0	$5/5$	0,5	0,5	0,5
	$5/10$	0,33	0,36	0,31
	$5/20$	0,20	0,22	0,19
1,1	$5/5$	0,78	0,78	0,75
	$5/10$	0,57	0,60	0,42
	$5/20$	0,37	0,52	0,34

дежности и отработанности технологических процессов при серийном освоении выпуска сложных изделий, эффективны до числа ступеней отработки порядка 10. При большем числе ступеней практическое использование этой методики может оказаться затруднительным. В этих случаях целесообразно использовать методику, базирующуюся на анализе «кривых роста» надежности.

Модель для большого числа ступеней этапа освоения выпуска изделий. Один из достаточно общих подходов при построении модели надежности для третьей типичной ситуации этапа технологической отработки изделий при освоении их серийного производства, базирующийся на теории логистических кривых (или «кривых роста» надежности), может быть реализован в последовательности, приведенной ниже.

По результатам проведенных заводских испытаний изделий проводится их классификация: успех (0), отказ — «1».

Строится кривая накопленного числа отказов из общего числа зачетных конструкторско-технологических испытаний, которая аппроксимирует-

ся аналитической зависимостью следующего вида:

$$m = m_k \frac{1 - e^{-\alpha n}}{1 - e^{-\alpha n_k}}, \quad (34)$$

где n — порядковый номер испытаний изделий; n_k — суммарное число зачетных испытаний; m — накопленное число отказов; m_k — конечное число накопленных отказов; α — коэффициент, характеризующий темп нарастания числа отказов (темп доводки техпроцесса).

Строится «кривая роста» показателя надежности отработанности техпроцесса, для чего дифференцируется соотношение (34):

$$P = 1 - m' = 1 - m_k \frac{e^{-\alpha n}}{1 - e^{-\alpha n_k}}, \quad (35)$$

где P — текущее значение показателя надежности изделия; m' — частота отказов ($m' = \frac{m}{n}$)

При $n = 0$ начальное значение показателя надежности изделия как количественной меры отработанности технологического процесса

$$P_0 = 1 - \alpha m_k \frac{1}{1 - e^{-\alpha n_k}}. \quad (36)$$

При $n = n_k$ конечное (выходное) значение показателя надежности изделия

$$P_k = 1 - \alpha m_k \frac{e^{-\alpha n_k}}{1 - e^{-\alpha n_k}}. \quad (37)$$

Из соотношений (34)—(36) может быть найдено потребное число испытаний, которое необходимо для того, чтобы довести значение показателя надежности изделия до требуемого техническими условиями уровня:

$$n_{\text{тр}} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1 - P_0}{1 - P_k},$$

где P_0 и P_k — соответственно начальное и конечное значения показателя надежности изделия.

Средняя квадратическая погрешность величины P_k , определяемой по формуле (37), может быть найдена следующим образом. Функция распределения показателя надежности изделия в процессе конструкторско-технологической доводки на этапе его серийного освоения имеет вид

$$F(n', \alpha) = \begin{cases} 0 & \text{при } n' \rightarrow 0; \\ 1 - e^{-\alpha n'} & \text{при } n' > 0; \\ 1 & \text{при } n' \rightarrow \infty, \end{cases}$$

где $n' = n_0 + n$ (n_0 — условное число зачетных испытаний, необходимых для достижения в процессе доводки технологического процесса начального значения показателя надежности с темпом доводки α ; n — общее число испытаний).

Значение n_0 находится из выражения (35) путем приравнивания его нулю:

$$n_0 = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1 - e^{-\alpha n_k}}{\alpha m_k}. \quad (38)$$

Плотность распределения имеет вид

$$\alpha(n', \alpha) = \begin{cases} \alpha & \text{при } n' = 0; \\ \alpha e^{-\alpha n'} & \text{при } n' > 0; \\ 0 & \text{при } n' \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Сделаем проверку, используя основное свойство плотности распределения. Действительно,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(n', \alpha) dn' &= \\ &= \int_0^{\infty} \alpha e^{-\alpha n'} dn' = e^{-\alpha n'} \Big|_0^{\infty} = 1. \end{aligned}$$

Функция правдоподобия имеет вид

$$\begin{aligned} L &= (n_1, n_2, \dots, n_k, \alpha) = \\ &= \alpha^{n_k} \exp \left(-\alpha \sum_{i=1}^{n_k} n'_i \right). \end{aligned}$$

Тогда уравнение правдоподобия можно записать так:

$$G \equiv \ln L = n_k \ln \alpha - \alpha \sum_{i=1}^{n_k} n'_i.$$

Искомую среднюю квадратическую погрешность величины P определим по формуле

$$\sigma_P = (\partial P / \partial \alpha)_\alpha \sigma_\alpha.$$

Так как $P = 1 - e^{-\alpha n'}$ при $n' > n_0$ равнозначно выражению

$$P = 1 - \alpha m_k [e^{-\alpha n} / (1 - e^{-\alpha n_k})],$$

то при определении производной $(\partial P / \partial \alpha)_\alpha$ используем первое выражение как более простое. Тогда

$$(\partial P / \partial \alpha)_\alpha = n' e^{-\alpha n'};$$

$$\sigma_\alpha = (\partial^2 G / \partial \alpha^2); (\partial G / \partial \alpha) =$$

$$= \frac{n_k}{\alpha} - \sum_{i=1}^{n_k} n'_i; \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha^2} = -n_k / \alpha^2,$$

откуда $\sigma_\alpha = \alpha \sqrt{n_k}$. Окончательно

$$\sigma_P = (\alpha n' e^{-\alpha n}) / \sqrt{n_k}.$$

2. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАБИЛЬНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ АНАЛИЗЕ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Основные факторы нестабильности технологических процессов. В ходе выполнения технологических процессов как при освоении выпуска продукции, так и при установившемся производстве возможны различные отклонения от заданных маршрутов и требований нормативно-технической документации. Причины таких отклонений достаточно многочисленны. Существуют две группы факторов, которые приводят к этим отклонениям. К первой группе факторов можно отнести:

отсутствие на рабочих местах чертежей, необходимых инструкций на выполнение технологических операций;

незакрепленность конкретных видов работ (операций, переходов) за определенными исполнителями;

неполное завершение предыдущих операций;

несоблюдение заданных по технологическим маршрутным картам последовательности выполнения работ (операций, переходов);

несвоевременное предъявление на контроль первой детали (операции);

нечеткое оформление сопроводительной документации, приводящей к неоднозначному толкованию маршрутных технологий;

использование технологической оснастки, испытательного оборудования, режущего и мерительного инструмента и т. д., не указанных в маршрутных картах;

применение материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий, не предусмотренных технологическими процессами, в том числе с просроченными сроками годности;

несоблюдение установленных нормативно-технической документацией приемов, методов и режимов обработки изделий и их испытаний;

использование неаттестованных средств контроля и средств технологического оснащения с просроченными сроками годности;

неудовлетворительное состояние средств технологического оснащения, ремонтной базы, испытательного оборудования и т. д.

Эти факторы носят случайный характер. Значительная часть отклонений, обусловленная этими факторами и причинами, их порождающими, в процессе освоения выпуска продукции обычно устраняется путем проведения соответствующих организационно-технических мероприятий. Однако некоторые отклонения не удается устранить достаточно долго.

Ко второй группе факторов, которые следует классифицировать как случайные, можно, например, отнести случайные разбросы:

характеристик (физических, геометрических, массовых и т. д.) материалов, полуфабрикатов, комплектующих изделий;

параметров технологических процессов (температур окружающих сред и рабочих тел, давлений рабочих тел и т. д.);

характеристик и параметров средств технологического оснащения, измерительных приборов, режущих и мери-

тельных инструментов, стендового испытательного оборудования и т. д.; случайные неблагоприятные сочетания допусков в размерных технологических цепочках при изготовлении продукции и т. д.

Вторая группа факторов, имеющих случайную природу, во многих практических ситуациях описывается определенными статистическими закономерностями и может быть учтена при исследовании стабильности технологических процессов в связи с оценкой качества выпускаемой продукции.

Общий подход к оценке стабильности технологических процессов. Общий подход к исследованию стабильности технологических процессов может базироваться на оценке точности изготавливаемой продукции, являющейся важнейшей характеристикой ее качества. При этом точность изготовления продукции оценивается как по «мгновенному» рассеиванию параметров и характеристик изделий, так и по интегральному их рассеиванию за некоторый промежуток времени или по некоторым подконтрольным фазовым координатам, характеризующим определенное признаковое пространство, по которому судят о стабильности технологических процессов и качестве изготавливаемой продукции.

Точность технологического процесса ухудшается прямо пропорционально времени его протекания. Это означает, что если в некоторый момент времени t_0 точность технологического процесса характеризовалась величиной δ_0 , то в следующий момент времени t_1 , отстающего от t_0 на величину Δt , точность будет характеризоваться величиной δ_1 , связанной с δ_0 линейной зависимостью вида

$$\delta_1 = \delta_0 + k \Delta t,$$

где k — тангенс угла наклона, являющийся случайной величиной.

При такой зависимости между случайными величинами δ_0 и δ_1 коэффициент корреляции

$$r_{\delta_0, \delta_1} = \frac{\sigma_{\delta_1}^2}{(\sigma_{\delta_1}^2 + \sigma_k^2 (\Delta t)^2)^{1/2}} \geq 0, \quad (39)$$

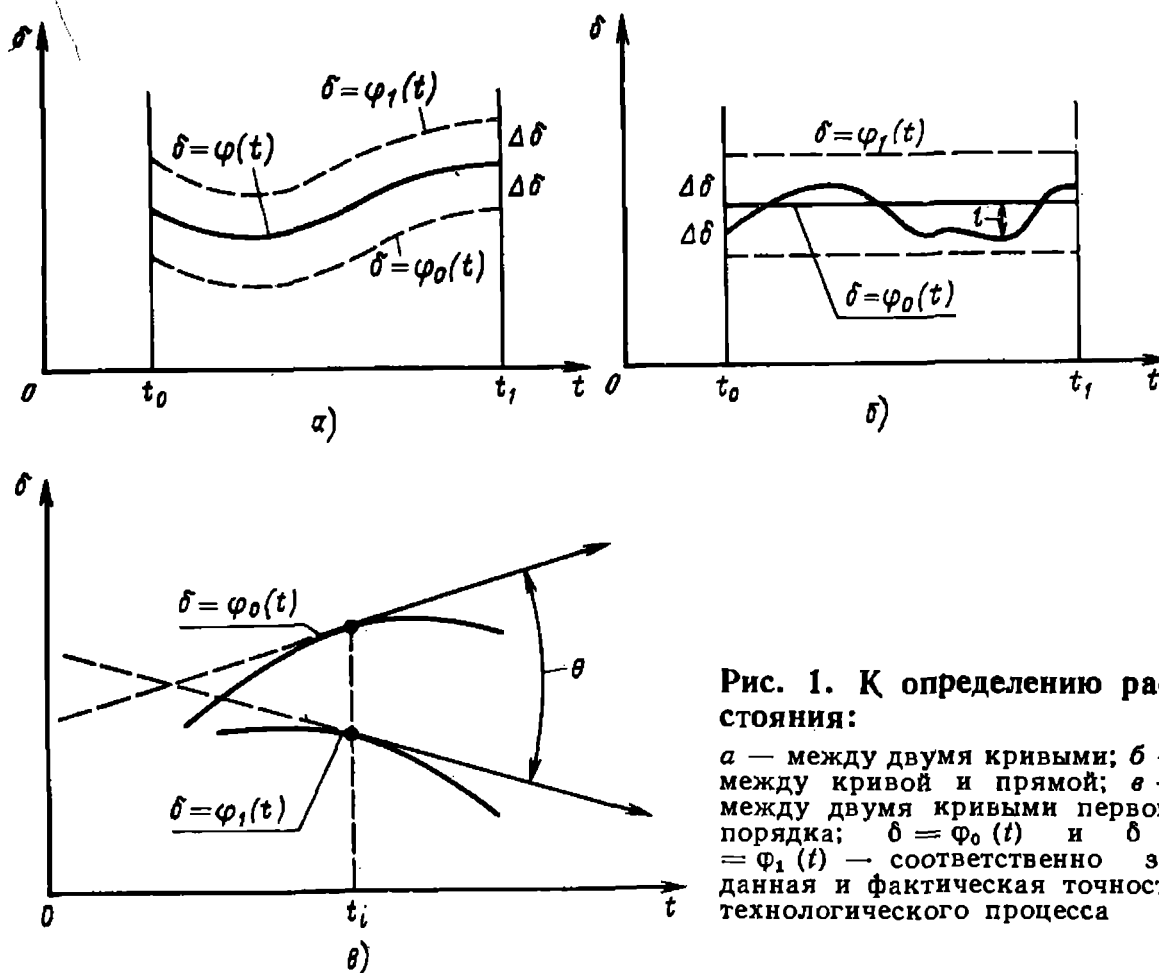


Рис. 1. К определению расстояния:

а — между двумя кривыми; б — между кривой и прямой; в — между двумя кривыми первого порядка; $\delta = \varphi_0(t)$ и $\delta = \varphi_1(t)$ — соответственно заданная и фактическая точности технологического процесса

где σ_{δ_1} и σ_k — средние квадратические отклонения случайных величин δ_1 и k .

В действительности, в зависимости от различных условий, позволяющих определять «мгновенные» рассеяния параметров технологических процессов, фактическим точностям присущи случайные колебания относительно некоторых заданных значений. Для выпуска продукции определенного качества технологические процессы должны быть управляемыми. В таких случаях корреляционная связь между случайными величинами δ_0 и δ_1 неизбежно будет ослабевать по мере увеличения Δ и тем быстрее, чем чаще будут вноситься соответствующие корректировки в технологический процесс. Коэффициент корреляции при некоторых значениях измеряемых параметров технологических процессов или изготавливаемой продукции в промежутке $[t_0, t_1]$ может быть отрицательным.

Для исследования стабильности технологического процесса по точности изготавливаемой продукции на уча-

стке $[t_0, t_1]$, которая в общем случае может рассматриваться как некоторая криволинейная траектория, можно воспользоваться определением расстояния между двумя кривыми линиями. Пусть даны две кривые линии:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \varphi_0(t) \\ \delta &= \varphi_1(t) \end{aligned} \right\} \text{ при } t_0 \leq t \leq t_1.$$

Расстоянием между этими кривыми линиями называется некоторое неотрицательное число l , равное максимуму $|\varphi_0(t) - \varphi_1(t)|$ на отрезке $[t_0, t_1]$. Построим по обе стороны кривой $\varphi(t)$ полосу шириной $2\Delta\delta$ (рис. 1, а). Тогда расстоянием от кривой $\delta = \varphi_1(t)$ до $\delta = \varphi_0(t)$ будет являться половина наименьшей ширины $\delta = \varphi_0(t)$, заключающей кривую $\delta = \varphi_1(t)$. В частном случае, когда $\delta = \varphi_0(t)$ представляет собой прямую линию, параллельную оси Ot , это определение соответствует ширине полосы, равной максимальному отклонению l кривой $\delta = \varphi_1(t)$ от прямой $\delta = \varphi_0(t)$ (рис. 1, б). Данное определение расстояния при решении ряда задач иссле-

дования стабильности технологических процессов в практических ситуациях оказывается недостаточным.

В общем случае расстоянием n -го порядка кривых $\delta = \varphi_0(t)$ и $\delta = \varphi_1(t)$, для которых существуют непрерывные производные до n -го порядка включительно, называется наибольший из максимумов выражений:

$$\varphi_0(t) - \varphi_1(t);$$

$$\varphi_0^{(1)}(t) - \varphi_1^{(1)}(t);$$

$$\varphi_0^{(n)}(t) - \varphi_1^{(n)}(t)$$

на отрезке $[t_0 \leq t \leq t_1]$, т. е.

$$\left. \begin{aligned} l^0 &= \max |\varphi_0(t) - \varphi_1(t)|; t_0 \leq t \leq t_1; \\ l^{(1)} &= \max |\varphi_0^{(1)}(t) - \varphi_1^{(1)}(t)|; t_0 \leq \\ &\leq t \leq t_1; \\ l^{(n)} &= \max |\varphi_0^{(n)}(t) - \varphi_1^{(n)}(t)|; \\ &t_0 \leq t \leq t_1. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Данное выше определение расстояния принято называть расстоянием нулевого порядка.

Расстояние первого порядка имеет простой геометрический смысл: оно равно максимальному значению абсолютной величины разности производных первого порядка в некоторой точке t_i (см. рис. 1, а). В этой связи расстояние первого порядка может рассматриваться как мера, характеризующая в некоторой точке t_i максимальную разность направлений кривых $\delta = \varphi_0(t)$ и $\delta = \varphi_1(t)$ на отрезке $t_0 \leq t \leq t_1$. Если считать кривую $\delta = \varphi_0(t)$ некоторой заданной точностью технологического процесса, а кривую $\delta = \varphi_1(t)$ — фактической точностью этого процесса, то на основании этих данных можно делать интегральную оценку точности как количественную меру стабильности исследуемого технологического процесса. Расстояние первого порядка между $\delta = \varphi_0(t)$ и $\delta = \varphi_1(t)$ особенно важно оценивать, когда в структуре колебательного процесса (на участке t_0, t_1), характеризующего протекание данного технологического процесса, ярко выражены высокочастотные гармоники с малой

амплитудой. Эти гармоники обычно не дают существенных линейных отклонений точности целых классов технологических процессов, но могут приводить к существенным угловым отклонениям фактических точностей этих процессов. В таких случаях расстояния нулевого порядка малы и их можно просто не уловить при исследованиях точностей технологических процессов. В то же время расстояния первого порядка могут быть значительными.

Пример 1. Требуется определить стабильность технологического процесса, если его параметр фактической точности

$$\delta = \varphi_1(t) = l_1 \sin \left(\omega_1 \frac{s}{W} \right) + l_2 \cos \left(\omega_2 \frac{s}{W} \right) \quad (41)$$

при следующих исходных данных: $\delta_1 = 0$, если $l_1 = 5$ мм, $\omega_1 = \frac{2\pi}{120}$ мин⁻¹, $l_2 = 0,2$ мм, $\omega_2 = \frac{2\pi}{0,5}$ мин⁻¹, $W = 10$ мм/мин.

Линия фактической точности исследуемого технологического процесса $\delta = \varphi_1(t)$ представляет собой кривую, составленную из двух гармоник: первая с большой амплитудой и большим периодом, а вторая — с малыми периодами и амплитудой. Расстояние нулевого порядка определяется в основном первым слагаемым, а расстояние первого порядка — вторым слагаемым.

В соответствии с соотношениями (40) при $\delta = \varphi_1(t) = 0$

$$l^{(0)} = \max \left| l_1 \sin \left(\omega_1 \frac{s}{W} \right) + l_2 \cos \left(\omega_2 \frac{s}{W} \right) \right|.$$

Первый максимум этого выражения имеет место при $s = \frac{\pi}{2} \frac{W}{\omega_1}$. В этом случае

$$l^0 = l_1 \sin \frac{\pi}{2} + l_2 \cos \frac{\pi}{2} \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

По условию задачи $(\omega_2/\omega_1) = 240$. С учетом этого расстояние нулевого порядка

$$l^0 = l_1 + l_2 = 5,2 \text{ мм.}$$

Следовательно, наименьшая ширина полосы, в которой заключена фактическая точность технологического процесса, равна 10,4 мм.

Для определения расстояния первого порядка необходимо продифференцировать по аргументу s уравнение (41):

$$\begin{aligned} \varphi'_1(t) = l_1 \frac{\omega_1}{W} \cos \left(\omega_1 \frac{s}{W} \right) - \\ - l_2 \frac{\omega_2}{W} \sin \left(\omega_2 \frac{s}{W} \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Полученное соотношение (42) дает тангенс угла наклона θ касательной к линии фактической точности технологического процесса (рис. 1, а). Максимальное значение функции (42) находится путем приравнивания ее нулю и последующего решения одним из известных приближенных методов. Приблизительно максимум функции (42) можно найти из простых геометрических соображений. Абсолютное значение максимума выражения (42) имеет место вблизи точек, в которых линия фактической точности $\varphi_0(t)$ технологического процесса пересекает линии заданной точности, отстоя от них на четверть периода второй гармоники. Это соответствует, например, времени $t = 60$ мин или расстоянию $s \approx 600$ мм.

Оценим значения амплитуд: $\text{tg } \beta_1 = l_1 \frac{\omega_1}{W} = 5 \frac{\pi}{600}$, откуда $\beta_1 \approx 1,5^\circ$; $\text{tg } \beta_2 = l_2 \frac{\omega_2}{W} = 0,2 \frac{\pi}{10}$, откуда $\beta_2 \approx 14^\circ$.

Следовательно, приближенное значение расстояния первого порядка между заданной и фактической линиями точности технологического процесса равно примерно $15-16^\circ$.

В общем случае функцию $\delta = \varphi_1(t)$ в отличие от $\delta = \varphi_0(t)$ следует рассматривать как случайную. Будем считать ее дифференцируемой, т. е. имеющей вторую смешанную частную производную от корреляционной функции при равном значении аргументов.

Среднее квадратическое отклонение,

характеризующее точность технологического процесса, в предельном случае может являться линейной функцией времени. В общем же случае функцию $\delta = \varphi_0(t)$ нельзя считать стационарной. Однако, учитывая, что в процессе выполнения различных технологических операций обычно происходят различные корректировки (смена режущего инструмента, технологического оборудования, обучение и смена обслуживающего персонала и т. д.), в практических ситуациях можно приближенно считать функцию $\delta = \varphi_0(t)$ квазистационарной и нормально распределенной.

Для стационарной случайной функции $\delta = \varphi_0(t)$ условие ее дифференцируемости сводится к существованию второй производной от корреляционной функции при нулевом значении аргументов. Полагая стационарную случайную функцию $\delta = \varphi_0(t)$ нормально распределенной, для оценки точности технологического процесса можно использовать математический аппарат теории выбросов случайных процессов. Это позволяет для любой некоторой наперед заданной вероятности указать ширину полосы, за которую будут практически исключены недопустимые отклонения точности.

Оценим точность некоторого технологического процесса с шириной полосы $2l$ при условии, что с вероятностью P_0 в течение времени t на участке t_0, t_1 не было ни одного выброса. Из теории выбросов нормальных случайных процессов известны следующие соотношения:

$$N_t = -\ln P_0; \quad (43)$$

$$\begin{aligned} -\ln P_0 = \frac{t}{\pi} \sqrt{-\rho''(0)} \times \\ \times \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{c^2}{\sigma_l^2} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

Из (43) и (44), положив $c = l$, можно найти

$$l = \sigma_l \left(2 \ln \frac{t \sqrt{\rho''(0)}}{\ln(1/P_0)^\pi} \right)^{1/2} \quad (45)$$

В соотношениях (43)—(45): N_t — число положительных выбросов случайной функции $\delta = \varphi_0(t)$ за пределы

$c = l$; P_0 — вероятность нахождения точности технологического процесса в пределах полосы $2l$; $\rho''(0)$ — вторая производная корреляционной функции случайного процесса $\delta = \varphi_0(t)$ в точке $t = 0$; σ_l — среднее квадратическое отклонение величины l ; t — текущее время на участке t_0, t_1 .

В качестве второй оценки, характеризующей точность технологического процесса, воспользуемся определением расстояния первого порядка в предположении, что стационарная случайная функция $\delta = \varphi_0(t)$ дифференцируема. Взаимная корреляционная функция связи случайной функции $\delta = \varphi_0(t)$ и ее производной $\frac{d}{dt} \varphi_0(t)$ равна нулю, т. е. для дифференцируемого стационарного случайного процесса ордината случайной функции и ее производная, взятая в тот же момент времени, являются независимыми случайными величинами. Следовательно, линейное отклонение точности технологического процесса и ее движение относительно заданной линии могут рассматриваться как независимые случайные величины. Корреляционная функция производной $\frac{d}{dt} \varphi_0(t)$ стационарного случайного процесса $\varphi_0(t)$ также является стационарной случайной функцией. Необходимость определения производных корреляционной функции $K(\tau)$ требует достаточно тщательного подбора аппроксимирующего выражения $\tilde{K}(\tau)$, которое для задач рассматриваемого типа обычно берется в виде

$$\tilde{K}(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|} \times \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right). \quad (46)$$

Зависимость (46) соответствует случайному процессу, имеющему одну производную. При определении $\tilde{K}(\tau)$ по опытным данным значения постоянных α и ω_0 находят обычно по нескольким характерным точкам. Если положить, что аппроксимирующая функция имеет первый нуль в той же точке t_1 , что и $\tilde{K}(\tau)$, и, кроме того,

при t_2 тот же минимум, то получим

$$\cos \omega_0 \tau_1 + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau = 0,$$

откуда

$$\alpha = -\omega_0 \operatorname{ctg} \omega_0 \tau. \quad (47)$$

После подстановки последнего выражения в аппроксимирующую функцию получим

$$e^{(\omega_0 \operatorname{ctg} \omega_0 \tau_1) \tau_2} (\cos \omega_0 \tau_2 - \operatorname{ctg} \tau_1 \sin \omega_0 \tau_2) = \rho(\tau_2). \quad (48)$$

Таким образом, задача сводится к графическому решению одного уравнения вида (48) с одним неизвестным. При необходимости полученные приближенные значения α и ω_0 уточняются методом наименьших квадратов.

Для корреляционной функции $K(\tau)$ можно получить дисперсию расстояния первого порядка, т. е. колебание фактической точности технологического процесса в виде угла β .

Положив $\tau = s/W$, можно записать

$$K_l(s) = D_l e^{-\alpha |s/W|} \times \left(\cos \omega_0 \frac{s}{W} + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \left| \frac{s}{W} \right| \right).$$

Дважды продифференцировав полученное выражение, после соответствующих преобразований при $s = 0$ получим

$$K_\beta(0) = \frac{D_l}{W^2} (\alpha^2 + \omega_0^2). \quad (49)$$

В соотношении (49) размерность величины W должна соответствовать размерности постоянных α и ω_0 . Обычно углы наклона касательных к линиям фактической точности технологических процессов, настроенных должным образом, невелики. В этих случаях тангенсы можно заменить соответствующими аргументами. Тогда нетрудно перейти к оценке среднего квадратического отклонения в градусах, характеризующего колебание точности технологического процесса:

$$\begin{aligned} \sigma_\beta &\approx 57,3 \frac{\sigma_l}{W} \sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2} = \\ &= 57,3 \frac{\sigma_l}{W} \sqrt{-\rho''(0)}. \end{aligned} \quad (50)$$

Полученные меры точности вида (45) и (50) в совокупности характеризуют стабильность технологических процессов.

Типовой расчет оценки точности технологического процесса. Пусть по данным измерения точности выполнения некоторой совокупности операций типового технологического процесса получено семейство 25 реализаций случайной функции $\varphi_0(t)$, характеризующей колебание фактической точности технологического процесса. Условно примем, что технологический процесс осуществляется со скоростью 500 м/ч. Измерения на выбранном диапазоне времени t_0, t_1 проводились через 5 мин. Исходные данные для расчета точности технологического процесса и выводов относительно его стабильности представлены в табл. 2.

Порядок расчета оценки следующий. 1. Найдем зависимость оценки математического ожидания $\delta(t)$ от времени. Для этого записанные в предпоследней строке табл. 2 значения сумм по столбцам делим на число реализаций $n = 25$. Результаты сведем в табл. 3.

Учитывая, что определение величин $\delta_i(t)$ ($i = \overline{1,20}$) проводится с некоторыми ошибками, а также для простоты расчетов приближенно примем оценку математического ожидания $\bar{\delta}(t)$ равной нулю.

2. Определим статистические дисперсии

$$\hat{D}[\delta_i(t)] = \left[\left(\sum_{i=1}^n \delta_i^2 \right) / n - \hat{\delta}^2 \right] \frac{n}{n-1},$$

где $n = 25$ — число реализаций случайного процесса $\delta_0(t)$.

Для этого просуммируем по столбцам табл. 2 квадраты случайных величин $\delta_i(t)$. Полученные суммы сведем в последнюю строку табл. 2. Затем найденные суммы поделим на $n = 25$ и вычтем из найденных вторых начальных моментов квадраты соответствующих математических ожиданий. Для получения несмещенных оценок дисперсий результаты умножим на $[n/(n-1)] = 25/24$. Результаты

расчетов представим в виде табл. 4.

Из анализа данных табл. 4 видно, что средние квадратические отклонения величин δ_i ($i = \overline{1,20}$) в первой половине измерения точности технологического процесса в 1,5—2,0 раза меньше, чем во второй половине. Это объясняется тем, что в первой половине наблюдений в технологический процесс вводились корректировки более часто, чем во второй, а это приводит к нарушению линейной зависимости среднего квадратического отклонения случайной величины δ во времени. Следовательно, случайная функция $\delta = \varphi_0(t)$ на подконтрольном участке $[t_0, t_1]$ является нестационарной. Однако, учитывая ограниченное число реализаций ($n = 25$) и, как следствие этого, наличие определенного элемента случайности в полученных оценках $\hat{D}[\delta(t)]$ и $\hat{\sigma}[\delta(t)]$, а также сравнительно небольшое изменение во времени среднего квадратического отклонения, для упрощения расчетов будем считать случайную функцию $\delta_0(t)$ квазистационарной с определенными значениями оценок математического ожидания и дисперсии, а именно:

$$\hat{\delta}_0 = -0,2 \text{ мм и } \hat{D}_\delta = 14,6 \text{ мм}^2.$$

Тогда оценка среднего квадратического отклонения случайной функции $\delta_0(t)$, приведенной к стационарной,

$$\hat{\sigma}_\delta = 3,8 \text{ мм.}$$

3. Определим статистические корреляционные моменты по формуле

$$\hat{K}_{\delta_i, \delta_j} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n \delta_i \delta_j - \bar{\delta}_i \bar{\delta}_j \right) \frac{n}{n-1}. \quad (51)$$

Для нахождения корреляционных моментов по формуле (51), отвечающих заданным контрольным точкам, перемножим числа, стоящие в соответствующих столбцах табл. 2, складывая алгебраически полученные значения. Затем, поделив каждую сумму на $n = 25$ и вычтя из нее произведение оценок соответствующих

3. Результаты измерений

t , мин	$\delta(t)$	t , мин	$\delta(t)$
5	—0,6	55	—0,2
10	—0,6	60	0,8
15	—0,5	65	1,8
20	—0,8	70	1,9
25	—0,7	75	1,2
30	—0,8	80	0
35	—0,8	85	—0,8
40	—1,1	90	—1,3
45	—0,4	95	—1,2
50	0	100	0

математических ожиданий, перемножим результат на $[n/(n-1)] = 25/24$ для получения несмещенных оценок корреляционных моментов. Результат удобно формировать в виде корреляционной матрицы (табл. 5).

4. На основании данных табл. 5 построим нормированную корреляционную матрицу, используя при этом следующую формулу:

$$\hat{\rho}_{\delta_i, \delta_j} = \frac{\hat{K}_{ij}}{\hat{\sigma}_{ij}}. \quad (52)$$

Результаты расчетов сведем в табл. 6.

Осредняя результаты по диагоналям табл. 6, найдем оценку нормированной корреляционной функции $\hat{\rho}(t)$. Ее значения по соответствующим контрольным точкам сведем в табл. 7.

5. Выберем вид функциональной зависимости, аппроксимирующей корреляционную функцию $K[\delta_0(t)]$, считая функцию $\delta_0(t)$ дифференцируемой. Наиболее часто корреляционные функции аппроксимируют зависимостями вида:

$$\begin{aligned} K(\tau) &= e^{-\alpha|\tau|}; \\ K(\tau) &= e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau; \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} K(\tau) &= e^{-\alpha^2 \tau^2}; \\ K(\tau) &= e^{-\alpha^2 \tau^2} \cos \omega_0 \tau; \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} K(\tau) &= e^{-\alpha|\tau|} \times \\ &\times \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right). \end{aligned} \quad (55)$$

4. Результаты вычислений оценок $\hat{D}[\delta(t)]$ и $\hat{\sigma}[\delta(t)]$

t , мин	$\hat{D}[\delta(t)]$	$\hat{\sigma}[\delta(t)]$	t , мин	$\hat{D}[\delta(t)]$	$\hat{\sigma}[\delta(t)]$
5	2,7	1,6	55	5,4	2,3
10	5,4	2,3	60	17,4	4,2
15	7,5	2,7	65	18,4	4,3
20	9,3	3,1	70	24,0	4,9
25	9,3	3,1	75	25,2	5,0
30	5,4	2,3	80	35,2	5,9
35	6,4	2,5	85	31,1	5,6
40	3,9	1,9	90	24,8	5,0
45	1,5	1,2	95	20,5	4,5
50	1,7	1,3	100	14,4	3,8

В задачах рассматриваемого типа обычно используют аппроксимирующую функцию вида (55), соответствующую дифференцируемым случайным процессам, тогда как зависимости вида (53) и (54) не имеют вторых производных. Тогда аппроксимирующая корреляционная функция

$$\begin{aligned} K[\delta_0(\tau)] &= De^{-\alpha|\tau|} \times \\ &\times \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right). \end{aligned} \quad (56)$$

Из табл. 7 следует, что при $t_1 = 35$ оценка корреляционной функции $\hat{\rho}[\delta_0(t)] \approx 0$, а при $t_2 = 60$ $\hat{\rho}[\delta_0(t)] = -20$.

На основании соотношения (49) можно записать

$$\begin{aligned} \varphi_1(\omega_0) &= \cos 15\omega_0 - \text{ctg } 9\omega_0 \sin 15\omega_0; \\ \varphi_2(\omega_0) &= -20 \exp(-15\omega_0 \text{ctg } 9\omega_0). \end{aligned} \quad (57)$$

Решая уравнения (57) графически, получим в точке пересечения кривых $\varphi_1(\omega_0)$ и $\varphi_2(\omega_0)$ приближенное значение $\omega_0 = 0,27$. Тогда по формуле (47) найдем

$$\alpha = -0,27 \text{ctg } 2,034 = 0,113.$$

Следовательно, статистическая корреляционная функция случайной

[illegible]

[illegible]

6. Нормированная корреляционная матрица

[illegible]

[illegible]

7. Значения нормированной корреляционной функции $\hat{\rho} [\delta_0 (t)]$

t, мин	$\rho [\delta_0 (t)]$	t, мин	$\rho [\delta_0 (t)]$
5	1,00	55	−0,20
10	0,89	60	−0,20
15	0,69	65	−0,18
20	0,48	70	−0,18
25	0,27	75	−0,21
30	0,13	80	−0,23
35	0,02	85	−0,27
40	−0,08	90	−0,29
45	−0,14	95	−0,29
50	−0,17	100	−0,33

функции $\delta_0 (t)$ будет иметь следующий вид:

$$\hat{K} [\delta_0 (\tau)] = 14,6e^{-0,113 |\tau|} \times \\ \times (\cos 0,27\tau + 0,5 \sin 0,27 |\tau|).$$

6. Способом наименьших квадратов найдем уточненные значения постоянных α и ω_0 , входящих в формулу для нормированной корреляционной функции:

$$\hat{\rho} [\delta (\tau)] = \varphi (\alpha, \omega_0) = e^{-\alpha |\tau|} \times \\ \times \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right). \quad (58)$$

8. Значения $\rho (\tau)_B$ и $\rho (\tau)_Э$

τ , мин	$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$	$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega_0}$	$\rho (\tau)_B$ (вычисл.)	$\rho (\tau)_Э$ (экспер.)	$\Delta \rho = \rho (\tau)_B - \rho (\tau)_Э$
5	−0,163	−0,445	0,936	0,890	−0,046
10	−0,358	−1,497	0,778	0,620	−0,088
15	−0,311	−2,722	0,572	0,480	−0,092
20	0,058	−3,748	0,356	0,270	−0,086
25	0,684	−4,328	0,160	0,130	−0,030
30	1,429	−4,356	0,000	0,020	0,020
35	2,128	−3,850	−0,113	−0,080	0,033
40	2,641	−2,932	0,181	−0,140	0,041

Примечание. $\rho (\tau)_B$ — вычисленное значение, $\rho (\tau)_Э$ — экспериментальное значение.

С этой целью определим частные производные

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \text{ и } \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_0},$$

для чего продифференцируем выражение (58) сначала по α , а затем по ω_0 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} &= e^{-\alpha \tau} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right) + \\ &+ \frac{1}{\omega_0} e^{-\alpha \tau} \sin \omega_0 \tau; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_0} &= e^{-\alpha \tau} \left[-\tau \sin \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0^2} \times \right. \\ &\times \left. (\omega_0 \tau \cos \omega_0 \tau - \sin \omega_0 \tau) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Вычислим значения нормированной корреляционной функции (58), подставив в нее найденные ранее значения $\alpha = 0,113$ и $\omega_0 = 0,27$. Результаты вычислений представлены в табл. 8.

По данным табл. 8 система условных уравнений может быть записана в виде:

$$\left. \begin{aligned} 0,163 \Delta \alpha + 0,445 \Delta \omega_0 &= 0,046; \\ 0,358 \Delta \alpha + 1,497 \Delta \omega_0 &= 0,088; \\ 0,311 \Delta \alpha + 2,722 \Delta \omega_0 &= 0,092; \\ 0,058 \Delta \alpha - 3,748 \Delta \omega_0 &= -0,086; \\ 1,429 \Delta \alpha - 4,356 \Delta \omega_0 &= 0,020; \\ 2,128 \Delta \alpha - 3,850 \Delta \omega_0 &= 0,033; \\ 2,641 \Delta \alpha - 2,932 \Delta \omega_0 &= 0,041. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Умножим каждое из условных уравнений (60) на коэффициент при $\Delta\alpha$, а затем сложив их, получим первое нормальное уравнение. Аналогичным образом найдем второе нормальное уравнение после сложения условных уравнений, предварительно умноженных на коэффициенты при $\Delta\omega_0$. После соответствующих действий получим следующую систему нормальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -23,884 \Delta\alpha + 85,024 \Delta\omega_0 &= 0,522; \\ 14,269 \Delta\alpha - 23,884 \Delta\omega_0 &= 0,248. \end{aligned} \right\}$$

Из решения полученной системы уравнений найдем значения поправок к ранее полученным приближенным значениям α и ω_0 :

$$\Delta\alpha = 0,048 \text{ и } \Delta\omega_0 = 0,021.$$

Тогда уточненные значения величин α и ω_0 будут следующими:

$$\alpha = 0,113 + 0,048 = 0,161;$$

$$\omega_0 = 0,226 + 0,021 = 0,247.$$

После округления найденных уточненных величин α и ω_0 до второго знака окончательное выражение нормированной корреляционной функции имеет вид

$$\rho(\tau) = e^{-0,16|\tau|} \times \\ \times (\cos 0,25\tau + 0,64 \sin 0,25|\tau|). \quad (61)$$

7. Полученное выражение для нормированной корреляционной функции в виде (61) позволяет отыскать соотношение для нормированной спектральной плотности случайного процесса $\delta = \varphi_0(t)$:

$$s(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \rho(\tau) \cos \omega\tau d\tau = \\ = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} \left(\cos \omega_0\tau + \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0|\tau| \cos \tau d\tau \right). \quad (62)$$

После соответствующих преобразований соотношение (62) имеет следующий окончательный вид:

$$s(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2 - \alpha^2) + 4\alpha^2\omega^2}. \quad (63)$$

Исследуя полученное выражение (63) на экстремум, можно определить, что максимум выражения (63) имеет место при $\omega = (\omega_0^2 - \alpha^2)^{1/2}$. Это соответствует периоду колебания $T = 2\pi/\omega \cong \cong 30$ мин. Следовательно, на основании исходных данных, представленных в табл. 2, а также полученных по ним количественных результатов, следует заключить, что данный технологический процесс требует подрегулировки по точности примерно через 30 мин.

8. Проведем анализ возможного числа выбросов случайной функции $\delta = \varphi_0(t)$ за пределы некоторых заданных уровней. Для этого найдем вторую производную нормированной корреляционной функции при нулевом значении аргумента. После дифференцирования и несложных преобразований получим

$$\rho'(\tau) = -\frac{\alpha^2 + \omega_0^2}{\omega_0} e^{-\alpha|\tau|} \sin \omega_0|\tau|.$$

Вторая производная.

$$\rho''(\tau) = -(\alpha^2 + \omega_0^2) e^{-\alpha|\tau|} \times \\ \times \left(\frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0|\tau| - \cos \omega_0\tau \right).$$

Тогда при $\tau = 0$ получим

$$\rho''(0) = -(\alpha^2 + \omega_0^2) = -0,088.$$

Зададимся уровнем $c = 2\sigma$. Среднее число положительных выбросов в единицу времени

$$N_1 = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \sqrt{0,088} e^{-2} \approx 0,0064.$$

Из теории выбросов случайных процессов известно, что общее число двусторонних выбросов за некоторые установленные пределы

$$N_t = 2N_1t.$$

Тогда общее число двусторонних выбросов случайной функции $\delta = \varphi_0(t)$

за пределы полосы $\pm 2\sigma$ по всем 25 реализациям

$$N_t = 2 \cdot 25 \cdot 100 \cdot 0,0064 \approx 32.$$

Следовательно, во всех 25 реализациях исследуемого технологического процесса длительностью по 100 мин каждая в среднем может быть около 32 отклонений точности за пределы $\pm 2\sigma = 2 \cdot 3,8 = 7,6$ мм.

Среднее квадратическое отклонение, характеризующее колебание точности технологического процесса как меры его стабильности, представляет собой расстояние первого порядка, определяемого соотношением (50):

$$\sigma_\beta^0 = 57,3 \frac{3,8}{8,3} \sqrt{0,088} = 7,8^\circ.$$

Сравнивая полученное значение $\sigma_\beta^0 = 7,8^\circ$ с некоторым заданным нормативным значением, можно судить о точности и стабильности исследуемого технологического процесса.

Изложенный подход к оценке интегральной точности технологических процессов достаточно легко формализуется для типовых технологических процессов. Его использование представляется наиболее эффективным при контроле стабильности типовых технологических процессов в гибких производственных системах (ГПС), насыщенных автоматизированными процедурами, а также автоматическими диагностическими системами.

3. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ СРЕДСТВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОСНАЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВ НА ПРИМЕРЕ ВАЛКОВ ПРОКАТНЫХ СТАНОВ

Определение показателей надежности прокатных валков. Надежность прокатного валка — свойство валка сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, определяющих износ-, термостойкость и конструктивную прочность и характеризующих способность осуществлять взаимодействие валка с металлом и (или) валка с валком

в условиях, заданных температурно-деформационными и скоростными режимами изготовления металлопродукции с потребительскими свойствами, соответствующими нормативно-технической документации, а также при техническом обслуживании, ремонте, хранении и транспортировании.

Технология эксплуатации прокатных валков (ТЭПВ) — совокупность приемов и способов обработки, изменения формы и обеспечения стабильности свойств исходного состояния валков в процессе работы и восстановления работоспособности, а также совокупность знаний о вводе, движении по клетям стана, наработки в зависимости от режимов и условий нагружения.

Планы испытаний прокатных валков (даже самые простые) не укладываются в рамки типовых планов статистического контроля, но могут быть интерпретированы как композиции планов $[N, R, T]$, $[N, M, T]$, $[N, U, Z]$, где N — число исследуемых валков; R — невозстанавливаемые, но заменяемые в случае отказа валки; T — продолжительность наблюдений; M — восстанавливаемые в случае отказа валки; U — невозстанавливаемые и незаменяемые при испытаниях в случае отказа валки, $Z = \min(t, \tau)$ (t — наработка до отказа, τ — наработка до плановой перевалки). Для проведения исследования эксплуатационной надежности прокатных валков требуется информация о работе от 30 до 240 валков (с учетом видов отказов).

Диагностику прокатных валков, сбор данных, оценку и прогнозирование эксплуатационной надежности осуществляют с использованием автоматизированных систем, которые являются составной частью АСУ ТП.

В качестве показателей эксплуатационной надежности прокатных валков используют единичные и комплексные показатели.

К единичным показателям относятся показатели:

безотказности — вероятность безотказной работы; наработка на отказ; интенсивность отказов (по причине поломки); параметр потока отказов;

9. Исходные данные для установления закона распределения отказов прокатных валков

№ валка	t_i	№ валка	t_i	№ валка	t_i	№ валка	t_i
1	5476	26	5625	51	4867	76	6192
2	5055	27	5435	52	4340	77	4921
3	5565	28	5203	53	5440	78	5168
4	4889	29	5536	54	5115	79	5637
5	5074	30	5744	55	4523	80	5221
6	6878	31	5568	56	4124	81	6047
7	5422	32	6005	57	5379	82	4498
8	5320	33	6212	58	6010	83	5104
9	3778	34	5810	59	6533	84	4723
10	5225	35	6315	60	5751	85	5839
11	6001	36	6422	61	5368	86	7392
12	4835	37	5731	62	4414	87	6291
13	5724	38	4887	63	5264	88	5702
14	5115	39	4955	64	4331	89	6162
15	5542	40	6017	65	5644	90	5455
16	5020	41	4740	66	5306	91	5888
17	5538	42	4978	67	6409	92	5296
18	5048	43	5107	68	5696	93	4767
19	6533	44	5097	69	5927	94	5424
20	4783	45	4532	70	6222	95	4811
21	4238	46	4974	71	6306	96	5646
22	7461	47	6012	72	6167	97	5238
23	6013	48	5038	73	7461	98	5836
24	5471	49	4824	74	5465	99	4191
25	6635	50	5157	75	5664	100	6935

долговечности — технический ресурс прокатного валка; срок службы прокатного валка;

ремонтпригодности — время восстановления работоспособного состояния прокатного валка;

комплексные показатели ремонтпригодности — удельная суммарная оперативная стоимость технических обслуживаний прокатного валка; удельная суммарная оперативная продолжительность технических обслуживаний прокатного валка; удельная суммарная оперативная стоимость ремонтов прокатного валка; удельная суммарная оперативная продолжительность ремонтов прокатного валка.

К комплексным показателям относятся:

коэффициент технического использования прокатного валка;

доля перевалок прокатных валков при отказе по причине.

Основными показателями эксплуатационной надежности валков являются вероятность безотказной работы; наработка на отказ; технический ресурс; время восстановления работоспособного состояния и коэффициент технического использования.

Пример 2. Установить закон распределения отказов прокатных валков, если валки отказывают только по причине изнашивания, и определить точечные оценки показателей надежности по данным наблюдений за 100 прокатными валками (наработка в тоннах проката за установку t_i), представленным в табл. 9.

В качестве плана наблюдений выбираем план $[N, M, T]$. Зададимся доверительной вероятностью $\gamma =$

$= 0,99$ и предельной относительной ошибкой $\delta = 0,05$. Анализируем резко выделяющиеся наблюдения $x_{22} = 7461$ т, $x_{56} = 4124$ т, $x_{73} = 7460$ т, $x_{86} = 7392$ т и исключаем их из рассмотрения. Объем выборки становится равным 96 и достаточен для величин γ и δ .

Проверим гипотезу о том, что наработки прокатных валков до отказа по изнашиванию, будучи прологарифмированы (по основанию 10), подчинены нормальному закону распределения.

В результате перехода к логарифмам исходных данных, построения вариационного ряда с восемью интервалами и использования критерия χ^2 -Пирсона получаем, что для уровня значимости 0,05 нулевая гипотеза не отвергается, а закон распределения отказов принимает вид

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_y} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2S_y^2}} dy,$$

где $y = \lg x$; $\bar{y} = 3,7313$; $S = 0,04998$.

Отсюда вероятность безотказной работы прокатных валков

$$P(x) = 1 - F(\lg x).$$

Таким образом, не менее чем 90 % прокатных валков наработают безотказно 4664 т.

Пример 3. Предположим, что технический ресурс прокатного валка T_R измеряется величиной календарного времени эксплуатации и составляет в среднем 4320 ч. Считаем также, что суммарное время восстановления прокатного валка $T_{\Sigma B}$ составляет 100 ч, а среднее суммарное время обслуживания прокатного валка $T_{\Sigma O}$ равно 1000 ч. Коэффициент технического использования $k_{т.и}$ партии прокатных валков

$$k_{т.и} = [T_R / (T_R + T_{\Sigma B} + T_{\Sigma O})] = \\ = [4320 / (4320 + 100 + 1000)] = 0,79.$$

Прогнозирование эксплуатационной надежности прокатных валков. При решении задач прогнозирования эксплуатационной надежности прокатных валков учитывают как разнообразие причин отказов, так и характер их проявления. По времени проявле-

ния отказы прокатных валков подразделяют на накапливающиеся (изнашивание, циклическая усталость) и мгновенные (поломка бочки валка, треща и т. п.). Причем для определенного стана, группы клетей стана, условий и режимов эксплуатации совокупность причин отказов обычно стабильна.

При решении задачи прогнозирования вероятности безотказной работы прокатных валков $P(t)$ в случае накапливающихся повреждений используют гамма-распределение

$$P(t) = \int_t^{\infty} \frac{x^{\alpha}}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} e^{-\frac{x}{\beta}} dx,$$

где оценки параметров α и β определяются по следующим соотношениям:

$$\hat{\alpha} = (\bar{x}/S)^2 - 1; \hat{\beta} = S^2/\bar{x}.$$

Если повреждения происходят мгновенно, применяют экспоненциальный закон распределения:

$$P(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

(μ — интенсивность отказов прокатных валков) или

$$P(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$$

где $\mu(x)$ — функция интенсивности отказов прокатных валков, оцениваемая по статистике методом моментов.

В общем случае прокатные валки отказывают по комплексу причин. Вероятность безотказной работы прокатных валков с учетом накапливающихся и мгновенных повреждений

$$P(t) = 1 - \frac{1}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} e^{-\int_0^t \mu(x) dx} \times \\ \times \int_t^{\infty} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} dx,$$

т. е. она определяется смесью распределений. Приведенные модели позволяют прогнозировать безотказность прокатных валков в инженерных расчетах.

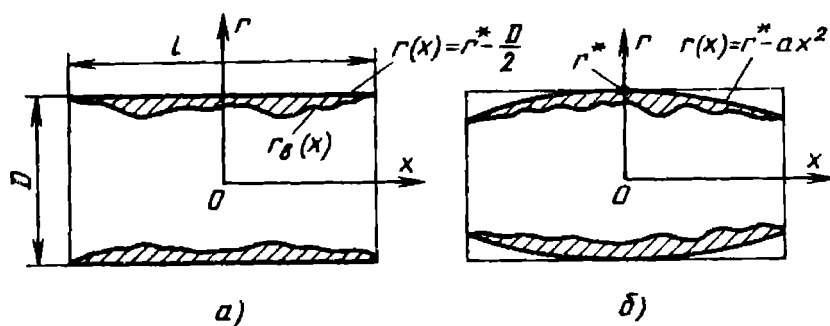


Рис. 2. Качественная схема процесса изнашивания бочки прокатного вала по его длине

Прогнозирование долговечности прокатных валков осуществляют по показателям технического ресурса T_R и срока службы $T_{РСП}$. Для этого используют модели регрессионного анализа, в которых оценкам распределения величин T_R , $T_{РСП}$ ставят в соответствие изменение таких характеристик прокатных валков, как диаметр, толщина рабочего слоя, твердость поверхности вала, механические свойства и др. Строится регрессионная модель вида

$$\bar{T}_R = f(D, H, HB, N, \sigma_T, \sigma_B, p),$$

где $\bar{T}_R$ — средний ресурс, т; D — диаметр прокатного вала, мм; H — толщина рабочего слоя, мм; HB — твердость поверхности вала (по Бригеллю); N — число циклов нагружения, об; σ_T , σ_B — механические характеристики материала валков, МПа; p — усилие нагружения, МН.

Результаты прогнозирования долговечности прокатных валков важны для проектирования новых конструкций валков.

Прогнозирование ремонтпригодности прокатных валков осуществляют по показателю времени восстановления работоспособного состояния прокатного вала и комплексным показателям ремонтпригодности статистическими методами с привлечением технико-экономической информации.

Одним из важнейших прогнозируемых показателей надежности прокатного вала, определяющих качество проката, является показатель изнашивания.

Изнашивание прокатного вала — это результат изменения размеров,

формы и состояния поверхности вала вследствие разрушения (изнашивания) микрообъемов поверхностного слоя в процессе трения, при котором не обеспечивается изготовление металлопродукции заданных размеров, формы и качества поверхности. Изнашивание рабочих валков есть результат воздействия сил трения в очаге деформации при контакте с полосой и в области контактов с опорным валком. Опорные валки изнашиваются при контакте с рабочими. Различают макро- и микроизнос. К первому виду относят собственно истирание материала вала. Предположим, что повреждения прокатного вала носят износный характер, а износ измеряется показателями выработки профиля бочки вала. Введем функцию $r_B(x)$ (рис. 2), характеризующую выработку профиля бочки вала по радиусу в точке, отстоящей от геометрического центра вала вдоль оси вращения на расстоянии x . Исходный профиль вала длиной l и диаметром D (до начала его эксплуатации) может быть цилиндрическим радиуса $r(x) = r^* - \frac{D}{2}$ (рис. 2, а) или иметь более

сложную форму, например, параболическую $r(x) = r^* - ax^2$ (рис. 2, б). Функция $\Delta r(x) = r(x) - r_B(x)$ есть величина выработки профиля бочки вала. Пусть Δ — минимальный допуск на износ прокатного вала, определяемый допустимой поперечной разнотолщиной полосы и жесткостью клетки. В качестве параметра изнашивания прокатного вала принимают площадь поперечного сечения следа изнашивания вала S_c . Величина S_c связана с выработкой профиля

10. Иерархическая система показателей качества металлопродукции

$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$
K_0	K_{11}	$K_{211}, K_{212}, \dots, K_{21n_1}$
	K_{12}	$K_{221}, K_{222}, \dots, K_{22n_2}$
	K_{13}	$K_{231}, K_{232}, \dots, K_{23n_3}$

Принятые обозначения: i — номер уровня иерархии; K_0 — комплексный показатель качества металлопродукции; K_{11} — показатель качества металлопродукции по геометрическим свойствам; K_{12} — показатель качества металлопродукции по механическим свойствам; K_{13} — показатель качества металлопродукции по свойствам поверхности; $K_{211}, \dots, K_{21n_1}$ — геометрические единичные показатели качества металлопродукции; $K_{221}, \dots, K_{22n_2}$ — единичные показатели механических свойств металлопродукции; $K_{231}, \dots, K_{23n_3}$ — единичные показатели качества поверхности металлопродукции.

бочки вала $r_B(x)$ соотношением

$$S_c = 2 \int_{-l/2}^{l/2} \Delta r(x) dx = \\ \times 2 \int_{-l/2}^{l/2} [r(x) - r_B(x)] dx$$

(см. заштрихованную область на рис. 2). В случае бочки цилиндрического профиля

$$S_c = Dl - 2 \int_{-l/2}^{l/2} r_B(x) dx.$$

Объем материала прокатного вала, теряемый при эксплуатации,

$$V = \pi (\bar{r} + \bar{r}_B) S_c / 2$$

или

$$V = \pi \int_{-l/2}^{l/2} [r^2(x) - r_B^2(x)] dx,$$

где

$$\bar{r} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} r(x) dx;$$

$$\bar{r}_B = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} r_B(x) dx.$$

С учетом плотности ρ материала прокатного вала получают широко используемый в практике показатель изнашивания $I = \rho V$, указывающий количество израсходованного материала. Зачастую I рассматривают и используют как показатель, отнесенный к количеству металла, который прокатал валок в процессе эксплуатации.

Максимальная выработка вала по изнашиванию

$$\Delta f(x) = \max_{|x| \leq l/2} [r(x) - r_B(x)]$$

выступает характеристикой локального изнашивания.

Изнашивание валков оценивают векторным параметром

$$I = \begin{pmatrix} \Delta f(x) \\ S_c \end{pmatrix}.$$

Валок подлежит перевалке, если выполняется по крайней мере одно из условий:

нарушена геометрия проката из-за локальных изменений поверхности вала (выход из поля допуска):

$$\Delta f(x) > \Delta^A;$$

общий износ прокатного вала по площади следа изнашивания или по объему (весу) превышает допустимый (нормативный):

$$S_c > S_c^A.$$

Надежность прокатных валков и методы оценки качества проката. Качество проката определяют посредством иерархической системы показателей, которая отражает установленную стандартами номенклатуру свойств металлопродукции (табл. 10). Исполь-

зуется трехуровневая система показателей качества: качество — свойства проката — единичные показатели качества.

Продукция считается негодной (бракованной), если значение хотя бы одного из показателей P_{2jn} выходит за пределы допуска $[P_{2jn}^{(H)}, P_{2jn}^{(B)}]$, где $P_{2jn}^{(H)}$, $P_{2jn}^{(B)}$ — соответственно нижняя и верхняя границы изменения абсолютного показателя качества продукции P_{2jn} .

Для установления зависимостей между комплексным показателем качества K_0 и единичными показателями от абсолютных шкал, в которых изменяются P_{2jn} , переходят к относительным (безразмерным) шкалам измерения K_{2jn} . Обычная относительная шкала измерения качества металлопродукции — это интервал $[0, 1]$. Во многих случаях удобнее шкала $[0, 1 + \gamma]$ ($\gamma > 0$), где значение показателя качества K_{2jn} , равное единице, соответствует требованию $P_{2jn} = P_{2jn}^6$ (P_{2jn}^6 — базовое значение показателя P_{2jn}). Величина $(1 + \gamma)$ есть предельно возможное значение K_{2jn} .

Всю совокупность $\{P_{2jn}\}$ делят на три группы: показатели, увеличение значений которых повышает уровень качества проката; показатели, увеличение значений которых понижает уровень качества; показатели, выход значений которых за пределы допуска понижает уровень качества. Показатели первого типа называют возрастающими, второго — убывающими и третьего — локальными. Расчет показателей качества проводят по формулам (индексы 2, j , n опущены):

$$K = \begin{cases} f_1 (P/P^6) & \text{при } P < P^6; \\ f_2 (\gamma, P/P^6) & \text{при } P > P^6; \end{cases}$$

для убывающих

$$K = \begin{cases} f_3 (P^6/P) & \text{при } P > P^6; \\ f_4 (\gamma, P^6/P) & \text{при } P \leq P^6; \end{cases}$$

для локальных

$$K = \begin{cases} f_1 (P/P^{(H)}) & \text{при } P < P^{(H)}; \\ f_5 (\gamma, P, P^{(H)}, P^{(B)}) & \text{при } P^{(H)} \leq P \leq P^{(B)}; \\ f_3 (P^{(B)}/P) & \text{при } P > P^{(B)}, \end{cases}$$

где функции $f_1, \dots, f_5$ подбирают в классе дифференцируемых так, чтобы инженерные расчеты по ним были максимально простыми и выполнялись условия:

$$\frac{\partial f_1}{\partial P} > 0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial P} > 0; \quad \frac{\partial f_3}{\partial P} < 0;$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial P} < 0; \quad \frac{\partial f_5}{\partial P} < 0.$$

Единичные показатели качества по важности делят на доминирующие K_{2jn}^D (т. е. такие, что из условия $K_{2jn}^D = 0$ следует $K_0 = 0$) и компенсирующие K_{2jn}^K , для которых из условия $K_{2jn}^K = 0$ не следует равенство нулю комплексного показателя качества. Такое разделение обычно проводится экспертным путем.

Комплексный показатель качества проката вычисляется по формуле

$$K_0 = \left\{ \left[\prod_{j, n} (K_{2jn}^D)^{\alpha_{2jn}} \right]^{\frac{1}{\sum_{j, n} \alpha_{2jn}}} \times \left(\sum_{j, n} K_{2jn}^D \beta_{2jn} / \sum_{j, n} \beta_{2jn} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

где α_{2jn} , β_{2jn} — параметры весомости единичных показателей качества, статус которых определяется экспертами.

Наряду с экспертно-аналитическими подходами в практических задачах оценки качества металлопродукции используют статистические методы, которые обеспечивают статистическую связь между качеством проката, технологией его изготовления и надежностью прокатных валков.

В качестве единичного показателя качества проката принимают веро-

ятность попадания величины Π_{2jn} в пределы допуска:

$$P_{2jn} = P(\Pi_{2jn}^{(H)} \leq \Pi_{2jn} \leq \Pi_{2jn}^{(B)}) = F_{2jn}(\Pi_{2jn}^{(B)}) - F_{2jn}(\Pi_{2jn}^{(H)}),$$

где $F_{2jn}(\cdot)$ — закон распределения величины Π_{2jn} .

По каждому единичному показателю качества устанавливают максимально допустимые величины вероятности выхода измеренных значений Π_{2jn} за верхнюю или нижнюю границу поля допуска $[q_{2jn}]$ (например, $[q_{2jn}]^{(H)} = [q_{2jn}]^{(B)} = 0,05$ ($1 - P_{2jn}$)), а также минимально допустимые величины $[P_{2jn}]$ попадания в поле допуска (например, $[P_{2jn}] = 0,99$). Важность показателей качества и недопустимость брака учитывают с помощью весовой функции:

$$\omega_{2jn} = \begin{cases} 1, & \text{если } q_{2jn}^{(H)} \leq [q_{2jn}]^{(H)} \\ & \text{и } q_{2jn}^{(B)} \leq [q_{2jn}]^{(B)}; \\ 0, & \text{если } q_{2jn}^{(H)} > [q_{2jn}]^{(H)} \\ & \text{или } q_{2jn}^{(B)} > [q_{2jn}]^{(B)}, \end{cases}$$

где $q_{2jn}^{(H)} (q_{2jn}^{(B)})$ — вероятность выхода за нижнюю (верхнюю) границу поля допуска по показателю качества Π_{2jn} .

Полагая $K_{2jn} = \omega_{2jn} P_{2jn}$, качество металлопродукции по заданному свойству

$$K_{1j} = \prod_{n=1}^{n_j} K_{2jn},$$

а комплексный показатель качества металлопродукции рассчитывают как произведение

$$K_0 = \prod_{j=1}^3 K_{1j}.$$

При этом в формировании величин $[P_{2jn}]$ и $[q_{2jn}]$ участвуют потребители. Минимально допустимое значение комплексного показателя качества

$$[K]_0 = \prod_{j=1}^3 \prod_{n=1}^{n_j} [P_{2jn}].$$

Оценка влияния надежности прокатных валков на качество металлопродукции. Для статистической оценки величин Π_{2jn} используют параметрические законы распределения $F_{2jn}(\mathbf{b}_{2jn}, x)$, где $\mathbf{b}_{2jn}$ — вектор параметров распределения, и решают задачу установления связи величины $\mathbf{b}_{2jn}$ с параметрами технологии прокатного производства $\mathbf{z}$ и надежности прокатных валков $\mathbf{y}$.

В простейшем случае вектор $\mathbf{y}$ состоит из трех компонент:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} m \\ \tau \\ \theta \end{pmatrix},$$

где m — средняя наработка прокатного валка за установку; τ — среднее время восстановления прокатного валка; θ — среднее время обслуживания прокатного валка. Особенность первой компоненты вектора эксплуатационной надежности по сравнению с остальными компонентами в том, что m может измеряться в тоннах проката, миллиметрах рабочего слоя (по радиусу), килограммах прокатного валка, циклах нагружения, единицах выполненной работы, числом установок прокатного валка в клеть.

Обычно ищут связь в виде системы уравнений регрессии:

$$\mathbf{b}_{2jn} = f(\mathbf{a}_z, \mathbf{z}, \mathbf{a}_y, \mathbf{y});$$

$$\omega_{2jn} = g(\mathbf{c}_z, \mathbf{z}),$$

где $\mathbf{a}_z, \mathbf{a}_y, \mathbf{c}_z$ — векторы, т. е. коэффициенты регрессии. Пусть $\hat{\mathbf{a}}_z, \hat{\mathbf{a}}_y, \hat{\mathbf{c}}_z$ — соответствующие оценки, тогда основное уравнение качества проката принимает вид

$$K_0 = \prod_{j=1}^3 \prod_{n=1}^{n_j} \hat{\omega}_{2jn} [F_{2jn}(\hat{\mathbf{b}}_{2jn}, \Pi_{2jn}^{(B)}) - F_{2jn}(\hat{\mathbf{b}}_{2jn}, \Pi_{2jn}^{(H)})],$$

где $\hat{\omega}_{2jn}, \hat{\mathbf{b}}_{2jn}$ — расчетные оценки величин $\omega_{2jn}, \mathbf{b}_{2jn}$.

Задача оценки влияния надежности прокатных валков на качество проката

состоит в нахождении области значений показателей надежности прокатных валков Y такой, что при фиксированной технологии ($z = \text{const}$) для каждого y из Y выполняется условие $K_0 \geq [K]_0$.

Для решения задачи используют метод статистического моделирования с применением ЭВМ.

Достаточно наглядным примером непосредственного влияния эксплуатационной надежности прокатных валков на качество проката служит статистическая взаимосвязь геометрических характеристик полосы: разнотолщинности по длине и ширине с износом прокатных валков, определяемым параметром I . Уравнения регрессии имеют вид

$$K_{211} = a_{10} + a_{11} \Delta r + a_{12} S_c + l_1;$$

$$K_{212} = a_{20} + a_{21} \Delta r + a_{22} S_c + l_2,$$

где a_{ij} — коэффициенты регрессии; l_1, l_2 — независимые одинаково распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Считается, что дисперсия оценивается через коэффициенты сплющивания, прогиба прокатного валка и жесткостей деформируемого металла и клетки. Экспериментальные расчеты показывают, что вклад износа прокатных валков (с учетом сплющивания и прогиба) в формирование разнотолщинности составляет до 50 % от общей деформации рабочей клетки.

Глава 7

Методы и алгоритмы классификационных задач при исследовании качества продукции и технологических процессов

1. ТИПОВЫЕ КЛАССИФИКАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

При формализации процессов исследования и управления качеством продукции в ходе ее создания и производства возникает необходимость формализовать постановки и решения следующих классификационных задач:

формирование представительного множества единичных показателей, входящих в групповые, интегральные и комплексные показатели как однородной, так и разнородной продукции, а также оптимального пространства признаков (факторов внешней и внутренней среды), характеризующих конкретные единичные показатели качества продукции и технологических процессов;

типизация однородных и разнородных операций, переходов технологических процессов и конструкторско-технологических решений;

определение численных значений коэффициентов весомостей единичных показателей качества продукции, а также операций и переходов технологических процессов, характеризующих групповые, интегральные и комплексные показатели;

формирование однородных элементов технических объектов (составных частей, агрегатов, блоков, узлов, ответственных деталей), а также формирование однородных операций и переходов в типовых технологических процессах;

прогнозирование значений единичных показателей качества продукции и технологических процессов на основе ретроспективных значений однотипных показателей в однотипных технических устройствах и технологических процессах;

классификация партий готовой продукции по категориям качества, а также дефектной продукции по числу дефектов, неисправностей, отступлений от требований технической документации и т. д.;

отбор кондиционных изделий из забракованных партий готовой продукции при условии экономической целесообразности такой процедуры;

классификация отказовых ситуаций для однотипных технических устройств, предназначенных для эксплуатации в идентичных условиях;

составление и ведение автоматизированных классификаторов по типовым элементам технических устройств и технологических процессов, по типовым отказовым ситуациям, дефектам, отклонениям от требований нормативно-технической документации, неисправностям и т. д.;

идентификация тепловых полей, полей напряжений и деформаций, магнитных и радиационных полей, необходимая для выявления функциональных, структурных и временных запасов в ходе анализа технического состояния устройств при их заводских испытаниях, предпосылках к отказовым ситуациям при исследовании качества и надежности технических устройств и технологических процессов методами неразрушающего контроля, а также методами имитационного моделирования номинальных и предельных состояний объектов, а также идентифи-

кация предпосылок к отказовым ситуациям средствами встроенного контроля ответственных средств технологического оснащения производств, ответственных узлов и деталей технических объектов и устройств испытательных стендов, измерительных комплексов и т. д.;

формирование оптимальных временных интервалов, а также интервалов контроля параметров технических устройств и технологических процессов в автоматизированных контролируемых и диагностических системах и комплексах и т. д.

При постановке и формализации классификационных задач при исследовании качества продукции возникает необходимость решения общих для этих задач вопросов, например: какие модели и алгоритмы при этом могут быть использованы, каким образом формализовать процессы формирования эталонов объектов на основе таблиц типа «объекты — свойства» и какое математическое (программное) обеспечение на базе типовых пакетов прикладных программ может быть использовано, каким образом формализовать процессы формирования оптимальных признаков пространств, характеризующих конкретные объекты распознавания и идентификации.

2. ТИПОВЫЕ МЕТОДЫ, МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ КЛАССИФИКАЦИИ

Значительное число классификационных задач такого типа, как описаны в разд. 1, может быть формализовано, например, для их дальнейшей автоматизации. При этом в качестве общих и хорошо разработанных формальных представлений могут служить методы, модели и алгоритмы, основанные на математическом аппарате теории распознавания образов.

Общую постановку формализованного представления классификационных задач качества продукции можно описать терминами теории распознавания. Пусть задано множество M объектов (изделий, технологических процес-

сов, конструкторско-технологических решений, отказовых ситуаций, дефектов, неисправностей, отклонений от требований нормативно-технической документации и т. д.), относительно которых проводится классификация. Известно, что множество M представимо в виде суммы подмножеств $K_1, \dots, K_l$, которые принято в теории распознавания называть классами. Пусть также задана обучающая информация $I(K_1, \dots, K_l)$ о классах $K_1, \dots, K_l$, описание множества M и объекта S , о котором неизвестно, какому классу $K_1, \dots, K_l$ он принадлежит. Требуется по информации I , описанию $I(S)$ установить для каждого j значения свойств $S \in K_j, j = \overline{1, l}$.

Другая типичная формальная постановка задачи классификации при описании нового объекта (ситуации) $I(S)$ сводится к следующему: по набору описаний ранее исследованных объектов (ситуаций) $I(S_1), \dots, I(S_m)$ и найденных для них решений $R(S_1), \dots, R(S_m)$ найти, к какому из классов решений относится наилучшее решение $R(S)$. К числу наиболее разработанных моделей, достаточно широко апробированных на практике применительно к различным инженерным приложениям и, в частности, к классификационным задачам исследования качества, следует отнести:

модели, построенные на использовании принципа разделения (R -модели); различаются заданием класса поверхностей (разделяющих границ), среди которых выбирается поверхность (или совокупность поверхностей), разделяющая элементы различных объектов (изделий, технологических процессов, отказовых ситуаций и т. д.);

статистические модели, формируемые на базе принципов теорий вероятностей и математической статистики; используются в тех случаях, когда известны или сравнительно легко могут быть найдены вероятностные характеристики объектов (параметров изделий и технологических процессов, их законы распределения, числовые характеристики законов распре-

деления, частости возникновения отказов, сбоев, неисправностей и т. д.);

модели, построенные на принципе потенциалов (Π -модели), т. е. на известном физическом принципе: сила притяжения прямо пропорциональна произведению масс и обратно пропорциональна расстоянию между массами; если рассматривать объекты, принадлежность которых к определенному классу ранее установлена, то различными способами можно ввести понятие массы этого множества и определить расстояние от этого множества до исследуемого объекта; построение Π -моделей может быть осуществлено различными способами;

модели вычисления оценок (Γ -модели), основанные на принципе частичной прецедентности, при этом анализируется близость (схожесть) между составными частями описаний ранее классифицируемых объектов и объектов, подлежащих распознаванию; наличие близости оценивается по некоторому правилу и является частичным прецедентом; по соответствующему набору оценок вырабатывается общая оценка объекта в данном классе объектов, т. е. значение функции принадлежности объекта к данному классу. Перечисленные модели достаточно полно описаны в [19].

3. МЕТОДЫ И ТИПОВЫЕ АЛГОРИТМЫ ТАКСОНОМИИ В КЛАССИФИКАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ

Назначение таксономии. Первичные данные о качестве продукции, сведенные в таблицу типа объект-свойство (ТОС), часто бывают необозримыми для непосредственного восприятия отношений между объектами. Понимание материала облегчается, если его удастся описать более кратким способом.

Традиционный способ сокращения описания связан с разделением множества M объектов таблицы на небольшое число групп объектов, связанных друг с другом каким-нибудь закономерным свойством. Обычно в качестве такой закономерности используется

«похожесть» объектов одной группы или друг на друга или на некоторый один «типичный» объект.

Всякие закономерности ищутся для практического удобства. Закономерности «групповой похожести» позволяют сильно сократить описание ТОС при малой потере информации. Вместо перечисления всех объектов можно дать список типичных (эталонных) представителей групп, указав номера (имена) объектов, входящих в состав каждой группы, и средние или максимальные отличия их свойств от эталонов. При небольшом числе групп описание данных становится обозримым и интерпретируемым.

Такая группировка делается с помощью методов таксономии. Синонимами термина «таксономия» служат термины «кластерный анализ», «автоматическая классификация», «самообучение».

Алгоритмы таксономии отличаются друг от друга процедурами группировки и критериями качества классификации.

Пусть данные некоторой таблицы T , подлежащие таксономии, содержат m объектов $(a_1, \dots, a_m)$, описанных n свойствами $(x_1, \dots, x_n)$. Требуется выявить k таксонов $(s_1, \dots, s_k)$, $k = \overline{1, m}$. Варианты разбиения объектов на k таксонов будем сравнивать по критерию качества F .

Свойства можно представить в виде координат метрического пространства, тогда каждый объект со своими свойствами будет отображаться в некоторую точку этого пространства. Два объекта с почти одинаковыми свойствами отобразятся в две близкие точки, а объекты с сильно отличающимися свойствами будут представлены далекими друг от друга точками. Если имеются сгустки точек, отделенных промежутками от других сгустков, то их целесообразно выделить в отдельные структурные части множества — в классы (кластеры, таксоны). Признаки X , характеризующие свойства объектов и влияющие на их качество, при удачной таксономии в один таксон будут попадать объекты, мало отличающиеся друг от друга по качеству. Таким путем можно получить описание k таксонов, каждый из которых (j -й таксон)

объединяет объекты с качеством p_j . В дальнейшем любой новый объект, описанный набором характеристик $x_1, \dots, x_n$, с помощью процедур распознавания образов может быть автоматически отнесен к тому или иному классу (таксону) по качеству.

Алгоритмы семейства FOREL. Отличительная черта этого семейства алгоритмов состоит в том, что все они выделяют таксоны простой сферической формы. Разные алгоритмы этого семейства отличаются друг от друга тем, задается ли число таксонов k пользователем или выбирается автоматически, с большими ли массивами данных они могут работать или только с такими, которые умещаются в оперативную память; поступают ли объекты параллельно или последовательно. Начнем с описания основного (базового) алгоритма таксономии из этого семейства.

А л г о р и т м т а к с о н о м и и F O R E L 1 работает с объектами, описанными количественными характеристиками. Объекты, включенные в один таксон, попадают в гиперсферу с центром c и радиусом R . Изменяя радиус, можно получать различное число таксонов k . При фиксированном радиусе R алгоритм FOREL1 работает следующим образом. Центр $c^{(1)}$ гиперсферы радиуса R помещается в любую точку множества объектов. Определяются точки, которые оказались внутри этой сферы. Для этого вычисляется расстояние ρ от точки $c^{(1)}$ до всех M точек, и те из них, для которых $\rho \leq R$, считаются внутренними.

Вычисляется центр тяжести внутренних точек, и центр сферы перемещается в этот центр тяжести $c^{(2)}$. Для нового положения сферы находятся снова внутренние точки и их центр тяжести. Процедура повторяется до тех пор, пока не перестанут изменяться координаты центра тяжести $c^{(i)}$. При этом гиперсфера останавливается в области локального экстремума плотности точек исходного множества A . Назовем эту сферу с ее внутренними точками таксоном S_1 . Эти точки из дальнейшего рассмотрения исключаются. Затем центр следующей такой же гиперсферы совмещается с любой из оставшихся точек, и процедура выделения таксонов повторяется до тех пор, пока все

исходное множество объектов не будет разделено между таксонами S_l ($l = \overline{1, k}$).

Очевидно, что количество таксонов k тем больше, чем меньше радиус таксона R . Желательное для пользователя количество таксонов может быть найдено соответствующим подбором радиуса R . С этой целью радиус последовательно изменяется с равномерным шагом ΔR от $R_{\max}$, при котором все исходные точки объединяются в один таксон до тех пор, пока не будет получено количество таксонов, ближайшее к заданному k .

В процессе такой работы алгоритм FOREL1 выдает серию таксономий, каждая последующая таксономия отличается от предыдущей уменьшением размера таксона (радиуса R) и увеличением их числа. Такая последовательность дробной классификации позволяет проследить «генезис» таксонов, увидеть, на какие мелкие таксоны распадается тот или иной крупный таксон. При одном и том же числе таксонов k разные варианты таксономии отличаются по качеству.

Алгоритм FOREL1 дает решение за конечное число шагов, однако очевидно, что решение бывает не единственным. Выбор одного решения из некоторого их числа делается по критерию качества F , который для алгоритма FOREL1 выглядит следующим образом:

$$F = \sum_{l=1}^k \sum_{d=1}^{m_l} \rho_d(X_d, c^{(l)}),$$

где $\rho_d(X_d, c^{(l)})$ — евклидово расстояние от точки d с координатами X_d до центра своего таксона $c^{(l)}$; m_l — число объектов в таксоне S_l .

Лучшему варианту таксономии будет соответствовать минимальное значение критерия F . Выбор такого критерия обосновывается распространенными интуитивными правилами «ручной» группировки. Обычно специалисты объединяют в одну группу объекты, по возможности мало отличающиеся друг от друга или от типичного (базового) объекта, ближайшего к центру таксона. В дальнейшем будут рассмотрены и другие критерии качества.

Алгоритм FOREL1 заканчивает работу, когда впервые получается число таксонов $k' \geq k$. Если пользователю необходим один вариант таксономии, разделенный точно на k таксонов, то ему следует пользоваться алгоритмом FOREL2.

Алгоритм FOREL2 предназначен для получения заданного числа сферических таксонов. В отличие от FOREL1 радиус R в этом случае изменяется не с постоянным, а с переменным шагом, который на каждом очередном шаге (варианте таксономии) уменьшается вдвое, так что при поиске i -го варианта таксономии радиус сферы равен $R_i = R_{i-1} \pm \Delta R_i$, где $\Delta R_i = \frac{R_{\max}}{2}$, а знак «+» или «-» выбирается в зависимости от того, сколько таксонов было получено на $(i-1)$ -м шаге. Если $k^{(i-1)} \leq k$, то выбирается знак «-», а если $k^{(i-1)} > k$, то «+». Алгоритм работает до тех пор, пока методом последовательных приближений радиуса не будет получено k таксонов при минимальном значении радиуса R_i .

Функционал качества таксономии в алгоритме FOREL2 выглядит таким образом:

$$F = f(k^{(i)}) \sum_{l=1}^k \sum_{d=1}^{m_l} \rho_d(X_d, c^{(l)}),$$

где

$$f(k^{(i)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } k^{(i)} = k; \\ \infty, & \text{если } k^{(i)} \neq k. \end{cases}$$

Алгоритм SKAT. На практике возможны случаи, когда нет уверенности в устойчивости полученных решений.

Проверку таксонов на устойчивость можно выполнить строгими статистическими методами. Однако эти методы разработаны пока что для одномерных нормальных распределений. В многомерном распределении используются нестрогие эвристические приемы. Один из таких приемов реализован в алгоритме SKAT.

Сначала осуществляется таксономия объектов при фиксированном радиусе с помощью алгоритма FOREL1. Затем каждый таксон испытывается на устойчивость. Для этого восстанавливаются

все точки, и сферы радиуса R запускаются поочередно из центров всех полученных таксонов. Одни сферы остаются на месте, другие скатываются к центрам таксонов-предшественников. Решение алгоритм SKAT выдает в виде перечня всех устойчивых таксонов и указания, какие из неустойчивых таксонов к ним тяготеют.

Иногда пользователю достаточно знать только устойчивые таксоны. Остальные объекты он считает нехарактерными, т. е. представителями «серого фона». Такое решение эквивалентно тому, что максимизируется функционал

$$F = \sum_{l=1}^k m_l f(l),$$

где m_l — число объектов в таксоне S_l ;

$$f(l) =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если } S_l \text{ — устойчивый таксон;} \\ 0, & \text{если } S_l \text{ — неустойчивый таксон.} \end{cases}$$

В других случаях пользователь склонен видеть в материале, состоящем из k' устойчивых и $k - k'$ неустойчивых таксонов, наличие таксонов сложной формы, образованной объединением нескольких пересекающихся сфер. Однако при одинаковом числе k таксонов таксономия кажется тем лучше, чем большее число объектов находится в устойчивых таксонах, так что и в этом случае фактически используется последний из приведенных критериев качества таксономии.

Алгоритм KOLAPS. Задачу поиска таксонов на «сером фоне» с автоматическим выбором числа таксонов и их радиусов решает алгоритм KOLAPS. Его можно разделить на два этапа. На первом этапе ищутся точки, которые с большой вероятностью могут оказаться центрами будущих таксонов. На втором этапе делается проверка, действительно ли выбранные точки являются центрами таксонов.

Процедуры первого этапа выполняют следующие функции. Вначале сфера достаточно большого диаметра (радиуса R_0) помещается в любую точку множества и смещается, как в алгоритме FOREL, в центр локального

сгустка. Затем радиус уменьшается на величину ΔR_0 . При этом центр тяжести «внутренних» точек может сместиться, и сфера сдвинется в район еще более плотного сгустка. Как только эта сфера остановится, радиус снова уменьшается на ΔR_0 . Такая процедура повторяется вплоть до достижения заданного значения $R_{\min}$.

Число внутренних точек этой сферы используется в качестве характеристики локальной плотности распределения. Если эта плотность выше некоторого порога, то центр сферы выбирается в качестве потенциального центра таксона, а точки, попавшие в него, из дальнейших шагов первого этапа исключают. Затем центр новой сферы того же большого радиуса R_0 помещается в любую из оставшихся точек, и процесс движения сжимающейся сферы повторяется. Добавляются новые сферы радиуса R_0 некоторое число h раз. В итоге запоминаются n точек, плотность в районе которых превышает некоторый заданный порог. Точки упорядочиваются по мере убывания плотности, и на этом первый этап заканчивается.

Второй этап состоит в том, что центры сфер радиуса $R_{\min}$ помещаются в выбранные точки (поочередно, начиная с первой в упорядоченном списке) и сферы начинают расширяться на величину радиуса ΔR , при каждом новом радиусе сфера может сместиться в центр тяжести множества внутренних точек. Сфера перестает увеличиваться на i -м шаге, если число внутренних точек на $(i - 1)$ -м шаге отличается от числа внутренних точек на i -м шаге на величину, меньшую Δl (%). Это значит, что на i -м шаге сфера вышла в разреженное пространство за границы плотного таксона.

При заданных параметрах R_0 , ΔR_0 , d , $R_{\min}$, h , ΔR алгоритм максимизирует функционал качества таксономии такого вида:

$$F = \sum_{l=1}^k m_l,$$

где k — число полученных таксонов.

Точки редкого фона, не включенные в получившиеся таксоны, могут по желанию пользователя присоединиться

к тому или иному таксону. Точка a_x присоединится к таксону S_l , если расстояние к его центру $c^{(l)}$, нормированное по радиусу таксона R_l , будет минимальным, т. е.

$$a_d \in S_l, \text{ если } \frac{\rho(c^{(l)}, a_d)}{R_l} < \frac{\rho(c^{(\tau)}, a_d)}{R_\tau};$$

$$\tau = 1, 2, \dots, K, \quad \tau \neq l.$$

В этом случае алгоритм KOLAPS обеспечивает минимум функционала

$$F = \sum_{l=1}^k \sum_{d=1}^{m_l} \frac{\rho(c^{(l)}, a_d)}{R_l}.$$

Алгоритм FOREL 5. Для ряда классификационных задач исследования качества технических устройств и технологических процессов используются таблицы данных, содержащие только бинарные признаки. Для таксономии таких данных можно применять алгоритм FOREL5. Отличие его от алгоритма FOREL1 состоит только в способе вычисления расстояния между объектами (классами, таксонами), а также в том, что центры сфер перемещаются не в непрерывном пространстве, а в дискретном и находятся всегда в одной из вершин единичного N -мерного куба.

Параметрами, от которых зависит результат таксономии, служат желаемое число таксонов k и шаг уменьшения радиуса таксона ΔR (обычно $0,1R_{\max}$, где $R_{\max}$ — расстояние от центра тяжести всех объектов до самой удаленной точки). При этом алгоритм FOREL5 минимизирует сумму расстояний от всех точек a_d до центров своих таксонов $c^{(l)}$.

Алгоритм BIGFOR. В классификационных задачах качества объектов могут иметь место достаточно большие массивы данных, которые не умещаются в оперативную память и хранятся на внешнем машинном носителе (например, ленте или диске). Таксономия таких массивов может быть осуществлена с помощью итеративного алгоритма данных BIGFOR.

Вначале в оперативную память из общего числа m объектов вводится максимально возможное их число v . Алгоритмом FOREL2 разделяются v точек на k' таксонов, $k' \geq k$. Описание таксона состоит из координат типичной точки, ее номера и количества входящих в таксон объектов.

После того, как будет получено k' таксонов на первой порции данных из v объектов, описание этих таксонов переносится на отведенное в памяти место или на внешний носитель, а в оперативную память заносится следующая часть таблицы (новых v объектов). После повторения этой процедуры $t = m/v$ раз, т. е. когда будут обработаны все m объектов, образуется массив описания $q = tk'$ таксонов (при размещении описания таксонов в оперативной памяти предусмотрен контроль заполнения отведенного в памяти места). Это описание затем рассматривается в качестве нового массива данных, а типичные точки каждого выделенного таксона — в качестве отдельного объекта, подлежащего таксономии. Дальнейшая группировка этих q промежуточных таксонов в k более крупных таксонов может выполняться любым из описанных выше алгоритмов таксономии.

Предусмотрена возможность задания ограничения на минимальное количество φ точек в таксоне, т. е. выделяются k таксонов только с количеством точек в каждом из них $\geq \varphi$.

После того, как закончен цикл обработки m объектов, найдены требуемые k центров, производится перераспределение каждого из m объектов по k таксонам. Объект приписывается к тому таксону, расстояние до центра которого оказалось минимальным.

Для того чтобы до некоторой степени устранить возможный дефект таксономии по частям, после окончания цикла обработки осуществляется переформирование массива исходных данных таким образом, чтобы на следующем цикле в каждую порцию из v объектов попадали точки наиболее близких таксонов. На переформированном массиве m объектов повторяется полный цикл разбиения на k таксонов. В программах количество таких циклов определяется заданием параметра.

Если объем данных достаточно велик, что $q > v$, то процедура укрупнения таксонов будет не двух-, а многоступенчатая. Скатывание таксонов во все более крупные сферы потребует делать несколько раз. При этом крупные таксоны будут иметь иерархическую структуру: на каждом следующем уровне иерархии располагаются все более мелкие таксоны, а на последующем уровне — отдельные объекты. Информация об этих структурных отношениях между объектами и их группами иногда бывает полезной для более глубокого понимания природы изучаемых объектов.

Представим эту структуру в виде дерева-графа, общая вершина которого помещается в центр тяжести всех объектов. Первые ветви соединяют эту вершину с центрами k самых крупных таксонов, ветви следующего уровня соединяют эти центры с центрами мелких таксонов, входящих в их состав, и так далее вплоть до последнего уровня, где ветви соединяют центры самых мелких таксонов с отдельными объектами.

Алгоритм BIGFOR гарантирует минимум суммарной длины F всех этих ветвей:

$$F = \sum_{i=1}^p d_i,$$

где d_i — длина i -й ветви; p — общее число ветвей в графе.

Алгоритмы семейства KRAV. В основе алгоритмов данного семейства таксономии положены меры, использующие свойства кратчайшего незамкнутого пути (КНП). КНП — это граф, который соединяет все точки множества и при этом не имеет петель (циклов), а сумма длин всех его ребер минимальна.

Если разрезать $(k - 1)$ ребро КНП, то будет выделено k таксонов. Мерой близости объектов внутри таксонов можно считать среднюю длину ребер КНП, соединяющего все точки данного таксона:

$$\rho_l = \frac{1}{m_l - 1} \sum_{i=1}^{m_l - 1} d_i,$$

где d_i — длина i -го ребра; m_i — число объектов в таксоне s_i . Общей мерой близости внутренних точек таксономии можно считать величину $\rho =$

$$= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \rho_i, \text{ т. е. среднюю длину всех}$$

внутренних ребер. Расстояние d между таксонами также следует считать по КНП как среднюю длину ребер, соединяющую таксоны:

$$d = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} d_i.$$

Через КНП можно определить и меру локальной «неоднородности» расстояний между точками λ . Для этого обозначим длину некоторого i -го ребра символом d_i , а длину минимального примыкающего к нему ребра символом $b_{\min}$. Тогда

$$\lambda_i = b_{\min}/d_i.$$

Чем меньше λ_i , т. е. чем больше отличие в длинах соседних ребер, тем с большим основанием можно считать, что по ребру d_i пройдет граница между таксонами. Общая мера неоднородности на границах таксонов

$$\lambda = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i.$$

Наконец, равномерность распределения количества точек по таксонам может быть оценена монотонной функцией, меняющейся в диапазоне от 0 до 1 и не зависящей от числа точек m и числа таксонов k . Такой функцией может служить

$$h = k^{(k)} \prod_{i=1}^k (m_i/m).$$

Общий критерий качества алгоритма КРАВ 1 таксономии имеет вид

$$F = \ln (dh/\lambda\rho).$$

Проверка на двумерных примерах показала, что чем лучше таксономия, тем больше F . При изменении параметра k функция F проходит через локальные экстремумы в тех точках, когда количество таксонов совпадает с тем количеством, которое обычно

указывает и человек при ручной таксономии того же множества объектов. Выделяемые при этом таксоны могут иметь любую форму.

Алгоритм КРАВ 1 работает следующим образом. Вначале проводится кратчайший незамкнутый путь между всеми точками множества. Если задано число таксонов k , то путем перебора находятся такие $(k-1)$ ребра, проведение границ по которым дает максимальное значение функционала качества F .

Если число объектов и количество таксонов велики, перебор становится практически неприемлемым. Для его сокращения используется предварительный отбор ребер-претендентов, т. е. ребер, по которым с большой вероятностью могут пройти границы. Это делается путем оценки λ_i для всех ребер КНП и отбором тех из них, для которых $\lambda_i < \lambda_0$ (например, $\lambda_i < 1$). Из рассмотрения исключаются ребра, которые короче самого короткого из примыкающих к нему ребер.

В некоторых случаях на практике не важна равномерность таксонов по числу объектов. В этом случае используется модификация критерия качества $F = \ln [d/(\lambda\rho)]$.

Алгоритм КРАВ 2 используется при большом числе объектов m исходного множества, когда затруднителен этап построения КНП. Для ускорения процедуры таксономии на первом этапе алгоритма КРАВ 2 используется программа FOREL1, которая делает группировку m объектов в k' таксонов ($k < k' < m$). Затем центры этих мелких таксонов служат объектами таксономии по алгоритму КРАВ 1. Небольшое отличие на этом этапе состоит в том, что при вычислении параметра h можно учитывать центры таксонов с равными их весами, а можно и с весами, пропорциональными числу включенных в них исходных объектов. Можно, как и в предыдущем случае, не использовать параметр h , если предположить, что интерес могут представлять как таксоны-гиганты, так и таксоны-карлики.

Алгоритмом КРАВ 2 обычно пользуются при $m > 50$.

Алгоритм JOINT. Алгоритмы BIGFOR и КРАВ 2 используют про-

цедуру укрупнения мелких таксонов сферической формы, полученных алгоритмом FOREL1. Может возникнуть необходимость объединения k таксонов произвольной формы произвольного происхождения в k_1 более крупных таксонов. Для этих целей и используется алгоритм JOINT. Этот алгоритм работает таким образом. Строится КНП внутри каждого мелкого таксона, а затем КНП между ними — путем соединения ребрами ближайших точек разных таксонов. Вычисляется критерий F качества этой исходной информации. Затем поочередно объединяются все пары смежных таксонов (соседних по КНП). При каждом объединении вычисляется величина критерия F^* . Выбирается вариант объединения, дающий $F^*_{\max}$. Такая процедура объединения смежных пар повторяется до получения требуемого числа таксонов k_1 .

Наблюдая за изменением F на каждом шаге, можно найти наиболее предпочтительное число таксонов в диапазоне от k до k_1 . На каждом шаге алгоритм гарантирует наилучший вариант уменьшения числа таксонов на единицу, что, однако, не гарантирует получения глобального оптимального варианта объединения k мелких таксонов в k_1 крупных. Кроме того, сами исходные таксоны могут не соответствовать наилучшей с точки зрения алгоритма КРАВ таксономии. Таким образом, результаты таксономии исходного множества m объектов и k промежуточных таксонов на k_1 таксонов могут быть разными. Алгоритм JOINT максимизирует величину

$$F = \sum_{i=1}^{k-k_1} (F_i - F_{i-1}),$$

где F_i — значение критерия качества на i -м шаге укрупнения таксонов.

4. МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЗНАКОВЫХ ПРОСТРАНСТВ В КЛАССИФИКАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ И ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Оценка качества промышленной продукции предусматривает контроль по целому ряду признаков. Пусть каче-

ство отдельного изделия характеризуется n признаками. Тогда результат контроля изделия можно представить в виде n -мерного вектора $X = (x_1, \dots, x_n)$, каждая компонента x_i которого принимает значение 1, если имеется дефект по i -му признаку, и 0 — в противном случае. Пусть для контроля партии изделий взята выборка объемом l штук. Обозначим через k_i ($0 \leq k_i \leq l$, $i = \overline{1, n}$) число дефектов по i -му признаку. Тогда обобщенным показателем качества партии в случае оценки по числу выявленных дефектов может быть сумма:

$$A = \sum_{i=1}^n c_i k_i, \quad (1)$$

где c_i — весовые коэффициенты, учитывающие неравномерность ущербов, причиняемых дефектами по различным признакам.

Если же оценку качества партии проводить по числу дефектных изделий в партии, то следует ввести оценку качества каждого отдельного изделия, например,

$$B = \sum_{i=1}^n c_i x_i, \quad (2)$$

где $x_i = 1$, если изделие дефектно по i -му признаку, и $x_i = 0$ — в противном случае; c_i — весовой коэффициент i -го признака. При этом отдельное изделие считается годным при выполнении неравенства $B \leq B_0$, а качество партии определяется числом S изделий в партии, для которых это неравенство не выполняется.

Из соотношений (1) и (2) следует, что в каждом из рассмотренных случаев оценка качества партии продукции решающим образом зависит от набора коэффициентов c_i , а значит от тех признаков, которые используются при анализе. Еще в большей степени это относится к случаю оценки качества методами теории распознавания образов, так как при этом вступают в силу вопросы различимости качественных изделий от дефектных.

Далее каждое изделие будет рассматриваться как вектор $X = (x_1, \dots, x_n)$, называемый изображением. Если

требуется различать только качественные изделия от дефектных, то изображения X разделяются на два образа. Если же выделяются несколько градаций качества, то число образов соответственно возрастает.

Информативность пространства признаков. С точки зрения математической статистики все знания о том, к какому образу относится распознаваемое изображение, сводятся к знанию вероятностей гипотез о принадлежности этого изображения каждому из образов. Поскольку заранее известно, что каждое конкретное изображение не может быть отнесено более чем к одному образу, распределение вероятностей гипотез, отличное от 1, обуславливает некоторую определенность решения. Чем больше неопределенность решения, тем меньше информации получено при распознавании конкурентного изображения.

Множество образов V_j с определенным на нем распределением вероятностей можно рассматривать как источник информации с исходной неопределенностью:

$$H(V) = - \sum_{j=1}^m P(V_j) \log P(V_j),$$

где $P(V_j)$ — безусловная вероятность появления образа V_j ; $H(V)$ — энтропия множества образов.

Количество информации, получаемой при распознавании, можно оценить разностью между $H(V)$ и неопределенностью решения, усредненной по l изображениям, а неопределенность решения можно определить полной условной энтропией образов при условии, что системе предъявлено изображение X_v :

$$H(V/X_v) = - \sum_{j=1}^m P(V_j/X_v) \log P(V_j/X_v).$$

Полная энтропия

$$\begin{aligned} H(V/X) &= \sum_{v=1}^k P(X_v) H(V/X_v) = \\ &= - \sum_{v=1}^l \sum_{j=1}^m P(X_v) P(V_j/X_v) \times \\ &\times \log P(V_j/X_v). \end{aligned} \quad (3)$$

С точки зрения надежности распознавания не все признаки равноправны. Использование одних признаков позволяет получить меньшую вероятность ошибки распознавания, а использование других — большую. Поэтому желательно оценить информативность каждого признака в отдельности. Мемой, определяющей информативность отдельного признака x_i , может служить количество информации:

$$\begin{aligned} I_x &= H(V) - H(V/x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m P(x_{iq}) P(V_j/x_{iq}) \times \\ &\times \log P(V_j/x_{iq}), \end{aligned} \quad (4)$$

где x_{iq} — значения, которые может принимать признак x_i при $q = \overline{1, p}$.

Выражения (3) и (4) дают полное представление об информативности описания. По ним можно было бы оценивать как информативность выбранного пространства признаков, так и информативность отдельных признаков. Однако оценка по этим соотношениям в целом ряде случаев затрудняется достаточно большим объемом вычислений. Кроме того, практически вообще невозможно получить численные значения вероятностей, входящих в эти формулы. Поэтому для решения практических задач обычно пользуются приближенными способами оценки полезности признаков, на базе которых формируется признаковое пространство.

Общую задачу формирования информативного признакового пространства можно рассматривать как совокупность из двух подзадач:

формирование информативных признаков из исходных измерений (исходного описания);

формирование наиболее информативного набора из уже сформированных информативных признаков.

Формирование информативных признаков из исходных измерений. При удачном формировании исходного описания задача распознавания может оказаться тривиальной, и, наоборот, неудачно выбранное исходное описание может привести либо к очень сложной переработке информации, ли-

бо вообще к недостижению решения. Например, если решается задача оценки качества изделий по влагостойкости окраски, а исходное описание сформулировано из результатов измерения массы, твердости, плотности окрашиваемого изделия, то такая задача в принципе не может быть решена. В большинстве практических задач набор признаков из исходных измерений (описаний) определяется не тем, что было бы нужно измерить для решения той или иной задачи, а тем, что удастся измерить. Поэтому чаще всего считают, что исходное описание объекта уже задано, а задача формирования признаков сводится к выбору способов обработки исходного описания с целью построения хорошего признакового пространства. Результат преобразования исходного описания, полученный с помощью выбранного набора преобразующих функций, называется преобразованным описанием. Преобразование исходного описания может быть многоуровневым. Сначала строятся некоторые функции от исходного описания, затем эти функции рассматриваются как исходный материал для преобразований следующего уровня и т. д. Все эти преобразования должны быть направлены на то, чтобы получить в конце концов такое описание, в терминах которого поставленная задача могла бы быть решена приемлемыми методами.

Формирование наиболее информативного признакового пространства. После того, как осуществлено преобразование исходного описания, может быть решена задача выбора информативного пространства (или набора) признаков, которая, в свою очередь, состоит из трех подзадач:

- оценки информативности отдельных признаков и их наборов;
- формирования набора признаков;
- определения оптимального числа признаков в наборе.

Оценка информативности отдельных признаков x_i и их наборов может быть получена по соотношениям вида (3) и (4). Существуют и другие способы, например, путем проверки статистических гипотез об одинаковости распределений признаков в различных классах.

Вычисление полезности свойств признаков можно проводить путем определения для каждого из них вероятностных свойств. Пусть каждому признаку x_i соответствуют значения x_{iq}^* , $q = \overline{1, p}$. Тогда для каждого признака вычисляется функция

$$f_{iq} = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m |p_{jq} - p_{kq}|,$$

где m — число классов; p_{qi} и p_{kq} — вероятности значения признака x_i соответственно в классах j и k . Информативность признака

$$I(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m f_{iq}.$$

Существуют достаточно простые, но эффективные критерии информативности бинарных признаков, вычисляемые по небольшим выборкам. Один из этих критериев вычисляется по соотношениям $D_1 = m_1/m_0$ при $m_1 \leq m_0$ и $D = m_0/m_1$ при $m_1 > m_0$, где m_1 — число образов, в которых признак принимает одно и то же значение, m_0 — число образов, описания которых не содержат исследуемый признак.

Эффективным является критерий, определяющий информативность по следующему алгоритму. Сначала все образы, подлежащие распознаванию, разбиваются на всевозможные пары (сочетания по два). Затем для каждой пары определяется критерий D_1 . Так как признаки бинарные, то критерий D_1 может принимать только два значения: 0 или 1. Наконец, новый критерий вычисляется как отношение суммы всех единиц к общему числу пар, т. е.

$$D_2 = m^* (m - m^*) / c_m^2, \quad (5)$$

где m — число различаемых образов; c_m^2 — число разделенных пар.

В ряде случаев для оценки информативности признаков используется критерий вероятности ошибки классификации. При этом осуществляется классификация либо по одному признаку, либо по выбранному набору.

Настоять или вероятность ошибки при такой классификации и определяет информативность признака или их некоторый набор. Этот метод удобен тем, что он, кроме обычной информативности, определяемой, например, с помощью соотношений (3) и (4), учитывает еще и свойства тех алгоритмов, которые используются для распознавания.

Для того чтобы сформировать оптимальный набор признаков по любому из признаков, т. е. такой набор, в котором замена хотя бы одного признака другим, не входящим в оптимальный набор, вела бы только к его ухудшению, следует опробовать самые различные варианты из всех признаков, что может потребовать значительного числа вычислений. Поэтому для практических нужд часто используют приближенные процедуры формирования рационального числа наборов информативных признаков.

Значительное упрощение таких процедур достигается, например, путем введения допущения о независимости признаков. При этом первым считают самый лучший признак, вторым — следующий по качеству и т. д. Для составления набора информативных признаков берется n первых признаков в соответствии с полученной ранжировкой.

В методе последовательного соединения к первому лучшему признаку присоединяется тот, который дает лучшее качество в паре с первым. К выбранной паре присоединяется третий, максимально улучшающий критерий, и т. д. Иногда в этом методе выбирается первый лучший набор из k признаков путем полного перебора всех $\binom{n}{k}$ вариантов из n признаков. Перебор осуществляется для того, чтобы наилучшие признаки сразу вошли в наилучший набор.

Наряду с методом последовательно наращиваемых пространств признаков часто используют метод последовательного его сокращения. При этом в наборе из n признаков сначала отбрасывается тот, отсутствие которого наименьшим образом ухудшает качество первоначального набора. Этот метод

часто применяют в комбинации с предыдущим методом.

Для формирования наилучшего набора признаков в ряде случаев применяют метод случайного поиска с адаптацией. В этом методе из n признаков случайным образом выбирается несколько наборов по p признаков. Оценивается качество наборов. Признаки, попавшие в хорошие наборы, «поощряются», плохие — «наказываются» изменением вероятности их включения в следующий набор. В результате за несколько шагов получают некоторый рациональный набор признаков.

Приведенные методы далеко не исчерпывают все процедуры формирования оптимальных наборов признаков, но они являются достаточно характерными, чтобы создать общее представление о тенденциях, преобладающих при решении подобных задач.

Оптимальное число признаков n^* существенно зависит от объемов обучающих выборок и от типов распознающих алгоритмов. Более сложным алгоритмам обычно соответствуют меньшие значения n^* . Оптимальное число признаков также зависит и от правила формирования пространств. Чем информативнее признаки, из которых формируется пространство, тем меньше n^* . Достаточно распространенной, например, является процедура определения оптимального количества признаков для линейных классификаторов, минимизирующих эмпирический риск. Для ранжированной системы признаков $x_1, \dots, x_n$ по обучающей выборке вычисляются значения эмпирического риска $R_1, \dots, R_n$ в предположении, что выбранный алгоритм распознавания сначала работает с одним признаком x_1 , потом с двумя — x_1, x_2 , далее с тремя — x_1, x_2, x_3 и т. д. Для каждого набора находятся оценки по формуле

$$P_{\infty i} = R_i + 2 \times \sqrt{\frac{(i+1)(\ln l - \ln(i-1)) + 1 - \ln \eta/5}{l-1}} = R_i + \varepsilon_i, \quad (6)$$

где l — объем обучающей выборки; $\ln \eta$ — вероятность того, что P_{∞} не

будет превышать эмпирический риск R_i более чем на ε_i . Для нахождения n^* нужно минимизировать функционал вида (6) по параметру i , т. е. следует увеличивать размерность пространства до тех пор, пока значение функционала (6) будет уменьшаться.

Результаты сравнения различных процедур (параметрических и непараметрических оценок) при определении n^* на реальном материале показали, что при небольшом объеме выборки применение различных оценок дало практически одинаковые результаты. Вместе с тем ввиду смещения параметрических оценок, возникающих из-за несоответствия реальных данных нормальному распределению, эффективность применения параметрических оценок по сравнению с непараметрическими падает с ростом объемов выборок. Поэтому при больших объемах выборки предпочтительнее использовать непараметрические оценки.

Формирование оптимальных признаков пространств. Простейшие решающие правила формирования оптимальных признаков пространств основаны на двух фундаментальных теоремах, одна из которых утверждает, что если из множества, состоящего из N решающих правил, выбирается такое правило, которое на обучающей последовательности не совершает ни одной ошибки, то с вероятностью $(1 - \eta)$ можно утверждать, что вероятность ошибочной классификации с помощью выбранного правила составит величину, меньшую ε , если длина обучающей выборки не менее

$$\eta = (\ln N - \ln \eta)/\varepsilon, \quad (7)$$

где N — число различных способов разделения n -мерного пространства с помощью заданного класса решающих правил.

В случае линейных решающих правил, действующих в бинарном пространстве, соотношение (7) принимает вид

$$l = (n^2 - \ln \eta)/\varepsilon, \quad (8)$$

где n — размерность пространства.

Несмотря на простоту линейных решающих правил, соотношение (8) не является строго обоснованным. В самом деле, если принять $\varepsilon = 0,1$ и

$\eta = 0,1$, то уже при $n = 4$ длина обучающей последовательности должна превышать $l = 183$. А если при тех же ε и η принять $n = 10$, то необходимая обучающая последовательность должна содержать уже более тысячи элементов. Естественно, что если усложнять решающее правило, то число N будет резко возрастать. Заметим, например, что уже для кусочно-линейного правила вместо n в соотношении (8) следует подставить

$$n^* = nk + k,$$

где k — число гиперплоскостей.

Используя соотношение (8), можно вычислить значение ε при заданных n , η и l или размерность пространства n при заданных ε , η и l :

$$\varepsilon = (n^2 - \ln \eta)/l; \quad (9)$$

$$n = \sqrt{\varepsilon l + \eta}. \quad (10)$$

Приведенные соотношения (8), (9) и (10) указывают на то, что реальный смысл имеют только те задачи распознавания, в которых используются простые (лучше всего линейные) решающие правила при низких размерностях пространства. Представляется целесообразным таким образом организовать процесс обучения, чтобы в результате его применения удалось сформировать пространство такой размерности, которая обеспечила бы заданные значения ε и η , и в этом пространстве конкретная обучающая последовательность длины l была бы линейно разделима. С этой целью, например, предлагается считать признаками относительно заданных образов только такие свойства, которые сами по себе хотя и не разделяют образы, но в совокупности с себе подобными образуют пространство, в котором заданные образы легко разделимы. Пусть на обучающей последовательности V определены два непересекающиеся подмножества V_1^* и V_2^* , представляющие собой образы. Задано некоторое свойство объектов x_i , которому соответствует отношение эквивалентности A_i (соблюдать или не соблюдать свойство x_i). Отношение A_i порождает разбиение V на два класса эквивалентности V_{1i} и V_{2i} . Назовем свойство x_i признаком, если соответ-

ствующее ему отношение эквивалентности A_i таково, что

$$\begin{aligned} & ((V_1^* \subseteq V_{1i}) \vee (V_1^* \subseteq V_{2i})) \vee \\ & \vee ((V_2^* \subseteq V_{1i}) \vee (V_2^* \subseteq V_{2i})) = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Никакие другие свойства признаком не считаются.

Одинаковые признаки — это такие признаки x_i и x_j , которые порождают разбиение, определяемое соотношением

$$((V_{1i} = V_{1j}) \wedge (V_{2i} = V_{2j})) = 1.$$

В ряде случаев предлагают различать признаки первого и второго типа.

Для признаков первого типа

$$\begin{aligned} & ((V_1^* \subseteq V_1) \wedge (V_1 \cap V_2^* \neq V_2^*)) \vee \\ & \vee ((V_2 \subseteq V_2^*) \wedge (V_2 \cap V_1^* = 0)) = 1. \end{aligned}$$

Для признаков второго типа

$$\begin{aligned} & ((V_2^* \subseteq V_2) \wedge (V_2 \cap V_1^* \neq V_1^*)) \vee \\ & \vee ((V_1 \subseteq V_1^*) \wedge (V_1 \cap V_2^* = 0)) = 1. \end{aligned}$$

Два свойства x_i и x_j , каждое из которых в отдельности не является признаком, но для которых выполняется соотношение

$$\begin{aligned} & (((V_{1i} \cap V_1) \subseteq V_1^*) \wedge (V_{2i} \cap V_{2j}) = \\ & = \emptyset) \vee (((V_{2i} \cap V_{2j}) \subseteq V_2^*) \wedge \\ & \wedge (V_{1i} \cap V_{1j}) = \emptyset) = 1, \end{aligned}$$

называют пара-признаком и обозначают через x_{ij} .

По данной проблеме доказаны следующие утверждения.

Утверждение 1. Если увеличивать размерность n пространства неодинаковых, но однотипных признаков, то всегда найдется такое $n_0 \leq l$, что любые два образа, заданные обучающей последовательностью длиной l , будут линейно разделимы. Здесь длина обучающей последовательности соответствует мощности множества $V = V_1^* \cup V_2^*$.

Утверждение 2. В пространстве любой размерности, ординаты которого не являются признаками, линейное разделение образов невозможно.

Утверждение 3. Пара-признак — это признак.

Утверждение 4. Если

$$\begin{aligned} & ((\bigcap^{n_0} V_{1i}) \cap V_2^* = \emptyset) \vee \\ & \vee ((\bigcap^{n_0} V_{2i}) \cap V_1^* = \emptyset) = 1, \end{aligned} \quad (12)$$

то образы V_1^* и V_2^* в пространстве признаков размерности n_0 линейно разделимы.

Приведенные утверждения объясняют и обосновывают введенное определение признака. При выполнении условия (11) любое свойство становится признаком относительно заданной классификации, так как в совокупности с себе подобными приводит к простому разделению классов (образов). Утверждение 3 раскрывает интересную особенность некоторых свойств, описывающих образы. Каждое свойство само по себе может и не являться признаком и не способствовать линейному разделению образов. Однако это же свойство, вступая в особые отношения с другими свойствами, порождает признаки и приводит к простому разделению образов. Можно показать, что не только два, но и три и более свойств, не являющиеся сами по себе признаками, могут образовывать, при определенных условиях, пара-признаки. При этом из двух свойств получается один пара-признак, из трех — два, из четырех — три и т. д. Утверждение 4 дает возможность установить правило процесса наращивания пространства признаков.

Приведенные выше определения и соотношения относятся только к бинарным признакам (т. е. присутствует некоторое свойство или нет). Если же рассматривать непрерывные измерения свойств, то признаком следует считать такое свойство, с помощью которого можно установить порог, обеспечивающий соотношение (11). В этом случае порог порождает бинарное свойство x_i , определяющее отношение эквивалентности A_i и разбиение множества V на классы эквивалентности V_{1i} и V_{2i} . Бинарное свойство x_i определяется следующим соотношением:

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{при } \bar{x}_i < x_i^0; \\ 1 & \text{при } \bar{x}_i \geq x_i^0, \end{cases} \quad (13)$$

где $\bar{x}_i$ — результат измерения; x_i^0 — порог.

Таким образом, признаком следует считать любое свойство, измерение которого после нелинейного преобразования (13) или до него порождает отношение эквивалентности и соответствующие классы эквивалентности, обеспечивающие выполнение соотношения (11).

Рассмотренные утверждения и соотношения открывают возможность перенести центр тяжести проблемы обучения распознаванию образов на процесс формирования такого описания распознаваемых объектов, в пространстве которого разделение образов не вызывает каких-либо затруднений.

В этом случае в процессе обучения формируется пространство признаков, и уже в этом пространстве простым (лучше линейным) решающим правилом решается задача распознавания. С учетом сказанного более точно задачу обучения распознаванию образов можно сформулировать в такой постановке. Пусть задана обучающая выборка, состоящая из l пар (x_v, V_j) . Требуется, используя только обучающую выборку, сформировать пространство признаков такой размерности n_0 , в котором линейное решающее правило обеспечивало бы вероятность ошибки распознавания, не превышающую ε с вероятностью более чем $(1 - \eta)$. Здесь $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $0 \leq \eta \leq 1$.

Для решения этой задачи следует таким образом выбирать свойства объектов, чтобы они были признаками относительно заданных объектов и заданной обучающей последовательности, т. е. для этих свойств должно выполняться соотношение (11). Процесс обучения, т. е. процесс подбора признаков, заканчивается, как только будет выполнено соотношение (12), так

как это означает, что образы, представленные обучающей последовательностью длиной l , будут линейно разделимы. При этом автоматически будут выполняться соотношения (8), (9) и (10), а значит будут выполнены требования, предъявляемые к процессу обучения. Такая задача не может быть решена однозначно, так как не всегда пространство признаков n_0 окажется таким, чтобы в соответствии с (9) обеспечить заданное ε . Поэтому нужно сначала по соотношению (10) определить значение n^* , которое соответствует заданным значениям ε^* и η^* , а затем организовать процедуру формирования пространства так, чтобы $n_0 \leq n^*$. Для этого в процедуре обучения следует отдавать предпочтение признакам первого типа, для которых

$$(V_{1i} \cup V_2^*) \Rightarrow \min_i$$

$$\text{или } (V_{2i} \cup V_2^*) \Rightarrow \max_i,$$

а для признаков второго типа

$$(V_{2i} \cup V_1^*) \Rightarrow \min_i$$

$$\text{или } (V_{1i} \cup V_1^*) \Rightarrow \max_i,$$

так как такие признаки приведут к линейному разделению обучающей последовательности при минимальном их числе.

Таким образом, для улучшения качества распознающего алгоритма, т. е. уменьшения ε и η при фиксированной длине обучающей выборки, нет иного пути, кроме уменьшения числа N , а этого можно достичь практически только путем снижения размерности признакового пространства и упрощения решающих правил. Этот вывод является определяющим для любых задач распознавания.

Развитие методов оценки качества происходит как на основе повышения эффективности методов и средств испытаний и контроля качества, так и на основе использования возможно большего объема априорной информации, главным образом, благодаря применению компьютерных систем. Это позволяет создавать новые методы обобщенной количественной оценки (квалиметрии) качества, практически внедрять в производство оценку по результатам анализа отклонений параметров изделий от требований НТД, а также методы потребительской оценки.

Совершенствование организации контроля качества связано с перспективами развития органов государственной приемки продукции (ОГПП) в тесном взаимодействии с совершенствованием деятельности отделов (служб) технического контроля (ОТК) и органов государственного надзора (ОГН) за внедрением и соблюдением стандартов и правильным применением средств измерений.

ОГПП усиливают свое внимание к этапу разработки продукции, на котором формируются качество и надежность, участвуют в аттестации продукции и ее приемочных испытаниях, тем самым ОГПП препятствуют постановке на серийное производство продукции низкого технического уровня, недостаточно отработанной на технологичность.

ОГПП осуществляют анализ и учет всей априорной информации, в том числе от ОГН, ОГПП предприятий смежников, из сферы эксплуатации и по результатам анализа рекламаций ранее выпускавшихся изделий.

Центр тяжести работы этих органов будет перенесен на сферу разработки продукции. Их роль будет заключать-

ся главным образом в весьма своеобразном (плотном, с полной самокупаемостью) информационном обслуживании потребностей разработчиков. Сущность информационного обслуживания будет, очевидно, сводиться к выполнению двух функций:

представлению разработчику концентрированной целенаправленной информации об эффективности мероприятий по обеспечению качества и надежности аналогичных изделий (с обобщением данных по всему мировому производству);

независимой и высококвалифицированной экспертизе разработки продукции на ее ранних стадиях с целью обеспечить рациональное сочетание оригинальных (новых) решений с хорошо зарекомендовавшими себя в практике решениями, использованными в аналогичной или даже принципиально другой продукции.

В результате анализа разницы между установленными требованиями к продукции и фактическим качеством (надежностью) вырабатывают корректирующие мероприятия.

Развитие нормативного обеспечения связано с двумя тенденциями. Первая из них состоит в усилении роли нормативной документации предприятия, обеспечивающей адаптацию системы нормативно-технических документов (НТД) на продукцию к специфике потребностей рынка и возможностям предприятий, в сочетании с соблюдением государственных интересов, отражаемых в требованиях ГОСТов. Требования ГОСТ становятся нижним допустимым уровнем требований к качеству и надежности, вносимых в НТД предприятий. Вторая тенденция связана с рациональным использованием зарубежного опыта и нового подхода

к контролю и обеспечению качества, который в наибольшей степени отражен в международных стандартах (МС) ИСО серии 9000. Сущность его состоит в том, что поставщик гарантирует высокое качество продукции не только за счет испытаний и контроля, но и демонстрацией потребителю всей организации работ по управлению и обеспечению качества.

Система МС ИСО серии 9000 включает пять стандартов.

Стандарт ИСО 9000 является своего рода справочником по всей системе стандартов ИСО 9000÷9004. Его целью вместе со словарем терминов ИСО 8402 является определение назначения и области применения остальных стандартов. Указанные стандарты устанавливают требования к системам качества, когда в соответствии с положениями контракта, заключенного между двумя сторонами, определяются возможности поставщика в отношении: проектирования и поставки продукции (ИСО 9001); контроля процессов, определяющего приемлемость поставленной продукции (ИСО 9002); выявления любых несоответствий продукции в процессе контроля конечной продукции и ее испытаний (ИСО 9003).

Основные области применения систем качества по стандартам ИСО серии 9000 следующие:

- в контрактных ситуациях для оценки способности предприятия обеспечить качество продукции в соответствии с требованиями контракта;

- на совместных предприятиях — для обеспечения единства взглядов сторон на все виды работ по качеству;

- на предприятиях, планирующих экспортные поставки — для оценки готовности к таким поставкам;

- при сертификации продукции — как неременное условие выдачи сертификата на соответствие продукции международным требованиям.

Зарубежный опыт показывает, что для обеспечения высокого качества и надежности продукции недостаточно только повышать эффективность методов и средств контроля качества. Оказывается необходимо принимать определенные меры еще на стадии разработки изделия, чтобы его качество можно было достоверно контролиро-

вать и чтобы была большая уверенность в безотказной работе изделия.

Для более эффективного контроля качества при существующих методах и средствах контроля должна быть обеспечена *контролепригодность* изделия. Под контролепригодностью понимают приспособленность изделия к контрольной операции, эта приспособленность достигается совместимостью изделия и средства контроля по конструктивным и присоединительным параметрам, сигналам и т. п.

Для того чтобы была уверенность в безотказной работе проконтролированной продукции, необходимо проанализировать причины отказов этой продукции. Анализ показывает, что имеются две группы причин.

Первая группа причин связана с нестабильностью свойств изделий и условий их работы, которые в статистическом смысле описываются во времени стационарными случайными процессами. Эта группа причин характерна для любого вида производства.

Борьба с отказами, вызванными этой группой причин, обычно сводится к использованию резервирования (информационного, структурного, функционального, временного), соответствующему выбору комплектующих изделий и режимов их применения, защите от внешних воздействий, рационализации способов и планов испытаний и контроля (статистического и неразрушающегося), улучшению ремонта и технического обслуживания, совершенствованию подготовки обслуживающего персонала.

Вторая группа причин отказов связана, главным образом, с нестационарным характером производства, который вызывает всплеск отладочных отказов на кривой интенсивности отказов при переходе к очередной группе изделий с индивидуализированными свойствами. *Отладочные отказы* имеют место при любом производстве, но если производство продолжается длительное время с выпуском одного и того же типа изделий, то после отладки производства с использованием, например прогонов, электротермотренировок и других видов отбраковочных испытаний, удастся избежать поставки потре-

бителю продукции с высокой интенсивностью отказов.

Для борьбы с отладочными отказами перспективным является совместное использование специальных видов испытаний и имитационного моделирования. Специальные виды испытаний производятся с помощью проходных камер. Воздействия в проходной камере могут быть многофакторными и имитировать наиболее сильно повреждающие условия эксплуатации. Например, для хладотвердых материалов это может быть сочетание охлаждения с ударом. После или во время прохождения камеры каждое изделие проверяют измерением параметров или неразрушающим контролем. Имитационное моделирование позволяет рассчитать для данного изделия (на основе измерения параметров после прохождения камер) вероятность отказа за установленный срок и таким образом оценить надежность.

Для обеспечения отказоустойчивости могут использоваться порознь или совместно методы реконфигурации и репрограммирования. Сущность метода реконфигурации состоит в том, что по определенной команде осуществляется изменение структуры изделия, например какие-либо из его составных частей исключаются из функционирования, а вместо них используются другие составные части или резервные блоки. При этом изделие может сохранять свою работоспособность полностью, или может выполнить те же функции с меньшей эффективностью (например, медленнее), или может перестать выполнять какие-либо вспомогательные операции (например, перестать записывать свою наработку).

Сущность метода репрограммирования состоит в том, что по определенной команде изменяется программа работы изделия, например, последовательность выполнения операций, время их выполнения или распределения функций по блокам.

В процессе разработки отказоустойчивого изделия должны быть предусмотрены возможности *реконфигурации* и *репрограммирования*, обеспечена контролепригодность для тех методов и средств диагностирования, с помощью которых предполагается обнаруживать

отказы элементов (узлов, блоков) или предпосылки к этим отказам. В отказоустойчивых изделиях фактически контроль качества, выполняемый на стадии производства, в значительной мере продолжается и в процессе применения изделия, обеспечивая формирование сигналов, по которым осуществляется реконфигурация или репрограммирование. Существуют два принципиально различных подхода к формированию этих сигналов. Первый подход может быть условно назван диагностическим. Он состоит в том, что периодически осуществляется диагностирование функционирующего изделия с целью обнаружения отказавшего составного элемента. Наличие отказавшего составного элемента и образует сигнал для реконфигурации или репрограммирования. Заметим, что в этом подходе принципиально всегда существует определенное время, когда нормальное функционирование изделия прервано вследствие отказа какого-либо составного элемента. Конечно, совершенная система диагностирования позволяет это время свести к разумному минимуму, но теоретически такое изделие имеет отказы, хотя бы на непродолжительное время.

В работе [1] предложен другой подход к обеспечению отказоустойчивости, основанный на управлении реконфигурацией и репрограммированием по предвестникам отказов. Под *предвестниками отказов* понимают физические эффекты, которые с высокой вероятностью наступают за определенное время до наступления отказа. Весьма эффективным предвестником многих видов отказов (механических, тепловых, радиационных) являются экзоэмиссионные эффекты, состоящие в излучении веществом тепловых, световых, акустических или корпускулярных потоков, образующихся при освобождении внутренней энергии в начальной стадии разрушения материала.

На стадии разработки и в процессе производства с использованием ускоренных испытаний или испытаний, провоцирующих отказы изделий со скрытыми дефектами, определяются предвестники отказов для основных возможных дефектов производства или

экстремальных внешних воздействий при эксплуатации. Методы и средства, с помощью которых могут быть обнаружены предвестники отказов, вводятся в состав системы производственного контроля качества или системы эксплуатационного диагностирования изделий. При возникновении предвестников отказов во время производственных испытаний эти испытания могут прекращаться еще до разрушения испытываемых изделий, что позволяет существенно снизить затраты на проведение испытаний. При возникновении предвестников отказов в эксплуатации осуществляются реконфигурация или репрограммирование еще до потери работоспособности изделия или прекращается его использование.

Развитие методов оценки качества предусматривает выполнение двух условий:

1) включение в оценку качества возможно более полной характеристики свойств изделия (не только технико-технологических, эстетических, экологических, но и экономических), что может достигаться, если данные для оценки будут поступать для объединения со всех этапов жизненного цикла изделий;

2) использование для оценки всей совокупности знаний о свойствах оцениваемого изделия, что может достигаться, если будут использоваться как сведения, содержащиеся в книгах, статьях, отчетах, НТД и т. п., так и новые сведения, полученные в результате моделирования или опросов экспертов.

Экспертные системы являются наиболее высокоорганизованными интеллектуальными системами информационного обеспечения, поскольку они позволяют использовать базу знаний, полученных из различных источников (книг, журналов, устных сообщений специалистов) не только для выработки решений к плохо формализованным заданиям, но и дать объяснение, как было найдено это решение.

Современные экспертные системы (ЭС) можно классифицировать по различным признакам, главными из которых являются:

местоположение программной среды (внешняя, встроенная);

степень автоматизации построения ЭС (заполнение баз с пультов, автоматическое заполнение баз, гибкая автоматическая технология построения); решаемые задачи (классификация, консультация, оппонирование, принятие решений).

При построении любой ЭС реализуются следующие четыре группы этапов.

Первая группа включает: определение круга специалистов (экспертов) из интересующей разработчика ЭС проблемной области знания; проведение опроса выбранных экспертов с помощью некоторых методов опроса; оценивание полученной информации на полноту и непротиворечивость. Эта группа этапов формирует экспертную часть базы знаний и выполняется в соответствии с изложенными в главе I настоящего тома рекомендациями.

Вторая группа включает: определение перечня источников информации из данной проблемной области (книг, журналов, отчетов, нормативных документов и т. п.); проведение анализа данных этих источников с помощью некоторого анализа (эквивалентного в определенном смысле проведенному опросу экспертов); оценивание полученной от этих источников информации на полноту и непротиворечивость. Эта группа формирует документальную часть базы знаний и выполняется во многом по тем же правилам, что и при формировании экспертной части.

Третья группа включает: заполнение базы знаний ЭС полученной информацией от экспертов и из документальных источников; заполнение словарей системы общения с пользователем за счет лексики, характерной для данной проблемной области; введение в память ЭВМ необходимых для расчетов пакетов прикладных программ. Эта группа этапов обеспечивает наполнение оболочки ЭС тем, что необходимо для функционирования ЭС. Под оболочкой ЭС понимается весь комплект аппаратно-программных средств (ЭВМ, операционная система, трансляторы, программные модули и др.), поставляемой изготовителем ЭС.

Четвертая группа включает: настройку планировщика на работу с моделью интересующей пользователя

проблемной областью знаний; настройку подсистемы объяснения; проверку ЭС решением текстовых задач. Эта группа этапов обеспечивает возможность пользователю непосредственно приступить к работе с ЭС.

Дальнейшее развитие компьютерных интеллектуальных систем оценки качества и надежности в производстве, по-видимому, будет идти по тем же направлениям, по которым будет развиваться контрольно-измерительная, испытательная и информационно-вычислительная техника. Главными из этих направлений могут стать:

1. Автоматизация устранения дефектов в базах, что связано с активизацией знаний. Проверка своих баз данных и знаний, ЭВМ сама может обнаружить в них дефекты (например, противоречия между отдельными фактами). Для устранения дефектов ЭВМ инициируется процесс поиска программ, которые могли бы помочь ЭВМ привести свои знания в стройную, бездефектную систему, т. е. активизировать их.

2. Более широкое использование комплексных (многопараметровых) методов количественной оценки качества, т. е. представление результатов оценки с помощью квалиметрических образов, что связано с появлением системы обработки сенсорной информации, роль которой будут играть многопараметровые (пространственные) зрительные образы. Это позволит соотносить сведения, полученные по зрительным каналам, со знаниями, хранящимися в памяти ЭВМ или превращать текстовые описания в мысленные картины, которые можно сравнить с наблюдаемыми на самом деле.

3. Применение операций преобразования квалиметрических образов с выборкой из них необходимых сведений. По сути будет реализована модель высоконадежной голографической памяти, хранящей мультиплицированные (разложенные) мысленные картины и осуществляющей в процессе хранения необходимые операции над этими картинами.

Список литературы к главе 8

1. Дубицкий Л. Г. Предвестники отказов в изделиях электронной техники. — М., 1989, Радио и связь. 108 с.

2. Поспелов Г. С. Искусственный интеллект. Новая информационная технология. — Вестник АН СССР. — 1983. — № 6. с. 31—42.

3. Технический контроль в гибких производственных системах. Обзорная информация/В. Г. Шолкин, В. Н. Чупырин, Г. В. Терехова, З. Г. Тюренкова, К. Н. Лапотников. — М., 1987, — 44 с./сер. «Управление качеством продукции», вып. 2, ВНИИКИ.

Список литературы

1. Алексеев А. Б., Воробьев В. Л. Об интегральной дефектоскопии электронных систем//Электронная техника. Сер. 8. 1977. Вып. 6. С. 28—31.
2. Апполонов И. В., Северцев Н. А. Надежность невосстанавливаемых систем однократного применения. М., 1977. 212 с.
3. Апполонов И. В., Маслов В. А. Методы прогнозирования технических характеристик изделий машиностроения//Механизация и автоматизация в производстве. 1985. № 7. С. 34—36.
4. Балакловский О. Б. Расчет накопленного повреждения при ускоренных испытаниях на усталость методом возрастающей нагрузки//Прикладная механика. 1982. № 9. С. 90—94.
5. Баронс П. Н., Звиедрис А. В., Саленпекс Н. К. Надежность и качество механических систем. Рига, 1982. 86 с.
6. Беляев Ю. К. Вероятностные методы выборочного контроля. М., 1975. 383 с.
7. Бердичевский Б. Е., Дубицкий Л. Г., Сушинцев Г. М., Агеев А. П. Неразрушающий контроль элементов и узлов РЭА. М., 1976. 427 с.
7. Бережной В. П., Дубицкий Л. Г. Выявление причин отказов РЭА. М., 1983. 232 с.
8. Бендерский А. М., Богатырев А. А., Баумгартен Л. В. Стандартизация статистических методов управления качеством. М., 1983. 156 с.
9. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М., 1984. 312 с.
10. Браунли К. А. Статистическая теория и методология в технике. М., 1978. 407 с.
11. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., 1978. 399 с.
12. Биргер И. А. Техническая диагностика. М., 1978. 240 с.
13. Васильев В. И. Распознающие системы. Киев, 1983. 422 с.
14. Волков Е. Б., Судаков Р. С., Сырицын Т. А. Основы теории надежности ракетных двигателей. М., 1974. 400 с.
15. Гудрамович В. С., Переверзев Е. С. Несущая способность и долговечность элементов конструкций. Киев, 1981. 284 с.
16. Гун Г. С. Управление качеством высокоточных профилей. М., 1984. 152 с.
17. Гуров К. П. Феноменологическая термодинамика необратимых процессов. М., 1978. 128 с.
18. Жадан В. Т., Маневич В. А., Чередников В. А. Совершенствование технологии прокатки на основе комплексного критерия качества//Сталь. 1986. № 2. С. 55—58.
19. Журавлев Ю. И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации//Проблемы кибернетики. 1978. Вып. 33. С. 5—68.
20. Загоруйко Н. Г., Елкина В. Н., Лбов Г. С. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей. Новосибирск, 1985. 210 с.
21. Кочетов В. В. Оценка технического уровня машин и оборудования//Стандарты и качество. 1981. № 3. С. 55—59.
22. Кузьмин Ф. И. Задачи обеспечения надежности технических систем. М., 1982. 176 с.
23. Кузьменко В. А. Высокочастотные усталостные испытания как метод ускоренного определения характеристик выносливости материалов//Проблемы прочности. 1980. № 10. С. 40—43.
24. Методические указания по оценке технического уровня и качества промышленной продукции. РД 50-149—79/Бендерский А. М., Примаков М. И., Погожев И. Б. и др. М., 1979. 124 с.
25. Мироносецкий Н. Б. Моделирование процессов создания и выпуска новой продукции. Новосибирск, 1976. 166 с.
26. Мхитарян В. С. Статистические методы в управлении качеством продукции. М., 1982. 119 с.
27. Надежность технических систем: Справочник/Под общ. ред. И. А. Ушакова. М., 1985. 608 с.

28. Неразрушающий контроль элементов и узлов РЭА/Б. Е. Бердичевский, Л. Г. Дубицкий, Г. М. Сушинцев, А. П. Агеев. М., 1976. 427 с.

29. Никозаков Д. Д., Перлик В. И., Кукушкин В. И. Статистическая оптимизация конструкций летательных аппаратов. М., 1977. 240 с.

30. Олейник В. Н., Скляр С. П. Ускоренные испытания на усталость. Киев, 1985. 257 с.

31. Писаренко Г. С., Стрижало В. А. Экспериментальные методы в механике деформируемого твердого тела. Киев, 1986. 264 с.

32. Поздняков Б. П. Методы статистического контроля и исследования текстильных материалов. М., 1978. 279 с.

33. Проников А. С. Надежность машин. М., 1978. 592 с.

34. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М., 1978. 239 с.

35. Ромашов Р. В., Федоров В. В., Соболев В. Л. Определение предела выносливости//Заводская лаборатория. 1980. № 7. С. 658—660.

36. Соболев В. Л. Совершенствование методики ускоренной оценки

пределов выносливости при испытаниях со ступенчато изменяющейся нагрузкой//Заводская лаборатория. 1977. № 11. С. 1401—1405.

37. Статистические задачи обработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности/Р. С. Судаков, Н. А. Северцев, В. Н. Титулов, Ю. М. Честноков. М., 1975. 604 с.

38. Судаков Р. С., Чеканов А. Н. К вопросу о вычислении многомерных интегралов в задачах надежности//Техническая кибернетика. 1972. № 1. С. 30—41.

39. Управление качеством продукции: Справочник/Под общ. ред. В. В. Бойцова и А. В. Гличева. М., 1985. 464 с.

40. Эффективность и надежность сложных систем/И. Л. Плетнев, А. И. Рембеза, Ю. А. Соколов, В. А. Чалый-Прилуцкий. М., 1977. 216 с.

41. Яковлев С. А. О распознавании методом локализуемых функций//Вычислительная математика и математическая физика. 1984. Т. 24. С. 587—598.

Предметный указатель

А

- Алгоритм BIGFOR 259, 260
- KOLAPS 258
- JOINT 261, 262
- Алгоритмы семейства FOREL — Таксоны 257
- FOREL 1 257
- FOREL 2 258
- Алгоритмы семейства KRAB — Свойства кратчайшего незамкнутого пути 260
- KRAB 1 261
- KRAB 2 261
- Анализ физико-технический — Методические основы 144, 145, 146
- Методы оценки достоверности результатов 162—166
- Области применения 153

В

- Валки прокатные — Надежность и методы оценки качества проката 250—252
- Прогнозирование эксплуатационной надежности 248—250
- Оценка влияния надежности на качество металлопродукции 252
- Вероятность безотказной работы изделия — Типовой расчет 206, 208, 209
- доверительная 80, 89
- Воздействие определяющее 158
- Выборка — Классификация 73
- Методы формирования 72
- Объем 72
- Понятие 72

Г

ГОСТ 9.019—74* 139, 141
 9.301—86 136
 9.302—79* 140
 9.304—84 136
 9.308—85 137, 138, 139
 9.905—82 136
 9.908—85 137, 138, 140
 9.909—86 140
 23.206—79 134, 135
 23.209—79 134, 135
 23.217—84 134, 135
 25.101—83 114
 25.507—85 114
 27.503—81* 137

Д

Дефекты — Классификация 145, 146
Дисперсия — Ее оценка 129

З

Задания плановые — Матрица выигрышей 218
 — Матрица итоговых результатов 220
 — Матрица «соглашений» 220
 — Формализация процесса формирования 216
Задачи анализа качества и надежности — Информационное обеспечение 209—215
 — классификационные типовые при исследовании качества продукции и технологического процесса — Типовые методы, модели и алгоритмы 255, 256
Запас надежности 83

Изделия сложные — Общая характеристика типичных ситуаций 221, 222
 — Оценка надежности и отработанности технологического процесса при серийном освоении выпуска 221—231
Износ по наработке — Схема экстраполяции 128
Индексы качества разнородной продукции — Определение 23 — Примеры расчета 23
 — для разных уровней управления народным хозяйством — Определение 23 — Пример расчета 24, 25
Интервалы контрольные рациональные — Методы выбора — см. под их названиями, например, *Метод выбора интервалов Δ_j с помощью статистического моделирования*

— Типовые инженерные приложения задачи выбора 185—191
 — Формализация задачи выбора 187—191
Информативность пространства признаков 263
Испытания изделий на надежность — Виды 106
 — Принципы ускорения 102—106
Испытания на атмосферную коррозию — Особенности 137 — Оценка результатов 140, 141 — Разновидности методов 138—141
Испытания на износостойкость сокращенные — Примеры расчета коэффициента ускорения 126 — Принцип исключения из эксплуатационного спектра нагружающих воздействий, не оказывающих существенного влияния на износостойкость 126, 127 — Принцип учащения рабочих циклов или ускоренного воспроизведения эксплуатационного спектра нагрузочных воздействий 129 — Устранение перерывов в накоплении наработки 126 — форсированные — Принцип двойной последовательной экстраполяции 131 — Принцип запросов 131, 132 — Принцип сравнения 129, 130 — Принцип экстраполяции по форсируемому параметру 130, 131
Испытания на коррозионное растрескивание — Критерии оценки 141 — Разновидности методов испытаний — см. под их названиями, например, *Метод заданной деформации*
 — на коррозионную стойкость ускоренные контрольные — Виды — см. под их названиями, например, *Испытания на атмосферную коррозию* — Требования к ним 136

К

Качество продукции 25 — Аттестация 45
Квантиль распределения Стьюдента 80
Конкурентоспособность продукции — Методы оценки ее уровня — см. под их названиями, например, *Метод стоимостной оценки уровня конкурентоспособности при наличии полной информации*
Контроль за обеспечением надежности принимаемой продукции и рекламационной работой 56, 57
 — за работами по стандартизации 57, 58

- изготовления продукции 54
- Контроль качества продукции** Виды 46, 47
- Общие положения 46
- Разнообразие методов 102, 104—106
- Совершенствование организации 271
- Средства контроля 48
- Контроль качества продукции статистический** — непараметрический — Разновидности. — см. под их названиями, например, *Контроль непараметрический одноступенчатый* — параметрический — Разновидности — см. под их названиями, например, *Контроль параметрический одноступенчатый*
- Контроль непараметрический многоступенчатый** — Пример расчета 65 — Формулы для расчета 64
- одноступенчатый — Квантили функции 62, 63 — Пример расчета 60, 61 — Формулы для расчета 60, 61
- Контроль параметрический многоступенчатый** — Пример расчета 72 — Формулы для расчета 71, 72
- одноступенчатый — Квантили функции 67 — Пример расчета 68—70 — Формулы для расчета 66
- Контроль правильности проведения предприятием входного контроля** 55, 56
- технической документации 54
- технологических процессов 54, 55
- Коэффициенты весомости показателей качества** — Определение 43, 44 — Пример расчета 45
- перерасчета показателей 109
- ускорения испытаний 109
- Критерии информационные** — Принятие решений о годности продукции на их основе 84
- полезности информации 84
- Критерий Неймана-Пирсона** 184

М

- Матрица корреляционная** 240, 241
- нормированная 242
- Метод выбора интервала Δ_j** , основанный на общей корреляционной теории 195, 196
- основанный на теории выбросов случайных процессов 193—195
- с помощью статистического моделирования 191—193
- Метод дифференциальный оценки ка-**

- чества** — Уровни качества 16
- Метод «доламывания»** — Номограммы 119, 120, 121 — Принцип «доламывания»
- второй модифицированный 119, 120
- Кордонского 118
- первый модифицированный 119, 120
- Метод заданной деформации** — Формулы для расчета 142 — Четырехточечная схема изгиба 142
- осевой растягивающей нагрузки — Особенности 142, 143
- Метод комплексной оценки качества продукции** — Главный показатель 16 — Затраты капитальные и эксплуатационные 18 — Интегральный показатель 17 — Комплексный показатель 16 — Примеры расчета 19 — Суммарный полезный эффект 18
- линейного преобразования 214, 215
- Неймана 214
- Метод параметрический оценки уровня конкурентоспособности при ней** — Формулы для расчета
- технико-экономического уровня продукции — Пример расчета 28, 29 — Формулы для расчета 27, 28
- Метод предельных и номинальных значений** 21 — Параметры весомости 21
- равных вероятностей — Схема пересчета показателей надежности 109
- смешанный оценки качества продукции — Область применения 20
- Метод стоимостной оценки технико-экономического уровня продукции** — Пример расчета 27 — Формулы для расчета 26
- уровня конкурентоспособности при наличии полной информации — Формулы для расчета 30
- Метод стоимостных регрессионных зависимостей** — Выражения для линейной регрессионной зависимости 20
- Область применения 20
- Метод ускоренного определения предела выносливости** — Принцип прогрессивного форсирования нагрузок 122
- Локати — Расчет сумм относительных долговечностей при различных видах нагружения 124, 125
- Нэдэшана — Особенности 123
- Про — Особенности 122, 123
- Эномото — Особенности 123
- Метод ускоренных испытаний** 107
- формирования контрольного плана

испытаний (КПИ-метод) — Особенности 85—88

— форсированных испытаний — Виды — см. под их названиями, например, *Метод «доламывания»* — Усечение спектра нагрузок 114, 115 — Учащение рабочих циклов 116 — Экстраполяция по нагрузке 117

— Штрмейера 117

— эквивалентных соотношений — Область применения 21 — Параметры весомости 21

— экспертный — Параметры весомости 21

Методы испытаний сокращенные на усталость — Принцип уплотнения рабочих циклов 114

— Принцип экстраполяции 114

Методы испытаний ускоренные контрольные на износостойкость — Виды — см. под их названиями, например, *Испытания на износостойкость сокращенные* — Общие характеристики 125, 126

— на устойчивость — Виды — см. под их названиями, например, *Методы испытаний сокращенные на усталость* — Общая характеристика 113, 114

Методы определения коэффициентов весомости — Виды — см. под их названиями, например, *Метод экспертный* — рентгеновские — Классификация 172, 173 — Особенности 172—175 — спектральные — Классификация 166, 168 — Особенности 168, 169 — форсирования режима 133, 134 — Достоинства 134 — Контроль износа 134 — Недостатки 134 — Область применения 134

— ФТА — Группы 156, 157 — Разновидности — см. под их названиями, например, *Методы спектральные* — Структура 154, 155

— экспертные в задачах управления качеством промышленной продукции — Классификация 34 — Область применения 33, 34 — Общие принципы организации 34, 35 — Процедура опроса экспертов 36, 37 — Статистическая обработка результатов 36, 37 — электронно-микроскопические — Классификация 169, 170

Модели выбора рациональных интервалов при управлении качеством продукции — Вопросы обоснования адекватности моделей 200—202 — Вопросы

оценки качества 198—200

— статистики распада — Оценка качества и надежности 148, 149

— управления показателями качества 176

— физики отказа параметрические — Группы — см. под их названиями, например, *Модели статистики распада* *Модель диагностическая* — Группы по основному признаку 147

— для большого числа ступеней этапа освоения выпуска изделий 230, 233

— для двухступенчатого освоения выпуска изделий 222—225

— для небольшого числа ступеней этапа освоения выпуска изделий —

Методы оценки вероятности 226—

230 — Общая методика оценки надежности 225, 226

— знаковая 147

— нормативная — Понятие 147

Модель отказов параметрическая 109, 110

— цензурирования — Виды цензурирования (усечения) 110

Модель формирования отказов термодинамическая 149 — Внутренние и внешние параметры объектов 149

— обобщенная 750 — Классификационная схема 152, 153

Моделирование случайных величин многомерных — Методы — см. под их названиями, например, *Метод Неймана*

— одномерных — Разновидности методов 210, 211

— одномерных нормально распределенных — Разновидности методов 213

Н

Номенклатура изделий неприоритетная — Понятие 215

— приоритетная 215

О

Обеспечение нормативное — Развитие 271—273

Область критическая 83

Объем контролируемых выборок от партии — Способы определения 75 — см. под их названиями, например, *Отбор единиц продукции в выборку случайный*

— партии продукции — Классификация факторов, влияющих на него 74, 75

Отбор единиц продукции в выборку —

Классификация способов 76, 77

— направленный 77

— случайный 75 — Принцип 76

— типический — Принцип 76

Оценка качества продукции — Разви-

тие методов 274 — Уровни качества 20

— апостериорная с учетом априор-

ной информации — Особенности 96 —

Формулы для оценки 97—100

— априорная по данным контрольно-

технологических испытаний — Осо-

бенности 94 — Формулы для оценки

94, 95

— разнородной с помощью индексов 22

— с помощью средних взвешенных

показателей 21

П

Партия продукции — Методы форми-

рования 72, 74

— Объем 72

— Понятие 72

План контроля испытаний — Оптима-

лизация их на основе информационных

критериев 85

— Формализация 85

— Оптимизация их с использованием

критериев полезности информации

88—90

— Примеры выбора 91—93

Планы контроля оптимальные каче-

ства продукции — Методы их форми-

рования с использованием информа-

ционных критериев — см. под их наз-

ваниями, например, *Метод формиро-*

вания контрольного плана испытаний

— освоения и выпуска изделий —

Модели их формирования при управ-

лении качеством продукции 215—220

Подход статистико-вероятностный —

Номограммы 78, 79 — Особенности

77 — Пример расчета 80—83 — Фор-

мулы 77—80

— комбинированный 77

— экономический 77

Показатели безопасности — Виды 15

— Назначение 15

— Нормы на них 15

Показатели качества продукции —

Классификация 9 — Номенклатура —

см. под их названиями, например,

Показатель назначения

— комплексные — Определение 45

Показатели надежности — Классифи-

кация 10, 11

— надежности прокатных валков

— патентно-правовые — Назначение

14 — Расчет 14

— стандартизации и унификации —

Расчет 13

— технологические — Классифика-

ция 11, 12 — Назначение 11 — Расчет

12

— транспортабельности — Виды 13 —

Назначение 13

— экологические — Назначение 14 —

Нормы на них 15

— экономические — Назначение 15

— эргономические — Классификация

11 — Назначение 11

— эстетические — Классификация

11 — Назначение 11

Показатель геометрический взвешен-

ный 20

— единичный 20

— комплексный 20

Показатель назначения — Классифи-

кация 10 — Назначение 9

— надежности изделия — Пример

расчета, иллюстрирующий практиче-

ское применение задачи 196—198

Поле корреляционное 176

Предвестники отказов — Понятие 273

Приемка государственная при кон-

троле качества продукции и техноло-

гических процессов 53—58

— готовой продукции 56

Признаки информативные — Формиро-

вание 263, 264

Принцип испытаний сокращенных 107

— ускоренных 106

— форсированных 107, 108

— экстраполяции по времени 128,

129

Продукция промышленная — Класси-

фикация 9

— однородная — Методы оценки ка-

чества — см. под их названиями,

например, *Метод комплексный оценки*

качества продукции

Пространство признаков наиболее

информативное — Формирование 264,

265

— оптимальное — Формирование

266—268

Процессы деградационные — Клас-

сификация 145, 146

— технологические — Общий под-

ход к оценке их стабильности 232—

234 — Основные факторы нестабиль-

ности 331 — Пример определения их

стабильности 234 — Типовой расчет

оценки точности 237—246

Р

Режим форсированный 133

Риски заказчика

— изготовителя 83

С

Система событий 99

Системы контролирующие — Пути повышения надежности 53 — Принципы формирования комплексного показателя их надежности 48, 50—53 — физико-технического анализа — Их построение 158 — Реализация принципа иерархичности СФТА 159 — экспертные — Классификация 274, 275

Средства ФТА 155 — Группы 167

Схема структурная показателей качества продукции — Построение 42, 43

Т

Таксономия — Назначение 256, 257

У

Уровень конкурентоспособности грузовых автомобилей — Пример оценки 33

— колесного скрепера — Пример оценки 31—33

Уровень технико-экономический продукции — Методы оценки 27, 30

Установки для моделирования воздействия комплекса эксплуатационных факторов 158

Учет разных условий применения — СПРАВОЧНИК СПЕЦИАЛИСТА

Иван Васильевич Апполонов, Иосиф Зиновьевич Аронов, Юрий Павлович Астахов и др.

НАДЕЖНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ В ТЕХНИКЕ

Том 7

КАЧЕСТВО И НАДЕЖНОСТЬ В ПРОИЗВОДСТВЕ

Редактор *Т. Д. Онегина*

Переплет художника *А. Я. Михайлова*

Художественный редактор *А. И. Ро*

Технический редактор *О. В. Куперман*

Корректоры *И. М. Борейша, О. Е. Мишина*

ИБ № 4678

Сдано в набор 13.01.89. Подписано в печать 06.04.89. Т-07979. Формат 60×90^{1/16}.

Бумага офсетная № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,5.

Усл. кр.-отт. 17,5. Уч.-изд. л. 23,82. Тираж 12 712 экз. Заказ 685. Цена 1 р. 60 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение», 107076, Москва, Стромчинский пер., 4

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 193144, г. Ленинград, ул. Мойсеенко, 10.

дукции — Средние взвешенные геометрические показатели 21

Ф

Функции прогнозирования — Модели 176—178

— случайные изменения параметров — Виды 111, 112

— управления — Виды — см. под их названиями, например, *Функции прогнозирования* — Объекты управления — показатели качества 176

Функция анализа — Модели, 182, 183

— контроля — Модели, 182, 183

— нормирования 178—180

— обратной связи — Модели, 184, 185

— планирования — Модели 178

— учета — Модели 180, 181

Ч

Числа случайные нормированные нормально распределенные 207

Число оптимальное приемочное 86

Ш

Шаг дискретности 191

Э

Эквивалентность внешних воздействий 155

Экономичность продукции 25

Элементы отказоопасные — Дефекты 167